- 1) Si determini se esistono punti di discontinuità e di non derivabilità $f(x) = \left| \frac{x}{x^2 - 1} \right|$
- 2) Si individuino i punti di discontinuità e di non derivabilità $f(x) = \frac{\sqrt[3]{4x^2 - 3x - 1}}{e^x + 2}$
- 3) Data la funzione $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 3 \\ ax + b & x > 3 \end{cases}$ determinare i valori dei parametri a e b in modo che risulti continua e derivabile nel punto $x = 3$. [a=1/3; b=1/2]
- 4) Determinare il valore dei parametri a e b in modo che la funzione $f(x) = \begin{cases} ax^3 - bx + 1 & x \leq 1 \\ a + be^{x-1} & x > 1 \end{cases}$ risulti continua e derivabile nel punto $x = 1$. [a=1/3; b=1/2]
- 5) Data la funzione $f(x) = \begin{cases} \text{sen}x & x > 0 \\ \lambda x^2 + (\lambda + 1)x + \lambda^2 - \lambda & x \leq 0 \end{cases}$ determinare il valore del parametro λ in modo che la funzione risulti continua e derivabile in $x = 0$. [$\lambda = 0$]. Determinare inoltre il valore del parametro λ in modo che in $x = 0$ la funzione risulti continua ma non derivabile. [$\lambda = 1$]
- 6) Stabilire se la funzione $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x - x^2} & 0 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ è continua e derivabile nel punto $x = 0$. [continua ma non derivabile]
- 7) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:
- a) $f(x) = \sqrt[5]{x^3} + x\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} + 1$
- b) $f(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)^3}$
- c) $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$
- d) $f(x) = \log(1+x)^2$
- e) $f(x) = e^{x \text{sen}x}$
- f) $f(x) = \cos\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$
- g) $f(x) = \text{sen}(\sqrt{x} + 2x^2)$
- h) $f(x) = \text{tge}^{x^2+3}$
- i) $f(x) = (x+1)^x$
- j) $f(x) = \text{arctg} \frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}$
- k) $f(x) = \text{arcsen} \sqrt{1 - \text{tg}^4 x}$
- 8) Esaminare la continuità e la derivabilità delle seguenti funzioni:
- a) $f(x) = e^{|x^2 - 3x + 2|}$ [continua in $\mathbb{R}$, punti angolosi in $x=1$ e $x=2$]
- b) $f(x) = \sqrt[3]{4x^2 - 3x - 1}$ [la funzione non è definita in $]-1/4; 1[$, non derivabile in $x = -1/4$ e $x = 1$ - flessi a tangente verticale]

c) $y = \sqrt[3]{(x-2)^2}$

- 9) Mostrare che la tangente alla curva di equazione $y = \log^2(2+x) - x$ in $x = -1$ passa per l'origine degli assi cartesiani. [$y = -x$]
- 10) Determinare i punti in cui la tangente alla curva di equazione $y = \log^2(2+x) - x$ ha coefficiente angolare uguale $-1/5$. [$x = \pm 2$]
- 11) Determinare in quale punto la funzione $y = \sqrt{3x^2 + 2x + 1} + 3x$ ha retta tangente parallela alla retta di equazione $y = 3x + 1$. Determinare l'equazione della retta tangente.
- 12) Individuare i punti in cui la funzione $f(x) = e^x + 2e^{-x}$ soddisfa alle ipotesi del teorema di Rolle nell'intervallo $[0, \log 2]$.
- 13) Individuare i punti in cui la funzione $f(x) = \sqrt{1-|x|}$ soddisfa alle ipotesi del teorema di Rolle nell'intervallo $[-1, 1]$.
- 14) Individuare i punti in cui la funzione $f(x) = \begin{cases} 1-x-2x^2 & x \leq 0 \\ e^{-x} & x > 0 \end{cases}$ soddisfa alle ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[-1, 1]$.
- 15) Individuare i punti in cui la funzione $f(x) = |x^2 - 4| + x$ soddisfa alle ipotesi del teorema di Lagrange nell'intervallo $[0, 3]$. Determinare l'ascissa del punto P di ordinata 5 per cui passa l'asintoto obliquo della funzione $y = \sqrt[3]{\frac{x^5 - 1}{8x^2 + 2}}$. [$x = 10$]
- 16) Stabilire se nell'intervallo $[-3; -1]$ si applica il teorema di Rolle alla funzione $\begin{cases} 1 & x = -2 \\ \frac{\sqrt[3]{(x+2)^5}}{|x+1|-1} + 1 & x \neq -2 \end{cases}$.
- 17) Si determinino le tangenti di flesso alla funzione $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x+1}}$.
- 18) Calcolare il valore dei seguenti limiti utilizzando la regola di De l'Hopital
a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x}{x^\alpha} = 0$ con $\alpha \in \mathbb{R}^+$.	d) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 e^{\frac{1}{x^2}} = +\infty$
b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$ con $\alpha \in \mathbb{R}^+$.	e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^{\log x} - x}{\log x} = \log a - 1$
c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1 + e^{x^2})}{\sqrt{1 + x^4}} = 1$	f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \log x = 0$