

Università degli Studi di Camerino
Corso di Laurea in Fisica Indirizzo Tecnologie per l'Innovazione
Parziale di CALCOLO
7 aprile 2009

1) Calcolare i seguenti limiti:

a) [punti 3] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\operatorname{tg} x - \operatorname{sen} x}$

b) [punti 3] $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(e^x - 1)}{\ln x}$

2) [punti 12] Si tracci il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x}}$$

con particolare attenzione agli asintoti. Tenendo quindi conto che la derivata seconda è

$$f''(x) = \frac{3(4x^3 - 1)}{4x^3(1 - x^3)} \sqrt{\frac{x}{x^3 - 1}},$$
 si determini la concavità e la convessità della funzione e si

dimostri che essa non ha flessi.

3) Calcolare i seguenti integrali:

a) [punti 3] $\int \frac{x^3 - 2x - 1}{x^2 - x + 1} dx$

b) [punti 3] $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$

4) [punti 6] Dimostrare, in base ai criteri, che

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

converge e calcolarne il valore.