

Storia della misura dell'Unità Astronomica⁽⁺⁾

di Piero Tempesti^(*)

INTRODUZIONE

Sono trascorsi quasi 150 anni da quando Bessel, applicando il metodo trigonometrico, misurò la prima distanza stellare. Il metodo è ben noto; è il medesimo che si usa nei rilevamenti topografici e geodetici per stabilire la distanza fra due punti molto lontani tra loro oppure separati da un terreno accidentato: misurata direttamente con l'asta metrica la distanza fra due punti relativamente vicini uno all'altro (base), con opportune misure di angoli effettuate dagli estremi della base si risale, mediante relazioni trigonometriche, alla distanza incognita.

Nel caso delle distanze stellari la base è fornita dal diametro dell'orbita terrestre. Si consideri l'angolo $T_1\hat{\Sigma}T_2$ che formano tra loro le direzioni nelle quali è vista la stella Σ quando la Terra si trova rispettivamente nelle posizioni T_1 e T_2 l'angolo $\pi = 1/2 (T_1\hat{\Sigma}T_2)$ è detto parallasse della stella; la parallasse non è altro quindi che l'angolo sotto cui dalla stella si vede il raggio dell'orbita terrestre. Nota π , essendo il triangolo $T_1\Sigma S$ retto in S , è immediatamente ricavabile il rapporto fra la distanza ΣS della stella dal Sole e la distanza Sole-Terra; e poiché quest'ultima distanza è presa come unità astronomica di lunghezza, si ha la distanza stellare in unità astronomiche. Il problema delle distanze stellari è quindi risolto.

L'angolo π viene stabilito misurando due volte a sei mesi una dall'altra la distanza angolare fra la stella in esame ed alcune stelle molto più lontane, lasciando cioè che la Terra fra le due misure compia mezzo giro della sua orbita passando dalla posizione T_1 alla posizione T_2 . In pratica non è quasi mai possibile fare le due osservazioni esattamente a distanza di sei mesi, ma dato l'intervallo di tempo trascorso, semplici formule trigonometriche consentono di ricondurre l'angolo osservato al valore che avrebbe avuto se le osservazioni fossero state fatte proprio in T_1 e T_2 ; è ovvio che si cerca di avvicinarsi quanto più è possibile alle posizioni estreme per rendere quanto più grande possibile l'angolo $T_1\hat{\Sigma}T_2$ e ridurre quindi l'errore relativo della misura (fig. 1).

Per le distanze nell'ambito del sistema solare il procedimento è analogo, solo che si definisce come parallasse l'angolo sotto cui è visto il raggio equatoriale del globo terrestre e se ne fa la determinazione con osservazioni effettuate da due località geografiche sufficientemente lontane fra loro.

L'angolo π anche per le stelle più vicine è estremamente piccolo ed occorrono osservazioni di estrema precisione per poterlo misurare: le prime determinazioni furono fatte con telescopi muniti di appositi artifici atti a consentire di misurare con notevole precisione per quell'epoca piccole distanze angolari e che venivano detti eliometri. Bessel nel 1838, con l'eliometro di 22 cm di apertura e 243 cm di focale costruito da Fraunhofer, misurò lo spostamento apparente annuo causato dal moto orbitale della Terra sulla stella 61 del Cigno, una stellina a malapena percettibile ad occhio nudo, prescelta

⁽⁺⁾ L'articolo di Piero Tempesti è apparso per la prima volta in due puntate sulla rivista COELUM Anno XLIX Volume XLVIII n. 9-10 settembre-ottobre 1979 e Anno XLIX Volume XLIX n. 11-12 novembre-dicembre 1979. Successivamente è apparso in 7 puntate sulla nuova rivista COELUM nn. 29, 30, 31, 33, 35, 36, 37. Al testo originale ho aggiunto miei commenti e chiarimenti. Potranno esseri riconosciuti dal diverso carattere tipografico utilizzato (quello di questa nota) e perché racchiusi tra parentesi {}.

^(*) Testo, riveduto ed ampliato, della conversazione pubblica dal titolo *Scalata all'universo* svolta a Chieti il 17 settembre 1977 in occasione dell'XI convegno dell'Unione Astrofili Italiani.

perché, mostrando un forte moto proprio¹ era da ritenere molto vicina. La posizione venne misurata rispetto a due stelline più deboli le quali, non mostrando moto proprio sensibile, erano da ritenere assai più lontane. Ne risultò una parallasse di $0",3$ e quindi una distanza pari a $1/0,3$ parsec, ovverosia 11 anni-luce.

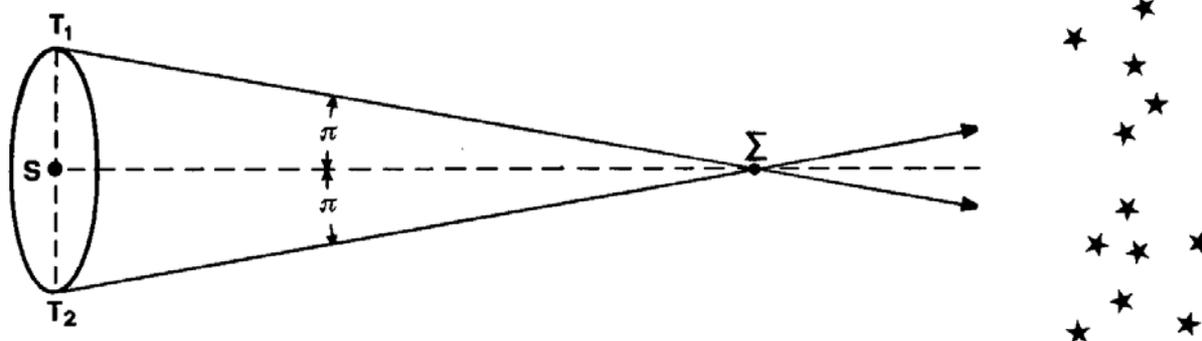


Fig.1 - Spostamento apparente di una stella per effetto del moto orbitale della Terra; l'ellisse rappresenta l'orbita terrestre vista in prospettiva.

Un anno dopo, con uguale procedimento, W. Struve, dell'Osservatorio di Dorpat in Russia, riusciva a misurare la parallasse di *Wega* che risultò esser lontana 15 anni-luce, e quasi contemporaneamente Henderson, da misure effettuate a Città del Capo, stabiliva le distanze di *Sirio* e di α del *Centauro* rispettivamente in 8 e 4 anni-luce. Nel mezzo secolo successivo fu determinata la distanza di diverse centinaia di stelle, tutte situate entro un raggio di 300 anni-luce; oltre tale distanza - che corrisponde alla parallasse di $1/100$ di secondo d'arco - il metodo trigonometrico diviene impotente perché l'errore nella misura diventa dello stesso ordine di grandezza della quantità misurata. Il sistema solare, che costituiva il mondo dell'astronomia antica e di cui le stelle - ritenute fisse su di una sfera - apparivano segnare il limite, risultava così un microcosmo attorno ad una stella, il Sole, separata dalle stelle più vicine da una distanza di 3 o 4 anni-luce, che è la distanza media che separa una dall'altra le stelle nella nostra regione della Galassia. Nel frattempo, nella seconda metà del secolo scorso, il progresso della fotometria e della spettroscopia celesti, affermatesi soprattutto con il perfezionarsi della tecnica fotografica, avevano dato corpo a quella nuova branca dell'Astronomia nota come *Astrofisica*. E l'*Astrofisica*, indagando sulla natura fisica delle stelle, poté all'inizio del nuovo secolo forgiare nuovi e più potenti mezzi per scandagliare gli spazi siderali: sulla base delle distanze trigonometriche fu possibile infatti stabilire la luminosità rispetto al Sole di alcune classi di stelle che per le caratteristiche fotometriche o spettroscopiche sono facilmente riconoscibili anche a distanze di gran lunga maggiori dove il metodo trigonometrico è impotente. Basterà qui ricordare le stelle a luminosità periodicamente variabile dette *cefeidi* le quali, per opera soprattutto di Miss Leavitt e di Shapley, divennero, sessant'anni fa, uno dei più proficui indicatori di distanza: con la loro altissima luminosità - da cento a ventimila volte il Sole - sono fotografabili fino a decine di migliaia ed anche milioni di anni-luce ed hanno consentito non solo di stabilire le dimensioni della Galassia ma anche di

¹ A causa delle velocità relative rispetto al Sole, le stelle più vicine appaiono spostarsi progressivamente nel cielo rispetto alle stelle molto più lontane, così come dal finestrino del treno in corsa gli alberi più vicini paiono spostarsi rispetto a quelli più lontani. Tali spostamenti, detti moti propri, sono estremamente esigui: solo per pochissime stelle assai vicine (entro poche decine di anni luce) supera $1''$ d'arco (1° in 3600 anni); ma per lo più è una piccola frazione di secondo o addirittura irrilevabile. I moti propri vengono determinati mediante misure di grande precisione effettuate a decine di anni di distanza le une dalle altre.

uscire con gli scandagli fuori di questa per iniziare l'esplorazione dell'universo extragalattico. Sulle distanze stabilite mediante le cefeidi per le galassie più vicine, come quella di Andromeda, e quella del Triangolo, situate entro il raggio di 2 milioni di anni-luce, vennero tarati, nel terzo decennio di questo secolo, altri metodi in grado di consentire di estendere l'esplorazione alle galassie a decine e centinaia di milioni di anni-luce; ben noto è il metodo del *red shift* - lo spostamento verso il rosso delle righe spettrali delle galassie lontane - che, interpretato come effetto Doppler, mostra che le galassie sono animate da una velocità di allontanamento proporzionale alla distanza. Questa legge, scoperta e tarata da Hubble negli anni '30 su galassie distanti fino a 30 milioni di anni-luce, ha permesso poi di spingere gli scandagli dell'universo alla profondità di miliardi di anni-luce delle galassie all'estremo limite di osservabilità, ed anche oltre con le quasar, se è vero che lo spostamento verso il rosso delle righe spettrali di questi misteriosi oggetti è *red shift* cosmologico; se è vero questo, si è arrivati con la quasar OH471, osservabile nella costellazione dell'Auriga, alla distanza di 30 miliardi di anni-luce.

Tutte le distanze, proverbialmente enormi, che l'astronomo misura o stima sono quindi basate sulle distanze stellari stabilite col metodo trigonometrico, il più semplice concettualmente ed il solo immediatamente comprensibile al profano. Misurare le distanze col metodo trigonometrico, cioè col metodo della parallasse, prescindendo dalle difficoltà tecniche che sono notevoli, è un procedimento ovvio, e la domanda "come fanno gli astronomi a misurare le distanze delle stelle" sembra ricevere una risposta esauriente: data una base, le misure goniometriche consentono di stabilire la distanza di un punto inaccessibile, e con questa risposta tutti restano felici e contenti. Ma invece resta da domandare: "come si è fatto a misurare questa base?" Perché si tratta del dato essenziale; è la misura della base che consente di esprimere le distanze astronomiche in unità accessibili all'esperienza terrestre, dando piena rilevanza culturale a questo dato e consentendo di applicare all'astronomia le leggi della fisica. Però mentre la storia dalle prime distanze stellari trigonometriche fino alle distanze delle galassie e delle quasar - quella storia che è stata or ora accennata in poche parole - si trova ampiamente descritta in numerose trattazioni divulgative, l'altra storia - quella che racconta come si è passati dalle misure entro l'ambiente terrestre alle basi per le misure astronomiche - di solito è trascurata e se ne sa poco, e quel poco che si sa per lo più è raccapezzato in letture occasionali e fragmentarie; ci proponiamo allora qui di raccontare, sia pur succintamente, la storia di quest'ambiziosa impresa che è durata duemila anni.

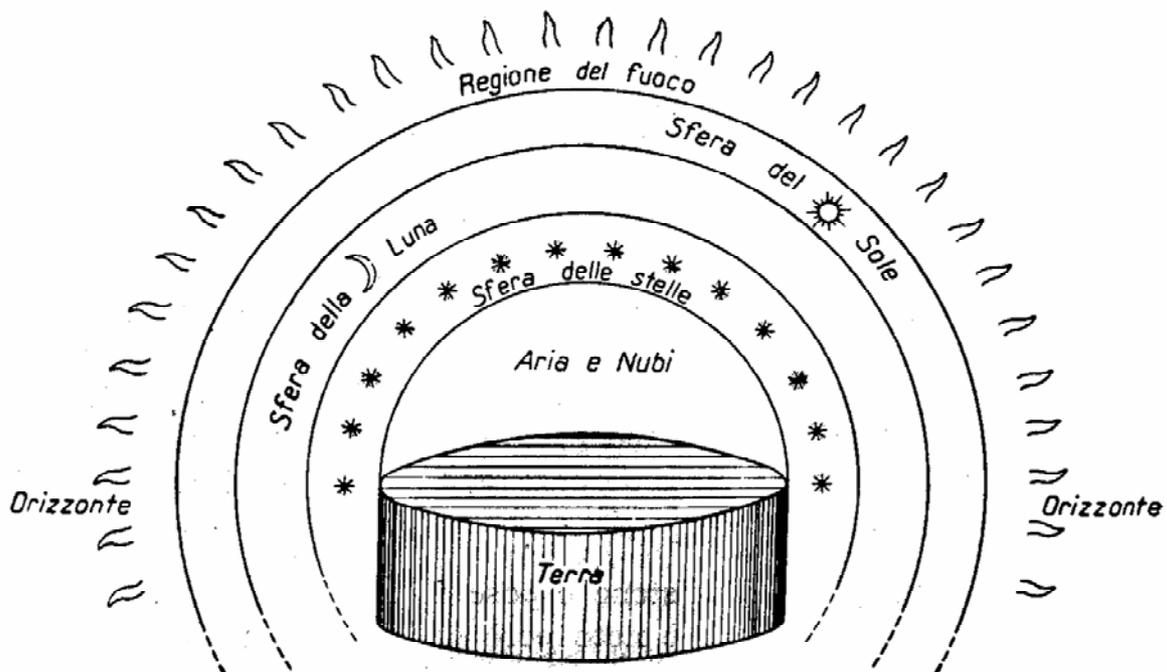


Fig.2 - L'universo di Anassimandro (VI secolo a.C.)

Le dimensioni della terra nell'antichità

In epoca omerica la Terra è concepita come un disco circolare piatto circondato dal grande fiume *Oceano* che nasce all'altezza delle Colonne d'Ercole, e coperto dalla grande campana del cielo. Nel libro XI dell'*Odissea* si parla del misterioso paese dei Cimmerii che si troverebbe al di là dell'*Oceano*, a sud ovest, confinante con l'*Ade*, il paese dei morti. Tuttavia una vaga concezione degli antipodi emerge in certi passi omerici dove l'*Ade* è posto sotto la superficie della Terra, a metà fra il cielo ed il Tartaro.

Anassimandro (VII secolo a. C.) considerava la Terra come un cilindro ricoperto dalla emisfera dell'aria e delle nubi delimitata a sua volta dalla sfera delle stelle. La concezione della Terra sferica entra nella filosofia classica con la scuola pitagorica, probabilmente con Pitagora stesso (VI sec. a.C.) sebbene gli scrittori di epoche successive, dai quali si desumono le informazioni che abbiamo sui pitagorici, attribuiscono questa intuizione al discepolo Parmenide. La concezione si affermò con fatica, tanto che lo storico Erodoto (V sec. a.C.), riferendo di voci secondo cui molto a nord esisterebbero popoli che dormono sei mesi dell'anno e di racconti di marinai fenici che navigando verso ovest (presumibilmente circumnavigando l'Africa) avrebbero avuto il Sole alla loro destra, ne parla come di dicerie fantastiche ed incredibili. Se la concezione era ancora controversa in epoca ellenica, risulta invece sicuramente acquisita in epoca ellenistica, e tanto ben acquisita che Eratostene di Cirene (276-196 a. C.), astronomo e geografo nonché sovrintendente alla biblioteca di Alessandria, si prese la briga di fare la misura della circonferenza del globo terrestre. Avuta notizia che attorno al solstizio di estate il Sole a Siene (Assuan) arrivava allo zenit (la sua immagine a mezzogiorno appariva in un pozzo profondo) mentre ad Alessandria alla stessa data arrivava a $7^{\circ},2$ dallo zenit (come risultava dall'ombra di uno stilo verticale), calcolò la lunghezza della circonferenza terrestre in base alla distanza lineare fra le due località. La fig. 3 illustra il procedimento: appare evidente che la distanza zenitale $\hat{S}AZ_a$ del Sole ad Alessandria è uguale all'angolo al centro $\hat{A}CS$ che è appunto la differenza di latitudine fra Alessandria e Siene; se si conosce la lunghezza l dell'arco di meridiano AS, la circonferenza della Terra si ricava immediatamente dalla proporzione:

$$L = \frac{360}{7,2} l$$

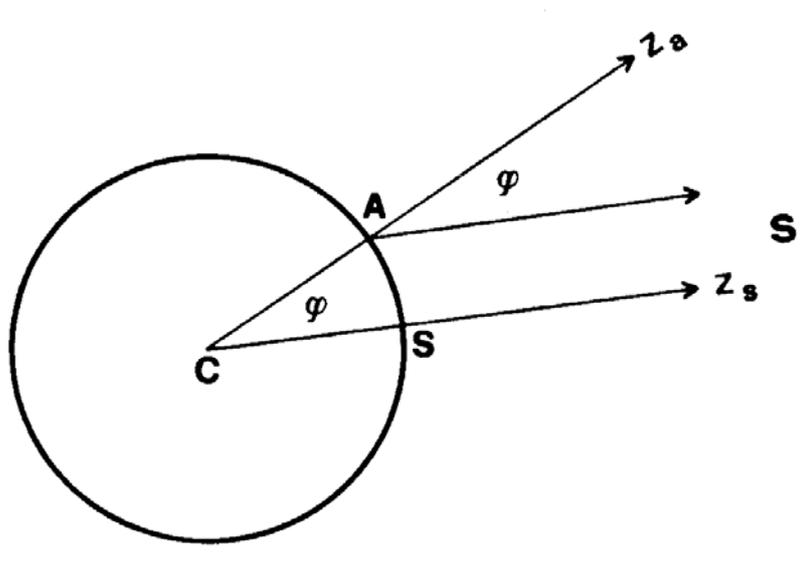


Fig.3- Geometria del metodo di Eratostene per la determinazione della lunghezza della circonferenza terrestre

L'opera nella quale Eratostene espose il procedimento seguito ed il risultato è andata perduta; è noto però dalle citazioni degli scrittori successivi che la distanza fra Alessandria e Siene fu calcolata da Eratostene in 5000 stadi; si pone però il problema del valore dello stadio: infatti si sa che si avevano in quell'epoca due stadi, quello olimpico, che vale circa 185 metri, e quello itinerario, che ne vale 157,5.

Nel primo caso la circonferenza terrestre sarebbe risultata 46250 km, nel secondo 39400. Secondo la testimonianza di Plinio si trattava di stadi itinerari; R. Wolf, nel suo *Handbuch der Astronomie*, ritiene che Plinio sia nel vero e ciò perché Eratostene non fece una misura sul terreno ed è presumibile che abbia desunto l'informazione dalla fonte più attendibile: le tabelle tariffarie per i corridori professionisti che portavano da una città all'altra dell'Egitto tolemaico la posta regia.

Quindi risulterebbe che Eratostene sia andato molto vicino al vero!

Altre valutazioni della circonferenza terrestre avevano preceduto quella rimasta poi famosa di Eratostene, ma si era trattato solo di grossolane stime. Aristotele, vissuto un secolo prima, accetta la Terra sferica e ne indica la circonferenza in 400 mila stadi senza però indicare la fonte di tale dato; probabilmente si trattava di una stima basata sulle costellazioni passanti allo zenit di due località aventi forte differenza di latitudine. Poiché sicuramente si tratta di stadi olimpici (non si era in Egitto, ma nell'Atene pre-alessandrina) la dimensione risulta fortemente in eccesso. La determinazione di Eratostene fu la prima vera e propria misura, ma la sua larga risonanza fu dovuta anche all'egemonia culturale esercitata dalla scuola di Alessandria.

Il medesimo procedimento di Eratostene fu utilizzato da Posidonio di Capanea, Siria, due secoli più tardi; utilizzando però una stella invece del Sole. Avendo notato che la stella Canopo (α Carinae) quando è in culminazione superiore² appariva appena sopra l'orizzonte di Rodi, cioè quando passava al meridiano appariva raso orizzonte, mentre ad Alessandria si alzava fino a $7^{\circ},5$, ne dedusse che fra Rodi ed Alessandria vi erano $7^{\circ},5$ di differenza di latitudine; per avere la lunghezza dell'arco di meridiano compreso fra i due paralleli Posidonio si valse delle notizie avute dai naviganti circa la distanza fra il porto di Rodi e quello di Alessandria e valutò in tal modo un arco di 3750 stadi. La circonferenza terrestre risultò quindi $5000 \times 360 / 7,5 = 240000$ stadi e cioè circa 38 mila chilometri. Piuttosto in difetto, come si vede, e probabilmente perché la distanza fornita dai naviganti era assai più incerta di quella fra Alessandria e Siene fornita ad Eratostene dalle tabelle tariffarie dei famosi messaggeri regi.

Le prime misure di distanze astronomiche

E veniamo ora alle distanze astronomiche. Proprio nella stessa epoca di questi primi tentativi di misurare la Terra, si tentò per la prima volta anche l'audace impresa di misurare distanze di astri; voglio dire non più solo speculazioni filosofiche e metafisiche sull'estensione del cosmo e sulla distanza dei cieli, ma vere e proprie operazioni scientifiche condotte, in epoca ellenistica, con uno spirito di ricerca che sarebbe poi scomparso nella lunga notte barbarico-cristiana scesa sul mondo occidentale, per risorgere solo dopo oltre un millennio.

Per primo cominciò Aristarco di Samo (310?-250 a. C.), quello stesso che avanzò l'ipotesi che la Terra seguisse un cerchio attorno al Sole, immobile al centro del mondo, e che inoltre ruotasse su se stessa, spiegando in tal modo sia lo spostamento annuo del Sole lungo lo zodiaco sia il moto diurno della sfera celeste. Aristarco effettuò la determinazione del rapporto fra la distanza del Sole e quella della Luna e ci descrive metodo e risultato in un'opera che è giunta fino a noi attraverso le trascrizioni degli amanuensi medioevali e che venne stampata per la prima volta a Pesaro nel 1572, in traduzione latina, col titolo *De magnitudinibus et distantibus solis et lunae*.

È il ben noto metodo della dicotomia lunare (dal greco διχοτομία= diviso in due metà): quando la Luna si trova al primo od all'ultimo quarto, ed appare quindi metà in luce e metà in ombra, la congiungente Sole-Luna e quella Sole-Terra formano un angolo retto; basta perciò misurare l'angolo $\hat{S}\hat{T}L$, ciò che si può fare direttamente sul cielo misurando la distanza angolare fra il Sole e la Luna nella fase di quarto, quando entrambi gli astri sono contemporaneamente visibili, per avere i tre angoli del triangolo e quindi conoscere i rapporti fra i lati. L'unico problema era perciò quello di misurare l'angolo che separa il Sole

² Si dice culminazione il passaggio di un astro al meridiano di un luogo. Considerando l'intero cerchio meridiano, si distingue la culminazione superiore e quella inferiore, nel caso del Sole la culminazione superiore corrisponde al mezzogiorno, quella inferiore alla mezzanotte.

dalla Luna quando questa si trova in quadratura. Aristarco prese per questo angolo, non si sa bene con quale criterio, il valore di 87° , e sbagliò di grosso perché invece è circa $89^\circ 45'$; risolto il triangolo, venne fuori che il rapporto fra la distanza Terra-Sole e la distanza Terra-Luna è $1/19$ (la tangente trigonometrica di 87° è infatti 19), cioè il Sole è 19 volte più lontano della Luna (sappiamo invece ora che è distante 389 volte).

{Ovviamente si tratta di un errore in quanto il rapporto tra la distanza Terra-Luna e la distanza Terra-Sole è $\cos 87^\circ = \sin 3^\circ \approx 3^\circ$ è l'angolo in S. Segue che essendo $\sin 3^\circ \sim \tan 3^\circ = 1/19$ è il rapporto tra la distanza Terra-Luna e la distanza Terra-Sole che è $1/19$ }

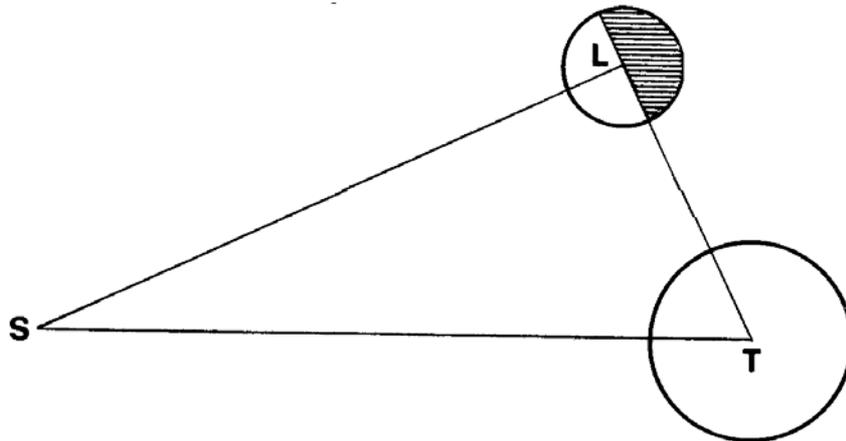


Fig.4 - Geometria del metodo della *dicotomia* per la determinazione del rapporto tra le distanze del Sole e della Luna

Questo risultato fu utilizzato un secolo e mezzo più tardi da Ipparco di Nicea (188-125? a. C.), l'altro grande astronomo dell'antichità, quando nel 150 a.C., circa, tentò per primo la misura delle distanze del Sole e della Luna e non solo il loro rapporto. Il procedimento di Ipparco è basato sull'osservazione delle eclissi totali di Luna ed è illustrato nella fig. 5 dove sono rappresentati il Sole con centro in O, la Terra con centro in C, ed un arco IMF dell'orbita lunare (ovviamente, non sono rispettate le proporzioni né delle dimensioni né delle distanze); I è il punto orbitale in cui la Luna entra in eclisse, M il punto centrale del fenomeno ed F quello di uscita dall'ombra. Si suppone che l'eclisse sia centrale, che cioè il centro della Luna passi per il centro del cono d'ombra, o, ciò che è lo stesso, che nella fase centrale dell'eclisse, Sole, Terra e Luna siano sulla stessa retta.

L'angolo \widehat{TSC} è l'angolo sotto cui dal Sole si vede il raggio terrestre, cioè è la parallasse π_\odot del Sole; \widehat{TCF} è analogamente la parallasse π_ζ della Luna; SCO è il semidiametro apparente r del disco solare e si sa che vale $16'$; infine IMF è l'arco entro cui la Luna è in eclisse: sapendo che l'eclisse centrale dura 2 ore e mezzo, la metà di tale arco, e cioè l'angolo $\varphi = \widehat{MCF}$, viene percorsa in 1 ora e 15 minuti; siccome la Luna nel suo giro attorno alla Terra si sposta mediamente di 13° in 24 ore, fatta la proporzione si vede che in 1,25 ore si sposta di $40'$ e perciò $\varphi = 40'$. Allora, avendosi $\pi_\odot + \pi_\zeta = r + \varphi$ (infatti gli angoli $r + \varphi$ e $\pi_\odot + \pi_\zeta$ sono entrambi supplementari dello stesso angolo \widehat{FCS}) e sapendo che r vale $16'$ si ha:

$$\pi_\odot + \pi_\zeta = 56'$$

A questo punto Ipparco prese pari pari il valore dato da Aristarco per il rapporto d_\odot/d_ζ fra la distanza del Sole e quella della Luna, che è uguale al reciproco del rapporto fra le parallasse e cioè $d_\odot/d_\zeta = \pi_\zeta/\pi_\odot$ (a rigore non sarebbe così, ma trattandosi di angoli piccoli e data l'approssimazione dei dati e delle ipotesi, si può tranquillamente identificare l'angolo con la tangente o col seno). Col valore di Aristarco $d_\odot/d_\zeta = 19$ si ottiene

$$\pi_\odot + 19 \pi_\zeta = 20 \pi_\zeta = 56'$$

da cui Ipparco dedusse $\pi_{\odot} = \sim 3'$; $\pi_{\zeta} = \sim 53'$. {Nel testo originale è $\pi = \sim 53'$ }

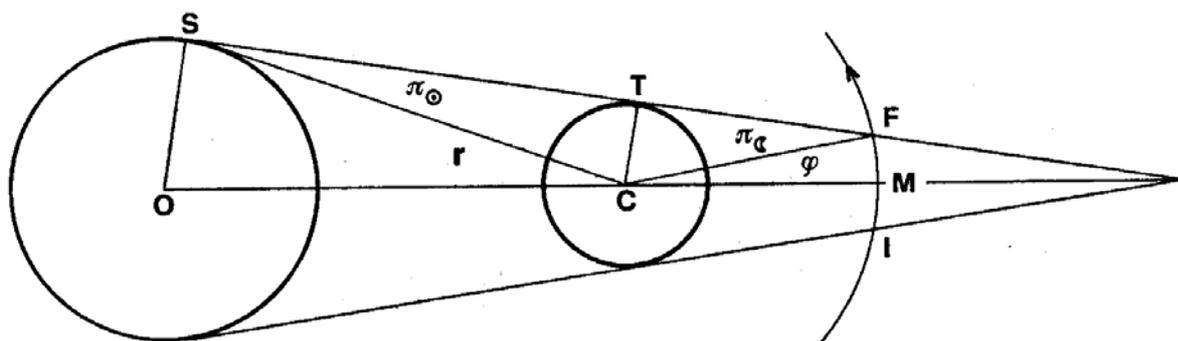


Fig.5 - Geometria del metodo di Ipparco per la determinazione delle distanze della Terra a della Luna

Oggi sappiamo che la parallasse solare è $8''{,}79$ e perciò il valore trovato da Ipparco era in eccesso per un fattore circa 20; la parallasse della Luna invece era assai prossima al vero che è $57'$, un errore quindi di solo il 7%. Il procedimento era suscettibile di una notevole precisione per quell'epoca; il grande errore nel risultato è dovuto al valore dato da Aristarco per il rapporto fra le distanze del Sole e della Luna. Per la parallasse lunare il risultato fu buono perché, una volta ammesso che il Sole è molto più lontano della Luna, che sia più lontano 20 volte oppure - poniamo - 100 volte, la parallasse lunare cambia di poco; al limite infatti, ponendo il Sole a distanza infinita e cioè ponendo $\pi_{\odot} = 0$, si sarebbe ottenuto $\pi_{\zeta} = 56'$. {Nel testo originale è $\pi = \sim 56'$ }

Alla parallasse $3'$ corrisponde una distanza pari a 1100 volte il raggio terrestre, mentre oggi sappiamo che è 23500 volte. Per quanto l'errore sia notevole, tuttavia se ne ricavava che il Sole, apparendo di mezzo grado, doveva essere un globo 5 volte più grande in diametro del globo terrestre; risultato questo importante, se si considera che ancora in epoca successiva era materia di disquisizione filosofica ritenere il Sole un immenso astro dominante il cosmo oppure un piccolo globo di fuoco entro l'atmosfera sovrastante la Terra piatta.

A questo punto era giunta l'indagine sulle dimensioni del cosmo quando, nel secondo secolo d. C., Tolomeo sintetizzò tutta la scienza astronomica nel sistema che porta il suo nome. Claudio Tolomeo, nativo di Alessandria (100?-178? d. C.) dove svolse tutta la sua attività, riunì in una grande sintesi le teorie ed i dati astronomici formulate e raccolti fino alla sua epoca costruendo quel grande *sistema del mondo* — il sistema tolemaico - esposto nella sua opera *μεγαλη συνταξις* (grande costruzione) nota come *Almagesto* (gli Arabi la chiamarono *μεγιστη συνταξις*, cioè *massima costruzione*, ed abbreviatamente, premettendo il loro articolo al, *Al leghiste* da cui per corruzione il nome di *Almagesto*). L'*Almagesto* fu il primo trattato che comprendesse e sistemasse tutta l'Astronomia e rimase per 15 secoli la fonte prima di ogni sapere astronomico. Nel sistema tolemaico il centro della Terra, immobile, è il centro dell'universo, e attorno orbitano, in ordine di distanza crescente, su cerchi pressoché concentrici, la Luna, Mercurio, Venere, il Sole, Marte, Giove e Saturno; al di là di Saturno sta la sfera delle stelle fisse che ruota su se stessa in 24 ore trascinando le sfere sottostanti, ciascuna delle quali è in più animata da un moto particolare che dà ragione del periodo orbitale di ciascun pianeta.

I pianeti, com'è noto, appaiono infatti spostarsi rispetto alle stelle, ora avanzando (nel cosiddetto *moto diretto* da ovest verso est) ora retrocedendo (moto retrogrado, da est verso ovest), fenomeno questo dovuto all'effetto combinato del moto orbitale della Terra e del pianeta. Per spiegare quest'irregolarità, detta *anomia planetaria*³ ritenendo la Terra immobile, il sistema tolemaico ricorre

³ Irregolarità o anomalia *ανωμαλια* = irregolarità) erano dette tutte le deviazioni dal moto circolare uniforme che nella fisica aristotelica, fatta propria da Tolomeo, era per la sua perfezione l'unico moto compatibile con gli astri.

alla geometria degli epicicli: ciascun pianeta segue, con moto uniforme, un'orbita circolare detta *epiciclo* il cui centro *c* segue un cerchio, detto *deferente*, attorno alla Terra; scegliendo opportunamente il rapporto fra il raggio dell'epiciclo e quello del deferente nonché il rapporto fra il periodo di rivoluzione del pianeta attorno a *c* e quello di *c* sul deferente si riproducono in cielo tutte le stazioni e retrogradazioni dei pianeti.

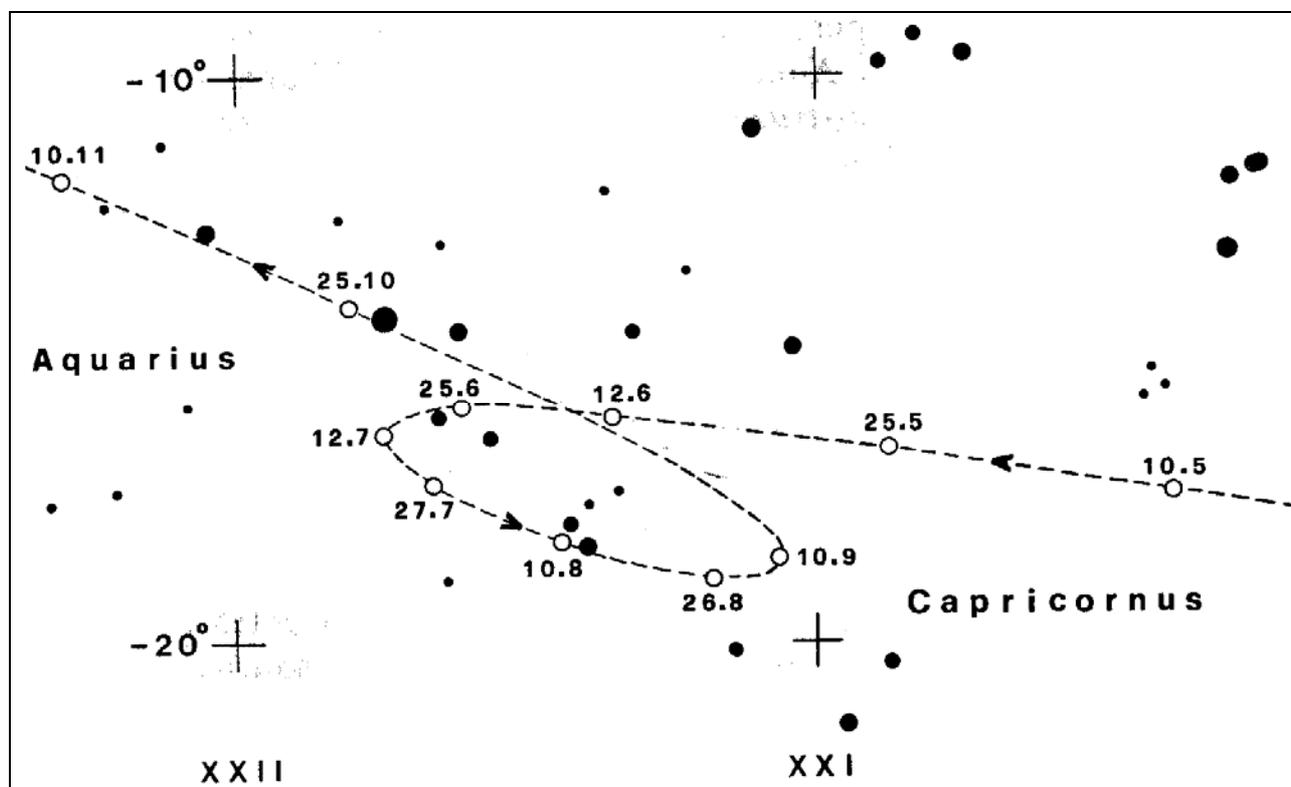


Fig.6 - Traiettoria apparente di Marte in cielo fra il 10 maggio ed il 10 novembre 1971 e cioè attorno all'epoca dell'opposizione che si verificò il 10 agosto. Come si vede, il 12 luglio il pianeta fu in *stazione*, poi apparve muoversi di moto retrogrado fino al 12 settembre, epoca della seconda grande *stazione*, ed infine riprese il moto diretto.

Inoltre è noto oggi che i pianeti seguono la loro orbita ellittica con velocità variabile, massima al perielio, minima all'afelio; di questo fenomeno, che si riflette in una velocità di avanzamento e di retrogradazione lievemente diversa da un'opposizione all'altra (perché il pianeta viene a trovarsi, nelle successive opposizioni, in punti diversi della propria orbita) si erano accorti già gli antichi astronomi che a tale irregolarità avevano dato il nome di anomalia zodiacale. Per spiegarlo senza rinunciare al principio del moto circolare uniforme, il sistema tolemaico ricorre al deferente eccentrico, cioè con la Terra situata fuori dal centro del cerchio; è chiaro infatti in tal caso che un punto, pur seguendo il cerchio con moto uniforme, visto dalla Terra appaia animato da velocità angolare minima quando passa per l'apogeo *A* (corrispondente nel sistema eliocentrico all'afelio), e massima quando è al perigeo *P* (oggi perielio). La distanza del centro *C* del deferente dalla Terra viene scelta ovviamente per ciascun pianeta in modo da render conto delle velocità angolari osservate ed il rapporto fra tale distanza ed il raggio del deferente è detto *eccentricità dell'orbita*. Anche il Sole nel sistema tolemaico segue attorno alla Terra un cerchio eccentrico; infatti il Sole appare percorrere il cerchio zodiacale con velocità continuamente variabile, come appare evidente anche dalla differente durata delle quattro stagioni.

Anche in questo caso oggi sappiamo che il fenomeno è causato dall'ellitticità dell'orbita seguita dalla Terra. In tal modo Tolomeo approssimava gli effetti del moto ellittico in misura sufficiente per la precisione delle osservazioni di cui disponeva; non più però per la precisione delle osservazioni che farà Ticone 15 secoli più tardi, e da qui la grande scoperta di Keplero.

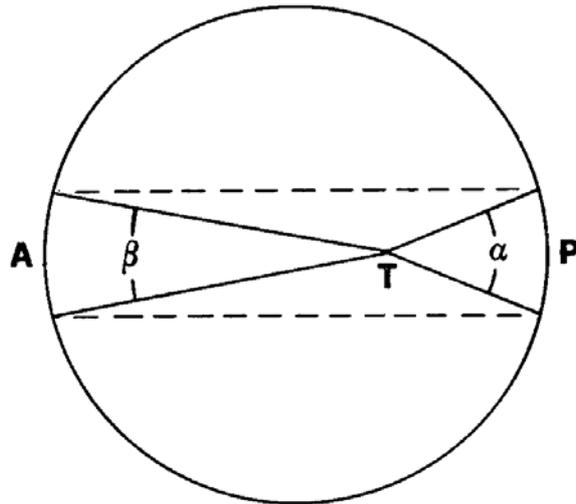


Fig.7 - Archi uguali di una circonferenza possono apparire di apertura angolare diversa all'osservatore posto in posizione eccentrica T; in particolare, un punto che segue la circonferenza con velocità costante appare percorrere attorno al perigeo un arco a maggiore dell'arco b descritto in ugual tempo attorno all'apogeo.

Stabilendo opportunamente raggi di epicicli e deferenti, tempi di rivoluzione ed eccentricità, Tolomeo riuscì a rappresentare i moti celesti in modo pressoché perfetto. Infatti con gli epicicli si suppliva all'insospettata immobilità della Terra; con gli eccentrici all'altrettanto insospettato moto ellittico.

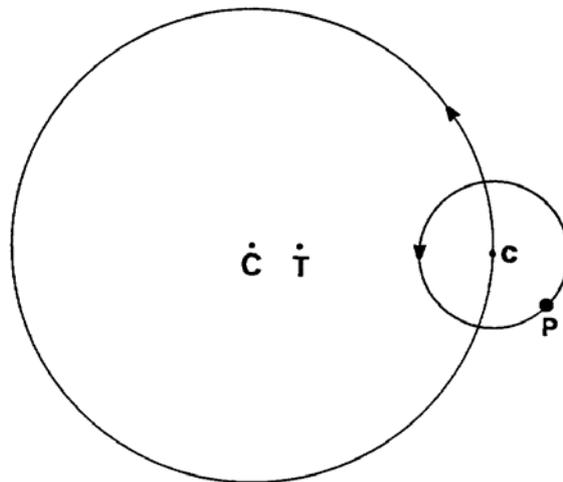


Fig.8 - Epiciclo su deferente eccentrico; il rapporto fra la distanza della Terra dal centro ed il raggio del deferente costituisce l'eccentricità dell'orbita nel sistema geocentrico tolemaico.

Per quanto concerne le dimensioni del mondo, l'Almagesto accetta i 38 mila chilometri della circonferenza terrestre trovati da Posidonio, valore del quale fecero poi uso anche i navigatori all'epoca delle grandi scoperte geografiche e che fu sostituito solo dalle moderne determinazioni del secolo XVII, ed accetta anche la parallasse solare di 3' stabilita da Ipparco tre secoli prima. La distanza del Sole risulta quindi nell'Almagesto di 1100 raggi terrestri e quella della Luna di 60. Circa le distanze dei rimanenti astri, Mercurio e Venere erano considerati su sfere interne a quella del Sole mentre gli altri pianeti apparivano evidentemente su sfere esterne. Per le stelle fisse fu opinione generalmente

condivisa dai dotti per tutta l'era astronomica tolemaica che si trovassero su una sfera esterna racchiudente il cosmo sensibile e sulla cui estensione le opinioni erano le più diverse.

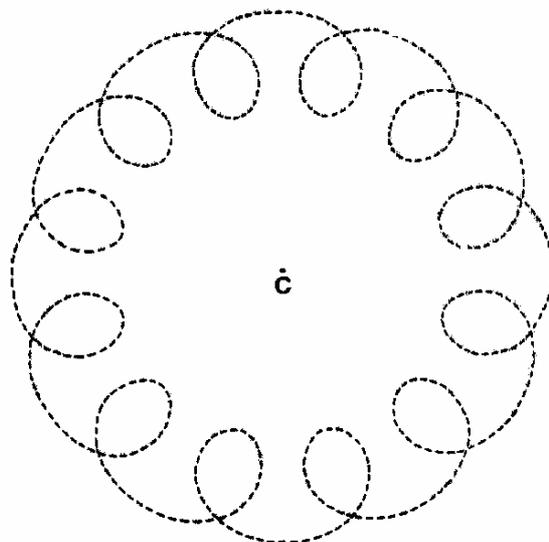


Fig.9 - Moto epicicloidale: visto da un punto interno al cerchio appare, evidentemente, un alternarsi di moto diretto e retrogrado.

È da notare qui che al crescere della distanza dei pianeti dal Sole, come è apparso poi col sistema eliocentrico, l'epiciclo tolemaico diviene sempre più piccolo rispetto al deferente, ed è facile comprendere perché: l'effetto del moto orbitale della Terra diviene sempre minore. Il rapporto fra il raggio di ciascun deferente a quello del relativo epiciclo è uguale alla distanza media del pianeta dal Sole misurata in unità pari alla distanza Terra-Sole (unità astronomica), come mostra la seguente tabella dove sono riportati i semiassi maggiori a dell'orbita dei pianeti esterni ed il rapporto r ora detto di Tolomeo:

	a	r (unità a.)
Marte	1,5237	1,5191
Giove	5,2028	5,2165
Saturno	9,5390	9,2340

Senza saperlo Tolomeo aveva in mano le distanze di tutti i pianeti!

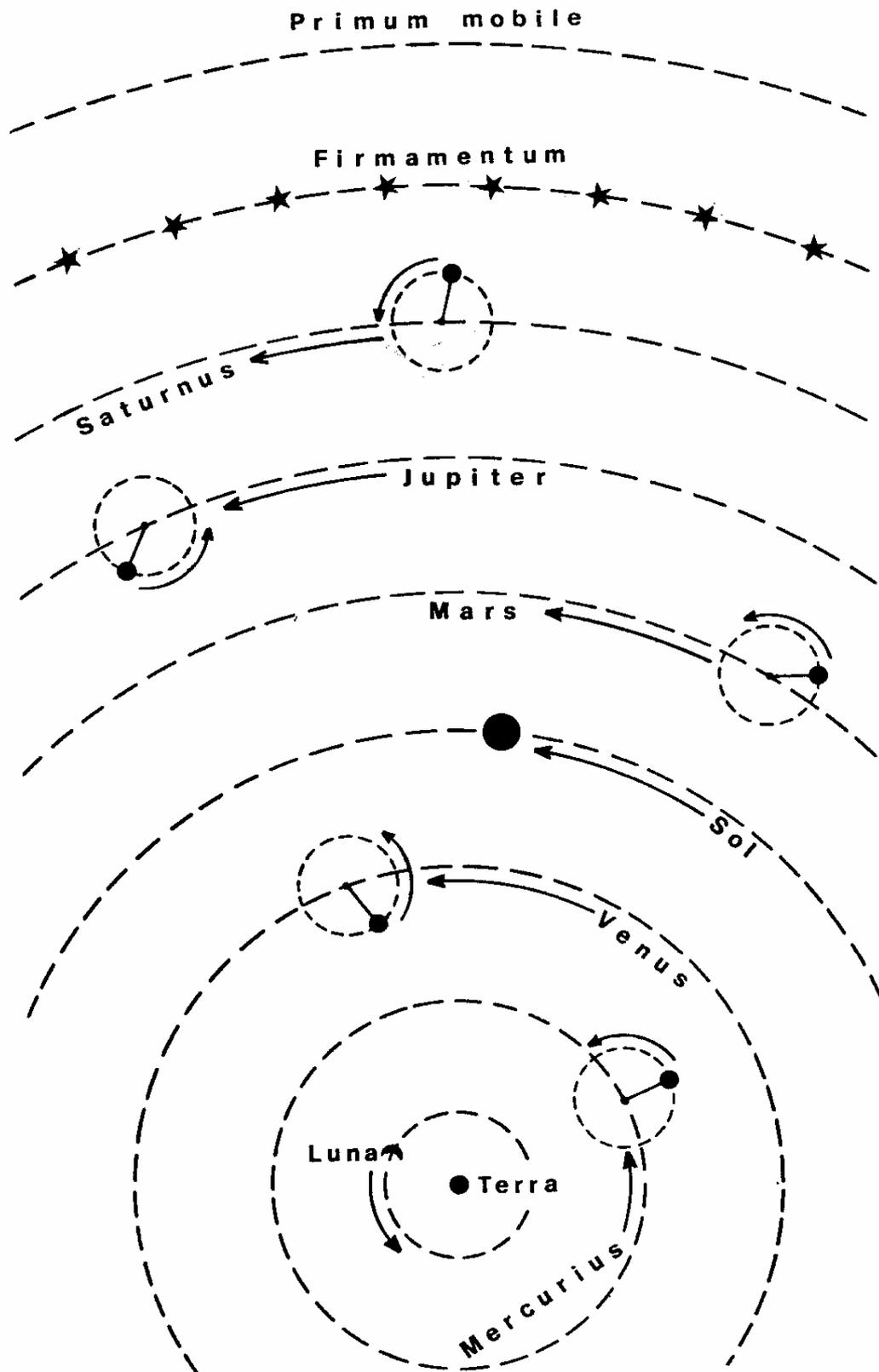


Fig. 10 - Schema del sistema tolemaico-aristotelico; i deferenti (cerchi grandi), secondo la concezione aristotelica, sono cerchi massimi di sfere eteree dette *cieli*. Il moto, indicato dalle frecce lunghe, del centro di ciascun epiciclo sul proprio deferente è sovrapposto al moto generale di rotazione che si compie in 24 ore insieme alla sfera delle *stelle fisse* trascinata dal "motore" dell'universo o *primo mobile*.

CLAVDII PTOLEMAEI

PHELVDIENSIS ALEXANDRINI

ALMAGESTVM SEV MAGNAE CONSTRUCTIONIS

MATHEMATICAE OPVS PLANE DIVINVM

LATINA DONATVM LINGVA

AB GEORGIO TRAPEZVNTIO VSQVEQVAQ.

DOCTISSIMO.

PER LVCAM CAVRICVM NEAPOLIT. DIVINAE

MATHESEOS PROFESSOREM ECCECIVM

IN ALMA VRBE VENETA ORBIS REGINA

RECOGNITVM

ANNO SALVTIS M D XXVIII LABENTE



Nequispiam alius Calcographus/Venetiis aut usquã locorum
Venetæ ditionis impune Almagestum hunc imprimat per De/
cennium/Senatus Veneti Decreto cautum est.

Luca Antonio Giunta
L. A.

Fig. 11 - Frontespizio dell'Almagesto nell'edizione giuntina del 1528, secondo la traduzione latina di Giorgio da Trebisonda da un codice vaticano in lingua greca (riproduzione di una copia conservata nella biblioteca dell'Osservatorio astronomico dell'Università di Bologna).

Il decadimento medioevale

A questo grado era giunta la conoscenza del cosmo all'epoca del grande astronomo Alessandrino: successivamente però in Europa, o per dir meglio nel mondo occidentale, l'indagine astronomica si arrestò, e nel grande arretramento culturale perfino il concetto della sfericità della Terra andò perduto.

La cultura Alessandrina ebbe il suo centro nel famoso Museo⁴ e nell'altrettanto famosa biblioteca (che si dice esser giunta ad ospitare 700 mila volumi, cioè rotoli di papiro) istituita dal re Tolomeo I Sotèro, il primo dei re "greci" nell'antico regno dei Faraoni, che aveva stabilito la propria corte nella città di Alessandria, fondata pochi anni prima da Alessandro Magno. Questa raffinata civiltà interessò tutto il bacino del Mediterraneo, giungendo a far sentire la propria influenza fino a paesi affacciati alle sponde dell'oceano Indiano, ed abbracciò un periodo di oltre 600 anni potendosi convenzionalmente far coincidere la fine con la distruzione della biblioteca avvenuta nel 389 d. C. ad opera di fanatici cristiani aizzati ad arte contro i "greci" pagani. Da questo momento l'*intelligentsia* Alessandrina, come si direbbe oggi, già in crisi dopo l'editto di Costantino, fu messa del tutto a tacere, e nell'area culturale greco-latina il rifiuto di ogni indagine sulla natura in nome di una conoscenza rivelata arrestò ogni progresso scientifico; e portò anche a respingere nozioni già salde, perché considerate frutto del ragionamento umano, aberrante se non illuminato dalla grazia divina come non poteva essere in menti pagane. È così che si cessò di credere nella Terra sferica, anche a costo di chiudere gli occhi su certe evidenze. *"Probabilmente"* — dice Fred Hoyle — *"nulla avrebbe meravigliato di più il greco Tolomeo del sapere che in astronomia, dopo il suo Almagesto, nessun progresso significativo sarebbe stato fatto per circa quattordici secoli"*. Ed infatti il primo grande progresso nella conoscenza astronomica, dopo le grandi acquisizioni greco-Alessandrine, si avrà solo nel XVI secolo con Copernico.

Ecco quanto scrive lo storico della scienza J. L. Drayer nella sua opera *A History of Astronomy from Thales to Kepler* (editore Dover Publ. 1953): *"Ancor prima che i nemici esterni avessero cominciato ad assalire l'Impero romano, era cominciato un fiero assalto contro i risultati del pensiero greco. Un'ottusa interpretazione letterale di ogni sillaba delle Sacre Scritture veniva pretesa dalle gerarchie ecclesiastiche e tutto ciò che non poteva essere conciliato con i sacri testi veniva respinto con orrore e disprezzo. In tal modo alcuni Padri della Chiesa dettero una mano ai barbari a mandare indietro di un millennio le lancette della storia... In nessun campo l'ansia di spazzare via il sapere greco fu così intensa come nei riguardi della figura della Terra e del moto dei pianeti. Sfogliando le pagine di alcuni di questi Padri ci si potrebbe immaginare di star leggendo le opinioni di certi preti babilonesi scritte alcune migliaia di anni prima dell'era cristiana; le idee sono esattamente le stesse. L'unica differenza essendo che gli antichi preti babilonesi non avevano modo di sapere di più e non avrebbero respinto verità mostrate da osservazioni astronomiche"*.

Limitandoci ad alcuni esempi, ricorderemo Lattanzio, vissuto fra il III ed il IV secolo d.C. e quindi due secoli dopo Tolomeo, il quale nell'opera *Divinae Institutiones* dedica un intero capitolo a mettere in ridicolo la dottrina della sfericità della Terra e l'esistenza degli antipodi; il monaco egiziano Cosma che nel VI secolo scrisse, in greco, un'opera dal titolo *Topografia cristiana* un libro il quale è intestato *Contro coloro che pur aderendo al cristianesimo pensano, come i pagani, che il cielo è sferico*; in questo libro Cosma sostiene fra l'altro che la figura dell'universo può essere appresa solo studiando il disegno del tabernacolo costruito da Mosé. In tale contesto, addirittura spregiudicato appare il Padre noto come Basilio il grande (329-379 d.C.) che in una sua opera sui sei giorni della creazione si palesa agnostico nei riguardi di certe verità scientifiche dicendo, circa la figura della Terra, che *"molti hanno disputato se essere una sfera, un cilindro od un disco, però Mosé non dice niente su ciò né su alcuna cosa che non sia necessario per noi conoscere"*.

derne

⁴ Istituzione destinata a coltivare le scienze le lettere e le arti, paragonabile, in qualche modo, al *campus* delle moderne università anglo-americane.

Sul regresso della conoscenza astronomica nell'alto medioevo ricordiamo ancora quanto afferma Hoyle nell'opera *L'Astronomia* (ediz. italiana di Sansoni, 1963):

Non è difficile trovare la causa di questa lunga pausa. La scissione sempre più netta fra Europa orientale ed Europa occidentale, che contraddistinse il decadimento e la caduta dell'Impero romano, e l'affermarsi del cristianesimo, determinarono in Occidente la dimenticanza quasi completa del bagaglio scientifico dei greci. Il popolo ebraico, i cui scritti costituirono il grosso delle scritture cristiane, non aveva mai avuto grande interesse per i problemi astronomici: di conseguenza i suoi scritti, e particolarmente il Libro della Genesi, riportavano ingenuamente nozioni astronomiche prese in prestito da altri popoli. La sfera celeste sarebbe stata una superficie di separazione fra acque superiori ed acque inferiori.

Affermazioni di questo tipo non furono particolarmente dannose per gli ebrei, ma nelle mani della Chiesa dei primi tempi furono sul punto di distruggere completamente la scienza. Poiché la Bibbia doveva adesso venire interpretata letteralmente, doveva esserci realmente un firmamento che separava le acque superiori da quelle inferiori. In altre parole, sopra il cielo doveva esserci un altro oceano che, ad un momento prestabilito, poteva riversarsi attraverso un foro nel cielo ed allagare la Terra, come era avvenuto al tempo di Noè. Era più facile accettare queste credenze se si ammetteva che la Terra fosse piana. Troviamo così commentatori, come Lattanzio e Kosmas, che deridono l'idea di una Terra sferica respingendo, di conseguenza, la prima grande scoperta dei greci. Troviamo anche un ritorno all'idea semplicistica secondo cui le stelle ed il Sole, dopo essere tramontati ad ovest, abbandonano le loro orbite e girano sotto l'orizzonte verso nord per poi ritrovare di nuovo ad est il punto da cui sorgono.

È vero che i membri della Chiesa meno tradizionalisti, come sant'Agostino d'Ippona, vissuto fra il quarto e l'inizio del quinto secolo, non disprezzarono la scienza greca; però, frasi infelici della Bibbia, come "il firmamento e le acque che lo sovrastano", impedivano loro di accettare qualsiasi sensato sistema cosmologico. Nel corso dei secoli le cose migliorarono lentamente. Poco dopo la fine del settimo secolo, il Venerabile Beda padre benedettino inglese, era disposto a prendere in considerazione l'idea di una Terra sferica. Egli fa menzione delle zone della Terra asserendo che soltanto due sono abitabili, ma che nessun consenso doveva esser dato alle favole sugli Antipodi, dato che non vi era traccia né orale né scritta di esploratori che avessero attraversata la zona torrida e trovato oltre ad essa esseri umani. Se non fossimo consapevoli del fatto che la storia, così come la scienza, era stata completamente dimenticata, questa affermazione sarebbe davvero sorprendente alla luce della circumnavigazione dell'Africa compiuta più di mille anni prima dai fenici per ordine del re d'Egitto, Necho.

Intorno al nono secolo le menti più aperte della Chiesa accettavano in numero sempre maggiore la sfericità della Terra e le teorie greche sui moti planetari. Si leggevano di nuovo gli scritti degli ultimi studiosi greci, specialmente di Tolomeo, pur soltanto nelle traduzioni arabe. Tuttavia bisogna notare che furono pochi quelli che si familiarizzarono con le nozioni generali dell'astronomia greca e che la grande massa della popolazione continuò ad immaginare la Terra piana fino al quindicesimo secolo ed anche dopo. Per di più, veniva trascurato tutto ciò che andasse oltre i più semplici fenomeni astronomici. I minuziosi dettagli che avevano tormentato tanto i greci erano sconosciuti nell'Europa medievale, né, d'altra parte, l'Europa era nella condizione mentale di poterli determinare indipendentemente. Tanto è costata l'accettazione integrale e letterale delle Scritture.

Nel frattempo altre popolazioni mantenevano sveglio l'interesse per l'astronomia. Dapprima la fiaccola passò agli indiani e quindi, probabilmente da questi, agli arabi che divennero avidi osservatori del cielo. Con ogni probabilità furono in ciò aiutati ed incoraggiati dalla limpidezza del clima desertico.

Furono dunque gli Arabi che nel mondo occidentale continuarono, lungo l'alto medioevo, a coltivare l'Astronomia. Le teorie astronomiche non ebbero, a dire il vero, sensibile sviluppo nel mondo islamico, ma il grande merito fu quello di conservare e consolidare le nozioni dell'antica Astronomia, sia attraverso traduzioni e rielaborazioni critiche o didattiche dei testi greci, sia assicurando la continuazione dell'osservazione astronomica, effettuata con precisione superiore a quella degli astronomi alessandrini; il prezioso patrimonio, così conservato ed arricchito, verrà poi recuperato nel mondo latino per la fondazione della nuova Astronomia.

E continuarono - gli Arabi - anche a credere nella sfericità della Terra, tanto che per ordine del califfo Al-Mamun venne effettuata una nuova misura della circonferenza terrestre. Correva l'anno 827, l'anno dello sbarco arabo in Sicilia, quando nella piana di Sindjar, presso Bagdad, due spedizioni, una movendo verso nord e l'altra verso sud, eseguirono ciascuna la misura della lunghezza di un arco di meridiano. A differenza di Eratostene e di Posidonio, che per conoscere questa lunghezza si erano serviti di valutazioni già esistenti (quella dei corrieri regi il primo, quella dei naviganti il secondo), gli Arabi effettuarono appositamente la misura sul terreno. Vari resoconti che autori sia contemporanei che posteriori all'impresa ci hanno lasciato discordano alquanto e probabilmente si riferiscono ad operazioni ripetute in diverse località. Comunque le misure furono fatte riportando un'asta sul terreno lungo il meridiano e proseguendo finché dall'altezza del Sole a mezzogiorno non risultava che era stato percorso un arco di 1°. La direzione del meridiano veniva individuata traguardando nella piana desertica un riferimento lontano lungo la direzione dell'ombra proiettata da uno stilo verticale a mezzogiorno vero. Secondo quanto riferisce l'astronomo contemporaneo Ahmed Ibn Abdullah, la lunghezza dell'arco risultò, dalla media delle due misure, 56,25 miglia di 4000 cubiti. L'astronomo Alfragano, pure del IX secolo, autore di un notissimo compendio dell'Almagesto intitolato *Elementi di Astronomia*, riferisce invece di una misura fatta nella piana di Palmira che dette per risultato 57 miglia. Da queste informazioni il grado arabo risulta di 56,7 miglia, e siccome, secondo gli studiosi di queste faccende, il cubito non poteva essere che quello introdotto da Al-Mamun, pari a 0,53 metri, la circonferenza terrestre sarebbe risultata di 43200 chilometri. Non c'è nessun miglioramento essenziale rispetto all'approssimazione raggiunta dagli astronomi alessandrini; però è da considerare il progresso nella metodologia: non più l'accettazione di dati in base a notizie indirette, ma una completa operazione geodetica.

Tornando ora all'occidente cristiano, è da dire che dopo il rifiuto categorico della cultura pagana nell'epoca dei Padri, ci si rese conto che non si poteva ignorare la produzione scientifica e filosofica classica; la filosofia *scolastica*, sorta nelle *scholae* ecclesiastiche e che permeò la società europea nel tardo medioevo, si appropriò delle nozioni scientifiche acquisite dall'antica civiltà pagana, anche se per cristallizzarle in una somma di "verità" assolute ed immutabili e perciò, come le concezioni metafisiche poste alle loro basi, prive di qualsiasi valore come strumenti di ricerca. Con Tommaso d'Aquino, sommo tra gli scolastici, giungeva a compimento, nel XIII secolo, l'opera di conciliazione fra la teologia cristiana e la filosofia aristotelica; il sistema astronomico di Tolomeo, che s'inquadrava perfettamente nella fisica aristotelica, da questo momento viene codificato e cristallizzato nel sapere come una verità assoluta: teologia cristiana, filosofia e fisica aristotelica nonché sistema tolemaico vengono così a costituire un tutto armonico e completo tal che mai più si riavrà nella storia una simile unità del sapere. Da questo momento ogni rifiuto del sistema tolemaico sarebbe stato considerato "imprudente" e addirittura, in un periodo critico per l'egemonia della Chiesa di Roma, come un attentato alle verità di fede; concezione questa contro la quale, quattro secoli più tardi, doveva scontrarsi Galileo.

Comunque nel XIII secolo l'opinione che la Terra sia sferica ha cessato definitivamente di essere considerata stoltezza o *consilium diaboli*.

A questo processo che portò dal totale rifiuto del sapere classico all'integrazione di questo nella cultura del mondo cristiano aveva contribuito, per la natura dialettica dei processi storici, la paziente opera di trascrizione di opere greche e latine condotta diligentemente dai monaci amanuensi nei monasteri benedettini. In questi luoghi, per lo più immuni da distruzioni e saccheggi, a cominciare dalla devastatrice guerra greco-gotica, attraverso i secoli bui della dominazione longobarda e delle sanguinose lotte per il potere che sotto la bandiera di sottili distinzioni teologiche imperversarono nell'oriente bizantino, fino agli anni del più cupo feudalesimo, poté salvarsi parte del patrimonio bibliografico dell'antichità. Un patrimonio che convergendo con quello, prevalentemente scientifico, conservato dagli Arabi, avrebbe consentito il fiorire della cultura umanistica e rinascimentale ed infine anche il sorgere della nuova scienza "laica" galileiana che avrebbe demolito l'edificio ormai fatiscente del sapere scolastico-aristotelico.

La rivoluzione copernicana

Siamo così arrivati coi nostro rapido schizzo storico, all'epoca rinascimentale: le opere scientifiche greche vengono ora considerate non più con intendimenti teologici ma bensì nel loro valore umano, immanente, e tornano quindi ad essere strumenti di ricerca. Il tramite prevalente per attingere al pensiero scientifico greco è costituito dalle traduzioni arabe; un patrimonio che gli studiosi arabi dell'alto medioevo avevano trovato nelle poche copie sparse nella vasta area ellenistica dopo che il fanatismo religioso dei capi islamici aveva portato nella prima fase delle conquiste territoriali a distruggere in Alessandria tutti i volumi sopravvissuti alla precedente devastazione («Se questi libri sono in accordo con il Corano sono superflui, se contrari dannosi» avrebbe detto il califfo Omar, conquistatore dell'Egitto). In mezzo al gran fervore di lettura delle opere greche, l'accresciuta attività produttiva ed il bisogno di un più intenso traffico di merci e di idee, ponendo nel XVI secolo problemi che non possono certo essere risolti con l'astratto formalismo della dottrina scolastico-aristotelica, impongono il rinnovamento scientifico. È in questo contesto che rifiorisce l'indagine astronomica; indagine, e non più solo apprendimento piatto, rimasticamento, dell'antica astronomia tolemaica. E nel secolo XVI si arriva a Copernico.

Qui con la storia si va avanti per sommi capi, a grandi passi, perché si sta parlando di cose arcinote: Copernico che pone l'ipotesi del sistema eliocentrico, Keplero che ne formula le leggi esatte, Galileo che accredita con le sue scoperte la validità del nuovo sistema e pone le basi della fisica non geocentrica. Più che per la cronologia dei fatti può essere perciò preferibile spendere due parole per alcune riflessioni. Ci si può domandare perché Copernico non sia stato preceduto da Tolomeo nella scoperta del sistema eliocentrico, dato che le informazioni astronomiche di cui Copernico disponeva erano essenzialmente le stesse che aveva Tolomeo 1400 anni prima: il fatto è che col suo sistema Tolomeo riusciva a spiegare tutti i moti apparenti degli astri - moto diurno, avanzamento e retrogradazione dei pianeti, anticipo giornaliero delle stelle fisse sul Sole ecc. e non gli serviva, geometricamente, un sistema diverso. Con le tavole ricavate dalla teoria tolemaica era possibile, data una configurazione di astri nel cielo, calcolare la posizione degli stessi astri per qualsiasi epoca futura: le posizioni poi osservate risultavano corrispondere a quelle previste, entro la precisione delle osservazioni. Però questo era vero entro un limitato intervallo di tempo; col passare dei secoli, a poco a poco, le imperfezioni della teoria cominciarono a farsi sentire e le osservazioni, in particolare quelle arabe, mostrarono che le posizioni degli astri non coincidevano più con quelle dedotte dalle tavole tolemaiche. E la situazione migliorava solo temporaneamente ogni volta che entravano in uso nuove tavole; usatissime fra queste, nel tardo medioevo, furono le *Tabulae Alphonsinae* redatte nel 1252 da numerosi dotti arabi, cristiani ed ebrei riuniti a Toledo per volere di Alfonso X di Castiglia e che rimasero insuperate fino all'apparizione, nel 1551, delle *Tabulae prutenicae* fondate sull'ipotesi copernicana. Insomma, era accaduto come con un orologio da polso che anticipi o ritardi ogni giorno, mediamente, di una frazione di secondo: entro pochi giorni, o poche settimane la correzione resta inapprezzabile, ma poi col passare dei mesi diviene palese e sempre meno tollerabile.

Nel XVI secolo gli scarti fra le posizioni osservate per i pianeti e quelle ricavate dalle tavole erano nuovamente divenuti talmente grandi da non potere più essere spiegate, con le incertezze delle osservazioni e delle previsioni. Per accordare le osservazioni con la teoria bisognava modificare opportunamente nel modello tolemaico i rapporti fra i raggi degli epicicli e quelli dei rispettivi deferenti, nonché le eccentricità, le posizioni degli apogei ecc., rifare cioè il lavoro che aveva portato tre secoli prima alle *Tabulae alphonsinae*; ma c'era anche un'altra via: quella di affrontare ex-novo il grande problema dell'Astronomia e ideare un sistema diverso; per dirlo alla buona, o riadattare il vestito vecchio o farsi un vestito nuovo, e Copernico tentò la via del vestito nuovo avanzando l'ipotesi che il Sole costituisse il centro del mondo e che i pianeti - e la Terra fra questi - gli orbitassero attorno.

Se le divergenze fra teoria ed osservazioni erano tali da rendere necessaria una correzione del sistema, la precisione delle osservazioni non consentiva ancora però di mettere in evidenza la differenza tra una somma di moti circolari (deferente più epiciclo) ed un moto ellittico; ciò starebbe stato reso possibile dalle osservazioni di Ticone, sessant'anni più tardi. Solo questa constatazione - dell'insufficienza dei moti circolari - demolendo l'antico dogma avrebbe potuto indurre, con pure

considerazioni scientifiche, e cioè interne alla dottrina astronomica, a dubitare anche della validità della concezione geocentrica. Ma all'epoca di Copernico (1473-1543) il sistema tolemaico appariva ancora scientificamente plausibile e la scelta copernicana appare piuttosto dovuta allo spirito di ricerca indotto dalla nuova struttura sociale dell'Europa del XVI secolo, germinata nell'humus culturale della società umanistica e rinascimentale.

Diversamente dall'ipotesi avanzata 18 secoli prima da Aristarco, quella di Copernico non era una semplice intuizione di cui si dovesse verificare ancora la verosimiglianza, ma bensì una teoria alternativa a quella tolemaica, confrontata mediante precisi calcoli con i risultati di secoli di osservazione posteriori a Tolomeo. Ricordiamoci però che per Copernico le orbite restano circolari: sono conservati anche gli epicicli per spiegare la variazione di velocità di ciascun pianeta a seconda della posizione nello zodiaco, e cioè l'anomalia zodiacale. Copernico pose sì il sistema eliocentrico, ma salvò dell'antico ciò che era possibile salvare. Lo stesso Keplero, pochi decenni dopo, esitò molto prima di arrivare all'ellisse ed introdusse l'orbita ellittica quando, dopo ripetuti vani tentativi, dovette ammettere che il cerchio, per quanto venisse disposto eccentrico rispetto al Sole, proprio non si adattava alle posizioni di Marte fissate da Ticone con precisione mai prima di allora raggiunta.

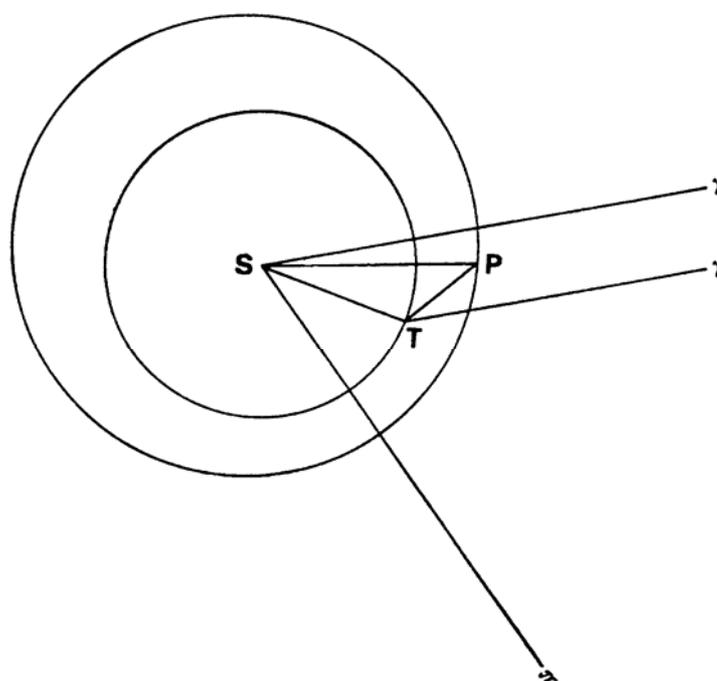


Fig. 12 - Geometria della determinazione delle distanze relative dei pianeti nel sistema eliocentrico.

Con l'introduzione del sistema eliocentrico, che porta la data del 1543, anno di pubblicazione dell'opera di Copernico *De revolutionibus orbium coelestium*, divenne possibile stabilire le distanze relative dei pianeti dal Sole, cioè i rapporti fra i raggi dei deferenti dei vari pianeti ed il raggio dell'orbita terrestre. Nella fig. 12 sono tracciate le orbite circolari eccentriche della Terra T e di un pianeta P (per semplicità si è trascurato l'epiciclo, che senza alterare l'essenza del procedimento ne complicherebbe l'illustrazione); l'osservazione fornisce direttamente la distanza angolare fra il pianeta ed il Sole, cioè l'angolo $\widehat{S^T^P}$; un altro angolo del triangolo TSP è ricavabile da due dati forniti dalle tavole, sia tolemaiche che copernicane, e precisamente la longitudine del Sole e la longitudine del perielio del pianeta⁵. La longitudine del Sole è l'angolo $\widehat{\gamma^T^S}$, cioè la distanza angolare, vista dalla Terra, fra il Sole ed il punto di riferimento fondamentale che è il punto d'Ariete (l'equivalente di Greenwich sulla sfera celeste) detto anche punto gamma perché solitamente indicato con la lettera greca γ : è

⁵ Al perielio e all'afelio, nella teoria tolemaica corrispondono rispettivamente il perigeo e l'apogeo.

quindi noto anche l'angolo $\hat{\gamma}_{ST} = 180^\circ - \hat{\gamma}_{TS}$. La longitudine del perielio stabilisce la direzione verso cui guarda il segmento $S\pi$ e cioè l'angolo $\hat{\gamma}_{S\pi}$; d'altra parte la teoria dei moti planetari, essendo nota l'eccentricità dell'orbita, dà l'angolo $P\hat{S}\pi$ e cioè l'angolo rispetto al Sole descritto dal pianeta nella frazione di periodo siderale trascorsa dopo l'ultimo passaggio al perielio: si conosce perciò anche l'angolo $\hat{\gamma}_{SP} = \hat{\gamma}_{S\pi} - P\hat{S}\pi$. Concludendo, nel triangolo SPT diviene così noto anche l'angolo in S che è uguale a $\hat{\gamma}_{ST} - \hat{\gamma}_{SP}$ ed è possibile ricavare il rapporto fra i lati PS e TS, cioè fra le distanze dal Sole del pianeta e della Terra all'epoca dell'osservazione. Essendo note le eccentricità e le posizioni dei perieli si risale con semplici procedimenti geometrici al rapporto fra i raggi delle due orbite.

La determinazione, per questa via, delle distanze relative era impossibile nel sistema geocentrico, benché, come è stato già accennato, Tolomeo le avesse già in mano nascoste nei rapporti fra raggio dell'epiciclo e raggio del deferente.

Ecco le distanze relative dei pianeti, così ricavate da Copernico, confrontate con le vere distanze:

	Raggio dell'orbita circolare secondo Copernico	Vero valore del semiasse maggiore dell'orbita ellittica
Mercurio	0,3763	0,3871
Venere	0,7193	0,7233
Terra	1,0000	1,0000
Marte	1,5198	1,5237
Giove	5,2192	5,2028
Saturno	9,1743	9,546

Keplero traccia il disegno del sistema solare

Sei decenni dopo la pubblicazione del *De revolutionibus*, Keplero (1571-1630) affrontò ex-novo il problema dei moti planetari avendo in mano lo strumento che gli avrebbe con sentito di risolvere il plurimillenario problema: le osservazioni di Marte ricevute in eredità da Ticone. La precisione delle posizioni di Marte sulla sfera celeste stabilite da Ticone avrebbe infatti consentito di rilevare nella teoria dei moti planetari inadeguatezze che prima sfuggivano. Ticone (*recte* Tycho Brahe, 1546-1601) aveva potuto raggiungere tale precisione non solo per la sua estrema abilità di osservatore, ma soprattutto per l'utilizzazione di perfezionatissimi strumenti (quadranti murali, sfere armillari, ecc., tutti, ovviamente, senza ottiche) piazzati in posizione fissa e stabilissima nell'osservatorio (Uraniborg) appositamente edificato nell'isola di Hvenn. Con tali strumenti Ticone potè stabilire le posizioni degli astri con la precisione di 1' d'arco, mentre in precedenza la precisione dei dati usati da Tolomeo (10') era stata solo lievemente superata dagli Arabi. Osservazioni di tale precisione, condotte per oltre vent'anni secondo un piano ben stabilito in modo da avere posizioni lungo tutta l'orbita e non solo limitate alle epoche delle opposizioni, costituirono un patrimonio scientifico di immenso valore che consentì a Keplero di rifondare l'Astronomia.

Quando Keplero, nel 1602, ebbe preso a lavorare sul prezioso materiale, un primo confronto fra le posizioni osservate e quelle dedotte dalla teoria di Copernico mostrò subito l'esistenza di scarti inaccettabili; da copernicano convinto quale era Keplero si pose il problema di perfezionare la teoria eliocentrica sgombrando il campo dalla complicazione degli epicicli e correggendo solo le eccentricità dei cerchi e le longitudini del perielio. Un primo tentativo di correggere l'eccentricità dell'orbita di Marte (ipotesi vicaria) dette risultati insoddisfacenti: si risolse allora a verificare l'orbita della Terra (è evidente che ogni variazione nelle posizioni adottate per la Terra in conseguenza di un diverso valore dell'eccentricità si sarebbe riflessa in una variazione della posizione orbitale di Marte).

Assai bello nella sua semplicità concettuale è il metodo seguito da Keplero per risolvere questo

problema. Supporremo che le orbite di Marte e della Terra siano complanari; l'inclinazione dell'orbita di Marte sull'eclittica, che ammonta a 2° scarsi, non modifica concettualmente il procedimento ma solo complica un po' i calcoli. Ad una certa epoca la Terra si trovi nella posizione T_1 , e Marte si trovi in opposizione in M ; dal Sole in quell'istante il pianeta è visto nella stessa direzione in cui è vista la Terra, in altre parole le direzioni SM e T_1M coincidono, e ciò equivale a dire che è nota la longitudine eliocentrica di Marte, essendo uguale a quella geocentrica. Basta ora lasciar passare 687 giorni (periodo di rivoluzione di Marte) ed il pianeta torna evidentemente nella stessa posizione della propria orbita, mentre la Terra viene a trovarsi in T_2 (ha percorso infatti $687/365$ del proprio giro). Allora nel triangolo ST_2M l'angolo in T_2 (distanza angolare fra Marte ed il Sole) è noto dall'osservazione (è il dato fornito da Ticone) e poiché la direzione SM è conosciuta ne segue che è noto anche l'angolo in S (in altre parole, l'angolo in S non è che la distanza angolare fra le stelle che si trovano opposte al Sole quando la Terra è in T_2 e quelle che erano opposte al Sole 687 giorni prima, quando la Terra si trovava in T_1). È quindi possibile ricavare il rapporto fra i lati SM ed ST_2 cioè ottenere la distanza della Terra dal Sole prendendo come unità di misura la distanza SM .

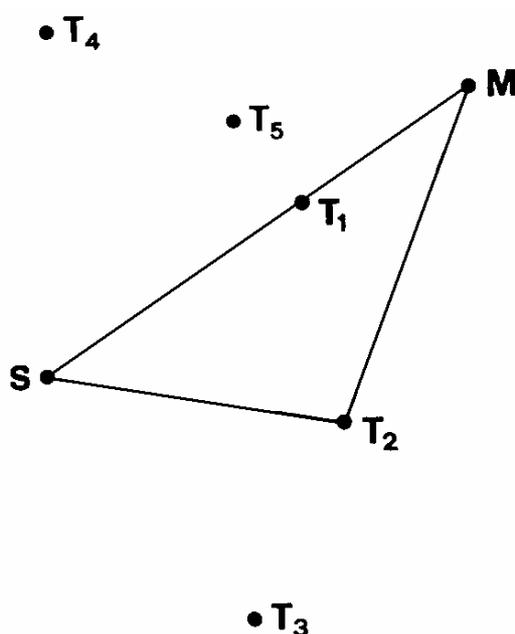


Fig. 13 - Ogni multiplo di 687 giorni Marte ritorna nella posizione M mentre la Terra viene a trovarsi nelle posizioni T_1 , T_2 , ecc.

Per seguire questo procedimento, Keplero, scelta nei registri di Ticone l'osservazione di un'opposizione di Marte, andò a cercarvi un'altra osservazione fatta 687 giorni più tardi ed ottenne, col metodo ora ora descritto, una posizione T_2 della Terra; poi cercò un'altra osservazione fatta dopo altri 687 giorni (od un multiplo intero di 687 giorni) quando Marte era di nuovo in M e la Terra in una posizione diversa T_3 , ricavando la distanza $S T_3$ sempre nella medesima unità SM . Così proseguendo riuscì a stabilire numerosi punti dell'orbita terrestre, cioè ad avere numerose distanze della Terra dal Sole prendendo come unità di misura una distanza di Marte reso artificialmente immobile.

Per quest'operazione era necessaria la conoscenza del periodo siderale di Marte e questo dato era conosciuto all'epoca di Keplero con precisione sufficiente in base a secoli e secoli di osservazioni. Keplero adottò il valore $686^d 23^h 32^m$ mentre quello accertato oggi in base alle ben più precise osservazioni dei secoli successivi è $686^d 23^h 30^m 39^s$; la differenza di $1^m 21^s$ portava ad un errore inferiore a $10''$ d'arco nel corso delle poche rivoluzioni del pianeta utilizzate: una quantità del tutto inapprezzabile per le osservazioni di cui disponeva Keplero. È chiaro che non esistevano osservazioni fatte da Ticone a distanza di tempo una dall'altra esattamente pari ad un periodo siderale di Marte; ma le osservazioni erano talmente numerose che Keplero poté trovare le posizioni cercate interpolando

linearmente fra due osservazioni vicine all'istante esatto. Infine è da notare che l'ammissione che ogni volta che Marte compie una rivoluzione siderale torni alla stessa distanza dal Sole è vera solo a meno del moto della linea delle absidi⁶; ma tale moto è talmente lento che l'errore introdotto nel corso di 17 anni (tale fu l'intervallo massimo utilizzato) è del tutto trascurabile.

Ottenuti nel modo detto cinque punti dell'orbita terrestre, supposta un cerchio eccentrico, era un semplice problema geometrico trovare l'eccentricità e la posizione della linea delle absidi, cioè, in altre parole, la posizione del centro del cerchio rispetto al Sole. Ne risultò un'eccentricità pari 0,018 (cioè il Sole distare 0,018 raggi dell'orbita terrestre dal centro di questa); *tale valore era circa la metà di quello adottato da Copernico*. Aggiungiamo qui per inciso che nel corso di questa ricerca sull'orbita della Terra, quando ancora nemmeno sospettava le orbite poter essere non circolari, Keplero giunse a scoprire la legge delle aree, divenuta poi nota come *seconda legge* benché sia stata la prima ad essere scoperta.

Effettuati nuovamente i calcoli in base alle posizioni della Terra così modificate, risultò che le posizioni di Marte non coincidevano ancora con quelle osservate. Mentre al perielio ed all'afelio l'accordo era perfetto, a $\pi/4$, $3\pi/4$, $5\pi/4$, $7\pi/4$ dal perielio lo scarto raggiungeva 8' d'arco: un cerchio eccentrico non riusciva a rappresentare in alcun modo l'orbita di Marte. Appariva chiaro allora perché i modelli ad orbita circolare di Tolomeo e di Copernico risultassero in precedenza soddisfacenti: 8' erano al di sotto delle possibilità di percezione degli osservatori. «*Ma a noi*» - esclama Keplero - «*la bontà divina ha concesso un osservatore della somma abilità di Ticone, ed è dovere nostro far uso con animo grato di questo dono per rivelare i veri moti celesti!*»

La soluzione del problema di questi 8' costò a Keplero anni di paziente, delicato, tenace lavoro; ma se non avesse provveduto prima a correggere l'orbita terrestre, sovrammettendosi a questi scarti l'effetto, se pur assai più tenue, delle errate posizioni della Terra, ben difficilmente sarebbe stato possibile distinguere un cerchio opportunamente eccentrico da un'ellisse. Ma gli 8' erano là, chiaramente evidenti, simmetricamente distribuiti. Marte, con la sua forte eccentricità orbitale, circa 6 volte più grande di quella della Terra, mostrava palesemente l'inadeguatezza dell'ipotesi circolare: «*La rivelazione dei segreti dell'astronomia (cognitio astronomiae arcanorum)*» - afferma Keplero - «*ci verrà dal moto di Marte oppure vi rinunceremo per sempre*». Per quegli 8' occorreva ricominciare tutta l'Astronomia!

Per risolvere il problema si accinse a determinare l'orbita di Marte per punti, arrovesciando il procedimento già usato per determinare l'orbita della Terra, e cioè, essendo ora nota la distanza ST, ricavare la distanza SM. Applicando il procedimento a numerose direzioni SM poté ottenere altrettante distanze di Marte dal Sole, tutte nella stessa unità di misura. Si trattava ora di trovare la curva passante per i punti orbitali così ottenuti. E Keplero, che ormai aveva buttato a mare l'antico dogma dei moti circolari, dopo aver pazientemente tentato varie soluzioni si accorse che le differenze fra le distanze dal Sole misurate e quelle calcolate col cerchio eccentrico, e che raggiungevano appena 4 millesimi del raggio, erano uguali alle differenze, lungo il raggio vettore, fra questo cerchio ed un'ellisse di uguale eccentricità tangente nei punti absidali (afelio e perielio).

Keplero verificò allora pazientemente tutte le posizioni osservate da Ticone con quelle dedotte dall'orbita ellittica così trovata ed apparve pienamente confermato che Marte descrive un'ellisse della quale il Sole occupa un fuoco: la grande scoperta era fatta!

La storia di queste scoperte, qui sommariamente delineate, viene narrata dallo stesso Keplero, con l'esposizione di tutti i procedimenti tecnici, nell'opera *Astronomia nova αιτιολογητος seu Physica Coelestis, tradita commentariis de motibus stellae Martis, ex observationibus G. V. Tychoonis Brahe* stampata a Heidelberg nel 1609 con dedica all'imperatore Rodolfo II e citata di solito semplicemente come *Astronomia nova* oppure *De motibus stellae Martis*.

Nella nostra esposizione i procedimenti seguiti da Keplero sono stati schematizzati all'essenziale; in realtà furono alquanto più complessi ed inoltre complicati dalle correzioni che

⁶ La linea delle absidi, cioè la linea congiungente l'afelio con il perielio di ciascun pianeta, ruota lentamente sul piano orbitale compiendo un giro completo in un tempo dell'ordine delle centinaia di secoli.

occorreva apportare punto per punto per l'inclinazione dell'orbita e per la processione degli equinozi. Si pensi alla mole di lavoro durante i cinque anni impiegati in questa ricerca: i calcoli trigonometrici, i confronti numerici, le correzioni ora dette apportate scrupolosamente, osservazione per osservazione, e tutto effettuando i computi non dico senza macchina calcolatrice, ma senza nemmeno l'ausilio delle tavole dei logaritmi, non ancora inventati, né di tanti metodi matematici e convenzioni introdotti successivamente ed a noi così familiari, come ad esempio la notazione decimale.

Anche per gli altri pianeti, compresa la Terra, la sostituzione delle orbite ellittiche a quelle circolari portò ad un migliore accordo fra le posizioni osservate da Ticone e quelle calcolate; fu così possibile ricavare le distanze planetarie con precisione maggiore di quelle date da Copernico. Ottenute queste distanze, Keplero si mise a studiarle inseguendo sempre la sua vecchia idea dell'esistenza di un'armonia nella costruzione del mondo; dapprima si convinse che tale armonia era da ricercare non tanto nelle distanze quanto nei moti (*in ipsis motibus non in intervallis*), poi, dopo molte ipotesi e numerosi tentativi pervenne infine alla sua famosa terza legge (i quadrati dei tempi di rivoluzione sono proporzionali ai cubi delle distanze medie). Nell'opera *Harmonices mundi libri V*, stampata a Linz nel 1619, dove espone tutto il procedimento ed il travaglio di questa ricerca, si leggono le parole: «Ascoltate o dotti ed uomini di religione, se Tolomeo è nel vero allora non c'è alcun rapporto fra le distanze dei pianeti ed i loro moti... se invece Aristarco ha ragione nel porre il Sole come centro unico, allora la legge del moto deve essere la stessa per tutti i pianeti. E non c'è infatti alcuna eccezione; la legge è dimostrata da tutte le osservazioni e si può affermare che la proporzione non è né semplice né doppia ma bensì sesquialtera, cioè $3/2$ Se volete conoscere il momento preciso, sappiate che fu il 18 marzo 1618. Concepita, poi male attuata, respinta come falsa, ritornata il 15 maggio con nuova vivacità ha dissipato le tenebre del mio spirito. Appariva così pienamente confermata da tutte le osservazioni di Ticone, che credevo di sognare (somniaire me primo crederem) e di fare qualche petizione di principio. Ma è una cosa certissima ed esattissima che la proporzione fra i tempi periodici di due pianeti è precisamente sesquialtera della proporzione delle loro distanze medie (proportio, quae est interbinorum quorumcumque planetarum tempora periodica, sit praecise sesquialtera proportionis mediarum distantiarum, id est orbium coelestium)».

Scoperte in tal modo le leggi dei moti planetari, Keplero calcolò nuove tavole che vennero pubblicate ad Ulma nel 1627 coi titolo *Tabulae Rudolphinae* in onore dell'imperatore; queste tavole, le prime basate sui moti ellittici, consentirono di dedurre per i pianeti e per il Sole posizioni celesti che per l'accordo con quelle osservate superarono nettamente le precedenti tavole copernicane e cioè le *Tabulae prutenicae*.

Così con Copernico e Keplero abbiamo finalmente il disegno del sistema solare nelle sue giuste proporzioni interne; poiché i periodi di rivoluzione siderale erano noti con grande precisione, ormai era possibile, in virtù della 3ª legge di Keplero, conoscere con grande precisione le distanze medie di tutti i pianeti, anche del lontano Saturno. Ma a questo disegno mancava l'indicazione della scala che ne desse le proporzioni rispetto alle misure dell'esperienza terrestre, si conoscevano cioè ormai con grande esattezza i rapporti fra le distanze dei pianeti dal Sole, compresa la Terra, ma non si conoscevano queste distanze, come si direbbe oggi, in chilometri.

Con l'avvento del sistema eliocentrico si era solo raggiunta la prova che il sistema planetario era assai piccolo rispetto alle distanze delle stelle, e questa era la giusta risposta data da Copernico all'obiezione che se la Terra orbitasse attorno al Sole si sarebbe dovuto osservare un effetto di parallasse sulle stelle. E già, da copernicano convinto, Giordano Bruno aveva sostenuto le stelle essere altrettanti soli ed i pianeti invece essere lune e terre, una delle affermazioni questa che lo portarono al rogo; opinione condivisa da Keplero che la riprende infatti nella *sua Dissertatio cum Nuncio Sidereo*, solo che Keplero ebbe la ventura di dire queste cose a Praga anziché a Roma. Tuttavia Keplero respingeva nel modo più deciso l'idea di un universo non antropocentrico, cioè che il sistema solare non fosse il luogo principale del mondo, come pure aborrisceva dall'idea di un universo infinito.

Si trova la scala del disegno

Per mettere l'indicazione della scala nel disegno del sistema solare bisognava rifarsi a misure terrestri e trovare il modo di collegarle ad una distanza planetaria. Ma in questo si era progrediti ben poco dai tempi di Ipparco; si erano solo stabiliti alcuni punti fermi. Ticone aveva tentato la misura della parallasse della cometa del 1577 in base alle posizioni rispetto alle stelle stabilite da osservatori situati nelle più diverse località dell'Europa; siccome tali posizioni, in qualsiasi istante, risultavano identiche entro i limiti delle incertezze di osservazione, ne dedusse che la parallasse era inferiore a pochi primi d'arco. La cometa si trovava quindi a distanza ben maggiore della Luna che ha una parallasse di quasi 1° e non poteva perciò essere un oggetto sublunare, cioè «terrestre», come voleva la cosmografia aristotelica. Per il Sole, Copernico e Ticone avevano accettato la parallasse di $3'$ adottata da Telomeo; però Keplero, non riuscendo a ricavare dalle osservazioni di Ticone alcun effetto di parallasse, ne dedusse la parallasse di Marte essere minore di $1'$ e conseguentemente quella del Sole, più lontano di Marte, dover essere ancora più piccola. A metà del '600 risultava quindi acquisito che la distanza Terra-Sole è molto maggiore di 3000 raggi terrestri.

Fu nel 1650 che si fece, dopo quella d'Ipparco, un'altra determinazione della distanza del Sole. Il merito va a Goffredo Wendelin, un belga che dopo aver esercitato vari mestieri (correttore di bozze, avvocato, parroco) si occupò di Astronomia in età avanzata ripetendo la determinazione di Ipparco con l'identico metodo; solo che invece di utilizzare il rapporto $1/19$ fra le distanze della Luna e del Sole rifece, a Majorca, la misura della distanza angolare fra i due astri quando la Luna è in fase di quarto. La difficoltà sta proprio nello stabilire con esattezza l'istante di questa fase; comunque Wendelin, utilizzando uno strumento goniometrico munito di cannocchiale, ottenne la distanza $89^\circ 45'$, invece del valore 87° adottato da Ipparco. Introducendo nel procedimento (illustrato a pag. 70 di Coelum n. 30) il rapporto $d_{\odot}/d_{\oplus} = 220$ (la tangente di $89^\circ 45'$ vale 229), ottenne per la distanza del Sole espressa in raggi terrestri il valore 14700, equivalente, in termini di parallasse, a $14''$ d'arco. Il progresso è notevolissimo; da $3'$ a $14''$: a metà del XVII secolo, pochi decenni dopo il compimento dell'opera di Keplero, la scala indicata sul disegno del sistema solare comincia ad avvicinarsi al valore giusto.

Nel 1672 si adopra per la prima volta il metodo moderno, cioè la misura della distanza di un pianeta più vicino del Sole, e precisamente di Marte. La determinazione della distanza TM (fig. 13), essendo ormai note con grande esattezza dalle *Tabulae Rudolphinae* le posizioni orbitali della Terra e di Marte e quindi il rapporto fra le distanze TM ed ST , consentiva di ricavare immediatamente la distanza ST della Terra dal Sole; da qui era facile, sempre per la conoscenza che si aveva dell'orbita terrestre, passare al valore del semiasse maggiore di tale orbita e cioè a quella che si dice distanza media, ed egualmente facile era ottenere analogamente le distanze medie di tutti i pianeti. Ovviamente, per rendere minima la distanza TM e quindi massimo l'effetto di parallasse, la determinazione va fatta in prossimità dell'epoca di un'opposizione del pianeta.

Ci si potrebbe domandare perché misurare la distanza di Marte anziché direttamente quella del Sole; a parte il fatto che Marte giunge più vicino a noi del Sole, e quindi più grande è l'angolo - sempre estremamente esiguo - che si deve misurare, la ragione essenziale è che le misure di posizione sono assai più precise su di un astro di aspetto quasi stellare che appare di notte proiettato contro le stelle - naturali e precisissimi punti di riferimento - che non sul disco solare il cui lembo è difficile a stabilire con la precisione necessaria e che è visibile insieme a stelle solo di prima magnitudine ed in sfavorevoli condizioni di osservazione.

L'unica via per stabilire la distanza di Marte era quella trigonometrica prendendo come base una distanza nota sulla superficie terrestre. Ottenuto l'angolo sotto cui da Marte si vede tale base, è poi semplice passare all'angolo sotto cui si vede il raggio della Terra e cioè alla parallasse del pianeta, grandezza, come sappiamo, che viene solitamente usata come sostituto della distanza.

È interessante vedere come in pratica si è proceduto per effettuare la prima misura moderna di parallasse. L'impresa fu progettata da G. D. Cassini, astronomo a Parigi: per stabilire la base occorreva, come chiariremo subito, una seconda località quanto possibile lontana in latitudine da Parigi

compatibilmente con le esigenze logistiche, e la scelta cadde su Cayenna. Le osservazioni consistevano nella misura della differenza di altezza sull'orizzonte fra Marte ed una medesima stella negli istanti del loro passaggio in meridiano che, per la stessa località, avveniva a brevissima distanza di tempo. Nella fig. 14, nella quale Parigi (P latitudine $+45^{\circ} 49'$) e Cayenna (C latitudine $+4^{\circ} 56'$) sono rappresentate sullo stesso meridiano (vedremo subito come questa situazione geografica, che di prim'acchito sembra imposta in modo ingiustificatamente arbitrario, sia resa con un semplice accorgimento equivalente alle condizioni di osservazione); Ψ è la stella di riferimento e $\Psi\hat{P}M = \Delta h_p$ è la differenza di altezza osservata a Parigi fra questa stella e Marte; $\Psi\hat{C}M = \Delta h_c$ è l'analogo differenza misurata a Cayenna. Considerando che le rette $P\Psi$ e $C\Psi$ sono parallele, si vede subito che la differenza $\Delta h_p - \Delta h_c$ è uguale all'angolo in M e cioè all'angolo sotto cui da Marte si vede la corda dell'arco di meridiano compreso fra le due località. L'osservazione in una notte veniva effettuata prima a Parigi, quando Marte e la stella culminavano per questa località e poi, 3 ore e 38 minuti dopo, a Cayenna quando i due astri passavano al meridiano di questa seconda località che si trova appunto a $+3^h 38^m$ di longitudine da Parigi.

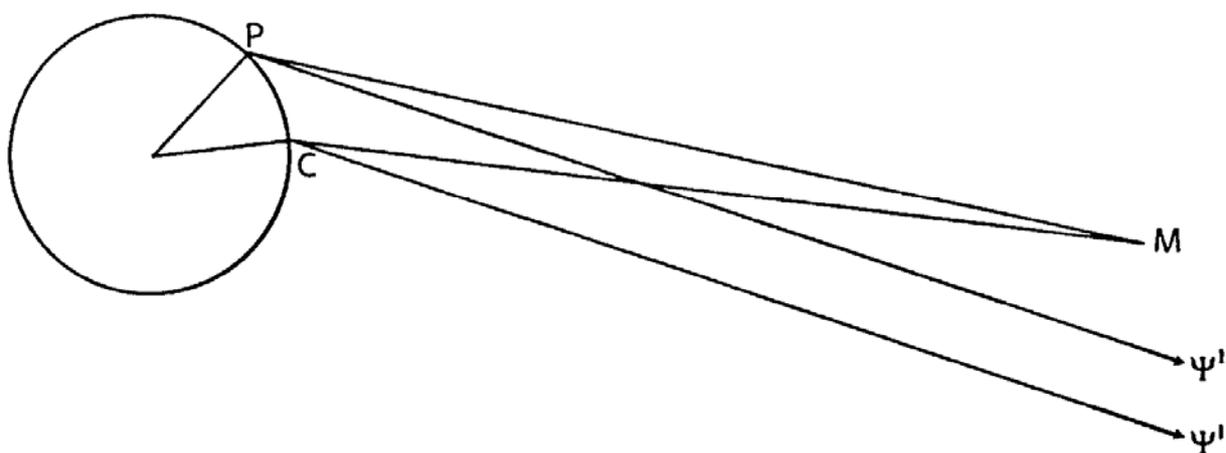


Fig. 14 - Geometria della determinazione della parallasse di Marte mediante osservazione da due stazioni P e C a diversa latitudine.

Cassini effettuò le osservazioni a Parigi mentre a Cayenna si recò J. Richer. Questi, partito da La Rochelle l'8 febbraio 1672, arrivò a destinazione il 27 aprile dove con l'aiuto degli indigeni costruì il sostegno e la tettoia per un ottante di 190 cm di raggio che consentiva di leggere $10''$ e di stimare $5''^7$. Cominciò le osservazioni nel luglio, le proseguì fino a novembre dello stesso anno (l'opposizione si verificò in agosto) osservando tutte le notti serene, essendo questo l'unico procedimento per assicurare un certo numero di notti di osservazione comuni nelle due basi.

Tornato Richer a Parigi nel tardo autunno 1673, le due serie di osservazioni furono messe a confronto ed ecco qui una tabella estratta dalla relazione apparsa nel 1679 col titolo *Observations astronomiques et physiques faites en l'isle de Cayenne*.

⁷ L'ottante era un arco di cerchio metallico graduato dell'ampiezza di un ottavo di circonferenza, disposto verticalmente e munito di cannocchiale imperniato al centro.

Data	Altezza a Cayenna		Altezza a Parigi	Δh
	Osservata	Ridotta a Parigi		
8 IX	♂ 74°31'45"			
9 IX	♂ 74°28'10"	74°28'43"	30°35'35"	
9 IX	Ψ^1 Aqr 74°12'40"	74°12'40"	30°19'45"	
		$\Delta h_C = + 16'03''$	$\Delta h_P = + 15'50''$	+ 13"
23 IX	♂ 73°57'25"			
24 IX	♂ 73°57'10"	73°57'12"	30°04'00"	
24 IX	Ψ^1 Aqr 74°12'40"	74°12'40"	30°19'45"	
		$\Delta h_C = - 15'28''$	$\Delta h_P = - 15'45''$	+ 17"
$\overline{\Delta h} = 15''$		$\pi_{\oplus} = 25'',3$	$\pi_{\oplus} = 9'',5$	

Sulla scorta di questa tabella il lettore, con un po' di attenzione, può seguire facilmente il procedimento. Le osservazioni, come sappiamo, non avvenivano contemporaneamente nelle due località ma prima a Parigi, e poi a Cayenna quando la rotazione della Terra aveva portato questa seconda stazione nel medesimo piano che 3 ore e 38 minuti prima era il piano meridiano di Parigi. Ciò è vero se si trascura il moto orbitale della Terra e di Marte: occorre perciò correggere le osservazioni per lo spostamento apparente di Marte causato dal moto dei due pianeti nel tempo intercorso; siccome vengono fatte osservazioni di altezza basta tener conto dell'effetto di tale moto sull'altezza del pianeta. Per questo nella tabella si considera l'osservazione del passaggio di Marte al meridiano di Cayenna l'8 settembre 1672 che dà l'altezza 74° 31' 45"; al passaggio della notte successiva risulta invece 74° 28' 10": il moto orbitale della Terra e di Marte ha causato quindi in 24 ore una diminuzione di 3'35" nell'altezza del pianeta; in 3,63 ore, che è la differenza di longitudine (determinata da Richer col metodo delle distanze lunari), la diminuzione è perciò 3'35" x 3,63/24 = 33". Aggiungendo 33" all'altezza di Marte misurata a Cayenna si ottiene l'altezza *quale verrebbe misurata, simultaneamente a Parigi, da una località avente la medesima latitudine di Cayenna e situata sul meridiano di Parigi*. L'altezza di Marte così corretta, e cioè 74° 28' 43", è riportata nella seconda colonna della tabella; nella stessa colonna è ripetuta l'altezza della stella Ψ^1 Aquarii la quale ovviamente, non ha bisogno di correzione l'effetto del moto orbitale terrestre in 3 ore e mezzo sulla posizione apparente della stella è di gran lunga al di sotto di ogni possibilità di misura anche con le attuali tecniche di osservazione). La differenza Δh_P , è invece + 15' 50" (è chiaro che all'osservazione di Parigi non si deve apportare alcuna correzione); la differenza delle differenze, cioè $\Delta h = \Delta h_C - \Delta h_P$, è l'effetto di parallasse in altezza e vale 13".

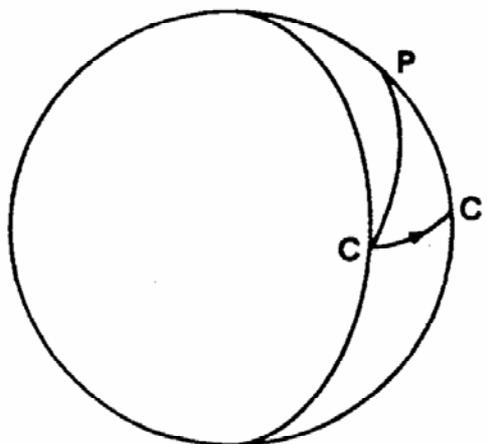


Fig. 15 - La rotazione della Terra porta in 3 ore e 38 minuti il punto C (Cayenna) nella posizione C'. Perciò osservando Marte all'istante del passaggio in meridiano (piano del disegno), purché si corregga l'altezza osservata per lo spostamento apparente del pianeta in 3 ore e 38 minuti, è come se l'osservazione venisse fatta da due località sullo stesso meridiano geografico come P e C'.

Un'altra identica operazione eseguita il 23-24 settembre dette come risultato $\Delta h = 17''$. Questi valori $15''$ e $17''$ non sono la parallasse di Marte ma bensì l'effetto di parallasse per uno spostamento dell'osservatore uguale alla corda dell'arco di meridiano compreso fra la latitudine di Parigi e quella di Cayenna, cioè fra i punti P e C' della fig. 15. Il passaggio alla parallasse è un semplice problema geometrico: basta rapportare la corda PC al raggio terrestre tenendo conto dell'angolo $\widehat{PC'M}$ (o, indifferentemente, di quello $\widehat{C'PM}$) che è dato dall'osservazione. Come media fra i valori ottenuti il 9 ed il 24 settembre si trova per la parallasse di Marte il valore $\pi_{\delta} = 25'',3$; le tavole di Keplero danno per la distanza del pianeta dalla Terra, all'epoca di queste osservazioni, 0,373 unità astronomiche (la variazione di distanza fra l'8 ed il 24 settembre è trascurabile, la precisione delle misure essendo dell'ordine del 10%) e la parallasse solare risulta perciò $0,372 \times 25'',3 = 9'',4$ corrispondente alla distanza di circa 22 mila raggi terrestri. Si è così già vicini al valore attuale che è $8'',79$; risultato ottenuto superando le notevoli difficoltà tecniche col perfezionamento degli strumenti, con l'avvedutezza nella programmazione, con l'abilità nell'operare.

L'indicazione della scala che era possibile ora scrivere sul disegno del sistema solare tracciato da Keplero cinquant'anni prima era però nota nei limiti in cui era nota la dimensione della Terra. È il momento questo perciò di ritornare alle vicende dell'altro fronte su cui si cercava di avanzare nello scandaglio del sistema solare: quello, più propriamente geodetico che astronomico, volto alla determinazione della lunghezza della circonferenza terrestre.

Le misure della Terra nell'epoca moderna

Quando Keplero scoprì l'ellitticità delle orbite, risolvendo il problema millenario dei moti planetari, per quanto riguarda le dimensioni della Terra si era rimasti ancora alla misura effettuata dagli Arabi 8 secoli prima e cioè a 43 mila chilometri; valore tuttavia accettato con grande diffidenza per la coesistenza dell'altra determinazione fatta da Posidonio - 37800 km - avallata dall'autorità di Tolomeo. Ma per una di quelle concomitanze non certamente casuali che s'incontrano così frequentemente nella storia della scienza, quando Cassini e Richer effettuarono la prima determinazione moderna della parallasse solare, era stata portata a compimento appena da un anno la prima misura, di precisione moderna, della circonferenza terrestre.

L'era del metodo moderno, quello delle triangolazioni, era stata già inaugurata da Snellius, in Olanda, nel 1614. Non si tratta, nell'essenziale, che del vecchio metodo di Eratostene, l'innovazione riguardando solo la misura della lunghezza dell'arco di meridiano che viene ottenuta con un procedimento detto appunto di triangolazione; però tale procedimento consente una precisione che è rimasta insuperata fino ai giorni nostri. Consiste nel classico metodo trigonometrico di misura delle distanze applicato in ripetizione: partendo da una base effettivamente misurata sul terreno con un'asta, mediante misure di angoli si ottiene la misura di una seconda base assai più lunga della prima; da questa se ne ottiene una terza, e così via fino ad ottenere per mezzo di sole misure goniometriche la lunghezza di un arco di meridiano di sufficiente ampiezza. W. Snellius (1580-1626) mediante un'asta metallica di 3,768 metri (1 ruta olandese) misurò nei pressi di Leida una base di 328 metri; traguardando poi dagli estremi a e b di questa base, mediante un quadrante di ottone di 60 cm di raggio, due punti di riferimento c e d sul terreno e risolvendo i due triangoli così ottenuti ricavò la distanza fra c e d . Dagli estremi di questa base secondaria era possibile vedere sia la torre della cattedrale di Leida che il campanile del villaggio di Zoeterwoude e quindi, ripetendo il procedimento, poté ottenere la distanza fra queste due località; da tale nuova base ottenne la distanza fra Leida e l'Aia (15800 metri) e così proseguendo attraverso i polders olandesi sviluppò una rete di triangoli congiungente Alkmaar a nord del paese con Bergen a sud ottenendo per la distanza fra queste due città 34597 rute. Infine, poiché dall'ombra di alte torri a mezzogiorno vero la linea Alkmaar-Bergen apparve fare un angolo di $11^{\circ}16'$ col meridiano, la lunghezza dell'arco di meridiano compreso fra il parallelo di Alkmaar e quello di Bergen risultò di 33930 rute, pari a 127,85 km. L'osservazione dell'altezza della Stella Polare dette per la differenza di latitudine $1^{\circ} 11',5$ ricavandosi quindi per il grado di meridiano la lunghezza di 107,29 km e per la circonferenza meridiana della Terra 38600 km.

Il valore ottenuto non è più vicino al vero di quello dei Greci, ma l'impresa di Snellius ebbe grande importanza per il "rodaggio" del metodo. Il risultato fu pubblicato nel 1617 sotto il titolo "*Eratosthenes batavus de Terrae vera quantitate*"; dopo la pubblicazione, Snellius rilevò alcuni errori di misura e di calcolo e si mise all'opera per correggerli, ma purtroppo morì prima di portare a compimento il lavoro di revisione. L'elaborazione delle nuove misure fu completata solo un secolo più tardi e risultò che la revisione di Snellius portava la circonferenza terrestre a 40370 km, un risultato veramente ammirevole per gli strumenti di cui disponeva Snellius e che mostra la precisione di cui il metodo è suscettibile.

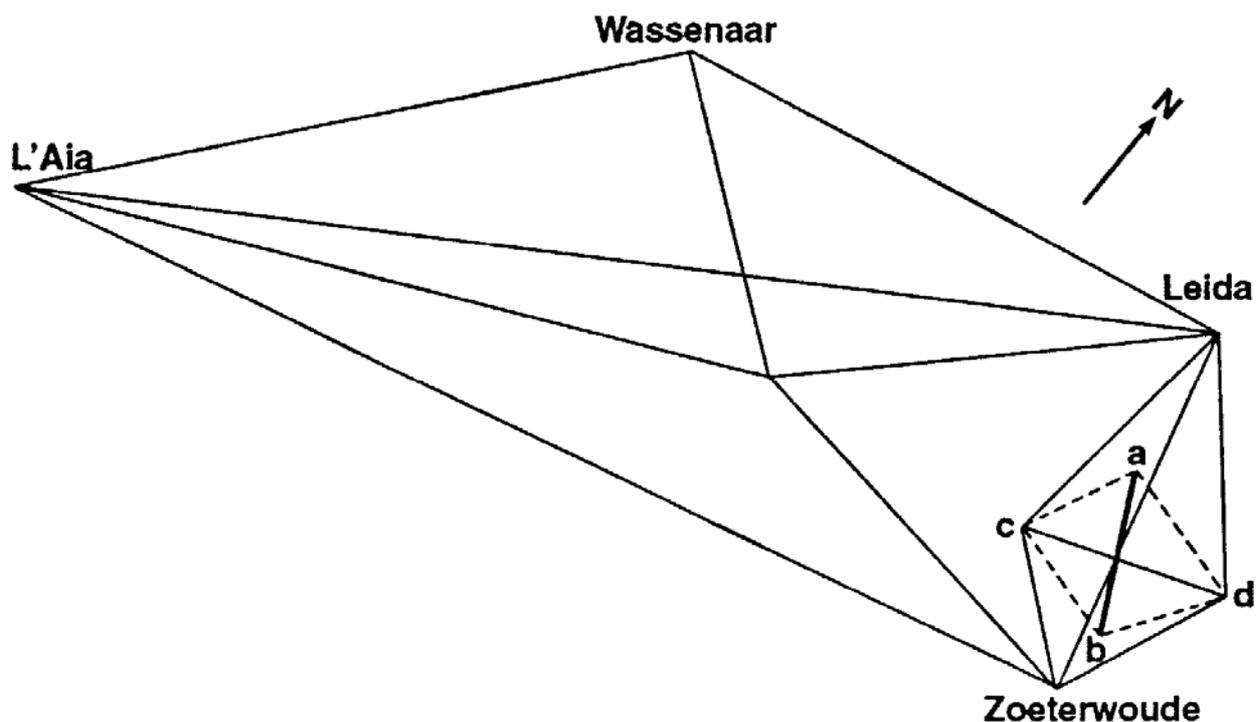


Fig. 16 - Schema parziale della triangolazione - la prima della storia - effettuata da Snellius nei Paesi Bassi per misurare la lunghezza di un arco di meridiano.

Nel 1633 Riccardo Norwood, professore di matematica e di nautica a Londra, tentò la misura col vecchio metodo degli Arabi e cioè ricorrendo invece che alla triangolazione alla misura diretta dell'arco di meridiano sul terreno. Con una catena di 30 metri misurò la distanza fra Londra e York, città situate quasi sullo stesso meridiano, seguì la strada tenendo conto mediante la bussola delle varie direzioni, nonché della pendenza dei tratti non orizzontali, trovando per l'arco di meridiano la lunghezza di 275 km. La differenza di latitudine, stabilita osservando l'altezza del Sole a mezzogiorno, prima a Londra, e poi esattamente due anni dopo alla stessa data a York, risultò $2^{\circ}28'$ ottenendosi quindi per la circonferenza terrestre la lunghezza di 40200 km: un ottimo valore.

Nel 1669 Jean Picard (1620-1682) dette inizio all'era delle grandi triangolazioni francesi. Dall'esame del lavoro di Snellius aveva tratto il convincimento che bisognava partire da una base misurata sul terreno molto più lunga; cercò per questo un tratto di strada diritta e piana sufficientemente lunga e lo trovò fra Villejuive e Juvisy, a sud di Parigi. Misurò questo tratto mediante due aste di legno di 390 cm (due *tese* francesi) che riportava alternativamente lungo una corda in tensione; due misure successive fornirono 11041,9 e 11043,0 metri, con un'incertezza quindi solamente dello 0,1%. Su questa base sviluppò una vasta rete di triangoli traguardando torri e campanili mediante un quadrante con due cannocchiali, uno fisso e l'altro girevole, muniti di crocicchio di fili al fuoco dell'obbiettivo e dell'oculare, dispositivo questo introdotto nell'Astronomia vent'anni prima da

Cascoigne. Il lato più lungo osservato, quello che univa Malvoisine a Mareuil, misurava 62,199 km e le mire vennero traggurate di notte accendendo in loro prossimità grandi fuochi. Lo stesso lato, ottenuto indirettamente dalla combinazione di altri triangoli, risultò 62,192 km: una differenza di soli 7 metri. Attraverso le successive misure goniometriche era stata quindi mantenuta la precisione dello 0,1‰ con la quale era stata misurata la base primaria; risultato raggiunto con le solite tre regole auree dell'osservatore e dello sperimentatore: perfezione di strumenti, estrema diligenza nell'operare, grande sagacia nell'individuare e valutare le fonti di errore.

Ogni volta che traggurando una mira dagli estremi di un lato si misuravano i due angoli alla base di un triangolo, si aveva cura anche di traggurare viceversa dalla mira i due estremi in modo da misurare pure l'angolo al vertice; misura questa superflua dal punto di vista della pura geometria, ma utile operativamente per verificare se la somma dei tre angoli è esattamente 180°. Di solito Picard trovava una differenza di pochi secondi d'arco che ripartiva fra i tre angoli, in ugual misura oppure proporzionalmente all'incertezza stimata, se qualche angolo era ritenuto meno "sicuro" degli altri (per minore visibilità atmosferica, per la natura della mira, ecc.). Al termine delle operazioni Picard aveva stabilito una grande poligonale di tre lati (a rigore tre archi di cerchio massimo) di lunghezza nota con grande precisione ed avente gli estremi in Sourdon, a nord, ed in Malvoisine, a sud. L'orientamento di ciascun lato venne stabilito mediante osservazioni della Stella Polare (tenendo conto ovviamente della distanza della stella dal polo celeste) e fu così possibile "proiettare" ciascun lato sulla linea meridiana ed ottenere la lunghezza dell'arco di meridiano compreso fra i paralleli di Sourdon e di Malvoisine che risultò 68431 tese, pari a 133,362 km. L'ampiezza di quest'arco, cioè la differenza di latitudine fra queste due località, fu determinata misurando a Sourdon ed a Malvoisine, con un settore zenitale avente la precisione di 3", la distanza zenitale della stella β di Cassiopea; l'arco risultò di 1°11'57" ottenendosi quindi per la lunghezza di 1° di meridiano 111,212 km.

Un'estensione della rete di triangoli fino ad Amiens dette come valore del grado 111,196 km e ciò dà un'idea dell'attendibilità dei risultati. Dalla media di questi valori si ottenne la lunghezza di 40033 km per la circonferenza meridiana della Terra, con l'incertezza di 4 km e cioè dell'1 su 10.000. In realtà però l'errore nella circonferenza era alquanto maggiore di quanto si poteva dedurre dalla precisione della misura del grado, e ciò per il fatto che la Terra non è una sfera ma piuttosto un ellissoide.

La relazione su questa determinazione fu pubblicata nel 1671 in una memoria intitolata "*Mesure de la Terre*". Coticché, giusto un anno prima che si desse inizio, con la spedizione a Cayenna, alle moderne misure della parallasse solare, si era giunti ad avere un'informazione sulla dimensione della Terra adeguata alle esigenze delle misure astronomiche che sarebbero state effettuate nei decenni seguenti.

Le osservazioni e la teoria cominciano proprio attorno a quest'epoca a indicare per la Terra una forma non sferica, ma bensì schiacciata ai poli. Huyghens nel 1669 aveva messo in evidenza che a causa della forza centrifuga originata dalla rotazione, la gravità doveva diminuire dai poli verso l'equatore; Richer durante il suo soggiorno a Cayenna nel 1672-73 aveva constatato che un pendolo esattamente regolato a Parigi per battere il secondo, laggiù ritardava di 2 minuti in 24 ore e cioè che il pendolo battente il secondo era sensibilmente più corto a Cayenna che a Parigi. Huyghens e Newton calcolarono poi che la Terra per effetto della rotazione doveva essere un ellissoide con schiacciamento compreso fra 1/280 e 1/580 a seconda che si accettassero rispettivamente le ipotesi estreme di un globo di densità uniforme oppure crescente da zero in superficie ad infinito al centro⁸. Il ritardo del pendolo osservato da Richer era quindi da attribuire all'effetto combinato della maggiore forza centrifuga e della maggiore distanza dal centro del globo. Comincia così in questi anni a prendere corpo un campo di ricerche autonomo rispetto sia all'Astronomia che alla Geografia, ai cui fini erano fino ad allora esclusivamente volte le indagini sulla dimensione della Terra, e che ricevette il nome di Geodesia⁹.

⁸ Ricordiamo che si dice schiacciamento il rapporto $(a-b)/a$ dove a e b sono rispettivamente il raggio equatoriale e polare della Terra.

⁹ Fino al XVIII secolo per geodesia s'intendeva l'arte di misurare e dividere i terreni (da $\gamma\eta$ = terra e $\delta\alpha\iota\omega$ = divido); in seguito s'è inteso la scienza che si occupa della forma della Terra, della distribuzione

È evidente che con un globo ellissoidico, schiacciato ai poli, la lunghezza di 1° di meridiano doveva diminuire andando dai poli verso l'equatore. Per stabilire la figura della Terra vennero effettuate nel corso del XVIII secolo numerose triangolazioni a varie latitudini, fra le quali particolarmente importanti quelle promosse dall'Accademia di Parigi ed effettuate in Perù da Bouguer e La Condamine nel 1735 ed in Lapponia da Maupertuis nel 1736. La triangolazione equatoriale dette per 1° di meridiano la lunghezza 110,566 km a -1°30' di latitudine, quella boreale 111,938 km a +66°20'; se ne dedusse per lo schiacciamento il valore 1/298 (il valore attualmente accettato è 1/298,25). Fra le operazioni geodetiche di quest'epoca ricorderemo ancora la triangolazione attraverso lo Stato Pontificio effettuata nel 1750 dai gesuiti Ruggero Boscovich e Cristoforo Maire per incarico di Papa Benedetto XIV (il famoso cardinale Lambertini di Bologna). La relazione fu data alle stampe nel 1755 sotto il titolo "*De litteraria expeditione per pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam*".

Misurata con un'asta di legno una base di 11,767 km lungo il litorale presso Rimini, da questa fu sviluppata per vette di montagne una successione di triangoli congiungente Rimini con Roma (cupola di S. Pietro); l'arco di meridiano compreso fra i paralleli estremi risultò di 161253,6 passi romani (equivalenti a circa 240 km), mentre l'ampiezza di tale arco, stabilita con l'osservazione delle stelle α del Cigno e μ dell'Orsa Maggiore, risultò 2°9'45": si ebbe quindi per 1° la lunghezza 74568,1 passi, pari a 111,048 km, valore che per la latitudine di 43° era in buon accordo con la figura ellissoidica stabilita allora da Bouguer.

Il 28 Germinale 1795 la *Convenzione* della Francia rivoluzionaria, introducendo il sistema metrico decimale, stabilì quale unità di lunghezza - detta *metro* - la decimilionesima parte del quadrante meridiano della Terra; il valore provvisoriamente accettato fu poi leggermente modificato in base a successive misure del grado di meridiano (fino ad allora misurato in tese) ed un decreto del 24 aprile 1799 stabilì la costruzione del campione di platino in due esemplari, uno per l'archivio ed uno per l'Osservatorio. L'introduzione del sistema metrico decimale fu decretata mentre erano in corso grandi operazioni di triangolazione, condotte in gran parte da Méchain e Delambre che collegavano la Francia continentale con l'Inghilterra, la Spagna, le Baleari, la Corsica, la Toscana; queste operazioni giunsero a conclusione nei primi anni dell' 800, ma come dice Wolf nell'opera già citata, la pazienza degli uomini della rivoluzione non potè sopportare l'attesa.

Nel 1841 Federico Bessel (1784-1846), concludendo l'elaborazione di tutte le misure del grado effettuate fino ad allora, fissò l'ellissoide di rotazione terrestre dando i valori 6376,83 km per il semiasse maggiore e 6355,10 per quello minore (i valori attualmente adottati per l'*ellissoide internazionale*, o *ellissoide di Hayford*, sono rispettivamente 6378,388 e 6356,912 con una circonferenza meridiana di 40009,152 ed una circonferenza equatoriale di 40076,592 km).

Nonostante le successive determinazioni della lunghezza della circonferenza terrestre, il valore del metro è stato lasciato invariato, restando definito come la lunghezza del campione conservato a Parigi¹⁰.

Le determinazioni moderne dell'unità astronomica

Tornando ora alle distanze astronomiche, dopo la determinazione della parallasse di Marte nel 1672 furono utilizzate varie altre opposizioni del pianeta per ricavare la distanza Terra-Sole, ed in

del campo gravitazionale nell'ambito terrestre, della determinazione precisa delle coordinate geografiche.

¹⁰ Il 14 ottobre 1960 l'*XI Conférence Générale des Poids et des Mesures* ha stabilito come campione operativo la lunghezza d'onda nel vuoto della riga rossa del kripton 86, cioè dell'isotopo del kripton avente numero di massa 86, il metro viene definito come 1.650.763,73 volte tale lunghezza. Siccome le misure di massima precisione sono quelle interferenziali, basate sull'interferenza delle onde elettromagnetiche, si è ritenuto infatti opportuno assumere come campione una lunghezza d'onda. In pratica il valore del metro non cambia, però il nuovo campione può essere trasferito, interferometricamente, con la precisione di un milionesimo di milionesimo di millimetro.

particolare le grandi opposizioni, cioè quelle in cui Marte trovandosi in prossimità del perielio passa alle minime distanze dalla Terra. La parallasse di Marte può essere determinata anche con osservazioni effettuate da una sola località. basta che la posizione del pianeta rispetto alle stelle venga osservata due volte nella stessa notte ad alcune ore di intervallo in modo che per la rotazione terrestre la stazione si sposti quanto basta per avere una base di lunghezza sufficiente. Occorre naturalmente tener conto dello spostamento apparente del pianeta causato dai moti orbitali, come del resto abbiamo visto esser necessario anche nel caso di due stazioni (circa le possibilità del metodo, si consideri che a 40' di latitudine in 6 ore la rotazione fa effettuare ad una località un arco di oltre 7500 km. Utilizzando ora l'uno o l'altro di questi metodi in varie opposizioni di Marte, si giunse, nella prima metà del XVII secolo, ad ottenere la parallasse solare con un'incertezza di mezzo secondo d'arco.

Frattanto nel 1751 con osservazioni effettuate da Lacaille a Città del Capo e da La Lande a Berlino fu stabilita con grande precisione la parallasse media della Luna nella misura di $57'13''$,1 corrispondenti ad una distanza di 60,1 raggi equatoriali della Terra, pari, secondo i dati numerici di allora, a 382 800 km. I valori attualmente adottati sono rispettivamente $57'02''$,6 e 384 410 km pari a 60,3 raggi equatoriali della Terra; come si vede, la distanza in chilometri era un po' più in errore della distanza espressa in raggi terrestri: è chiaro che il dato più incerto era la dimensione della Terra.

Per la determinazione della parallasse solare, oltre alle opposizioni di Marte furono sfruttati vari altri fenomeni. Ricorderemo qui i transiti di Venere: quando il minuscolo disco nero di questo pianeta passa davanti al disco del Sole, da due località situate a latitudini molto diverse appare percorrere corde molto lontane fra loro; dalle durate del transito si risale al rapporto fra tali corde e da questo alla loro distanza angolare che è uguale all'angolo sotto cui da Venere si vedono le due località. Essendo noto il rapporto esistente all'epoca del transito fra le distanze di Venere e del Sole, si risale alla parallasse solare. I passaggi di Venere sul Sole si verificano assai raramente e sempre in coppia, separati da 8 anni; i primi passaggi utilizzati per la determinazione della parallasse si ebbero nel 1761 e 1769 e si ottenne il valore $\pi_{\odot} = 8'',68$ con l'incertezza di $0'',1$: coi nuovo metodo la precisione si era accresciuta di colpo dal 5 all'1%. Proprio in quei decenni si ottenevano le prime misure dello schiacciamento terrestre: si cominciò da allora a precisare *parallasse equatoriale* per intendere che si prendeva come riferimento il raggio equatoriale della Terra.

Marte e Venere sono gli unici pianeti che consentano determinazioni utili della parallasse solare, gli altri essendo troppo lontani. Però su proposta dell'astronomo tedesco Galle si cominciò a servirsi dei pianetini alcuni dei quali si avvicinano più di Marte e che inoltre presentano il vantaggio dell'immagine stellare, cioè pressoché puntiforme. Per primo, nel 1873, fu utilizzato Flora che si trovava in opposizione perielica: con lo stesso procedimento adoperato da Cassini e Richer, però con strumenti assai più perfezionati e da numerose stazioni di osservazione dislocate in Europa, America, Africa del Sud e Australia, si ricavò il valore di $8'',88$ con l'incertezza di $0'',04$.

Nel 1874 e 1882 si approfittò di un'altra coppia di transiti di Venere per osservare i quali vennero allestite numerose spedizioni: dall'elaborazione di tutti i dati così raccolti fu ricavato $8'',88$ con l'incertezza di $0'',02$. Però ormai il metodo preferito era quello dei pianetini e da tre campagne su Victoria, Iris e Sappho si ottenne il valore medio $8'',80$ incerto anche questo per soli 2 centesimi di secondo. Ma l'utilizzazione dei pianetini assunse grande importanza nel 1898 quando fu scoperto Eros che si avvicina alla Terra a soli 22 milioni di chilometri: la campagna del 1900-1901, quando il pianetino passò a 48 milioni di chilometri, effettuata da numerose stazioni dette $8'',806 \pm 0'',004$. Quella del 1930-31, quando Eros passò a soli 25 milioni di chilometri, dette $8'',790 \pm 0,001$; come si vede, l'incertezza si era ormai ridotta all'ordine del millesimo di secondo.

Ricorderemo ancora il metodo basato su quell'irregolarità del moto orbitale della Luna detta *inuguaglianza parallattica* per cui l'arco di orbita fra il primo e l'ultimo quarto viene percorso in minor tempo dell'arco fra l'ultimo ed il primo quarto. Questa differenza, che ammonta ad alcuni minuti, e può essere stabilita con grande precisione mediante l'osservazione delle occultazioni lunari, è proporzionale alla parallasse solare secondo un coefficiente ben conosciuto dalla teoria: dallo studio di un decennio di osservazioni lunari venne ricavata, trent'anni fa, la parallasse solare $8'',793$. È stato utilizzato anche il metodo dell'aberrazione della luce: la composizione della velocità orbitale della Terra con la velocità della luce fa sì che le stelle appaiono descrivere in cielo una piccola ellisse che è la proiezione, più o

meno obliqua a seconda della posizione della stella, dell'orbita terrestre; l'asse maggiore di questa ellisse, espressa in secondi d'arco, si dice costante di aberrazione e dipende dalla lunghezza dell'asse maggiore dell'orbita terrestre, dal periodo di rivoluzione e dalla velocità della luce. Misurata sul cielo la costante di aberrazione, le altre quantità sono note eccetto il semiasse maggiore che può essere così determinato.

Verso la fine degli anni '50 è stata introdotta per la misura dell'unità astronomica la tecnica radar la quale ha di colpo accresciuto di un ordine di grandezza la precisione dei risultati. Fra le varie determinazioni della distanza di Venere mediante il ritardo dell'eco radar effettuate da astronomi inglesi, russi ed americani, ricordiamo quella eseguita col radio telescopio di Jodrell Bank nel 1961, quando Venere si trovava a soli 42 milioni di chilometri di distanza, che fornì la distanza del Sole con un errore inferiore a 1000 km.

Per comodità, e per omogeneità nelle formule, gli astronomi usano esprimere sotto forma di parallasse anche queste distanze ottenute direttamente in chilometri, benché originariamente la parallasse sia solo una grandezza ausiliaria, direttamente accessibile all'osservazione, che consente di ricavare poi la distanza. I valori attualmente accettati per la parallasse e la distanza solare, secondo le decisioni dell'Unione Astronomica Internazionale al congresso di Amburgo nel 1964, sono rispettivamente $8",79415$ con l'incertezza di 5 centomillesimi di secondo e 149 597 500 km con incertezza inferiore a 1000 km.

Circa le determinazioni moderne ci si è limitati ad un così rapido cenno perché informazioni esaurienti si possono avere da numerose pubblicazioni divulgative, anche in lingua italiana; perciò esulano dal fine dichiarato all'inizio della presente trattazione. L'aumento della precisione nella misura dell'unità astronomica è di notevole importanza per numerosi problemi astronomici e fisici, ma come base per le distanze stellari la distanza del Sole era già conosciuta con precisione più che sufficiente nella prima metà del secolo scorso, quando Bessel dette inizio allo scandaglio delle profondità galattiche.