

## Esercizi lezione 1

1) Determinare il dominio delle seguenti funzioni:

a)  $y = \frac{x}{2x^3 - x^2 - 2x + 1}$

b)  $y = \sqrt{x^2 + x - 6}$

c)  $y = \sqrt{\frac{x^2 - 3x}{4 - x^2}}$

d)  $y = \sqrt{\frac{4 + 3x - x^2}{4x^2 - 12x + 9}} + \frac{1}{x^2 - 2x}$

e)  $y = \log_{\frac{2}{3}} \left( -\frac{2x^2 - x + 1}{3x^2 - x - 2} \right) + \ln(2x^2 - 5x - 3)$

f)  $y = \log_2 \left( \frac{16x^4 - 81}{8 - x^3} \right) + \sqrt{x^3 + 27}$

g)  $y = \ln(x + x^2 - |x^2 - 6x|)$

h)  $y = \log_a \left( \frac{\log_{\frac{1}{2}} x + 2}{4 - \log_2^2 x} \right)$

i)  $y = \sqrt{3 - 2^{1-x} - \left(\frac{1}{4}\right)^x}$

j)  $y = \frac{\ln(2^{|x-4|} - 4)}{-x^2 + 8x}$

k)  $y = \left[ \log_{\frac{1}{2}}(2x + 1) \right]^{\frac{\sqrt{2x+20}}{x + \frac{1}{4}}}$

l)  $y = (1-x)^{\sqrt{2x+20}}$

m)  $y = (7x - 3 - 2x^2)^{\ln(x^2 - 2)}$

n)  $y = \arcsin \frac{x^2 - 11}{x^2 - 9}$

o)  $y = \arccos \frac{3x^2 + 7x - 13}{6x - 3}$

p)  $y = \arcsin \frac{\ln x - 1}{\ln x + 1}$

2) Dire quali delle seguenti funzioni sono pari o dispari:

a)  $y = \frac{x^2 + 2}{x^2 + 1}$

b)  $y = \frac{x^4 - 2x + 3}{(x^2 + 1)^2}$

c)  $y = \frac{x^3 - x}{1 - \sin x}$

d)  $y = \frac{e^x}{e^{2x} + 1}$

e)  $y = \log \frac{1+x}{1-x}$

f)  $y = x^2 \log|x| + 2x$

3) Calcolare le funzioni inverse delle seguenti funzioni:

a)  $y = 2x + 3$

e)  $y = \operatorname{tg}(2x - 3)$

h)  $y = e^{\sqrt{x}}$

b)  $y = \sqrt{x - 2}$

f)  $y = \ln(x - 1)$

i)  $y = e^{1/x}$

c)  $y = \arcsin 2x$

g)  $y = \ln \sin x$

d)  $y = \arccos \sqrt{x}$

4) Data la funzione  $y = \begin{cases} \log(x-3) & x \geq 4 \\ x-4 & x < 4 \end{cases}$  si verifichi per via grafica che è invertibile in  $\mathbb{R}$ ; si determini la funzione inversa.

5) Data  $f(x) = \sqrt{\log_2 x + 3}$  si determini il dominio, si verifichi che è iniettiva e si determini la funzione inversa  $y = g(x)$ .

6) Data  $f(x) = 3^{2^{\frac{1}{x+1}}}$  si determini il dominio, si verifichi che è strettamente monotona e si determini la funzione inversa  $y = g(x)$ .

7) Mostrare che la funzione  $f : [0;5] \rightarrow R$  definita da  $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x - 1 & 2 < x \leq 5 \end{cases}$  non è

monotona ma è iniettiva ed esiste pertanto la sua inversa.

8) Data la funzione  $f(x) = \begin{cases} e^{-x} & x \leq 0 \\ e^{-x} - 1 & x > 0 \end{cases}$  si verifichi per via grafica che è invertibile e si

determini la funzione inversa.

9) Date le funzioni  $f : x \rightarrow |2x - 3|$  e  $g : x \rightarrow \sqrt{x + 1}$

a) si trovi il dominio e l'insieme immagine di entrambe

b) si stabilisca se sono definite le funzioni  $f \circ g$  e  $g \circ f$  ed in caso affermativo si determinino le loro espressioni analitiche.

10) Date le funzioni  $f : x \rightarrow 2|x|$  e  $g : x \rightarrow \log_3(x - 1)$

a) si trovi il dominio e l'insieme immagine di entrambe

b) si stabilisca se sono definite le funzioni  $f \circ g$  e  $g \circ f$  o individuare su quale restrizione esse sono definite

11) Date le funzioni  $f(x) = \sqrt{3x - 2}$  e  $g(x) = e^{-x^2} + 2$  si dica se esistono le funzioni  $f \circ g$  e  $g \circ f$  ed in caso affermativo si determinino le loro espressioni analitiche.

## TESTI DI RIFERIMENTO

Tom M. Apostol: CALCOLO voll. 1 e 3, Bollati Boringhieri

Frank Ayres Jr.: CALCOLO differenziale e integrale, McGraw-Hill