Macerata 11 dicembre 2014 – classe 3M – COMPITO DI RECUPERO – Fila 1

1) $x^3-2x^2-x+2\geq 0$

Si raccoglie a fattor comune x^2 tra i primi due termini e –1 tra il terzo e il quarto, quindi (x – 2)

$x^2(x-2)-(x-2)\geq 0$

$(x^2-1)(x-2)\geq 0$

Si studia il segno dei due termini x^2-1 e $x-2$

$$\Rightarrow x^2-1 \quad \begin{cases} >0 & x<-1 \text{ e } x>1 \\ =0 & x=\pm 1 \\ <0 & -1<x<1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \; x-2 \quad \begin{cases} >0 & x>2 \\ =0 & x=2 \\ <0 & x<2 \end{cases}$$

Riassumendo

		-1		1		2	
x^2-1	+	0	-	0	+	|	+
$x-2$	-	|	-	|	-	0	+
	-	0	+	0	-	0	+

La soluzione è $-1\leq x\leq 1 \qquad x\geq 2$

2) $\dfrac{2x-5}{x^2-5x+6}\leq 0$

Studiamo separate mante il segno del numeratore $(N=2x-5)$ e del denominatore $D=x^2-5x+6$.

$$N=2x-5 \quad \begin{cases} >0 & x>\frac{5}{2} \\ =0 & x=\frac{5}{2} \\ <0 & x<\frac{5}{2} \end{cases} \qquad\qquad D=x^2-5x+6 \quad \begin{cases} >0 & x<2 \text{ e } x>3 \\ =0 & x=2 \text{ e } x=3 \\ <0 & 2<x<3 \end{cases}$$

Riassumendo

		2		5/2		3	
N	-	|	-	0	+	|	+
D	+	0	-	|	-	0	+
	-	$\nexists$	+	0	-	$\nexists$	+

La soluzione è $x<2 \qquad \frac{5}{2}\leq x<3$.

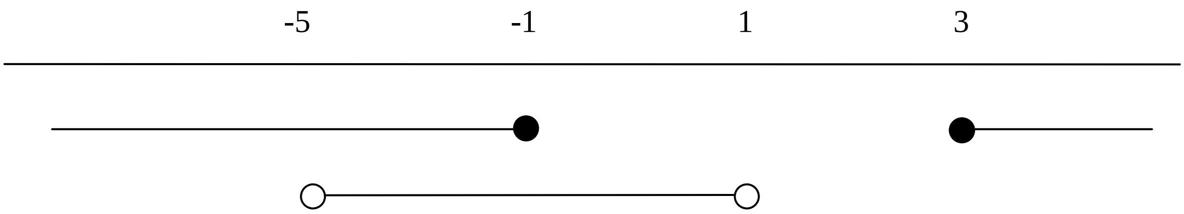
3) $\begin{cases} |x-1| \geq 2 \\ |x+2| < 3 \end{cases}$

È un sistema di disequazioni con il valore assoluto. Si risolvono singolarmente le due disequazioni e poi si trova l'intersezione delle soluzioni.

(I) $|x-1| \geq 2$ ha come soluzione $(x-1) \geq 2$ v $(x-1) \leq -2$ da cui la soluzione $x \leq -1$ v $x \geq 3$

(II) $|x+2| < 3$ ha come soluzione $-3 < x+2 < 3$ da cui la soluzione $-5 < x < 1$

Riassumendo



L'intersezione delle due soluzioni, e quindi la soluzione del sistema, è $-5 < x \leq -1$

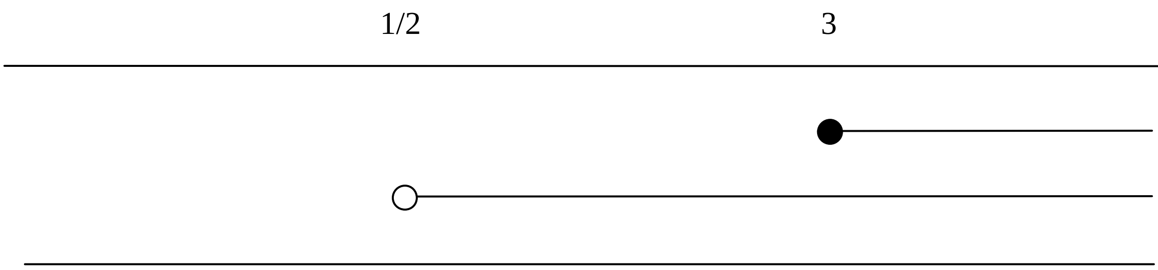
4) $\sqrt{x-3} < 2x-1$

È una disequazione irrazionale del tipo $\sqrt{f(x)} < g(x)$ che si risolve risolvendo il sistema:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < [g(x)]^2 \end{cases} \qquad \text{e quindi}$$

$$\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ 2x-1 > 0 \\ x-3 < [2x-1]^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x > \dfrac{1}{2} \\ x-3 < 4x^2-4x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x > \dfrac{1}{2} \\ 4x^2-5x+4 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x > \dfrac{1}{2} \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Riassumendo



L'intersezione delle soluzioni, e quindi la soluzione del sistema, è $x \geq 3$.

5) $\sqrt{x^2-9} > 5-x$

È una disequazione irrazionale del tipo $\sqrt{f(x)} > g(x)$ che si risolve risolvendo i due sistemi:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > [g(x)]^2 \end{cases}$$ e facendo l'unione delle soluzioni.

Risolviamo il primo sistema

$$\begin{cases} x^2 - 9 \geq 0 \\ 5 - x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \ \vee \ x \geq 3 \\ x > 5 \end{cases} \Rightarrow x > 5$$

Risolviamo il primo sistema

$$\begin{cases} 5 - x \geq 0 \\ x^2 - 9 > (5 - x)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ 10x - 34 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x > \frac{17}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{17}{5} < x \leq 5$$

Facendo l'unione delle soluzioni si ottiene $x > \frac{17}{5}$.

Macerata 11 dicembre 2014 – classe 3M – COMPITO DI RECUPERO – Fila 2

1) $x^3 - x^2 - 4x + 4 \leq 0$

Si raccoglie a fattor comune x^2 tra i primi due termini e –4 tra il terzo e il quarto, quindi $(x – 1)$

$x^2(x-1) - 4(x-1) \leq 0$

$(x^2-4)(x-1) \leq 0$

Si studia il segno dei due termini $x^2 - 4$ e $x - 1$

$$\Rightarrow x^2 - 4 \quad \begin{cases} > 0 & x < -2 \text{ e } x > 2 \\ = 0 & x = \pm 2 \\ < 0 & -2 < x < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x - 1 \quad \begin{cases} > 0 & x > 1 \\ = 0 & x = 1 \\ < 0 & x < 1 \end{cases}$$

Riassumendo

		-2		1		2	
x^2-4	+	0	-	|	-	0	+
$x-1$	-	|	-	0	+	0	+
	-	0	+	0	-	0	+

La soluzione è $x \leq -2 \quad 1 \leq x \leq 2$

2) $\dfrac{2x+5}{x^2+5x+6} \geq 0$

Studiamo separate mante il segno del numeratore $(N = 2x+5)$ e del denominatore $D = x^2 + 5x + 6$.

$$N = 2x+5 \quad \begin{cases} > 0 & x > -\frac{5}{2} \\ = 0 & x = -\frac{5}{2} \\ < 0 & x < -\frac{5}{2} \end{cases} \qquad D = x^2+5x+6 \quad \begin{cases} > 0 & x < -3 \text{ e } x > -2 \\ = 0 & x = -3 \text{ e } x = -2 \\ < 0 & -3 < x < -2 \end{cases}$$

Riassumendo

		-3		-5/2		-2	
N	-	|	-	0	+	|	+
D	+	0	-	|	-	0	+
	-	$\nexists$	+	0	-	$\nexists$	+

La soluzione è $-3 < x \leq -\frac{5}{2} \qquad x > -2$.

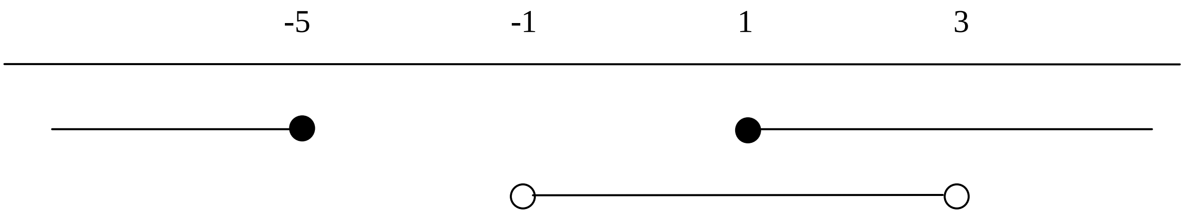
3) $\begin{cases} |x+2| \geq 3 \\ |x-1| < 2 \end{cases}$

È un sistema di disequazioni con il valore assoluto. Si risolvono singolarmente le due disequazioni e poi si trova l’intersezione delle soluzioni.

(I) $|x+2| \geq 3$ ha come soluzione $(x+2) \geq 3$ v $(x+2) \leq -3$ da cui la soluzione $x \leq -5$ v $x \geq 1$

(II) $|x-1| < 2$ ha come soluzione $-2 < x-1 < 2$ da cui la soluzione $-1 < x < 3$

Riassumendo



L’intersezione delle due soluzioni, e quindi la soluzione del sistema, è $1 \leq x < 3$

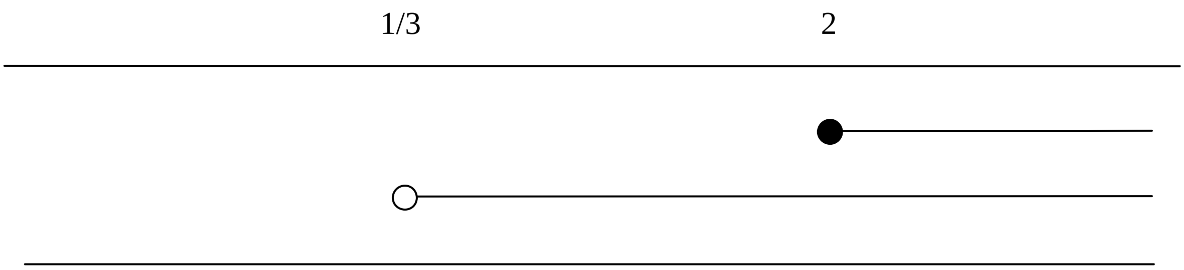
4) $\sqrt{x-2} < 3x-1$

È una disequazione irrazionale del tipo $\sqrt{f(x)} < g(x)$ che si risolve risolvendo il sistema:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < [g(x)]^2 \end{cases} \qquad \text{e quindi}$$

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 3x-1 > 0 \\ x-2 < [3x-1]^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x > \dfrac{1}{3} \\ x-2 < 9x^2-6x+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x > \dfrac{1}{3} \\ 4x^2-7x+3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x > \dfrac{1}{3} \\ \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Riassumendo



L’intersezione delle soluzioni, e quindi la soluzione del sistema, è $x \geq 2$.

5) $\sqrt{x^2-4} > 3-x$

È una disequazione irrazionale del tipo $\sqrt{f(x)} > g(x)$ che si risolve risolvendo i due sistemi:

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) > [g(x)]^2 \end{cases}$$ e facendo l'unione delle soluzioni.

Risolviamo il primo sistema

$$\begin{cases} x^2 - 4 \geq 0 \\ 3 - x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -2 \ \vee \ x \geq 2 \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow x > 3$$

Risolviamo il primo sistema

$$\begin{cases} 3 - x \geq 0 \\ x^2 - 4 > (3 - x)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ 6x - 13 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > \frac{13}{6} \end{cases} \Rightarrow \frac{13}{6} < x \leq 3$$

Facendo l'unione delle soluzioni si ottiene $x > \frac{13}{6}$.