1) Si consideri la funzione $f(x)=2^{\frac{1}{x-1}}$ e si verifichi che $\lim_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$ e che $\lim_{x\to 1^-} f(x)=0$.

2) Calcolare i seguenti limiti:

a) $\lim_{x\to -\infty} \sqrt[3]{\dfrac{2x+3+x^5}{4x^2+1}}=-\infty$

b) $\lim_{x\to +\infty} \left[\log_2(4x^2+1)-\log_2(x^2-1)\right]=2$

c) $\lim_{x\to -\infty} e^{\frac{|x|}{x^2-1}}=1$

d) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{4x^2-5}}{3x-1}=-\dfrac{2}{3}$

e) $\lim_{x\to +\infty} (\sqrt{9x^2-1}-\sqrt{9x^2+1})=0$

f) $\lim_{x\to -\infty} (\sqrt{x^2+2x+4}+x)=-1$

g) $\lim_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{x-1}=\dfrac{1}{3}$

h) $\lim_{x\to -3} \dfrac{2x^2+5x-3}{x^2+x-6}=\dfrac{7}{5}$

i) $\lim_{x\to 3} (\ln \dfrac{x-3}{\sqrt{x+6}-3})=\ln 6$

j) $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{\log^2 x+1}{\log x-2\log^2 x}=\dfrac{1}{2}$

k) $\lim_{x\to +\infty} \left[\log(1+e^x)-x\right]=0$

l) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{|x^2-x|e^{\frac{1}{x}}}}{x}=1$

m) $\lim_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{|x^2-x|e^{\frac{1}{x}}}}{x}=-1$

n) $\lim_{x\to 2a} \dfrac{x^2-ax-2a^2}{x^2-4ax+4a^2}=\infty$

o) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^3-x^2-x+1}{x^3+x^2-x-1}=0$

p) $\lim_{x\to 1} \ln\left(\dfrac{x-x^3}{x^4-3x^2+2}\right)=0$

q) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}=3$

r) $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-x\right)=\frac{3}{2}$

s) $\lim_{x\to\frac{1}{2}^+}\frac{2x^2+9x-5}{4x^2-4x+1}=+\infty$

t) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-2}{\sqrt{x^2-x-1}}=-3$

3) Calcolare i seguenti limiti notevoli

a) $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{k}{hx}\right)^x=e^{\frac{k}{h}}$

b) $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+h}{x-k}\right)^x=e^{h+k}$

c) $\lim_{x\to+\infty}e^x\, log\left(\frac{e^x-1}{e^x}\right)=-1$

d) $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x}{3+x}\right)^{2x}=e^{-6}$

e) $\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}=e^{-4}$

f) $\lim_{x\to 0}\left(1+senx\right)^{\frac{1}{x}}=e$

g) $\lim_{x\to 0}\frac{3^x-1}{2^x-1}=\frac{log\,3}{log\,2}$

h) $\lim_{x\to 1}\frac{e^{x-1}-1}{x^2-1}=\frac{1}{2}$

i) $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-x}}{2x}=1$

j) $\lim_{x\to 0}\frac{tgx}{7x}=\frac{1}{7}$

k) $\lim_{x\to 0}\frac{sen3x}{sen2x}=\frac{3}{2}$

l) $\lim_{x\to 1}\frac{sen(x-1)}{2x^3-2}=\frac{1}{6}$

m) $\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+x)}{\sqrt{x}}=0$

n) $\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+kx)}{hx}=\frac{k}{h}$

o) $\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+3x)}{e^{2x}-1}=\frac{3}{2}$

p) $\lim_{x\to +\infty}\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{1}{3+\log x}}=e^{-1}$

q) $\lim_{x\to 0^+}\left(1-x^2\right)^{\frac{1}{x}}=1$

r) $\lim_{x\to +\infty}(x+2)^{\frac{1}{\log(x+1)}}=e$

s) $\lim_{x\to 1^+}x^{\frac{1}{x-1}}=e$

4) Stabilire l'ordine di infinitesimo delle seguenti funzioni

a) $f(x)=x^2-1$ per $x\to 1$ [1°]

b) $f(x)=\sin x$ per $x\to 0$ [1°]

c) $f(x)=\frac{1}{x^2+3x-1}$ per $x\to\infty$ [2°]

d) $f(x)=\sqrt[3]{x-2}$ per $x\to 2$ [1/3]

e) $f(x)=x\,tg\,x$ per $x\to 0$ [2°]

f) $f(x)=\frac{1-\cos^2 x}{\sin x\cos x}$ per $x\to 0$ [1°]

g) $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x^2+1}}$ per $x\to -\infty$ [1°]

5) Stabilire l'ordine di infinito delle seguenti funzioni

a) $f(x)=x^3-x^2+1$ per $x\to\infty$ [3°]

b) $f(x)=\frac{3x^2-4}{x}$ per $x\to\infty$ [1°]

c) $f(x)=\frac{5x}{\left(x^2-3x+2\right)^2}$ per $x\to 1$ [2°]

d) $f(x)=\frac{x}{\sqrt[3]{x+1}}$ per $x\to\infty$ [2/3]

e) $f(x)=\frac{1}{x\,tg\,x}$ per $x\to\infty$ [2°]

f) $f(x)=\frac{1-\cos^2 x}{x^3\sin x}$ per $x\to 0$ [2°]