

Tratto da

MAX PLANCK

SCIENZA, FILOSOFIA E RELIGIONE

FRATELLI FABBRI EDITORE

II

PER LA STORIA DELLA SCOPERTA
DEL QUANTO FISICO D'AZIONE¹

L'apparizione del quanto elementare d'azione inaugurò una nuova epoca per la scienza fisica. Per questo io sento il bisogno e il dovere, di fronte ai fisici di una generazione più giovane, di descrivere nel miglior modo possibile, in un'esposizione riassuntiva, il cammino per molti aspetti intricato, per cui giunsi al calcolo di questa costante universale, così come esso si rispecchia nel mio ricordo.

I

A questo scopo, io debbo in primo luogo rifarmi più da lontano, fino agli anni dei miei studi universitari. Ciò che sempre nella fisica mi ha interessato soprattutto, erano le grandi leggi generali, che hanno un significato per l'insieme dei processi naturali, indipendentemente

¹ *Zur Geschichte der Auffindung des physikalischen Wirkungsquantums*, in «Die Naturwissenschaften», 31 (1943), pp. 153-159. È questa l'ultima redazione, una prima redazione, col titolo *Die Entstehung und bisherige Entwicklung der Quantentheorie*, fu presentata dal Planck nel discorso per il conferimento del premio Nobel per la fisica il 2 giugno 1920 e pubblicata come fascicolo separato (Lipsia 1920); quindi inclusa nel volume *Wege zur physikalischen Erkenntnis* (Lipsia 1933), è stata tradotta in italiano nel volume *La conoscenza del mondo fisico* (Torino 1942).

dalle proprietà dei corpi, che intervengono nei processi stessi. A questo atteggiamento basilare mi aveva educato specialmente il mio professore di matematica nel Ginnasio Massimiliano di Monaco, H. Müller. Per questo io rimasi affascinato in modo straordinario dai due principi della termodinamica. Ma mentre il primo, cioè il principio della conservazione dell'energia, aveva un senso molto semplice e facilmente intelligibile e perciò non dava luogo a speciali spiegazioni, l'esatta intelligenza del secondo principio richiedeva uno studio accurato. Appresi questo principio nei miei ultimi anni di studio (1878) attraverso la lettura degli scritti di R. Clausius*, che mi avevano particolarmente colpito anche solo per l'eccezionale chiarezza e per la forza di convinzione del linguaggio. Clausius deduceva la prova del suo secondo principio dall'ipotesi che « il calore non passa spontaneamente da un corpo più freddo ad uno più caldo ». Questa ipotesi richiedeva una speciale spiegazione. Infatti, mediante essa non si esprime solamente che il calore non può passare direttamente da un corpo più freddo ad uno più caldo, ma anche che è assolutamente impossibile portare calore da un corpo più freddo ad un corpo più caldo, anche se ciò avviene attraverso un processo circolare convenientemente ideato, senza che sopravvenga nella natura un qualche altro cambiamento, che serve di compensazione e che ha la proprietà di non poter tornare indietro, senza lasciare un altro cambiamento permanente.

Solo se si prende come presupposto questo significato ampio dell'ipotesi, è possibile ottenere la dimostrazione generale del secondo principio. I molteplici attacchi mossi contro la dimostrazione di Clausius si fondano essenzialmente in un disconoscimento del contenuto completo della sua ipotesi.

Nello sforzo di ottenere la massima chiarezza su questo punto, giunsi ad una formulazione dell'ipotesi che mi sembrò più semplice e più comoda. Essa suona così: « I processi della conduzione del calore in nessuna maniera possono tornare completamente allo stato iniziale ». Con ciò si esprime lo stesso che nell'espressione di Clausius, senza che sia necessaria una speciale spiegazione; solo bisogna tener il debito conto delle parole « in nessuna maniera » e « completamente ». Esse vogliono dire che, nel tentativo di far tornare il processo allo stato iniziale, si può usare qualsiasi mezzo, meccanico, termico, elettrico, chimico, solo alla condizione che dopo la fine dell'esperimento i mezzi usati si trovino di nuovo esattamente nel medesimo stato in cui erano all'inizio, quando

* R. CLAUSIUS, *Die mechanische Wärmetheorie*, 1876.

sono stati presi per l'uso. È necessario che proprio dappertutto nell'intera natura sia restituito lo stato iniziale del processo. Un processo che in nessuna maniera può essere completamente ricondotto indietro, io lo chiamai « naturale », oggi vien detto « irreversibile ».

Tuttavia, sembra che ancora non sia stato definitivamente estirpato l'errore che si commette in una troppo stretta interpretazione della proposizione di Clausius e che io ho cercato di combattere indefessamente durante tutta la mia vita. Infatti, fino al giorno d'oggi, invece della precedente definizione dell'irreversibilità, incontro spesso la seguente: « Irreversibile è il processo che non può scorrere in direzione opposta ». Questo non è sufficiente; giacché in principio si può molto bene pensare che un processo, il quale non può scorrere in direzione opposta, possa essere ricondotto in qualche maniera completamente allo stato iniziale, mediante un dispositivo convenientemente costruito. Su questo senso profondo dell'irreversibilità si fonda il fatto che il secondo principio della termodinamica possiede significato non solo per quanto riguarda i fenomeni termici, ma anche per tutti i processi naturali di qualsivoglia specie.

In conformità alla precedente definizione, tutti i processi della natura si dividono in due classi: processi reversibili e irreversibili (io allora dicevo processi neutrali e naturali), sempre secondo che essi possano tornare completamente allo stato iniziale oppure no. Da ciò segue, e ciò è ora essenziale, che la decisione, se un processo in natura è irreversibile o reversibile, dipende unicamente dalle condizioni dello stato iniziale e dello stato finale. Non è necessario conoscer nulla sulla specie e sul decorso del processo; giacché ciò che importa è solo se, partendo dallo stato finale, sia possibile o no ristabilire in qualsiasi maniera lo stato iniziale nell'intera natura. Nel primo caso, quello dei processi irreversibili, lo stato finale ha in un certo senso una distinzione di fronte allo stato iniziale, la natura ha per esso una certa « predilezione », per così dire. Nel secondo caso, quello dei processi reversibili, entrambi gli stati hanno eguali diritti. Come misura della grandezza di questa preferenza risulta l'entropia di Clausius, e come senso del secondo principio la legge che in ogni processo della natura cresce la somma delle entropie di tutti i corpi partecipanti al processo, mentre nel caso limite, per un processo reversibile, rimane invariata. I precedenti sviluppi furono da me elaborati per la mia dissertazione dottorale in Monaco*.

L'impressione di questo scritto nel pubblico dei fisici di allora fu

* *Über den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie*, Th. Ackermann, Monaco, 1879. [Bibl. n. 1 N.d.T.]

eguale a zero. Dei miei professori universitari, il fisico Ph. von Jolly e i matematici L. Seidel e G. Bauer, a cui sono debitore dei fondamenti della mia formazione scientifica, nessuno comprendeva il suo contenuto, come ebbi ad accorgermi parlando con loro. Essi l'avevano lasciata passare come dissertazione solo perché mi conoscevano per i miei precedenti lavori nelle esercitazioni di fisica e nel seminario di matematica. Anche presso i fisici, che erano più vicini al tema, non trovai alcun interesse, molto meno approvazione. Helmholtz non lesse affatto lo scritto, Kirchhoff ne respinse espressamente il contenuto con l'osservazione che il concetto di entropia, la cui grandezza può essere misurata e quindi anche definita solo per mezzo di un processo reversibile, non poteva essere applicato a processi irreversibili. Non riuscii ad avvicinare Clausius, che era molto riservato nei contatti personali. Il tentativo intrapreso una volta di presentarmi a lui in Bonn, non portò ad alcun risultato, perché non lo trovai in casa. Ebbi una corrispondenza sul tema con C. Neumann in Lipsia, ma si concluse senza alcun risultato.

Queste esperienze, tuttavia, non mi impedirono di continuare più oltre lo studio dell'entropia, profondamente compreso, come ero, dell'importanza di questo compito: io infatti consideravo l'entropia, accanto all'energia, come la proprietà più importante di un sistema fisico. Poiché il suo valore massimo caratterizza l'equilibrio finale, così dalla conoscenza dell'entropia derivano tutte le leggi dell'equilibrio fisico e chimico.

Negli anni seguenti, sviluppai queste idee in diversi lavori, applicandole a casi particolari, prima alle variazioni di stato di aggregazione, poi alle miscele di gas e infine alle soluzioni. Dovunque ottenni risultati fecondi, così per esempio per la teoria della dissociazione. Purtroppo, però, come mi accorsi più tardi, in questo mi aveva prevenuto il grande teorico americano Josiah Willard Gibbs¹, che aveva già prima formulato le medesime affermazioni, persino in una forma almeno in parte più generale*, sicché anche in questo campo non conseguii alcun successo speciale.

¹ JOSIAH WILLARD GIBBS (1839-1903), matematico e fisico americano, gettò le basi della moderna chimica fisica, collegandola alla termodinamica, e compì studi diversi sull'elettromagnetismo, termodinamica e meccanica statistica. Opere principali: *On the Equilibrium of Heterogeneous Substances* (1875-78); *Elementary Principles in Statistical Mechanics* (1902). Il testo di *Vorträge und Erinnerungen* (Bibl. n. 242, p. 18) porta per errore il prenome di John; è esatto invece il testo di *Wissenschaftliche Selbstbiographie* (Bibl. n. 239, p. 12).

* J. W. GIBBS, *Transactions of the Connecticut Academy*, 1873, 1876, 1878. Traduzione tedesca di W. OSTWALD, col titolo: *Thermodynamische Studien*, W. Engelmann, Lipsia, 1892.

II

Al contrario, nel dominio del calore radiante mi imbattei in una terra nuova. Già nel 1860 G. Kirchhoff aveva scoperto la legge, secondo la quale in una cavità vuota, racchiusa da pareti totalmente riflettenti e contenente corpi qualsiasi che emettono e assorbono energia, si stabilisce col tempo, per mezzo di processi irreversibili, uno stato stazionario della radiazione, che dipende da una sola variabile, la temperatura comune a tutti i corpi. Questo è lo stesso stato della radiazione nel vuoto, quando le pareti della cavità sono nere ed hanno la medesima temperatura. Ad esso corrisponde una ben determinata distribuzione dell'energia di radiazione secondo le singole frequenze ν dello spettro, chiamata distribuzione normale dell'energia. Essa è così rappresentata da una funzione universale di T e ν , indipendente da qualsiasi materiale; e poiché ero convinto che una legge di natura è tanto più semplice, quanto è più vasta, mi sembrò un compito particolarmente allettante il ricercare questa funzione.

Come via più diretta a questo scopo, mi si offrì la teoria elettromagnetica della luce di Maxwell¹, che pochi anni prima aveva riportato la vittoria definitiva, grazie alla grande scoperta di Hertz. Immaginai, dunque, che la cavità vuota fosse riempita di oscillatori elettrici, che irradiano e assorbono energia, e, poiché non importa nulla della loro natura, li scelsi di natura più semplice possibile cioè risonatori lineari o oscillatori di determinata frequenza propria ν e di debole smorzamento, causato solo per l'irradiazione. Era mia speranza che, supposto un qualsiasi stato iniziale, l'applicazione della teoria di Maxwell avrebbe condotto a processi di irradiazione irreversibili, che dovevano terminare in uno stato stazionario di equilibrio termodinamico, nel quale la radiazione della cavità possedesse la distribuzione normale di energia ricercata, corrispondente alla radiazione del corpo nero.

Conforme a ciò, cominciai da principio una ricerca dell'assorbimento ed emissione di onde elettriche per risonanza*. Ero d'opinione che l'azione reciproca fra un oscillatore, che assorbe ed emette energia, per l'eccitazione di un'onda elettromagnetica, e la stessa onda eccitante rap-

¹ JAMES CLERK MAXWELL (1831-1879), fisico inglese, è il notissimo fondatore dell'elettrodinamica con il suo sistema di equazioni fondamentali. Su di lui il Planck tenne una conferenza per il primo centenario della nascita, presso l'Università di Cambridge (Bibl. n. 189).

* *Sitzungsberichte der Berlinischen Akademie der Wissenschaften*, del 21 marzo 1895. [Bibl. n. 30 N.d.T.]

presentasse un processo irreversibile *. Ma quest'opinione così generalmente espressa è falsa, come presto L. Boltzmann ebbe dimostrato espressamente **. Infatti, l'intero processo può decorrere egualmente bene anche in direzione esattamente opposta. Basta solo in qualsiasi istante invertire il segno di tutte le forze del campo magnetico, conservando le forze del campo elettrico. Allora, infatti, l'oscillatore riassume l'energia, emessa in onde sferiche concentriche, in identiche onde sferiche e restituisce da sé l'energia assorbita dalla radiazione eccitante. In un simile processo, pertanto, non si può parlare di irreversibilità.

È necessario quindi introdurre una condizione restrittiva, per poter avanzare in un cammino aperto nella teoria del calore radiante, condizione che escludesse fin dall'inizio questi processi singolari, che in natura certo non si incontrano mai, quali le onde sferiche concentriche dirette verso il centro, e con ciò escludesse anche la possibilità dell'inversione simultanea del segno di tutte le forze del campo magnetico. Compìi questo passo introducendo l'ipotesi della « radiazione naturale » ***, il cui tenore si riduce a questo, che le singole oscillazioni armoniche parziali, dal cui insieme risulta l'onda del calore radiante, siano completamente incoerenti. Sulla base di questa ipotesi sviluppai allora le leggi dei processi di radiazione in una cavità vuota, riempita di oscillatori lineari con determinata frequenza propria e debole smorzamento: cominciai prima col considerare una cavità sferica, nel cui centro si trovi un solo oscillatore, perché in questo caso le equazioni differenziali del processo si lasciano integrare facilmente, e poi passai al caso generale di una cavità qualsiasi con un numero qualsiasi di oscillatori ****. Come risultato di questa ricerca risultò la legge che l'azione reciproca di un oscillatore e dell'energia che lo eccita rappresenta sempre di fatto un processo irreversibile, che consiste essenzialmente nell'eguagliare col tempo tutte le oscillazioni spaziali e temporali dell'intensità della radiazione, esistenti al principio. Quando alla fine si è stabilito lo stato stazionario, allora l'oscillatore di frequenza propria ν e di decremento di smorzamento piccolo a piacere possiede l'energia *****:

$$(1) \quad U = \frac{c^2}{\nu^2} \cdot K_{\nu},$$

* *Sitzungsber. Berl. Akad. Wiss.*, del 4 febbraio 1897, p. 59. [Bibl. n. 34 N.d.T.]

** L. BOLTZMANN, *Sitzungsber. Berl. Akad. Wiss.*, del 17 giugno 1897.

*** *Sitzungsber. Berl. Akad. Wiss.*, del 7 luglio 1898. [Bibl. n. 39 N.d.T.]

**** *Sitzungsber. Berl. Akad. Wiss.*, del 18 maggio 1899. [Bibl. n. 40 N.d.T.]

***** *Ivi*, equazione (34).

dove c è la velocità della luce e $K_{\nu} \cdot d\nu \cdot d\sigma \cdot d\Omega \cdot dt$ è la grandezza dell'energia, che trasmette un raggio polarizzato linearmente nell'intervallo spettrale $d\nu$, perpendicolarmente ad un qualsiasi elemento di superficie $d\sigma$ situato sulla cavità irradiata entro l'angolo di apertura $d\Omega$ nel tempo dt . L'essenziale di questa equazione, che mi ha reso servizi insostituibili, consiste in ciò, che secondo essa l'energia dell'oscillatore vibrante dipende solo dall'intensità della radiazione K e dalla sua frequenza ν , ma non da alcun'altra sua proprietà.

Come conseguenza dell'irreversibilità di questo processo, si lascia ora indicare facilmente la funzione di stato, il cui valore cresce continuamente col tempo e che quindi può essere interpretata come entropia. L'entropia di tutto il sistema considerato risulta dalla somma delle entropie di tutti gli oscillatori e dell'entropia della radiazione della cavità. Per l'entropia di un oscillatore io posi *:

$$(2) \quad S = - \frac{U}{a\nu} \cdot \log \frac{U}{eb\nu},$$

dove a e b sono due costanti universali ed e , la base dei logaritmi naturali, è aggiunta come fattore solo per ragioni di opportunità della costante b ; mentre l'espressione dell'entropia della radiazione della cavità risulta in modo del tutto analogo dalla supposizione, che ogni raggio porta seco, insieme alla sua energia, un'entropia corrispondente, per cui è anche determinabile una densità spaziale di entropia, analoga alla densità spaziale di energia.

Sulla base di queste determinazioni, potei condurre la prova, che l'entropia di tutto il sistema, da ogni stato iniziale scelto a piacere, cresce col tempo, — lo stato stazionario finale, quello dell'equilibrio termodinamico, in cui l'entropia raggiunge il massimo, dipende in tutte le sue parti da un unico parametro T , dato dalla relazione:

$$(3) \quad \frac{dS}{dU} = \frac{1}{T}$$

il quale, quindi, dal punto di vista termodinamico rappresenta la temperatura assoluta. Sostituendo in questa equazione il valore di S dall'equazione (2) e tenuta presente la relazione (1), si ottiene per l'intensità di radiazione della frequenza ν :

* *Ivi*, equazione (41).

$$(4) \quad K_\nu = \frac{bv^3}{c^2} \cdot e^{-\frac{av}{T}}$$

Questa è la legge della distribuzione normale dell'energia già stabilita da W. Wien¹ nel 1896, la quale era stata confermata nell'essenziale dalle misure allora disponibili (maggio 1899). Fin qui tutto sembrava essere in ordine soddisfacente.

Ma, molto presto, prima O. Lummer e E. Pringsheim, poi anche F. Paschen² richiamarono l'attenzione su certe deviazioni della legge della ripartizione di Wien, che essi avevano trovato coll'estendere le loro ricerche alle grandi lunghezze d'onda e che, col progresso della precisione delle misure continuamente accresciuta, erano divenute così evidenti, che occorreva sollevare seri dubbi sulla validità generale della formula (4). Ciò mi indusse ad esaminare se l'espressione (2) dell'entropia di un oscillatore non potesse essere sostituita con una migliore.

Nell'occuparmi minuziosamente di questo problema, ebbi la sorte che una circostanza esteriore, da me prima sentita spiacevolmente, cioè la mancanza di interesse dei colleghi per la direzione delle ricerche da me intraprese, ora proprio al contrario tornò a vantaggio del mio lavoro come una certa facilitazione. Allora, cioè, un gran numero di fisici eminenti si era applicato al problema della distribuzione normale dell'energia nello spettro, sia dal lato sperimentale che anche da quello teorico. Ma tutti cercavano solo nella direzione di rappresentare l'intensità della radiazione K_ν come funzione della temperatura T , mentre io supposevo il nesso più profondo nella dipendenza dell'entropia S dall'energia U . Poiché il significato del concetto di entropia allora non aveva ancora trovato il giusto apprezzamento, così nessuno si curò del metodo da me usato, ed io potei compiere i miei calcoli con tutto agio e profondità, senza dover temere che alcuno mi disturbasse o mi sopravanzasse.

¹ WILHELM WIEN (1864-1928), fisico teorico tedesco, è noto principalmente per i suoi studi sulla radiazione. Risultato ne fu l'espressione analitica della densità di energia elettromagnetica contenuta in equilibrio in una cavità e la legge dello spostamento che porta il suo nome (1893), mentre la legge della distribuzione delle intensità nello spettro da lui proposta (1896) non resse alla prova dei fatti e fu corretta dal Planck, come viene qui esposto.

² OTTO LUMMER (1860-1925), ERNST PRINGSHEIM (1859-1917), FRIEDRICH PASCHEN (1865-1947), insieme a FERDINAND KURLBAUM (1857-1927) e H. RUBENS (vedi capitolo primo), furono tutti fisici sperimentali, che si distinsero per le loro accurate ricerche di ottica, fotometria e specialmente spettrografia, soprattutto nel campo delle radiazioni termiche o infrarosse. Il nome di Paschen è rimasto ad una serie di righe dello spettro dell'idrogeno, situata nell'infrarosso, mentre la serie di Balmer è situata nella luce visibile e quella di Lyman nell'ultravioletto.

Orbene, per farmi un'idea profonda delle proprietà dell'entropia, calcolai dapprima in modo del tutto generale e senza far uso della relazione (2), la variazione di entropia che avviene in tutto il sistema quando un oscillatore, che si trova in un campo di radiazione stazionario e la cui energia supera il valore U corrispondente al campo di radiazione di una piccola quantità ΔU , assorbe l'energia dU dal campo di radiazione. Questa variazione dell'entropia ammontò a*:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{d^2S}{dU^2} \cdot \Delta U \cdot dU.$$

Ora, siccome in un cambiamento reale della natura le quantità dU e ΔU hanno sempre il segno contrario, e siccome per il secondo principio della termodinamica la precedente espressione è sempre positiva, così segue necessariamente:

$$\frac{d^2S}{dU^2} < 0.$$

L'espressione (2) dell'entropia, che conduce alla legge di ripartizione di Wien, fornisce di fatto:

$$(5) \quad \frac{d^2S}{dU^2} = - \frac{1}{avU}.$$

La sorprendente semplicità di questa relazione mi indusse a pensare di dedurla direttamente mediante una riflessione abbastanza intuitiva. Ciò fatto, giunsi di nuovo in questa maniera da un altro lato alla relazione (2) e con ciò alla legge di ripartizione di Wien. Qui però ometto di riprodurla, perché questa riflessione, benché plausibile in certa misura, non è però affatto stringente. Essa inoltre in realtà non è giusta, come risulta dal fatto che la legge di ripartizione di Wien non è confermata in generale dalle misure. In questa maniera il mio tentativo di migliorare la formula (2) era giunto ad un punto morto ed io ero in procinto di abbandonarla definitivamente.

Allora accadde un fatto, che in queste circostanze doveva portare ad una svolta decisiva. Nella seduta della Società tedesca di fisica del 19 ottobre 1900, F. Kurlbaum comunicò i risultati delle misure di energia per molte grandi lunghezze d'onda da lui eseguite in collaborazione con H. Rubens, da cui fra l'altro risultava che coll'aumento della tem-

* *Annalen der Physik*, serie IV, vol. I (1900), p. 730. [Bibl. n. 44 N.d.T.]

peratura l'intensità della radiazione del corpo nero diventava sempre più approssimativamente proporzionale alla temperatura T , in stridente contrasto con la legge di ripartizione di Wien (4), secondo cui l'intensità della radiazione doveva rimanere sempre finita. Io ero stato messo a conoscenza di questi risultati già alcuni giorni prima della seduta per una comunicazione orale da parte degli autori; perciò ebbi il tempo, ancor prima della seduta, di trarne le conclusioni alla mia maniera e di utilizzarle per il calcolo dell'entropia di un oscillatore a risonanza. Se per alte temperature T l'intensità della radiazione K_ν diventa proporzionale alla temperatura, allora anche l'energia dell'oscillatore, per la (1), deve essere proporzionale a quella, cioè:

$$U = C \cdot T,$$

e quindi, per la (3), mediante integrazione:

$$S = C \cdot \log U.$$

In conseguenza:

$$(6) \quad \frac{d^2S}{dU^2} = -\frac{C}{U^2}.$$

Dunque, per grandi valori di U questa relazione compare al posto della relazione (5) valida per piccoli valori di U . Se ora si cerca una relazione generale, che contiene come casi limiti le due relazioni indicate (5) e (6), come la più semplice si offre la seguente:

$$\frac{d^2S}{dU^2} = -\frac{1}{avU + \frac{U^2}{C}}$$

e mediante integrazione:

$$(7) \quad \frac{dS}{dU} = \frac{1}{T} = \frac{1}{av} \cdot \log \left(1 + \frac{a'v}{U} \right)$$

dove per abbreviazione è posta la costante $aC = a'$.

Introducendo di nuovo, secondo la (1), l'espressione di K_ν al posto di U , si ha la formula per la legge della ripartizione dell'energia, che io, con la conversione delle frequenze in lunghezze d'onda, presentai alla menzionata seduta della Società tedesca di fisica* nel corso della

* *Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft*, v. 2 (1900), pp. 202-204, seduta del 19 ottobre 1900.

vivace discussione seguita alla relazione di Kurlbaum e che raccomandai per la verifica.

Al mattino seguente, il collega Rubens mi cercò e mi riferì che egli nella stessa notte, dopo la conclusione della seduta, aveva confrontato esattamente la mia formula con i suoi risultati di misura e aveva trovato dovunque un accordo soddisfacente. Anche Lummer e Pringsheim, che al principio credevano di aver constatato delle deviazioni*, ritirarono presto la loro opposizione, poiché, come Pringsheim mi comunicò oralmente, risultò che le deviazioni trovate erano state causate da un errore di calcolo. Con misure posteriori, la formula (7) fu ripetutamente confermata, con tanta maggiore precisione, quanto più sottili erano i metodi sperimentali adottati**.

III

In questa maniera, la ricerca della legge della ripartizione spettrale dell'energia nella radiazione del corpo nero doveva essere considerata come definitivamente risolta. Ma rimaneva ancora il problema teoreticamente più importante: dare una fondazione della legge conforme ai fatti, e questo era un compito incomparabilmente più difficile, poiché si trattava di una deduzione teorica dell'espressione dell'entropia di un oscillatore, quale risultava dalla (7) mediante integrazione. Questa espressione può essere scritta nella forma seguente:

$$(8) \quad S = \frac{a'}{a} \left[\left(\frac{U}{a'v} + 1 \right) \log \left(\frac{U}{a'v} + 1 \right) - \frac{U}{a'v} \log \frac{U}{a'v} \right].$$

Per poter dare un senso fisico a questa espressione, erano necessarie nuove considerazioni sulla natura dell'entropia, che conducevano fuori delle precedenti ricerche sul terreno dell'elettrodinamica.

Fra tutti i fisici di allora, Ludwig Boltzmann era quello che aveva afferrato più profondamente il senso dell'entropia. Egli interpretava l'entropia di un sistema fisico, che si trova in un determinato stato, come una misura della probabilità di questo stato, e scorgeva il contenuto del secondo principio nella circostanza che il sistema, in ogni cambiamento che avviene in natura, passa ad uno stato più probabile. Di fatto, nella

* M. VON LAUE, *Die Naturwissenschaften*, v. 29 (1941), p. 137.

** H. RUBENS e G. MICHEL, *Physikalische Zeitschrift*, v. 22 (1921), p. 569.

sua teoria cinetica dei gas, era riuscito a definire una funzione di stato H^* , che ha la proprietà di diminuire in grandezza in ogni cambiamento di stato che avviene in natura, e che perciò può essere riguardata come l'entropia presa negativamente. Veramente, per poter condurre la dimostrazione di questo famoso teorema H, dovette afferrarsi all'ipotesi restrittiva che lo stato delle molecole del gas fosse « molecolarmente disordinato ».

Io stesso, fino allora, non mi ero occupato della relazione fra entropia e probabilità; essa non era per me affatto simpatica, perché ogni legge di probabilità ammette anche eccezioni, mentre io allora attribuivo una validità senza eccezioni al secondo principio della termodinamica. Solo col tempo mi è divenuto pienamente chiaro, che anche la prova dell'irreversibilità dei processi di radiazione da me studiati poteva riuscire solo presupponendo l'ipotesi della « radiazione naturale », che quindi una tale ipotesi restrittiva era egualmente necessaria nella teoria della radiazione ed esercitava in essa lo stesso ruolo che l'ipotesi del disordine molecolare nella teoria dei gas.

Tuttavia, non aprendomisi allora alcuna altra via d'uscita, tentai la prova col metodo di Boltzmann e, per un qualsiasi stato di un qualsiasi sistema fisico, posi nel modo più generale:

$$(9) \quad S = k \cdot \log W,$$

dove W designa la probabilità dello stato debitamente calcolata.

Affinché questa relazione possa avere realmente significato generale, dato che l'entropia è una grandezza additiva, mentre la probabilità è una grandezza moltiplicativa, è necessario che la costante k sia una costante universale, dipendente solo dal numero delle unità di misura. Essa viene designata spesso, in maniera comprensibile, come la costante di Boltzmann. Bisogna veramente osservare che Boltzmann non ha mai introdotto questa costante e neppure, a mia saputa, ha mai pensato di cercare il suo valore numerico. Per questo, infatti, egli avrebbe dovuto arrivare al numero degli atomi reali, compito questo che egli lasciò interamente al suo collega J. Loschmidt¹; mentre egli nei suoi calcoli ebbe

* L. BOLTZMANN, *Vorlesungen über Gastheorie*, I parte, J. A. Barth, Lipsia 1896, p. 33.

¹ JOSEPH LOSCHMIDT (1821-1895), fisico austriaco, compì ricerche sperimentali sulla teoria cinetica dei gas, in particolare sul principio, già enunciato da Avogadro nel 1811, dell'indipendenza dalla natura del gas del numero di molecole contenute in eguali volumi a parità di condizioni. Numero di Loschmidt è denominato attualmente il numero delle molecole contenute in un centimetro cubico in condizioni normali, mentre il numero delle molecole contenute in una grammo-molecola viene detto comunemente

sempre avanti agli occhi la possibilità che la teoria cinetica dei gas rappresentasse solo un modello meccanico. Per questo a lui era sufficiente fermarsi al grammo-atomo. La lettera k si è imposta al principio molto gradualmente. Molti anni dopo la sua introduzione, invece di essa, si usava ancora calcolare col numero di Loschmidt, — che viene indicato con la lettera L ed esprime il numero di atomi corrispondente ad un grammo-atomo. Orbene, per poter applicare la relazione (9) al caso presente, mi immaginai un sistema, composto di un numero N molto grande di oscillatori eguali, e cercai di calcolare la probabilità che questo sistema possedesse la pretesa energia U_N . Ma una grandezza di probabilità può essere trovata solo mediante numerazione; era quindi prima di tutto necessario riguardare l'energia U_N come una somma di elementi ϵ , separati e eguali fra loro, la cui quantità poteva essere designata col numero P , parimenti molto grande. Dunque:

$$(10) \quad U_N = N \cdot U = P \cdot \epsilon$$

dove U significa l'energia media di un singolo oscillatore.

Allora senz'altro si offriva come misura della ricercata probabilità W il numero delle diverse maniere, con cui i P elementi di energia possono essere ripartiti fra gli N oscillatori, pensati come numerati*; quindi

$$(11) \quad W = \frac{(P + N)!}{P!N!}.$$

Pertanto, secondo la (9), l'entropia del sistema di oscillatori è:

$$S_N = N \cdot S = k \cdot \log \frac{(P + N)!}{P!N!}$$

e per la legge di Stirling:

$$N \cdot S = k [(P + N) \log (P + N) - P \log P - N \log N]$$

oppure

$$(12) \quad S = k \left[\left(\frac{P}{N} + 1 \right) \log \left(\frac{P}{N} + 1 \right) - \frac{P}{N} \log \frac{P}{N} \right]$$

numero di Avogadro, dal nome del chimico italiano AMEDEO AVOGADRO (1776-1856) dei conti di Quaregna e Ceretto, che per primo aveva enunciato questo principio fondamentale della chimica.

* *Verhandlungen Deutsch. Phys. Gesell.*, v. 2 (1900), pp. 237-245, seduta del 14 dicembre 1900.

La somiglianza delle due espressioni (8) e (12) salta agli occhi. Quindi non restava che introdurre quelle determinazioni che erano necessarie per renderle completamente identiche. Questo si ottiene, ponendo:

$$k = \frac{a'}{a} \quad e \quad \frac{P}{N} = \frac{U}{a'v}$$

Da ciò segue, per la (10), come grandezza degli elementi di energia: $\epsilon = a'v$. La costante a' indipendente dalla natura degli oscillatori la designai con b e, poiché aveva la dimensione di un prodotto di energia per tempo, la chiamai il quanto elementare di azione o l'elemento di azione, in opposizione all'elemento di energia $h\nu$. Con i valori misurati per le costanti a e a' della legge della radiazione (7), si ottengono i valori per k e b :

$$k = 1,346 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{grad}}, \quad h = 6,55 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec}^{-1}$$

Ora, per quanto riguarda la prova sperimentale di questa teoria, in quel tempo anzitutto era possibile solo in misura molto limitata, perché per questo era a disposizione solo l'unica costante k , il cui valore numerico era conosciuto in certo qual modo al massimo per l'ordine di grandezza. Infatti essa significa secondo Boltzmann* la cosiddetta costante assoluta dei gas, qui però applicata non come altrove alle gramma-

molecole, cioè $R = 8,31 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{grad}}$, ma alle molecole reali. Perciò il rapporto $\frac{k}{R} = 1,62 \cdot 10^{-24}$ è il fattore di riduzione, che riduce la massa di un gramma-molecola alla massa della molecola reale e che è identico al reciproco del numero L di Loschmidt. Da ciò calcolai anche il valore del quanto elementare di elettricità moltiplicando il fattore di riduzione per la carica (elettrostatica) $2,895 \cdot 10^{14}$ di un gramma-ione monovalente, e ottenni $4,69 \cdot 10^{-10}$, mentre F. Richarz aveva trovato $1,29 \cdot 10^{-10}$ e

* Secondo i calcoli più recenti, i valori più esatti per queste due fondamentali costanti fisiche sono, per la costante di Boltzmann, $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ erg/grad e, per la costante di Planck, $h = 6,625 \cdot 10^{-27}$ erg.sec.; quindi il fattore di riduzione $k/R = 1,66 \cdot 10^{-24}$ e il suo reciproco, che ora viene detto numero di Avogadro, $N = 6,0226 \cdot 10^{23}$; infine la carica elettrica elementare $e = 4,8025 \cdot 10^{-10}$ u.e.s.

* L. Boltzmann, *Sitzungsber. der Wienerischen Akademie der Wissenschaften*, II, v. 76 (1877), p. 428.

J. J. Thomson $6,5 \cdot 10^{-10}$ ¹. Altre misure del quanto elementare di elettricità allora non esistevano.

Con questo risultato potevo, quindi, essere abbastanza soddisfatto. Ma nel pubblico dei fisici la cosa andava un po' diversamente. Il calcolo del quanto elementare di elettricità dalle misure della radiazione termica qua e là persino non fu presa sul serio. Ma io non mi lasciai sviare da alcun dubbio nella fiducia per la mia costante k . Conquistai veramente la piena sicurezza solo quando venni a conoscere che E. Rutherford e H. Geiger² erano giunti al valore $4,65 \cdot 10^{-10}$ attraverso la numerazione delle particelle α . Da allora, come è noto, più raffinati metodi di misura hanno condotto ad un piccolo aumento di questo numero.

Più disperato appariva il compito di comprovare il valore numerico della seconda costante, h , che sulle prime era completamente campata in aria. Perciò fu per me una grande sorpresa e gioia, quando J. Franck e G. Hertz³ trovarono un metodo per misurarla nelle loro ricerche sull'eccitazione di una linea spettrale per urti di elettroni, in una maniera che non si poteva desiderare più diretta. Con ciò fu fugato anche l'ultimo dubbio sulla realtà del quanto d'azione.

Sorgeva però allora il problema teoreticamente più difficile, cioè di attribuire un significato fisico a questa strana costante. Infatti, la sua introduzione significava una rottura con le teorie classiche, che era molto più radicale di quello che io al principio avevo supposto. Certamente la

¹ FRANZ RICHARZ (1860-1920), fisico sperimentale, noto anche per la misura del coefficiente della forza di gravità (1898), fece ricerche sull'elettricità, magnetismo, radioattività, aerodinamica, chimica fisica. JOSEPH JOHN THOMSON (1856-1940), per le sue misure della carica e massa delle particelle costituenti i raggi catodici, viene considerato come lo scopritore dell'elettrone, quale particella elementare. Nel 1907 propose un modello per la struttura interna dell'atomo, che se pure presto abbandonata costituì il punto di partenza per le ricerche che portarono Rutherford all'ipotesi del modello planetario dell'atomo. Il testo tedesco (*Vorträge und Erinnerungen*, p. 26) ha qui J. J. Thomson, ma si tratta evidentemente di uno sbaglio, dato che il chimico svedese *Jürgen Julius Thomsen* (1826-1909) è assolutamente fuori questione.

² ERNEST RUTHERFORD (1871-1937) è noto soprattutto per l'ipotesi planetaria dell'atomo; fece studi importantissimi sulla radioattività e sulla natura delle radiazioni emesse in questo fenomeno, alle quali attribuì la denominazione tuttora usata e identificò la radiazione α con nuclei di elio (1902). In seguito fu il primo ad ottenere la radioattività artificiale (1919), aprendo così la via alla fisica nucleare. HANS GEIGER (1882-1945) è noto soprattutto per la costruzione di un rivelatore di particelle elettriche, detto contatore a punta, che con ulteriori perfezionamenti costituisce uno degli strumenti principali della ricerca fisica sulle particelle elementari.

³ JAKOB FRANCK (1882-1964) e GUSTAV HERTZ (n. 1887) ebbero insieme il premio Nobel della fisica per l'anno 1925 per queste loro comuni ricerche eseguite nel 1913. Il Franck dal 1934 è emigrato negli Stati Uniti, dove è stato professore all'Università di Chicago; Hertz invece, dal 1945 al 1954, ha lavorato nell'URSS, quindi è stato professore a Lipsia.

natura dell'entropia come una misura della probabilità nel senso di Boltzmann era costatata in maniera definitiva anche per la radiazione. Ciò appariva in modo particolarmente chiaro nella legge della cui validità mi convinse in ripetuti colloqui il mio scolaro a me più caro, Max von Laue¹, cioè che l'entropia di due fasci di raggi coerenti è minore della somma delle entropie dei singoli fasci, del tutto in corrispondenza con la legge, che la probabilità del simultaneo verificarsi di due eventi dipendenti fra loro è diversa dal prodotto delle probabilità dei singoli eventi. Ma la natura degli elementi di energia $h\nu$ rimase inesplicita. Per molti anni ancora io feci sempre nuovi tentativi di inserire in qualche maniera il quanto d'azione nel sistema della fisica classica. Ma non ci sono riuscito. Piuttosto lo sviluppo sistematico della fisica quantica fu riservato, come è noto, alle forze più giovani, di cui io nomino qui, in ordine cronologico, solo i nomi di A. Einstein, N. Bohr, M. Born, P. Jordan, W. Heisenberg, L. de Broglie, E. Schrödinger, P. A. M. Dirac², mentre per la costruzione matematica della teoria fra i fisici tedeschi ha acquistato meriti in prima linea A. Sommerfeld e per il progresso della comprensione fisica Cl. Schaefer³.

¹ MAX VON LAUE (1879-1960) è rimasto celebre soprattutto per la scoperta della diffrazione dei raggi X per mezzo dei cristalli (1912), prevista da lui teoricamente sulla base delle ipotesi della natura ondulatoria di quei raggi e della struttura reticolare dei cristalli. Il Planck in varie circostanze tenne discorsi in suo onore (Bibl. nn. 135, 179, 213 e 220).

² Sono i principali nomi dei fisici della generazione successiva al Planck, che lavorarono per la costituzione della nuova teoria dei quanti, detta meccanica quantica o meccanica ondulatoria. Di essi si parlerà di nuovo alla fine del prossimo capitolo.

³ CLEMENS SCHAEFER (n. 1878), professore in Breslavia (1910), Marburgo (1920), di nuovo Breslavia (1926) e Colonia (dal 1946), pur avendo compiute numerose ricerche originali di elettromagnetismo e spettroscopia, non ha raggiunto la notorietà degli altri fisici qui nominati.