

## Moto oscillatorio smorzato.

### Obbiettivo

L'obbiettivo dell'esperimento è quello di determinare sperimentalmente il moto di un carrello collegato tramite due molle ad altrettanti estremi fissi e verificare, dall'analisi dei dati sperimentali, la validità del modello teorico delle oscillazioni armoniche smorzate. Verrà misurato il periodo e confrontato con il valore teorico e determinato lo smorzamento.

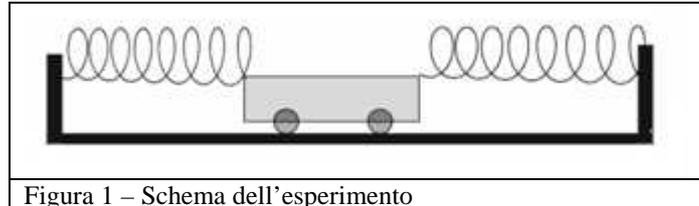


Figura 1 – Schema dell'esperimento

### Montaggio dell'esperimento

Si hanno a disposizione:

- 3 coppie di molle uguali (vedi figura 2 per le costanti elastiche).
- un carrello (vedi figura 3)
- tre cartoncini plastificati di aree diverse (il più piccolo è già montato sul carrello)
- due masse da 200 g
- una massa da 100 g
- due supporti da fissare al bancone
- una scheda Arduino 1 R3 (vedi figura 5)
- un sensore SR04 (vedi figura 5)
- basetta millefori
- basetta in legno
- computer
- cavetto USB per collegare Arduino al computer
- cavetti di collegamento
- bilancia

Pesare il carrello (il valore indicato sull'etichetta si riferisce al carrello senza gancio né cartoncino plastificato).

Agganciare le molle alle estremità del carrello (senza pesi) e ai due supporti (per evitare stress alle molle, quando non si fanno misure è opportuno che queste non siano in tensione, quindi sganciarne almeno una dal carrello).

Fissare il sensore SR04 alla breadboard (in figura 4 la parte bianca): si consiglia di usare i fori a13, a14, a15, a16.

Mediante un po' di *patafix* fissare questa alla "noce" (la parte celeste) che a sua volta è fissata ad uno dei supporti (vedi figura 4).

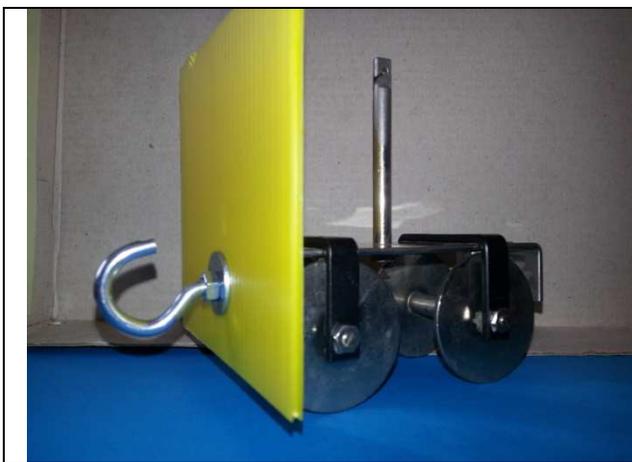
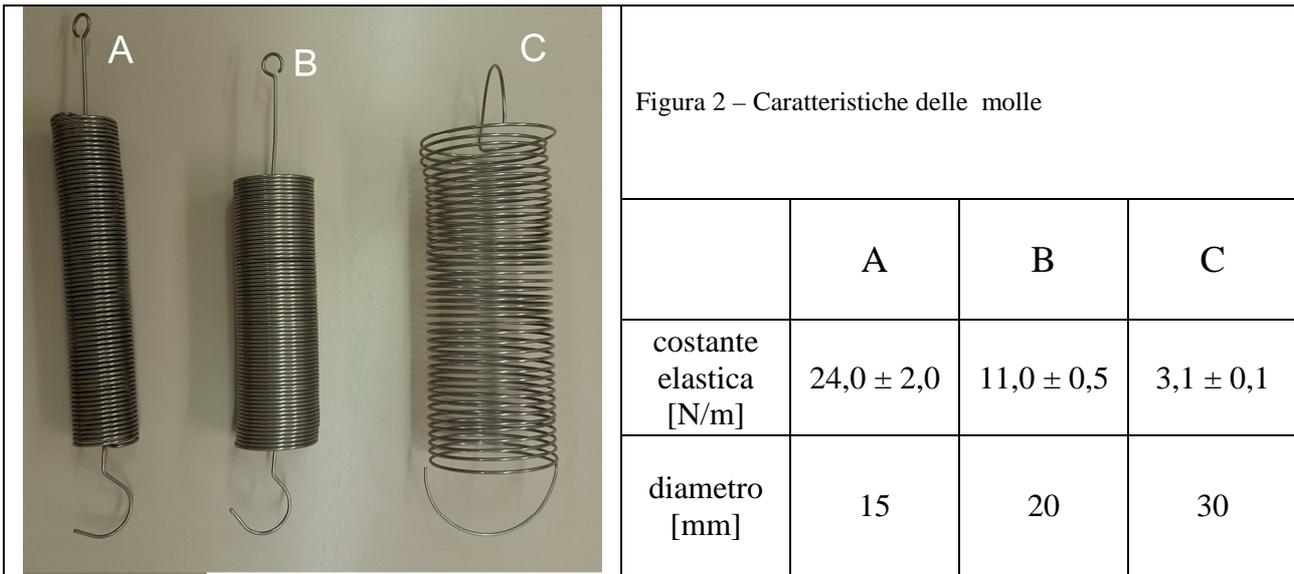


Figura 3 – Il carrello con il cartoncino piccolo



Figura 4 – Il supporto con il sensore SR04

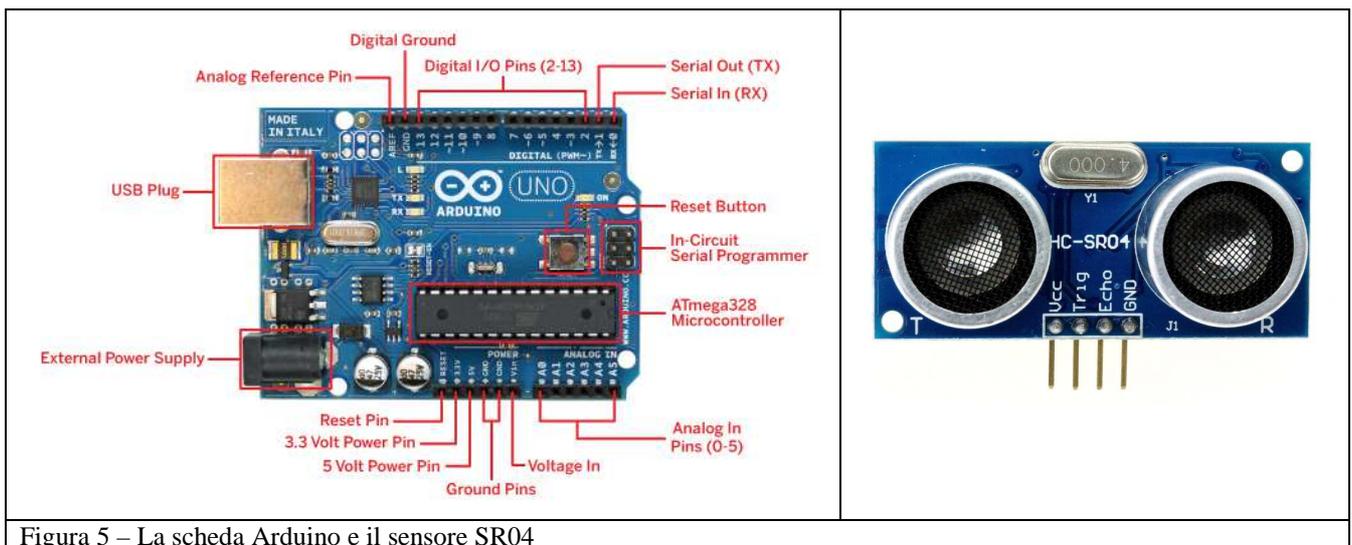


Figura 5 – La scheda Arduino e il sensore SR04

Il sensore è sostanzialmente costituito da due parti una emette un ultrasuono a 40 kHz e l'altra riceve questa frequenza se e quando ritorna indietro riflessa da un ostacolo. L'interfacciamento del sensore ad ultrasuon SR04 con Arduino è abbastanza semplice (vedi anche figura 6); il sensore ha quattro pin (da sinistra a destra):

- 1) Vcc, va collegato dal foro b13 della breadboard all'uscita a 5V di Arduino
- 2) Trig va collegato dal foro b14 della breadboard ad una porta digitale di Arduino (quella definita nello sketch)
- 3) Echo va collegato dal foro b15 della breadboard ad una porta digitale di Arduino (quella definita nello sketch)
- 4) GND va collegato dal foro b16 della breadboard ad una porta GND di Arduino

**Nota 1:** fare attenzione a non invertire i pin Vcc e GND altrimenti il sensore si brucia.

**Nota 2:** per quanto riguarda le porte digitali non è necessario usare la 2 e la 13 come indicato in figura 6 ma se ne possono utilizzare due qualunque.

**Nota 3:** anche per i fori della breadboard da utilizzare, non è necessario che siano quelli indicati, basta non utilizzare quelli della colonna + o - e comunque i fili e i pin del sensore devono essere disposti nella corretta corrispondenza.

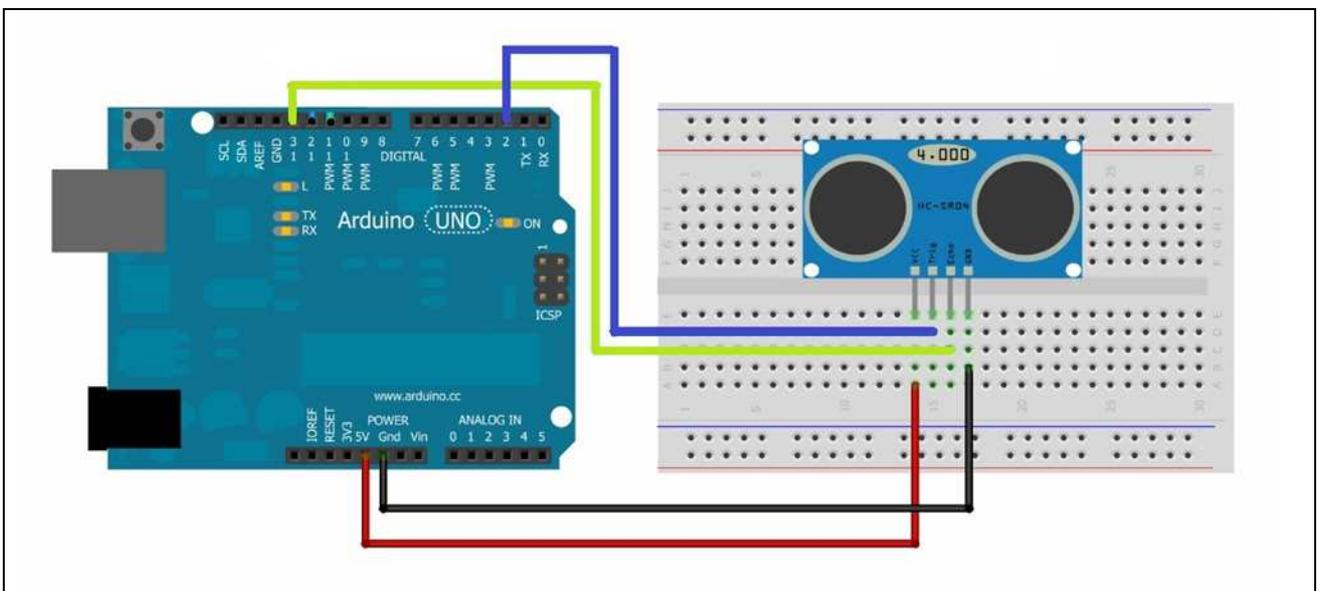


Figura 6 – Schema del collegamento del sensore SR04 alla scheda Arduino (ATTENZIONE, il colore dei fili non corrisponde)

## Funzionamento del sensore SR04

Un segnale di trigger di durata  $10\ \mu\text{s}$  (onda quadra) dato dalla porta digitale di TRIGGER (quella collegata al piedino Trig), fa da start per un treno di impulsi a 40 kHz (ultrasuoni). Nell'istante in cui inizia il treno di impulsi, viene generato un segnale digitale sulla porta di ECHO (quella collegata al piedino Echo) che rimane costante sino al ritorno dell'eco del primo impulso sull'ostacolo, di cui occorre misurare la posizione (in altre parole quando il treno di ultrasuoni è stato generato la porta digitale di ECHO viene automaticamente messa dal sensore nello stato HIGH e resta in tale stato fino a quando non si riceve l'eco del segnale a ultrasuoni che dopo aver rimbalzato sull'ostacolo torna indietro, a quel punto la porta di ECHO torna allo stato LOW in cui si trovava inizialmente). L'intervallo di tempo che la porta di ECHO è stata nello stato HIGH sarà determinato utilizzando la funzione  $\text{pulseIn}(\text{echoPort}, \text{HIGH})$ . Si fa notare che il valore restituito dalla funzione è in  $\mu\text{s}$  e quindi va convertito in s, si ricorda inoltre che tale valore indica il tempo che il suono ha impiegato per arrivare all'ostacolo e ritornare. Il prodotto tra la metà di questo valore e la velocità del suono in aria (poniamo  $340\ \text{m/s}$ , ma in generale varia secondo la relazione  $v_{\text{suono}} = (331,45 + 0,62 \cdot t)\ \text{m/s}$ , dove  $t$  è la temperatura dell'aria e va misurata in  $^{\circ}\text{C}$ ) ci permette di determinare la distanza dall'ostacolo.

## Sketch per Arduino

Sotto è riportato lo sketch da inserire sulla scheda Arduino per acquisire la posizione del carrello attraverso il sensore a ultrasuoni (alcuni commenti possono essere omessi). Il programma stampa i risultati sul monitor seriale e successivamente vanno salvati in un file txt.

### **/\* DEFINIAMO LE PORTE UTILIZZATE NELLA MISURA \*/**

```
//DEFINIAMO LE PORTE DIGITALI USATE COME TRIGGER E COME ECHO DAL SENSORE
#define triggerPort 2
#define echoPort 13
```

### **/\* DICHIARIAMO LE VARIABILI SCALARI UTILIZZATE \*/**

```
int i; // indice del numero di misura
int b=1; // variabile usata nel ciclo while che mette Arduino in standby
int Nmis=100; // numero di misure che si vogliono effettuare, in questo caso 100
int deltatime = 100; // intervallo di tempo in ms tra due misure successive, in questo caso 100 ms
```

### **/\* IMPOSTIAMO NEL MODO CORRETTO LE PORTE UTILIZZATE \*/**

```
/* DEFINIAMO ALL'INTERNO DEL CICLO VOID SETUP QUALI PORTE DIGITALI SONO DI INPUT E
QUALI DI OUTPUT E SI INIZIALIZZA LA PORTA SERIALE PER LA STAMPA DEI DATI */
void setup()
{
  pinMode( triggerPort, OUTPUT );//la porta di trigger del sensore è un output (invia il segnale)
  pinMode( echoPort, INPUT );//la porta di trigger del sensore è un input (riceve il segnale)
  digitalWrite( triggerPort, LOW ); //Si scrive LOW sulla porta di trigger
  Serial.begin( 9600 );//Impostiamo la velocità di trasmissione dati a 9600 baud
}
```

### **/\* DICHIARIAMO LE VARIABILI VETTORIALI UTILIZZATE E SCRIVIAMO IL PROGRAMMA DI ESECUZIONE DELLA MISURA \*/**

```
void loop()
{
  double duration; // tempo che il segnale a ultrasuoni impiega a raggiungere l'ostacolo e tornare al sensore
  double r[Nmis]; // vettore su cui scriviamo la distanza del sensore dal carrello
  double t[Nmis]; // vettore su cui scriviamo il tempo di ogni misura
```

```
/* INFORMAZIONI VARIE SULLO STATO DELLA MISURA */
```

```
Serial.println("HO INIZIATO LA MISURA");
```

```
/* INIZIO DELLA MISURA VERA E PROPRIA, SI INIZIA IL CICLO DI NMIS MISURE.
L'INTERVALLO DI TEMPO TRA UNA MISURA E L'ALTRA È DEFINITO DALLA VARIABILE
DELTATIME. AD OGNI STEP DEL CICLO SI ESEGUE UNA MISURA DI DISTANZA TRA IL SENSORE E
LA PALETTA DEL CARRELLO */
```

```
for(i=0;i<Nmis;i++)
```

```
{
  /* NELLE PROSSIME TRE RIGHE CI SONO I COMANDI PER INVIARE UN SEGNALE A ULTRASUONI
  ATTRAVERSO IL SENSORE. PER FARLO DOBBIAMO MANDARE SULLA PORTA DI TRIGGER
  TRAMITE ARDUINO UN SEGNALE DIGITALE (ONDA QUADRA) DELLA DURATA DI 10 µS */
```

```
digitalWrite( triggerPort, HIGH ); // si invia un segnale digitale sul trigger
delayMicroseconds( 10 ); //si attendono 10 µs
digitalWrite( triggerPort, LOW ); // si spegne segnale digitale sul trigger
```

```
/* QUANDO IL SENSORE RICEVE SULLA SUA PORTA DI TRIGGER UN SEGNALE COME QUELLO
APPENA MANDATO ESSO INVIA IL SEGNALE A ULTRASUONI E PONE AUTOMATICAMENTE LA
PORTA DIGITALE DI ECHO NELLO STATO HIGH. NEL MOMENTO IN CUI ARRIVA L'ECHO DEL
SEGNALE MANDATO LA PORTA DI ECHO VIENE POSTA NELLO STATO LOW. USIAMO QUINDI LA
FUNZIONE PULSEIN PER SAPERE QUAL È IL TEMPO IMPIEGATO DAL SEGNALE PER
RAGGIUNGERE L'OSTACOLO E TORNARE INDIETRO */
```

*/\* Nota: la funzione pulseIn( echoPort, HIGH ) ci dà il tempo durante il quale la porta digitale echoPort è stata nello stato HIGH (il tempo viene dato in µs). \*/*

```
duration = pulseIn( echoPort, HIGH ); //tempo impiegato dal segnale per percorrere due volte la distanza
da misurare
r[i] = 0.034 * duration / 2; //distanza da misurare in cm (0.034 è la velocità del suono in cm/µs)
t[i] = deltatime*0.001*i; //tempo in cui la misura è stata eseguita
delay(deltatime); //aspetto deltatime (in ms) tra una misura e l'altra
}
```

**/\* SCRIVIAMO I DATI SUL MONITOR SERIALE \*/**

```
for(i=0;i<Nmis;i++)
{
Serial.print(t[i]);
Serial.print(" "); //viene inserito uno spazio come separatore
Serial.println(r[i]);
}
```

```
Serial.println("FINE DELLA STAMPA DELLE MISURE");
```

**/\* METTIAMO L'ARDUINO IN STANDBY \*/**

```
while(b=1) { }
}
```

## **Installazione dello sketch su Arduino e inizio della misura.**

Per caricare gli sketch su Arduino si usa il software *Arduino* che si trova sul *desktop*. Una volta aperto appare la schermata di figura 7. Bisogna copiare lo sketch precedente al suo interno e poi salvare il file su una cartella (il comando salva si trova dentro il sottomenu File). Una volta salvato, si può verificare la corretta scrittura del codice con il pulsante *compila* . Controllare l'esatto collegamento del sensore con *Arduino*. Ricordarsi di collegare anche la porta USB.

Se la compilazione è andata a buon fine si può caricare il programma sulla scheda *Arduino* con il pulsante *carica* .

## **Misure.**

Per effettuare le misure seguire la seguente procedura:

- 1) Controllare che tutto sia in ordine (specie i collegamenti tra il sensore e Arduino).
- 2) Cliccare su *Strumenti* e quindi su *Monitor seriale* (vedi figura 8) per avviare lo sketch.
- 3) Spostare il carrello di circa 10 cm rispetto alla posizione di equilibrio
- 4) Quando sul monitor seriale appare la scritta HO INIZIATO LA MISURA attendere circa un secondo e poi lasciare il carrello.

- 5) Attendere che su monitor seriale appaia la scritta FINE DELLA STAMPA DELLE MISURE

Sul Monitor seriale vengono stampati due valori per ogni riga, sono: l'istante  $t$  e la distanza del carrello  $d$  (attenzione la distanza misurata è quella tra il sensore e l'oggetto più vicino, stare quindi molto attenti all'orientamento del sensore in modo che la parte più vicina sia il cartoncino e non per esempio la molla o di qualcosa di altro che dovesse passare davanti al sensore).

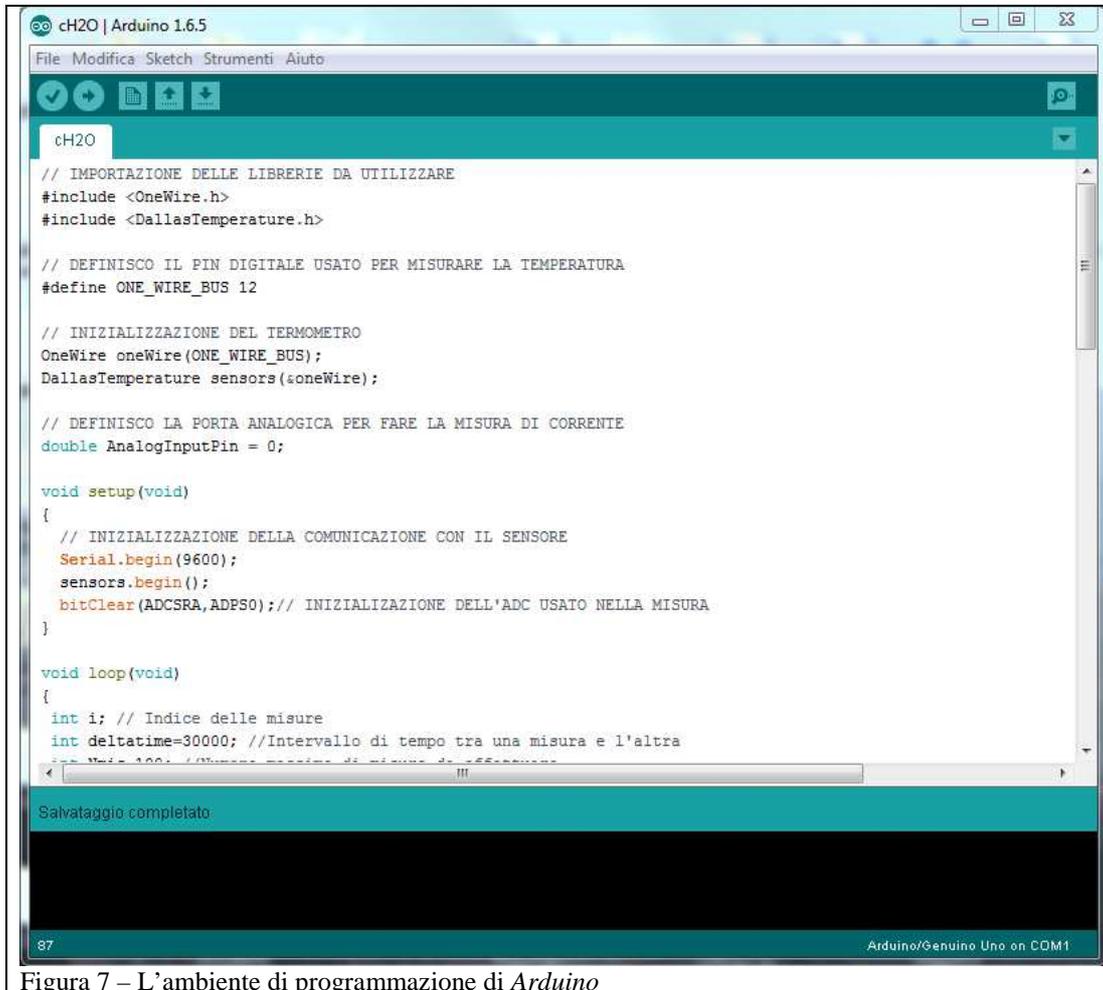


Figura 7 – L'ambiente di programmazione di *Arduino*



Figura 8 – Il menu *Strumenti* e il *Monitor seriale*

I dati che appaiono sul Monitor seriale vanno salvati in un file di testo per la successiva rielaborazione. Per fare ciò:

- 1) Aprire *Blocco Note* di Windows.

- 2) Marcare i dati sul Monitor seriale (evitare di prendere le scritte di comunicazione) e utilizzare il comando *copia*.
- 3) Posizionare il mouse nel Blocco Note e con il comando *incolla* trasferire i dati.
- 4) Salvare il file dandogli un nome.

## Elaborazione dati

Il modello matematico per descrivere l'oscillatore armonico smorzato tiene conto del fatto che c'è una forza d'attrito, principalmente dovuta all'aria, che rallenta il moto del carrello, dovuta alla velocità del carrello stesso. La legge di Newton si scrive nella forma:

$$[1] \quad Ma = -kx - bv$$

dove  $M$  è la massa del carrello,  $k$  è la costante elastica del sistema e  $b$  è un coefficiente che tiene conto dell'attrito. Ovviamente  $a$  è l'accelerazione,  $x$  la posizione e  $v$  la velocità del carrello.  $A(0)$  e  $v_0$  indicano la posizione e la velocità iniziali.

Senza entrare nelle merito del metodo di risoluzione di questa equazione diciamo solo che la soluzione dipende dal valore di  $\omega^2 = \frac{k}{M} - \left(\frac{b}{2M}\right)^2$ .

Se  $\omega^2 < 0$ , la soluzione dell'equazione è del tipo

$$[2] \quad x(t) = A(0)e^{-\frac{b}{2M}t} \cos(\omega t + \phi)$$

e l'andamento dello smorzamento è dato in figura 9.

Se  $\omega^2 = 0$ , la soluzione dell'equazione è del tipo

$$[3] \quad x(t) = \left( A(0) + v_0 t + \frac{b}{2M} A(0) t \right) e^{-\frac{b}{2M}t}$$

e si parla di smorzamento critico; la legge oraria è data in figura 10.

Se  $\omega^2 > 0$ , la soluzione dell'equazione è del tipo

$$[4] \quad x(t) = A_1 e^{-|\lambda_1|t} + A_2 e^{-|\lambda_2|t}$$

dove  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  sono le soluzioni dell'equazione  $M\lambda^2 + b\lambda + k = 0$  e  $A_1$  e  $A_2$  dipendono dalle condizioni iniziali. L'andamento dello smorzamento è dato in figura 11.

### Legge oraria nel caso di smorzamento piccolo

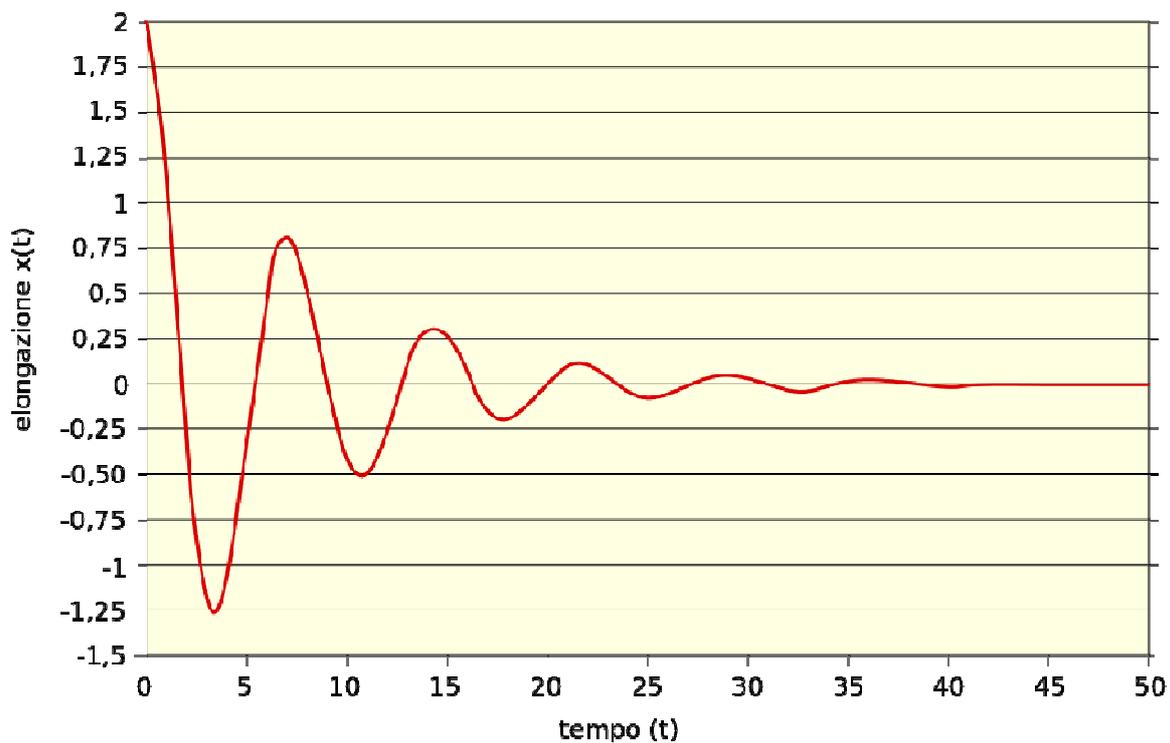


Figura 9 – Piccolo smorzamento

### Legge oraria nel caso di smorzamento critico

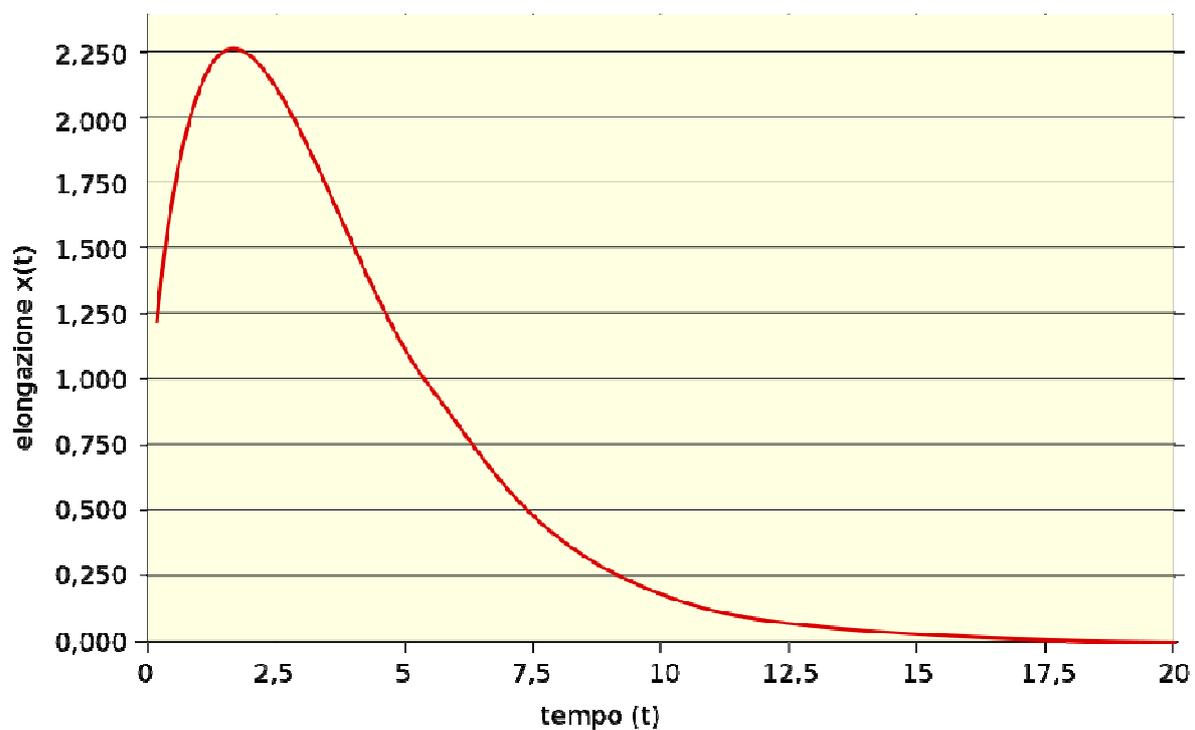


Figura 10 – Smorzamento critico

## Legge oraria nel caso di smorzamento grande

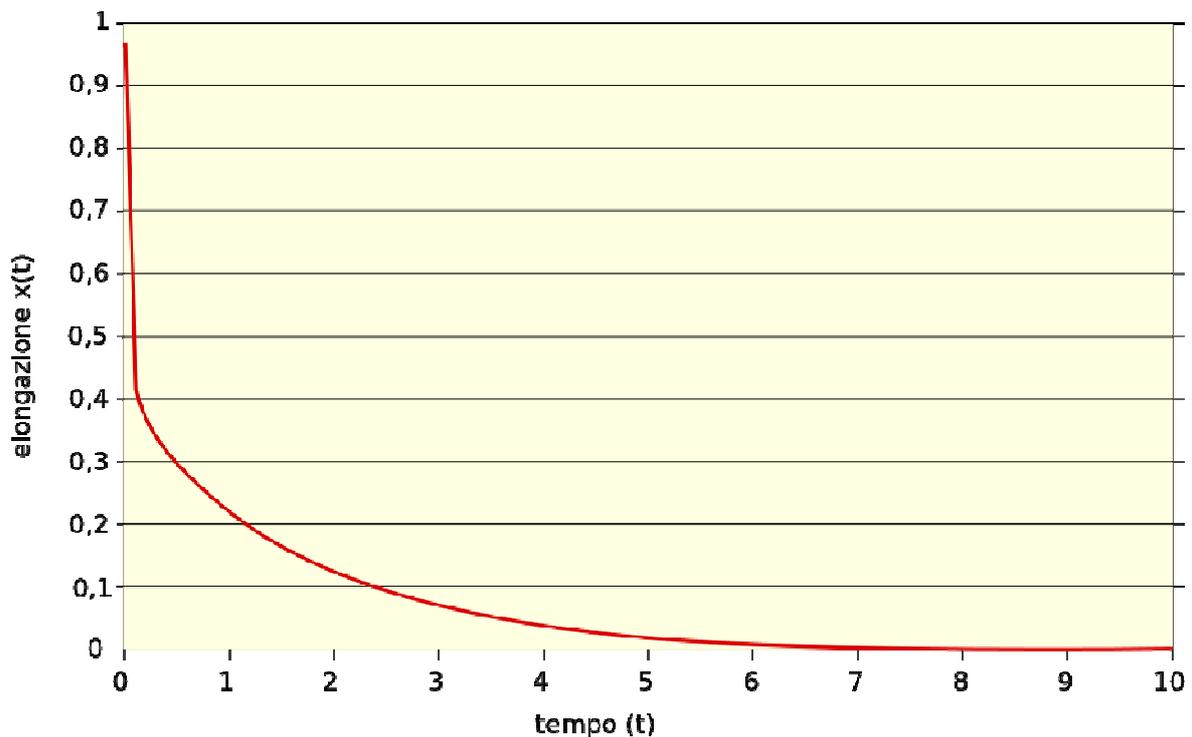


Figura 11 – Grande smorzamento

Il nostro dovrebbe essere il primo caso dove, facendo partire il carrello da fermo dalla posizione  $A(0)$  si ricava  $\phi = 0$ .

Il nostro obiettivo è determinare il valore del parametro di smorzamento  $b$ . Per fare ciò seguiamo la procedura indicata qui sotto.

- 1) Aprite il foglio Excel chiamato oscillatore\_smorzato.xls alla pagina “misure”
- 2) Importate i dati come indicato nel punto 2 (pag. 5) della scheda RAPPRESENTAZIONE GRAFICA E ANALISI DEI DATI SPERIMENTALI CON EXCEL a partire dalla casella A1.
- 3) Osservare che i primi 10-15 valori (dipende da quanto avete atteso tra l’istante in cui è comparsa la scritta HO INIZIATO LA MISURA e quando avete lasciato il carrello) sono più o meno uguali, e lo stesso accade per gli ultimi. Tenete presente che così come è scritto lo sketch, vengono presi valori per 10 s ad intervalli di 0,1 s, mentre le oscillazioni durano all’incirca 5 s prima di smorzarsi.
- 4) Nella casella G28 del foglio Excel c’è una formula che calcola la media degli ultimi valori che permette di determinare la distanza del carrello quando è fermo.
- 5) Nella casella D2 inserire la formula =ARROTONDA(+B2-\$G\$28;2) che ricalcola la posizione del carrello a partire però dalla posizione di equilibrio (in altre parole si pone la posizione iniziale uguale a zero)
- 6) Copiare il contenuto della casella fino alla fine (casella D101).
- 7) Nella casella G29 è stata inserita la formula che calcola la media dei primi valori costanti, modificare la zona (se avete seguito le indicazioni la zona dovrebbe arrivare intorno a D15)
- 8) Nella colonna C inserite valori del tempo in modo che  $t = 0$  coincida con l’istante in cui avete lasciato il carrello. In altre parole se in D15 c’è l’ultimo dei valori costanti della posizione, in

A15 c'è il valore dell'istante in cui avete lasciato il carrello; nella casella C15 mettete la formula = A15 - 1,3 (1,3 è il valore della casella A15)

- 9) Fate il grafico dei dati come indicato nel punto 1 (pag. 1) della stessa scheda RAPPRESENTAZIONE GRAFICA E ANALISI DEI DATI SPERIMENTALI CON EXCEL tralasciando i primi valori costanti (prendere solo l'ultimo: per esempio se nel calcolo di A(0) avete preso la zona fino a D15, per i valori da mettere sull'asse x prendete a partire da C15 e per quelli sull'asse y i valori a partire da D15).
- 10) Inserite nella casella G30 il valore della massa M del carrello più eventuali pesi, espressa in chilogrammi.
- 11) Inserite nella casella G31 il valore della costante elastica della molla utilizzata espressa in N/m. Si osservi che utilizzando due molle in serie, la costante elastica  $k$  del sistema è data da  $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$  dove  $k_1$  e  $k_2$  sono le costanti elastiche delle molle, nel nostro caso, essendo le molle uguali, si ha  $k = k_1/2$ . Le formule utilizzate in Excel tengono già conto di questo fatto.
- 12) Nella casella G31 appare il valore della pulsazione  $w$  del sistema. Tale valore non va cambiato.
- 13) Inserire nella casella G32 un valore per  $b$  (per esempio 1) ed osservare il grafico (linea rossa) che si ottiene.
- 14) Modificate il valore di  $b$  in modo tale che il grafico sia il più vicino possibile ai punti sperimentali. Questo è il valore di  $b$  cercato.
- 15) Salvare il foglio Excel con il nome oscillatore\_armonico\_X\_GNN (X è un numero progressivo partendo da 1 e NN è il numero del gruppo: 01,02, 03, ecc.).

***Ripetete il procedimento mantenendo fisso il cartoncino e modificando la massa. Come varia il periodo di oscillazione?***

***Ripetete il procedimento mantenendo fissa la massa e modificando il cartoncino. Come varia  $b$ ? Provate a trovare una relazione tra  $b$  e la superficie del cartoncino?***

Per ognuna delle nuove prove segui la procedura indicata sopra e realizza sempre un nuovo foglio Excel; salva in un nuovo un file Excel con nome oscillatore\_armonico\_X\_GNN dove X deve essere sempre diverso (metti dei valori progressivi).