pag.305 n. 19

a) Scrivi e rappresenta graficamente l'equazione della circonferenza γ_1 passante per i punti $A(1;3)$, $B(5;5)$ e $C(8;-4)$.

b) Determina e rappresenta graficamente, nello stesso riferimento di γ_1, l'equazione della circonferenza γ_2 avente centro nel punto $(5;0)$ e raggio 3.

c) determina l'area del quadrilatero *ABCD*, dove *D* è l'intersezione di ascissa minore della circonferenza γ_2 con l'asse delle ascisse.

SOLUZIONE

a) Per trovare γ_1 dobbiamo risolvere il sistema $\begin{cases} 10+a+3b+c=0 \\ 50+5a+5b+c=0 \\ 80+8a-4b+c=0 \end{cases}$ ottenuto imponendo che la circonferenza generica di equazione $x^2+y^2+ax+by+c=0$ passi per i punti *A*, *B*, *C*.

Ricavando *c* dalla prima e sostituendo nella seconda e nella terza si ha $\begin{cases} c=-10-a-3b \\ 2a+b+20=0 \\ a-b+10=0 \end{cases}$ da cui si ha: $a=-10$, $b=0$ e $c=0$. La circonferenza ha equazione $x^2+y^2-10x=0$ e quindi centro in $(5;0)$ e raggio 5 (tenendo conto che passa per l'origine).

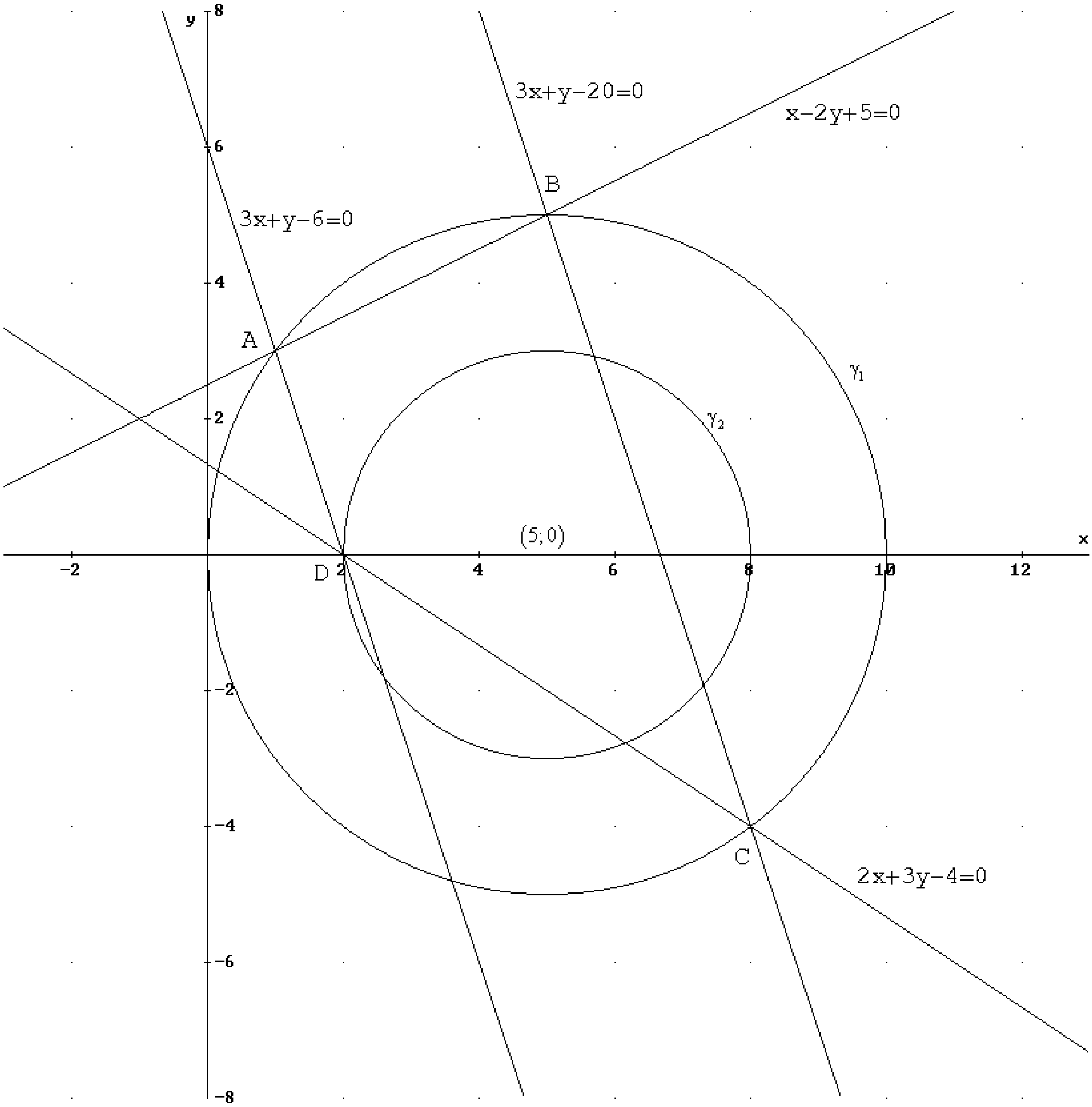
b) La circonferenza γ_2 è quindi concentrica a γ_1. La sue equazione si ricava da $(x-5)^2+y^2=9$ ed è: $x^2+y^2-10x+16=0$.

c) Il punto *D* ha coordinate $D(2;0)$. Dalla figura sembrerebbe che il quadrilatero sia un trapezio. Per verificarlo basta dimostrare che le retta *AD* e *BC* sono parallele. le loro equazioni sono:

$$AD)\ 3x+y-6=0 \qquad\qquad BC)\ 3x+y-20=0$$

quindi il quadrilatero è un trapezio. L'area è data da $\dfrac{\left(\overline{AD}+\overline{BC}\right)\cdot h}{2}$ dove *h* è la distanza di *A* dalla retta *BC*. Si ha: $\overline{AD}=\sqrt{10}$, $\overline{BC}=3\sqrt{10}$, $h=\dfrac{|3\cdot 1+3-20|}{\sqrt{10}}=\dfrac{14}{\sqrt{10}}$; quindi l'area è $\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{10}+3\sqrt{10}\right)\dfrac{14}{\sqrt{10}}=28$.

Nella figura sono indicate anche le equazioni degli altri lati del trapezio.



y
x
3x+y−20=0
x−2y+5=0
3x+y−6=0
B
A
D
C
(5;0)
γ_1
γ_2
2x+3y−4=0