Macerata 3 giugno 2015 – classe 3M – TEST DI MATEMATICA – Fila 1

Per ogni risposta esatta vengono attribuiti al massimo 10 punti. Si ritengono raggiunti gli obiettivi minimi e quindi una valutazione sufficiente (6) se vengono acquisiti almeno 60 punti.

SOLUZIONE

1) Segna con una crocetta se, in base alle proprietà delle potenze, l'espressione è vera o falsa

A	$4^{\frac{1}{x}} = 4^{-x}$	V	~~F~~
B	$\left(a^3\right)^x \cdot \frac{1}{\left(a^2\right)^x} = a$	V	~~F~~
C	$5^x + 5^y = 5^{x+y}$	V	~~F~~
D	$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^0 = 1$	~~V~~	F
E	$\left(3^x\right)^2 = 3^{x^2}$	V	~~F~~

2) Segna con una crocetta se, in base alle proprietà dei logaritmi, l'espressione è vera o falsa.

A	$\frac{\log a}{\log b} = \log \frac{a}{b}$	V	~~F~~
B	$\log_2 \sqrt{a^n} = \frac{n}{2} \log_2 a$	~~V~~	F
C	$\log(10b) = 1 + \log b$	~~V~~	F
D	$\log_8 a^4 = \log_2 a$	V	~~F~~
E	$\ln(a+b) = (\ln a) \cdot (\ln b)$	V	~~F~~

3) Calcola i valori dei seguenti logaritmi:

A	$\log_2 16 =$	4
B	$\log 1000 =$	3
C	$\log_7\left(7\sqrt{7}\right) =$	3/2
D	$\log \frac{1}{\sqrt[13]{10}} =$	-1/13
E	$\log_{\left(\frac{2}{a}\right)} \frac{a^3}{8}$	-3

4) Qual è il dominio della funzione: $y = \log \frac{x}{\sqrt{x-2}}$

A	$x > 0$
B	$x > 0 \wedge x \neq 2$
~~C~~	$x > 2$
D	$0 < x < 2$
E	$\forall x \in \mathbb{R}$

5) Risolvi la seguente disequazione: $3^x - 9 < \sqrt{9^x - 9}$ $\boxed{x \geq 1}$

Bisogna risolvere i due sistemi $\begin{cases} 9^x - 9 \geq 0 \\ 3^x - 9 < 0 \end{cases}$ e $\begin{cases} 3^x - 9 \geq 0 \\ 9^x - 9 > \left(3^x - 9\right)^2 \end{cases}$. Il primo si può scrivere come $\begin{cases} 9^x \geq 9 \\ 3^x < 3^2 \end{cases}$ da cui $\begin{cases} x \geq 1 \\ x < 2 \end{cases}$ e quindi $1 \leq x < 2$. Il secondo, sviluppando i calcoli, diventa $\begin{cases} 3^x \geq 3^2 \\ 3^{2x} - 9 > 3^{2x} + 81 - 2 \cdot 9 \cdot 3^x \end{cases}$ da cui $\begin{cases} x \geq 2 \\ 5 < 3^x \end{cases}$ ossia $\begin{cases} x \geq 2 \\ x > \log_3 5 \end{cases}$. Poiché $2 = 2\log_3 3 = \log_3 9 > \log_3 5$, la soluzione è $x \geq 2$.
La soluzione della disequazione è quindi $x \geq 1$.

6) Risolvi la seguente disequazione $\log\left(2x - x^2\right) < \log x$ $\boxed{1 < x < 2}$

Bisogna risolvere il sistema di disequazioni: $\begin{cases} 2x - x^2 > 0 \\ x > 0 \\ 2x - x^2 < x \end{cases}$ da cui si ricava $\begin{cases} 0 < x < 2 \\ x > 0 \\ x < 0, x > 1 \end{cases}$ e quindi $1 < x < 2$.

7) [punti 10] Data la funzione $y = f(x)$ il cui grafico è dato in figura 1, qual è il grafico di $y = e^{f(x)}$?

$\boxed{\text{B}}$

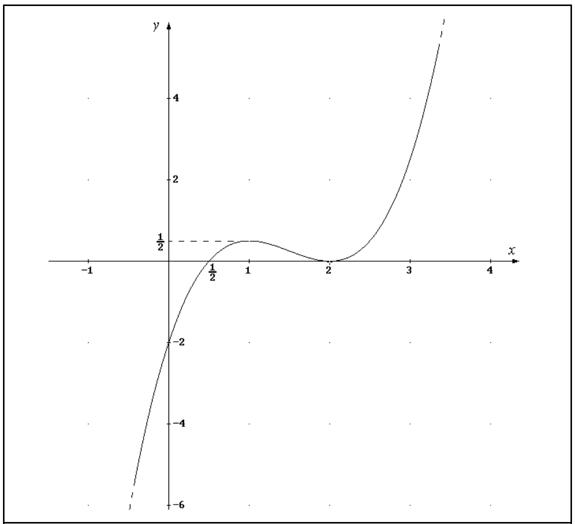
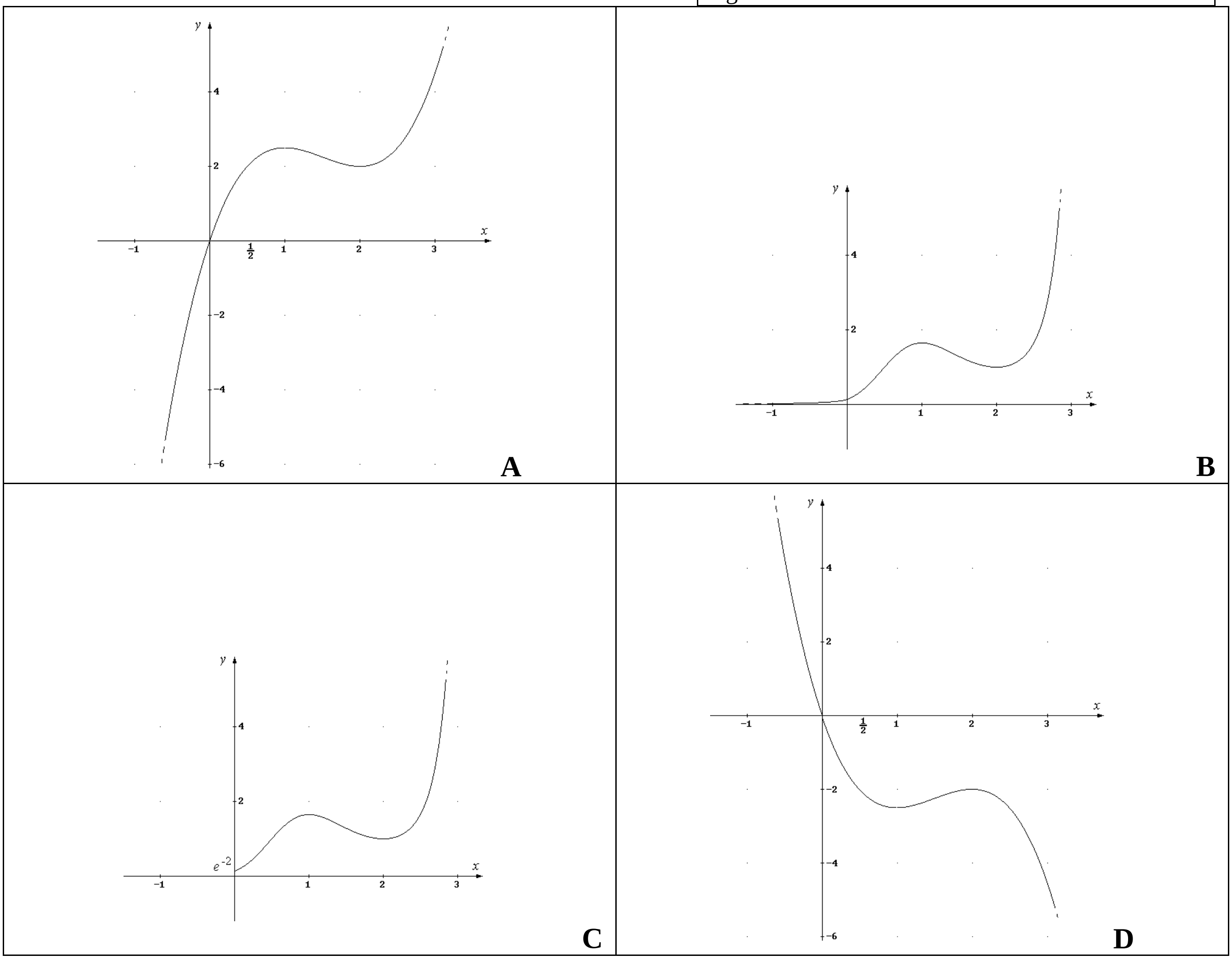
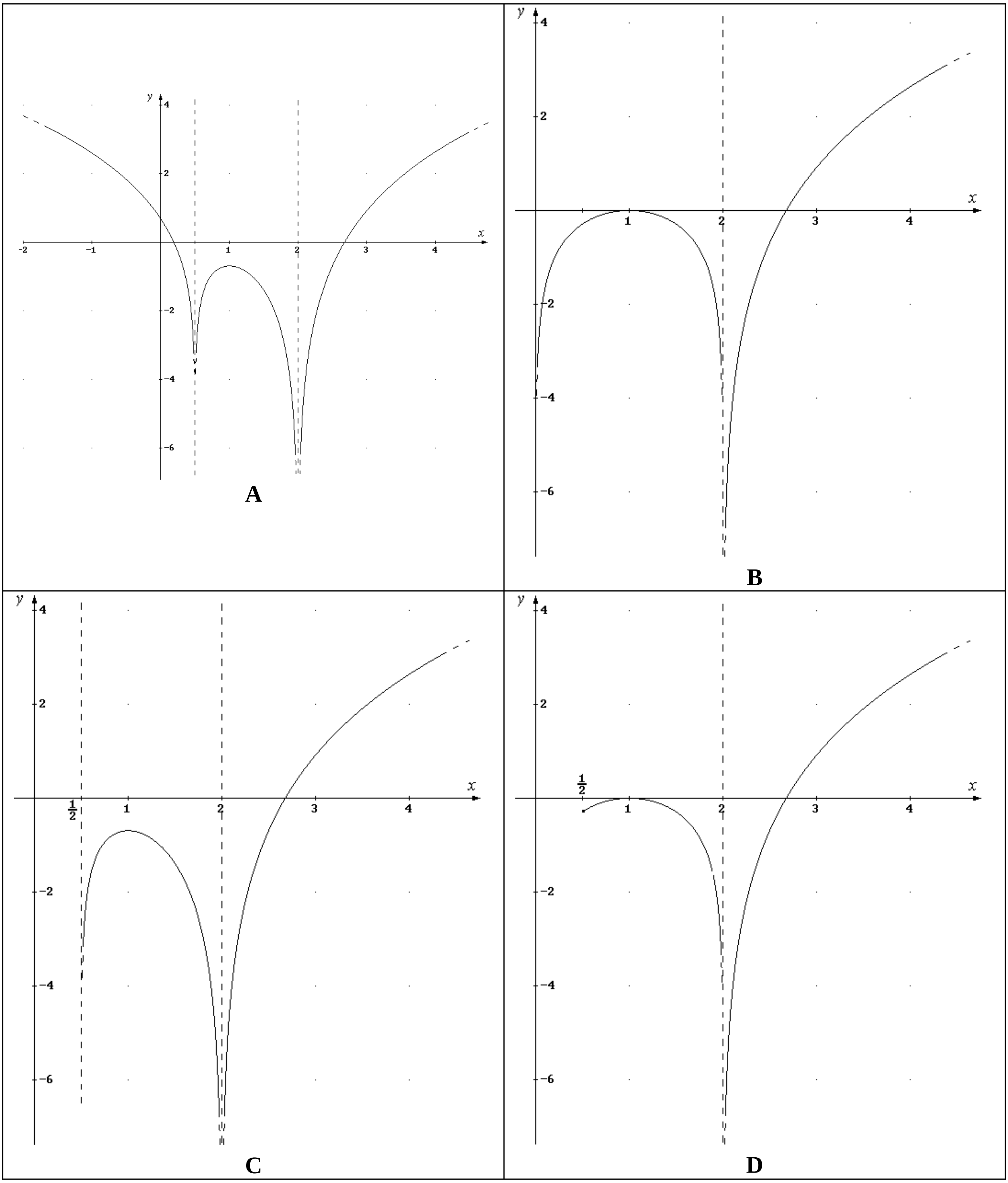


figura 1



Poiché per $x \to -\infty$, $f(x) \to -\infty$, allora per $x \to -\infty$, $e^{f(x)} \to 0$. L'unico grafico che soddisfa questa condizione è B.

8) [punti 10] Data la funzione $y = f(x)$ il cui grafico è dato in figura 1, qual è il grafico di $y = \log f(x)$? $\boxed{\text{C}}$



I grafici A e B vanno scartati in quanto per i valori di x per i quali $f(x) < 0$, $\log f(x)$ non esiste. Il grafico D non può essere in quanto, per $x = \frac{1}{2}$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ e quindi $\log f\left(\frac{1}{2}\right)$ non esiste.

Inoltre per $x = 1$, $f(1) = \frac{1}{2}$ e quindi $\log f(1) = -\log 2$, quindi B e D non possono essere.

Il grafico è quindi C.