classe 3M – COMPITO DI MATEMATICA DI RECUPERO DEGLI OBIETTIVI MINIMI

SOLUZIONE

E' data la retta *r* di equazione $3x-y+6=0$.
Rappresenta la retta su di un piano cartesiano ortogonale monometrico e sullo stesso piano rappresenta tutti i punti e le rette che ti verrà chiesto di trovare successivamente.

Vedi figura a pagina 3.

Scrivi l'equazione della retta *s* e della retta *t*, rispettivamente parallela e perpendicolare alla retta *r*, passanti per il punto A(2;0).

s) $3x-y-6=0$ *t*) $x+3y-2=0$

s) $y=3x-6$ *t*) $y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$

Scriviamo in modo esplicito l'equazione della retta *r*: $y=3x+6$. La retta *s*, parallela alla retta *r*, ha lo stesso coefficiente angolare *m* = 3, per cui la sua equazione si ricava da: $\left(y-y_{\mathrm{A}}\right)=m\left(x-x_{\mathrm{A}}\right)$ da cui segue $3x-y-6=0$, ossia $y=3x-6$.

La retta *t*, perpendicolare alla retta *r*, ha invece coefficiente angolare $m'=-\frac{1}{m}$, ossia $m'=-\frac{1}{3}$, per cui la sua equazione si ricava da: $\left(y-y_{\mathrm{A}}\right)=m'\left(x-x_{\mathrm{A}}\right)$ da cui segue $x+3y-2=0$, ossia $y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$.

Trova le coordinate del punto B di intersezione tra la retta *r* e la retta *t*.

$$\mathrm{B}=\left(-\frac{8}{5};\frac{6}{5}\right).$$

Le coordinate del punto B si ricavano dalla soluzione del sistema $\begin{cases}3x-y+6=0\\x+3y+-2=0\end{cases}$ costituito dalle equazioni delle rette *r* e *t*. Risolvendo (per esempio ricavando la *y* dalla prima equazione e sostituendo nella seconda) si ha: $\mathrm{B}=\left(-\frac{8}{5};\frac{6}{5}\right)$.

Sia C il punto in cui la retta *r* interseca l'asse *x*. Determina il baricentro G e l'area del triangolo ABC.

$$\mathrm{C}=(-2;\,0) \qquad \mathrm{G}=\left(-\frac{8}{15};\frac{2}{5}\right) \qquad A(\mathrm{ABC})=\frac{12}{5}$$

Per determinare Le coordinate del punto C basta risolvere il sistema $\begin{cases}3x-y+6=0\\y=0\end{cases}$. Risolvendo si ha: $\mathrm{C}=(-2;\,0)$.

Le coordinate del baricentro del triangolo ABC sono date da:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2 - \frac{8}{5} + 2}{3} = -\frac{8}{15} \qquad \text{e} \qquad y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{0 + \frac{6}{5} + 0}{3} = \frac{2}{5}.$$

Per determinare l'area del triangolo ABC osserviamo che esso è rettangolo in B, ma più facilmente può essere calcolata considerando la basa CA e l'altezza h ad essa relativa. Infatti, $\overline{CA} = |x_C - x_A| = 4$ e $h = |y_B| = \frac{6}{5}$, per cui si ha: $A(ABC) = \frac{1}{2}\overline{CA} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{6}{5} = \frac{12}{5}$.

Calcola la distanza del punto G dalla retta s

$$d(G,s) = \frac{4}{5}\sqrt{10}$$

$$d(G,s) = \frac{|ax_G + by_G + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\left|3\left(-\frac{8}{15}\right) - \frac{2}{5} - 6\right|}{\sqrt{9+1}} = \frac{8}{\sqrt{10}} = \frac{4}{5}\sqrt{10}$$

Scrivi le equazioni delle bisettrici dell'angolo formato tra la retta r e la retta t. Indicale con b_1 e b_2 e sia b_1 quella con coefficiente angolare positivo.

$b_1)\ x - 2y + 4 = 0 \qquad b_2)\ 2x + y + 2 = 0$

Dalla definizione di bisettrice di un angolo segue che un punto P di coordinate generiche $(x; y)$ appartiene alla bisettrice se è equidistante delle rette r e t.
Si ha:

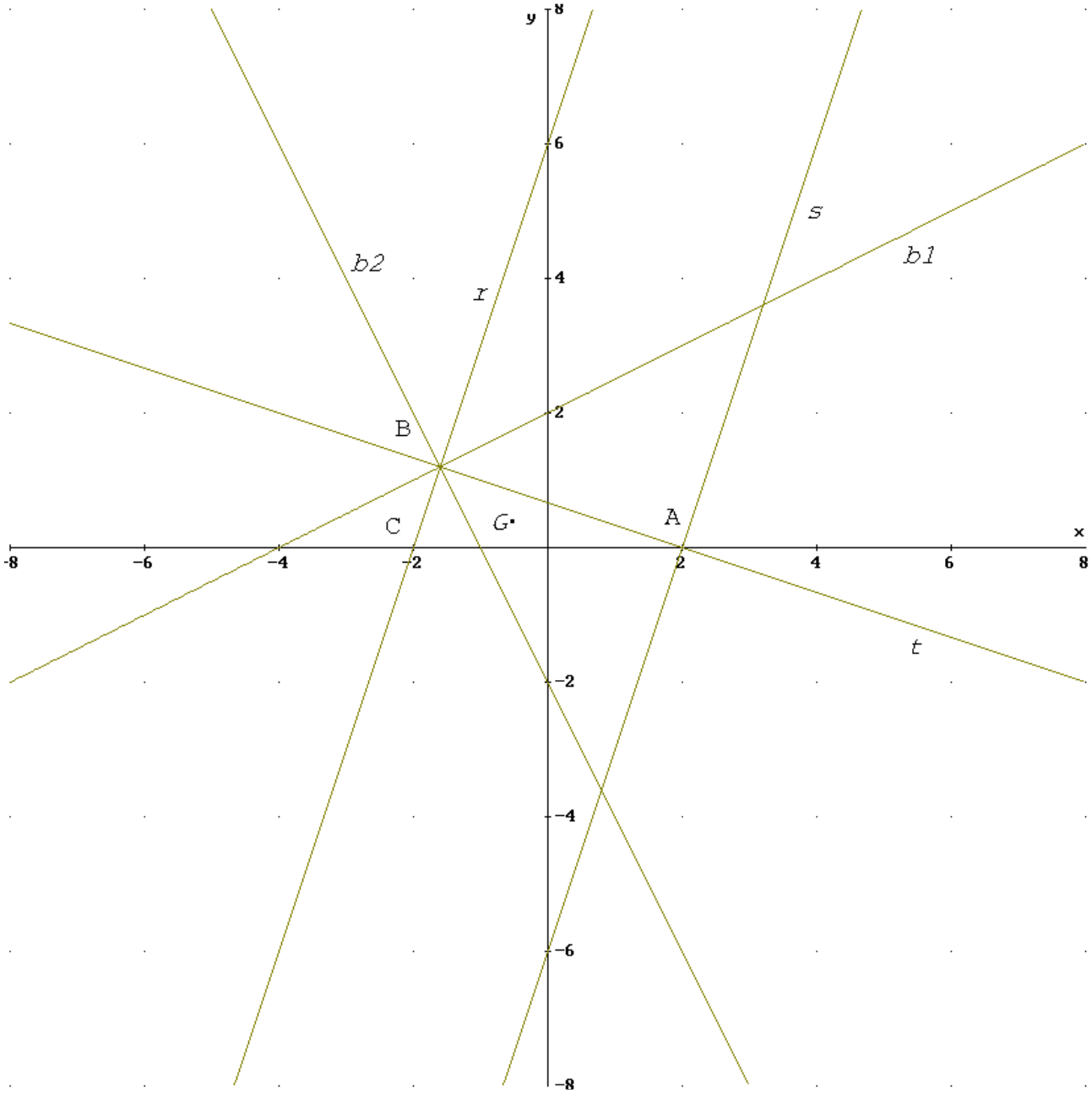
$$d(P,r) = \frac{|ax_P + by_P + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3x - y + 6|}{\sqrt{10}} \quad \text{e} \quad d(P,t) = \frac{|a' x_P + b' y_P + c'|}{\sqrt{a'^2 + b'^2}} = \frac{|x + 3y - 2|}{\sqrt{10}}$$

Uguagliando:

$\frac{|3x - y + 6|}{\sqrt{10}} = \frac{|x + 3y - 2|}{\sqrt{10}}$ da cui $|3x - y + 6| = |x + 3y - 2|$, quindi $3x - y + 6 = \pm(x + 3y - 2)$ si hanno quindi le due equazioni:

$3x - y + 6 = x + 3y - 2 \quad \Rightarrow \quad 2x - 4y + 8 = 0 \quad \Rightarrow \quad x - 2y + 4 = 0$

$3x - y + 6 = -(x + 3y - 2) \quad \Rightarrow \quad 4x + +2y + 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x + y + 2 = 0$


y
x
8
6
4
2
-2
-4
-6
-8
-8
-6
-4
-2
2
4
6
8
b2
r
s
b1
B
C
G
A
t