

# RAPPRESENTAZIONE GRAFICA E ANALISI DEI DATI SPERIMENTALI CON EXCEL

## 1 – RAPPRESENTAZIONE GRAFICA

Per l'analisi dati con Excel si fa riferimento alla versione 2007 di Office, le versioni successive non differiscono di molto.

Per prima cosa effettuiamo una rappresentazione grafica dei dati di laboratorio e come riferimento prendiamo una serie di misure fittizie,  $x$  e  $y$  con le corrispondenti incertezze  $\Delta x$  e  $\Delta y$  e unità di misura arbitrarie [v] e [u]. Nella tabella di figura 1 sono riportati i valori che nel foglio elettronico andranno inseriti a mano.

### 1.1 – Tabella dei dati e calcolo degli errori

Dopo aver aperto Excel riportare i valori delle grandezze  $x$  ed  $y$  e delle corrispondenti incertezze come indicato nella tabella di figura 1 (nelle colonne A e C i valori, nelle colonne B e D le incertezze).

### 1.2 – Rappresentazione grafica

Per rappresentare graficamente i dati riportati nella tabella procediamo come segue:

	A	B	C	D
1	y	$\Delta y$	x	$\Delta x$
2	[u]	[u]	[v]	[v]
3	9,9	0,5	0,4	0,1
4	19,9	1,0	0,7	0,1
5	30,0	1,5	1,2	0,1
6	39,9	2,0	1,5	0,1
7	49,9	2,5	2,0	0,1
8	60,1	3,0	2,4	0,1
9	70,1	3,5	2,8	0,1
10	80,1	4,0	3,1	0,1
11	90,2	4,5	3,6	0,1
12	100,2	5,0	4,0	0,2
13	110,2	5,5	4,4	0,2
14	120,2	6,0	4,8	0,2
15	130,3	6,5	5,2	0,2
16	140,2	7,0	5,6	0,2
17	150,2	7,5	6,0	0,2
18	160,2	8,0	6,4	0,2
19	170,2	8,5	6,9	0,2
20	180,2	9,0	7,3	0,2
21	190,1	9,5	7,7	0,2
22	200,1	10,0	8,1	0,2

Figura 1 – Tabella delle misure.

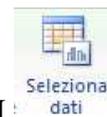
- o Nella riga dei comandi di Excel

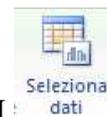


clickare su INSERISCI e quindi sull'icona GRAFICO A DISPERSIONE.

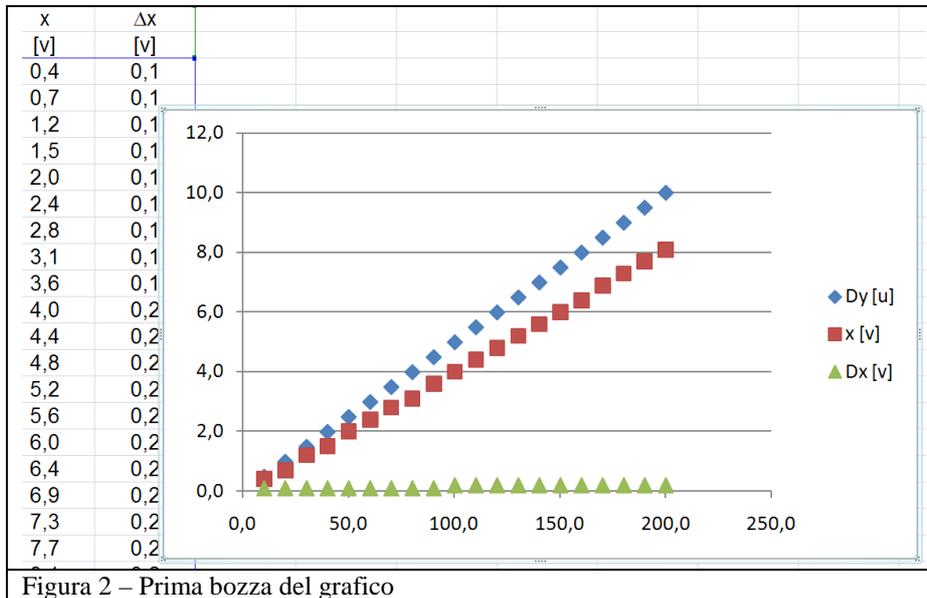


- o Nel menu a tendina che si apre clickare su , appare una finestra che contiene un grafico costituito da tutti i valori della tabella (vedi figura 2) che va aggiustato. Se non appare il grafico è perché il cursore di Excel è rimasto puntato su una casella che non contiene valori che dobbiamo riportare in grafico; più sotto verrà spiegato come procedere.



- o Nella seconda riga dei comandi clickare su SELEZIONA DATI , appare la finestra di figura 3,
- o clicca su RIMUOVI fino a quando la finestra Voci legenda (serie) e Etichette asse orizzontale (categoria) non sono vuote (vedi figura 4) eventualmente, prima di rimuovere, selezionare con un click del mouse la serie da eliminare. Ci siamo quindi ricondotti alla situazione di grafico vuoto analoga a quella che si avrebbe se il cursore di Excel venisse lasciato su una casella vuota.
- o Cliccare su AGGIUNGI, appare una nuova finestra (vedi figura 5).

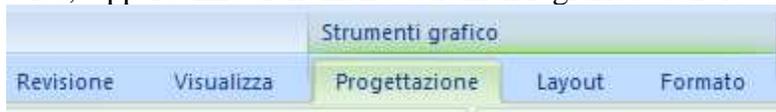
- Cliccare su  di Valori X serie e comparare



- Selezionare sul foglio di lavoro i valori da inserire sull'asse delle ascisse, nel nostro caso i valori contenuti nelle caselle C3:C22; per confermare l'inserimento cliccare su .

- Cliccare su  di Valori Y serie e comparare di nuovo  e ripetere la stessa operazione fatta sopra per i dati da inserire sull'asse delle ordinate (i valori contenuti nelle caselle A3:A22), comparare il grafico grezzo di figura 6.
- Cliccare Ok per uscire dalle varie finestre aperte (ci dovrebbero essere due finestre da chiudere).

La riga dei comandi è ora diversa, appare infatti il menu Strumenti grafico con i sottomenu



Progettazione, Layout, Formato.

Per sistemare meglio il grafico è necessario effettuare le seguenti operazioni:

- Cliccare sulla prima icona del menu , appare la finestra di figura 7 e quindi cliccare su



grafico a dispersione (XY) e quindi su , il grafico diventa come in figura 8.

- Cliccare su  Serie1 e quando diventa  e cancellare con il tasto [Canc].

- Per aggiungere i titoli degli assi cliccare su Layout e quindi su ; selezionare e aggiunge i titoli all'asse x e all'asse y. Al termine dell'operazione si ottiene un grafico come quello di figura 9.

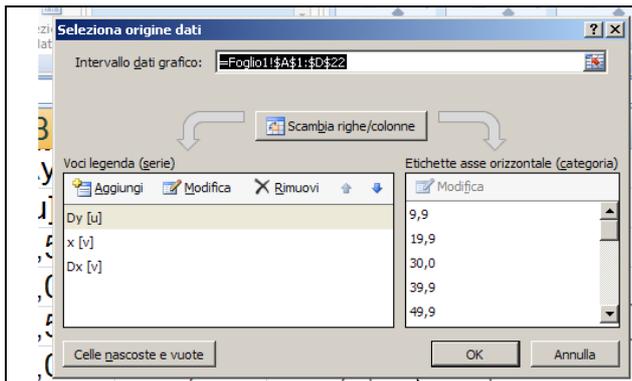


Figura 3 – Finestra Excel per la selezione dei dati

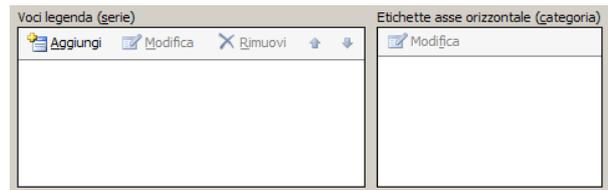


Figura 4 – Finestra Excel per la selezione dei dati



Figura 5 – Finestra Excel per la selezione dei dati

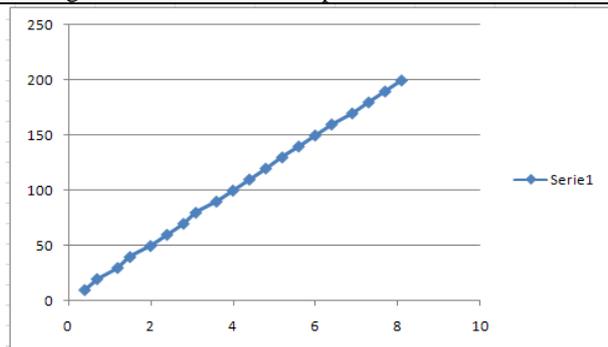


Figura 6 – Finestra Excel grafico grezzo

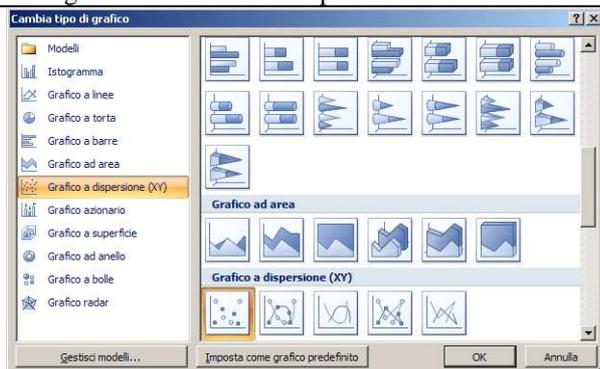


Figura 7 – Finestra Excel per la selezione del tipo di grafico

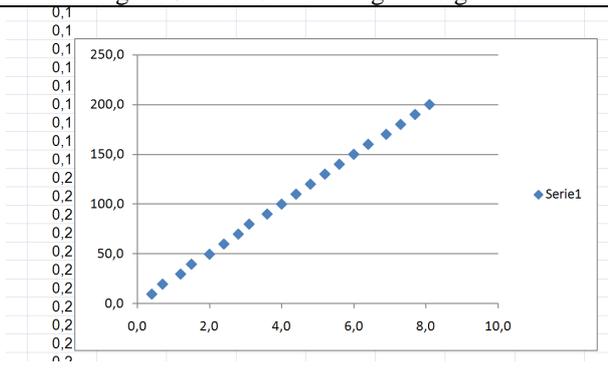


Figura 8 – Finestra Excel grafico grezzo

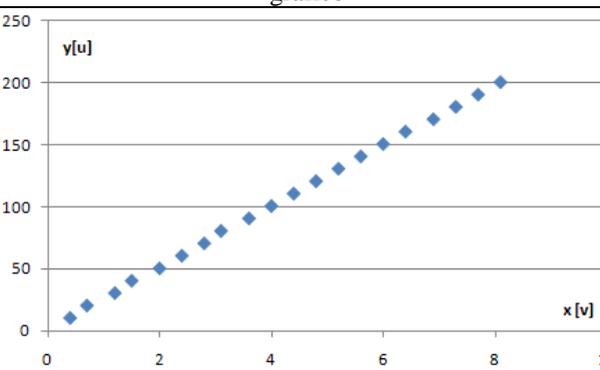


Figura 9 – Titoli sugli assi



Figura 10 – Sposta grafico

- Cliccando con il tasto destro del mouse in prossimità del bordo grafico, ma all'interno, appare un menu a tendina in cui è possibile selezionare [sposta grafico], cliccando con il tasto sinistro appare il menu di figura 10, mettere la spunta su Nuovo foglio, inserire un nome e cliccare OK.

### 1.3 – Inserimento delle barre d’errore

Procediamo ora all’inserimento nel grafico delle barre d’errore, sia per i valori della  $x$ , sia per quelli della  $y$ .

- Cliccare su Layout del menu  Strumenti grafico

- Cliccare su  e scegliere “Altre opzioni barre di errore” appare il menu di figura 11.

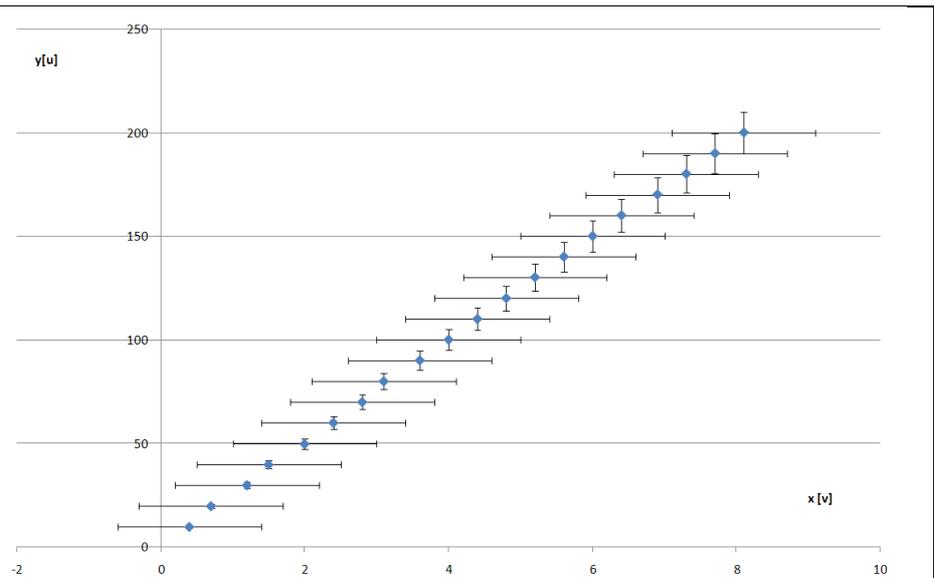
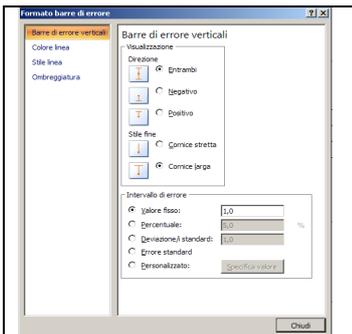


Figura 11 – Menu per le barre d’errore verticali

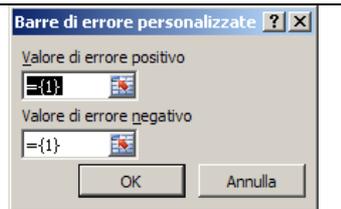


Figura 12 – Inserimento barre di errore

Figura 13 – Grafico con gli errori

- mettere la spunta su Personalizzato, appare il menu di figura 12, scegliere sia per il valore di errore positivo, che per quello negativo il contenuto della zona B3:B22, si ottiene il grafico di figura 13 in cui sono state inserite in modo automatico le barre di errore sui valori di  $x$ , che però non sempre corrispondono a quelle volute.

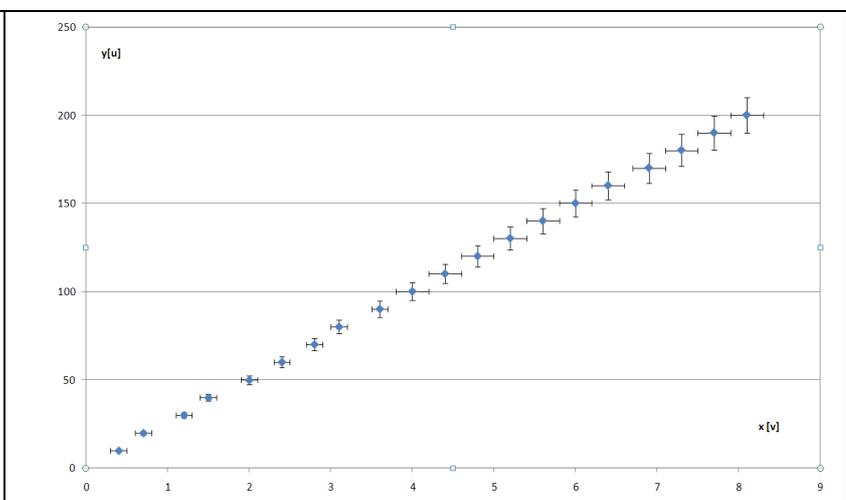
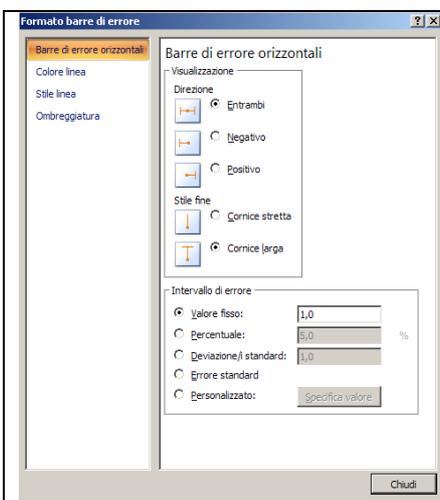


Figura 14 – Barre d’errore X

Figura 15 – Grafico con le barre d’errore

- per sistemare le cose, dal grafico, posizionarsi su una delle barre d'errore delle  $x$  e cliccare con il tasto destro, nel menu che appare selezionare Formato barre d'errore, appare la finestra di figura 14
- procedere come nella selezione degli errori su  $y$  prendendo i valori per gli errori nella zona D3:D22. Appare il grafico di figura 15.

## 2 – IMPORTAZIONE IN EXCEL DI DATI DA UN FILE DI TESTO ESTERNO

Spesso capita che l'acquisizione dei dati sia stata fatta con un sistema automatico che genera un file di testo. In questo paragrafo vedremo come si fa ad importare tali dati in Excel.

L'esempio si riferisce all'andamento nel tempo della differenza di potenziale ai capi di un condensatore durante la sua carica. I dati sono stati acquisiti con la scheda

STO ASPETTANDO 30 s PER FAR SCARICARE IL CONDENSATORE HO INIZIATO LA CARICA E LA MISURA 0.00;0.00 0.30;0.24 0.60;0.47 0.90;0.69 1.20;0.90 1.50;1.10 1.80;1.29 2.10;1.46 2.40;1.63 2.70;1.79 3.00;1.95 3.30;2.09 3.60;2.22 3.90;2.36 4.20;2.48 4.50;2.60 4.80;2.72
---

Figura 16 – Parte iniziale del file utilizzato per descrivere la procedura di Excel di importazione di un file di testo esterno.

Arduino e salvati in un file di testo. Compaiono a coppie, separati da un punto e virgola [;]<sup>[1]</sup>. Il primo valore è il tempo in secondi, il secondo la differenza di potenziale in volt. La prima parte del file è riportato in figura 16.

Si vuol determinare la costante di tempo del sistema.

- Per prima cosa conviene aprire il file con il Blocco note e cancellare eventuali scritte che dovessero comparire in testa ai valori numerici (si possono lasciare eventualmente le scritte se indicano la grandezza, ma a volte possono creare problemi quindi è consigliabile togliere anche quelle a aggiungerle in seguito dopo che i dati sono stati importati in Excel). Nel nostro esempio si possono togliere le due righe STO ASPETTANDO 30 s PER FAR SCARICARE IL CONDENSATORE e HO INIZIATO LA CARICA E LA MISURA.
- Se la nostra versione di Excel utilizza come separatore decimale la virgola, per evitare problemi in fase di caricamento, sostituire il punto decimale con la virgola. Basta cliccare su Modifica, Sostituisci (ovvero [Ctrl]+H) mettere in Trova il punto [.] e in Sostituisci con la virgola [,], quindi cliccare su Sostituisci tutto.
- Salvare il file così ottenuto con un altro nome in modo da conservare i dati originali. Nell'esempio che è stato utilizzato per questa scheda il file è stato chiamato prova1.
- Uscire dal Blocco note.
- Aprire un foglio Excel.
- Posizionare il cursore nella casella A2 (o una inferiore per lasciare spazio per inserire il nome e l'unità di misura delle grandezze)
- Nella riga del menu cliccare su Dati, quindi su Importa dati esterni e infine su Modifica testo importato; appare la maschera di figura 17. Cercare il file con la procedura usuale e importarlo (cliccare su Importa)

[<sup>1</sup>] Il simbolo che separa i dati non è sempre il punto e virgola: può essere lo spazio, la virgola o altri segni.

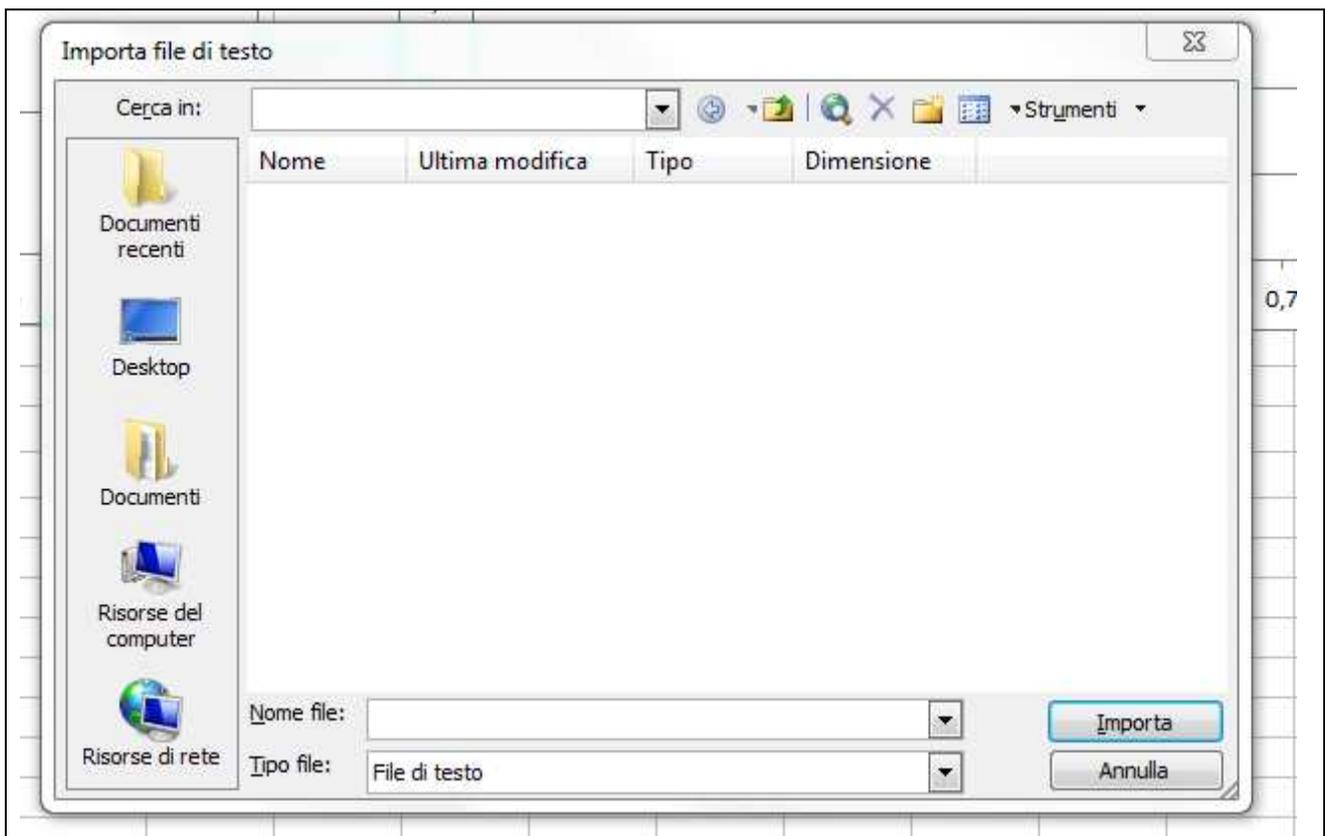


Figura 17 – Maschera per l’importazione in Excel di un file dati esterno

- Appare la maschera di figura 18. Accertarsi che sia selezionato “Delimitati” e cliccare su Avanti>.

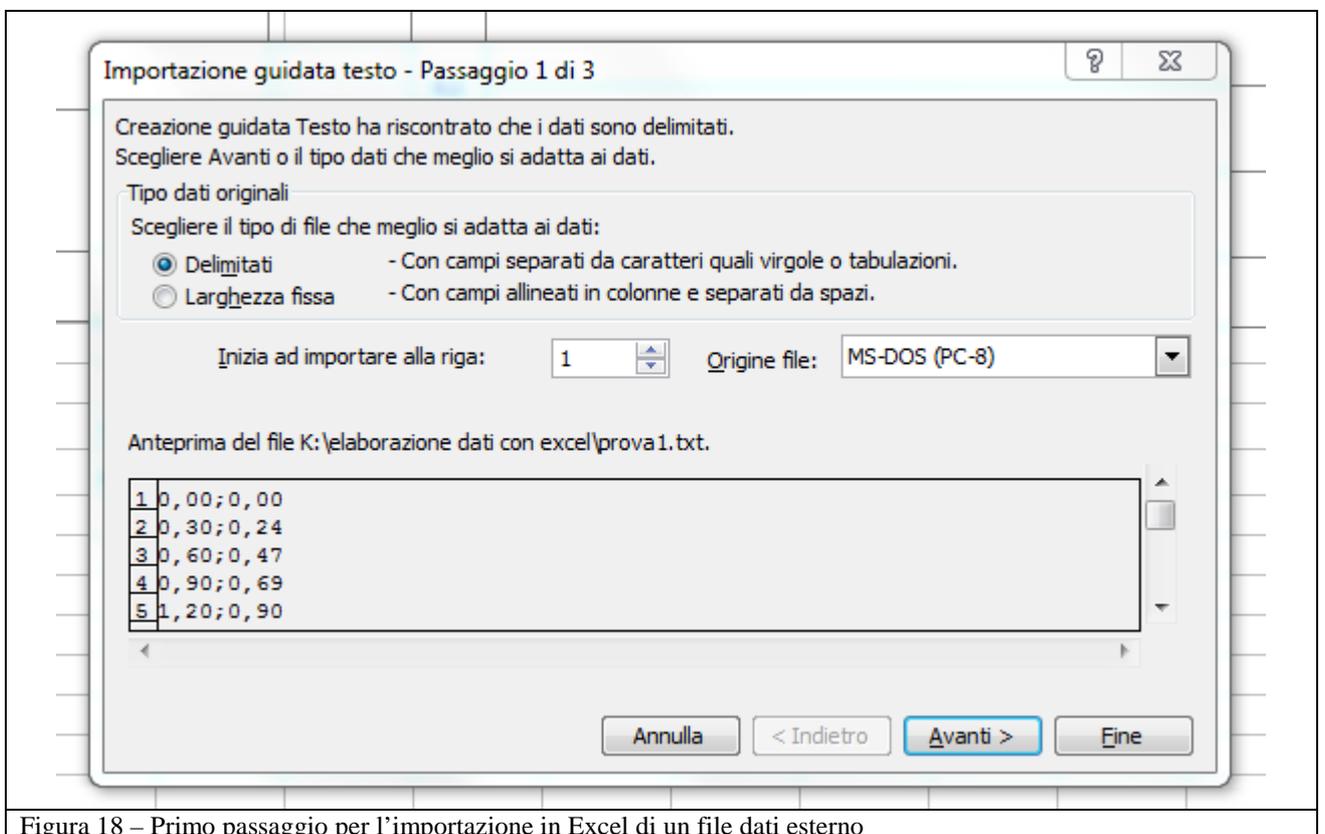


Figura 18 – Primo passaggio per l’importazione in Excel di un file dati esterno

- Appare la maschera di figura 19. Accertarsi che ci sia la spunta sul separatore corretto, nel nostro caso il punto e virgola e cliccare su Avanti>.

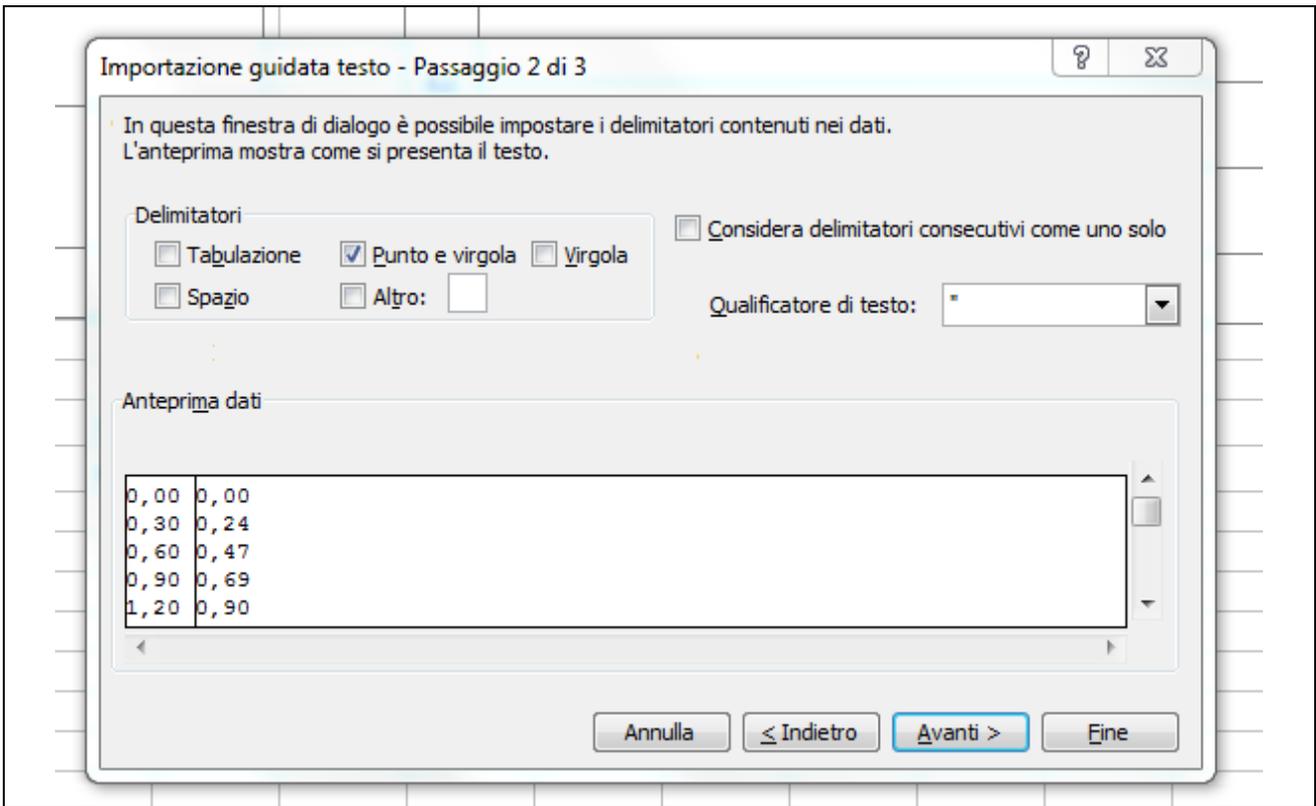


Figura 19 – Secondo passaggio per l'importazione in Excel di un file dati esterno

- Appare la maschera di figura 20. Non è necessario fare nulla e quindi cliccare su Fine.

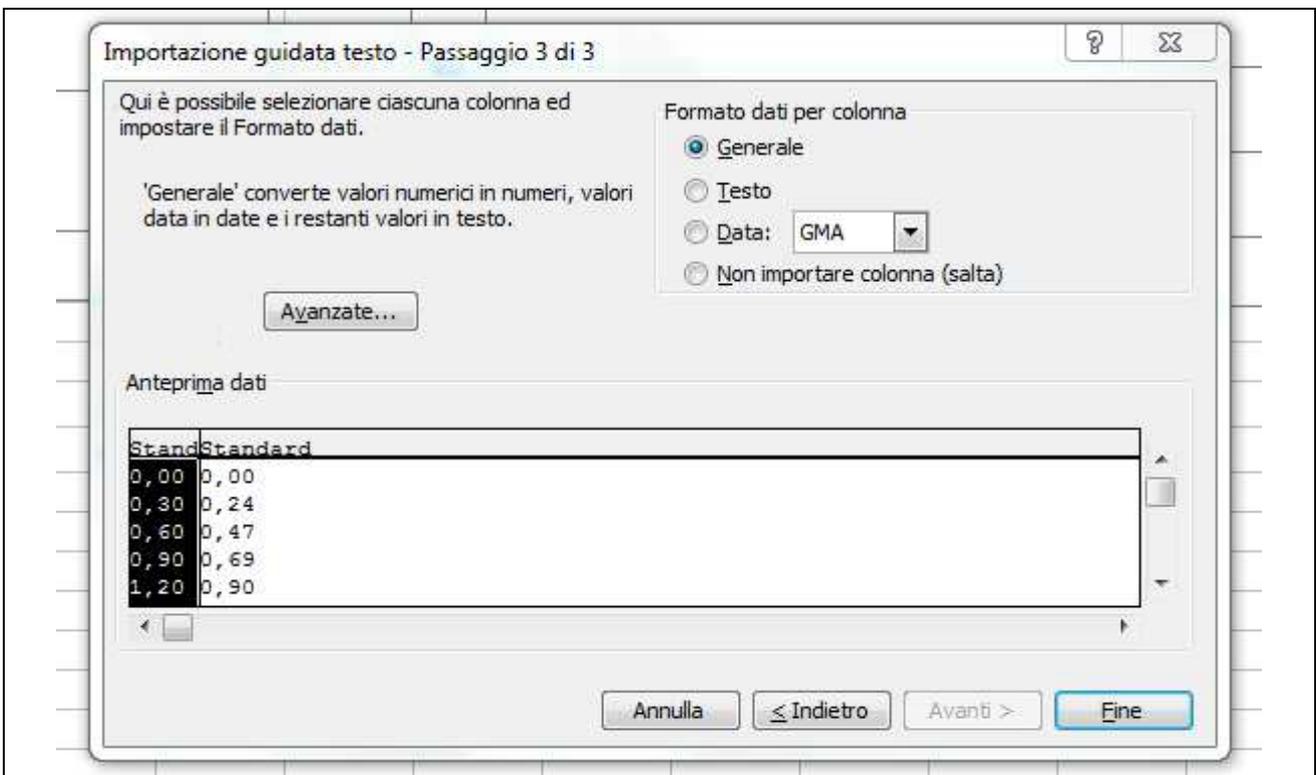


Figura 20 – Terzo passaggio per l'importazione in Excel di un file dati esterno

Nel caso preso in esame nelle colonne A e B appaiono i dati importati.

Se è necessario inserire l'errore, inserire delle colonne e scrivere l'errore a mano. In alcuni casi l'errore potrebbe essere già stato stimato ed essere presente nel file di testo, per cui verrebbero importate anche le colonne degli errori.

### 3 – LA REGRESSIONE LINEARE CON EXCEL

Una volta rappresentati i dati sperimentali si deve cercare la legge che li lega. La legge più semplice è la dipendenza lineare: se indichiamo con  $x$  e  $y$  le serie di valori acquisiti, la relazione lineare è del tipo  $y = kx + q$  con  $k$  e  $q$  costanti da determinare ( $k$  è il coefficiente angolare della retta che come sappiamo è legato alla pendenza – spesso per indicarlo si usa anche questo termine – e  $q$  il termine noto, spesso chiamato anche intercetta in quanto è l'ordinata del punto in cui la retta intercetta l'asse delle ordinate). In altre parole si tratta di determinare la retta che meglio approssima i valori sperimentali. Tale retta viene anche chiamata retta di regressione.

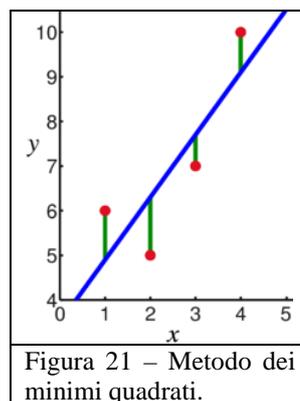


Figura 21 – Metodo dei minimi quadrati.

#### 3.1 – Calcolo dei coefficienti della retta di regressione

La retta di regressione si trova utilizzando il metodo dei minimi quadrati che consiste nel determinare la retta di equazione  $y = kx + q$  per la quale la quantità

$$S = \sum_{i=1}^N (Y_i - y_i)^2 = \sum_{i=1}^N (kx_i + q - y_i)^2$$

risulta minima; le coppie  $(x_i; y_i)$  sono i dati sperimentali e  $Y_i = kx_i + q$  il valore che la retta assume in corrispondenza di  $x_i$ . In figura 21 il grafico spiega la formula scritta sopra: ognuno dei termini della somma altro non è che il quadrato dello scarto tra il valore sperimentale della variabile  $y_i$  in corrispondenza del valore  $x_i$  (sempre sperimentale) e il valore  $Y_i$  calcolato sulla retta che si sta cercando, sempre in corrispondenza di  $x_i$ .

Dopo aver realizzato il grafico dei dati sperimentali, si può vedere “a occhio” se i valori si allineano lungo una retta, in tal caso si cerca la retta di regressione. L'intercetta  $q$ , ovviamente, può essere zero se la proporzionalità è diretta.

Excel permette di determinare i valori di  $k$  e  $q$  in modo automatico con le loro incertezze (errore standard) e altri parametri della regressione, alcuni dei quali non sono necessari per i fini del nostro lavoro. La sintassi della funzione è:

$$=REGR.LIN(y\_nota;x\_nota;cost;stat)$$

dove

**Y\_nota** è l'insieme dei valori  $y$  già noti della relazione  $y = kx + q$ .

**X\_nota** è l'insieme dei valori  $x$  già noti della relazione  $y = kx + q$ .

**Cost** è un valore logico che specifica se la costante  $q$  deve essere uguale a 0

- Se **cost** è VERO o è omissso,  $q$  verrà calcolata secondo la normale procedura.
- Se **cost** è FALSO,  $q$  verrà impostata a 0 e i valori  $k$  verranno calcolati in modo che sia  $y = kx$ .

**Stat** è un valore logico che specifica se restituire statistiche aggiuntive di regressione.

- Se **stat** è VERO, REGR.LIN restituirà le statistiche aggiuntive di regressione.

- Se stat è FALSO o è omesso, REGR.LIN restituirà solo i coefficienti  $k$  e la costante  $q$ .

Il risultato della funzione REGR.LIN viene visualizzato in una zona di 5 righe e due colonne contenenti rispettivamente:

$k$	$q$
$\sigma_k$	$\sigma_q$
$r^2$	$\sigma_y$
$F$	gdl
sqreg	sqres

dove

$k, q$	Sono il coefficiente angolare e il termine noto della retta
$\sigma_k$	Il valore dell'errore standard su $k$
$\sigma_q$	Il valore di errore standard per la costante $q$ ( $\sigma_q = \#N/D$ quando cost è FALSO).
$r^2$	Il coefficiente di determinazione. Confronta i valori $y$ previsti con quelli effettivi e può avere un valore compreso tra 0 e 1. Se è uguale a 1, significa che esiste una correlazione perfetta nel campione, vale a dire, non sussiste alcuna differenza tra il valore previsto e il valore effettivo di $y$ . Se invece il coefficiente di determinazione è uguale a 0, l'equazione di regressione non sarà di alcun aiuto nella stima di un valore $y$ .
$\sigma_y$	L'errore standard per la stima di $y$ .
$F$	La statistica F o il valore osservato di F. Utilizzare la statistica F per determinare se la relazione osservata tra le variabili dipendenti e indipendenti è casuale.
gdl	I gradi di libertà. Utilizzare i gradi di libertà per trovare i valori critici di F in una tabella statistica. Confrontare i valori trovati nella tabella con la statistica F restituita dalla funzione REGR.LIN, per stabilire un livello di confidenza per il modello. Per informazioni sul calcolo dei gradi di libertà, vedere la sezione Osservazioni di questo argomento. Nell'esempio 4 viene illustrato l'utilizzo di F e dei gradi di libertà.
sqreg	La somma della regressione dei quadrati.
sqres	La somma residua dei quadrati. Per informazioni sul calcolo di sqreg e sqres, vedere la sezione Osservazioni di questo argomento.

Facendo riferimento ai dati utilizzati nel paragrafo 1, cerchiamo la retta  $y = kx + q$ . Operiamo come segue:

- Ci spostiamo in una casella libera del foglio, per esempio nella casella K1, e, con riferimento ai dati della tabella di figura 1,
- scriviamo: **=REGR.LIN(A3:A22;C3:C22;VERO;VERO)**
- posizioniamo il cursore sulla casella K1 e facciamo un clic con il tasto sinistro del mouse
- tenendo premuto il tasto sinistro del mouse evidenziamo una zona di 2 colonne e 5 righe,
- rilasciamo il mouse
- premiamo il tasto funzione F2 e quindi, insieme, i tasti [Ctrl][↑][Invio] ([↑] è il tasto delle maiuscole)
- Nelle caselle K1:L5 compare la statistica relativa ai valori selezionati. Nel caso in esame si ottengono i valori della tabella di figura 22.

	K	L
1	24,5728	1,78149
2	0,10187	0,49073
3	0,99969	1,07055
4	58180,3	18
5	66679,7	20,6296

Figura 22 – Dati della regressione lineare

La casella K1 contiene il valore di  $k$ , la casella K2 il suo errore, la casella L1 il valore di  $q$ , la casella L2 il suo errore. Il valore della casella K3 ci dice quanto è buona la correlazione (se il valore è prossimo a 1 la correlazione è buona, se è vicino a 0 non c'è correlazione; in questo caso è molto buona).

### 3.2 – Rappresentazione sul grafico Excel della retta di regressione

Per visualizzare sul grafico la retta di regressione operiamo come segue:

- posizioniamo il cursore sul grafico, su uno qualunque dei dati
- clicchiamo con il tasto destro del mouse
- selezioniamo Aggiungi linea di tendenza, appare la finestra di figura 23
- nel caso in questione la tendenza è ovviamente lineare, quindi mettiamo la spunta su Lineare
- mettiamo anche la spunta su Visualizza l'equazione sul grafico
- mettiamo Futura = 0,5 e Verifica<sup>[2]</sup> = 0,4
- si ottiene il grafico finale di figura 24.

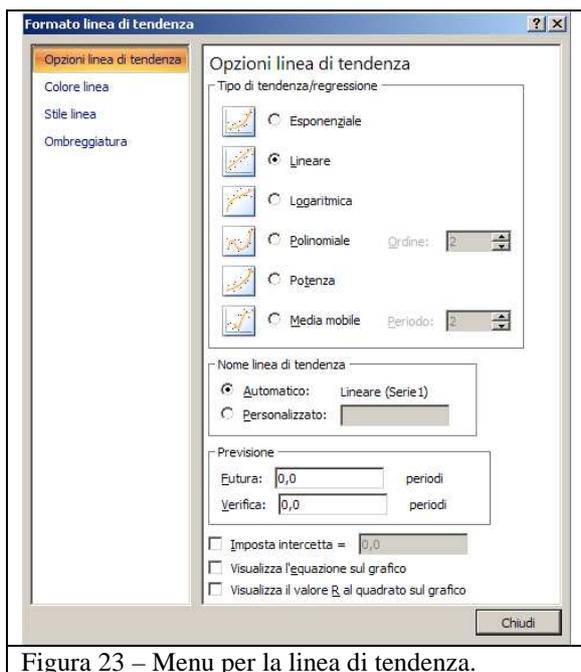


Figura 23 – Menu per la linea di tendenza.

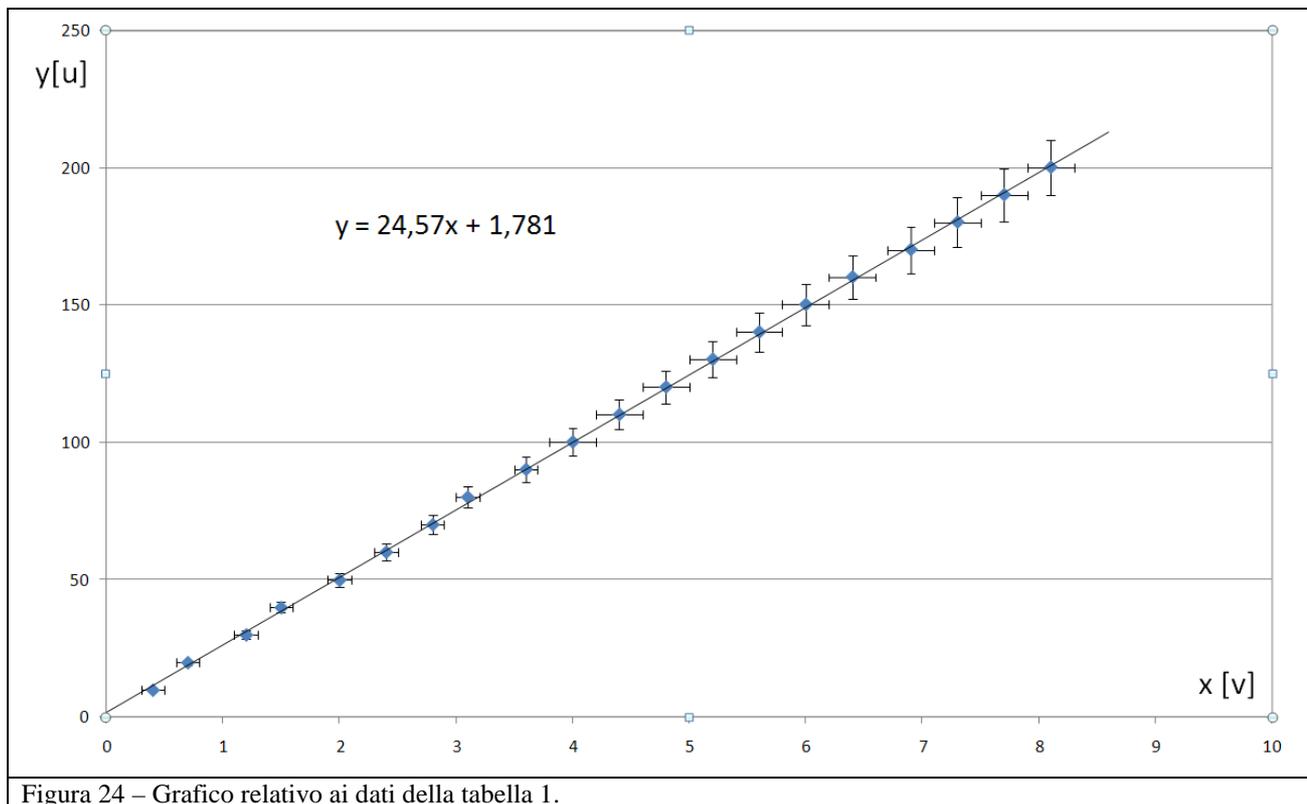


Figura 24 – Grafico relativo ai dati della tabella 1.

<sup>[2]</sup> Verifica va posta uguale al più piccolo valore di x in modo tale che la retta parta da un punto dell'asse y.

#### 4 – LINEARIZZAZIONE DI UNA SERIE DI DATI

---

Non sempre la legge che descrive il fenomeno che stiamo studiando è lineare, molto più spesso è qualcosa del tipo  $F(x, y) = 0$ , ossia una relazione che lega le grandezze misurate  $x$  e  $y$ . A volte però è possibile esplicitare la relazione della forma  $y = f(x)$  o comunque, utilizzando opportuni cambiamenti di variabile ricondursi alla forma lineare.

Diamo alcuni esempi: il moto di caduta, da fermo di un grave, in assenza di atmosfera è dato da  $h = at^2$  che determina una dipendenza quadratica di  $h$  da  $t$ ; posto  $y = h$  e  $x = t^2$ , l'equazione diventa  $y = ax$  che è lineare e il parametro  $a$  può essere determinato come descritto nel paragrafo 3.

Allo stesso modo una proporzionalità inversa, espressa dalla relazione  $xy = k$ , può essere esplicitata nella forma  $y = \frac{k}{x}$  e posto  $z = \frac{1}{x}$  si arriva alla forma lineare  $y = kz$ .

Consideriamo un altro esempio.

Nella carica di un condensatore, il modello matematico che applichiamo ci dice che la differenza di potenziale  $V(t)$  agli estremi del condensatore è data dalla relazione:

$$[1] \quad V(t) = V_0 \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

dove  $V_0$  è la differenza di potenziale massima, ovvero la differenza di potenziale del generatore che consideriamo nota,  $t$  è il tempo;  $\tau$  è la cosiddetta costante di tempo e vale  $\tau = RC$ , dove  $R$  è la resistenza del circuito e  $C$  la capacità del condensatore.

L'espressione [1] può essere scritta anche nella forma:

$$[2] \quad \frac{V_0 - V(t)}{V_0} = e^{-t/\tau}$$

passando al logaritmo naturale

$$[3] \quad \ln \frac{V_0 - V(t)}{V_0} = -\frac{t}{\tau}$$

Posto  $y = \ln \frac{V_0 - V(t)}{V_0}$  e  $m = -\frac{1}{\tau}$ , la [1] diventa

$$[4] \quad y = mt$$

Che sul piano  $yOt$  rappresenta una retta passante per l'origine e utilizzando quanto detto nel paragrafo 3 possiamo ricavare il valore di  $m$  e quindi quello di  $\tau$ .

Un altro problema di linearizzazione si pone nel caso del pendolo. La legge  $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$  può essere

scritta nella forma  $\ell = \frac{g}{4\pi^2}T^2$  nella quale, se si pone  $y = \ell$ ,  $x = T^2$  e  $k = \frac{g}{4\pi^2}$ , si ottiene l'equazione  $y = kx$ , che è una retta. Utilizzando il metodo descritto nel paragrafo 3.1 è possibile ricavare  $k$  e la sua incertezza, da cui, poi, il valore di  $g$  e della sua incertezza  $g \pm \Delta g = 4\pi^2 (m \pm \Delta m)$ .