

Capitolo 1-La radioattività

Introduzione

Con il termine radioattività intendiamo la disintegrazione o il riassetamento spontaneo di nuclei atomici con emissione di particelle e/o onde elettromagnetiche. Questo fenomeno fu messo per la prima volta in evidenza nel lontano 1896 da *Henri Becquerel*, che notò come *sali di uranio* emettessero radiazioni capaci di impressionare una lastra fotografica, anche se protetta da uno schermo in grado di fermare i raggi luminosi. Furono *Marie e Pierre Curie* a continuare gli studi, sviluppando camere a ionizzazione per evidenziare e misurare le radiazioni. In questo modo scoprirono che alcuni *minerali di uranio* (famosa a questo proposito una varietà denominata *pechblenda*) erano molto più radioattivi dei sali usati dallo stesso *Becquerel* e che anche altri minerali presentavano fenomeni simili. In questo modo scoprirono nuovi elementi radioattivi, come il *polonio*, il *radio* e il *torio*. Fu immediatamente chiara una delle proprietà fondamentali di queste radiazioni: lo sviluppo e il trasporto di energia. I *Curie* riuscirono a misurare questa energia prodotta, stabilendo ad esempio che un solo *grammo di radio* era in grado di produrre circa *420 Joule di energia all'ora*, e che questo effetto perdurava nel tempo. La situazione era diversa da quella di un fenomeno simile, anch'esso in grado di produrre ionizzazione, basato su speciali radiazioni (*raggi X*) ottenute da *Roentgen* con particolari tubi a vuoto. In quel caso, infatti, il processo si interrompe allo spegnere la tensione acceleratrice del tubo.

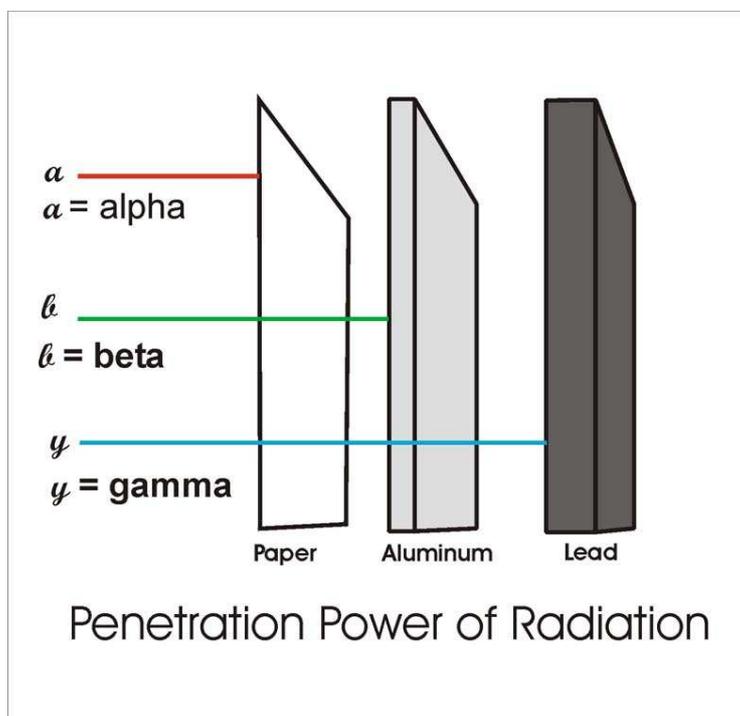


Fig. 1.1 Differenti capacità di penetrazione della radiazione nella materia: i raggi α possono essere fermati da sottili fogli di carta, i raggi β da sottili fogli di alluminio e i raggi γ da spessi blocchi di piombo.

Si scoprì anche che vi sono almeno due componenti nelle radiazioni emesse: le *particelle α* , in grado di penetrare solo poche decine di μm in un materiale come l'alluminio e le *particelle β* , caratterizzate da un potere penetrante *100 volte maggiore*. Esperimenti successivi, in cui la radiazione venne sottoposta a campi elettrici e magnetici, rivelarono la presenza di una terza componente ad alta energia, catalogata come *raggi γ* . In un campo elettrico le *particelle β* vengono fortemente deflesse verso il polo positivo, quelle α sono deflesse in misura minore verso il polo negativo, mentre la traiettoria dei *raggi γ* non risente dell'effetto del campo. Ne deriva che le *particelle β* sono dotate di carica negativa, le *particelle α* trasportano cariche positive (e hanno massa molto maggiore delle *particelle β*) e i *raggi γ* sono elettricamente neutri. Misure quantitative di deflessioni di radiazioni cariche in campi elettromagnetici (vedi *figura sottostante*) consentirono infine di stabilire che le *particelle α* erano costituite da atomi di elio ionizzati (ossia privati dei due elettroni), mentre le *particelle β* erano elettroni. Da ultimo, le *radiazioni γ* si caratterizzarono come onde di tipo elettromagnetico (fotoni), qualitativamente perciò simili a radiazioni luminose o *raggi X*, ma con frequenza (e di conseguenza energia) molto superiore.

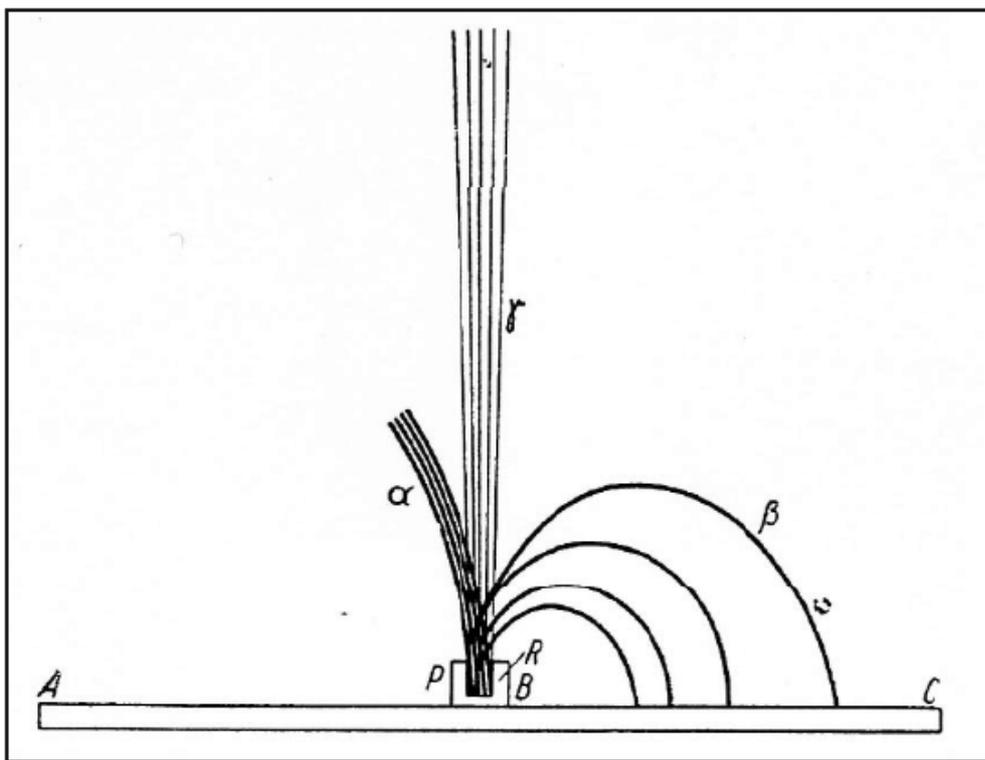


Fig. 1.2 Storica figura (tratta dalla tesi di Marie Curie, ACIC – Archives Curie and Joliot-Curie) che evidenzia la diversità delle radiazioni α , β e γ in base al loro diverso comportamento in un campo magnetico. La radiazione γ prosegue indisturbata, quelle α e β vengono deviate in direzioni diverse evidenziando cariche opposte. Le diverse traiettorie nel caso delle radiazioni β mostrano inoltre come in questo caso le particelle di uno stesso fascio abbiano velocità (e quindi energia) diversa.

L'origine di queste *radiazioni* (α, β e γ) non è di tipo atomico, come avviene ad esempio nelle radiazioni luminose. Nel nostro caso sono associate a trasformazioni (*decadimenti*) che coinvolgono i nuclei atomici, non solo con transizioni da un livello energetico ad un altro ad energia minore all'interno dello stesso nucleo, ma in generale con un nuovo arrangiamento dei costituenti dello stesso nucleo. Il nucleo finale prodotto dal decadimento può perciò corrispondere ad un elemento (numero atomico) diverso da quello iniziale. Le forze nucleari determinano le differenze di energia tra le configurazioni iniziale e finale, e la radiazione rappresenta per il sistema il modo in cui liberarsi dell'energia in eccesso. Le caratteristiche degli stati iniziale e finale determinano altresì i tempi e le intensità con cui avviene il processo di decadimento. Una possibile classificazione delle radiazioni le divide in *naturali* e *artificiali*. A differenza di altri fenomeni (tipo onde luminose o sonore), non abbiamo sviluppato sensi o capacità che possano rivelare radiazioni e, escludendo casi di quantità abnormi di radiazione, le conseguenze (anche dannose) del loro assorbimento non sono rilevabili in tempi brevi. Esse sono perciò per noi, a prima vista, del tutto invisibili e possono essere individuate solo con particolari rivelatori. Questo ci impedisce di notare che sorgenti radioattive naturali sono invece tutto attorno a noi, sul terreno dove camminiamo, nell'aria che respiriamo nelle nostre case e persino nei cibi che utilizziamo. Alcuni elementi radioattivi con probabilità di decadimento molto bassa (e perciò con tempi molto lunghi) sono sopravvissuti fino a noi dal tempo della formazione della nostra galassia. In genere questi elementi sono molto pesanti, come alcuni isotopi dell'uranio o del torio, che decadono emettendo particelle α . A questo gruppo appartiene il *radon*, che esiste in forma gassosa e perciò riesce ad uscire dalle rocce, si diffonde nell'aria e viene inspirato, dopo di che decade all'interno dei polmoni. Il *radon* costituisce, come vedremo, la principale sorgente di radiazioni naturali. Tra gli elementi di origine primordiale ricordiamo anche il ^{40}K , a vita lunghissima ($1.277 \cdot 10^9$ anni), importante perché entra nella nostra catena alimentare, reperibile sotto forma di piccole tracce accanto all'isotopo stabile ^{39}K , vitale per la nostra esistenza biologica. Altri elementi radioattivi hanno invece tempi di decadimento molto più brevi rispetto alla vita della terra. La loro presenza attuale è in questo caso dovuta alla loro continua produzione a seguito delle interazioni che si generano all'interno dell'atmosfera quando particelle ad alta energia (i raggi cosmici) bombardano dallo spazio la Terra. A questa categoria appartengono il *trizio* (l'isotopo 3H dell'idrogeno), il 7Be e il ^{14}C . Sono tutti elementi che entrano nel nostro metabolismo e vengono ingeriti dal nostro organismo, sviluppando la loro radioattività al nostro interno. Oltre alle sorgenti naturali di radiazioni dobbiamo considerare quelle *artificiali*. I processi di fissione nucleare (utilizzati in modo dirompente nell'esplosione di bombe atomiche a *Hiroshima* e *Nagasaki* e in successivi test nucleari al suolo, così come, in modo controllato, nelle centrali nucleari per produzione di energia) consistono essenzialmente in un processo in cui un nucleo pesante si frantuma in almeno 2 frammenti con produzione di energia. Parte dei prodotti della fissione sono a loro volta instabili e producono radiazioni, tipico il caso dello ^{131}Ie e del ^{137}Cs . Nel caso di processi radioattivi con tempi di

decadimento molto lunghi, parte di queste scorie nucleari provenienti dalle esplosioni nucleari o da eventi incontrollati centrali nucleari (tipo l'*incidente di Chernobyl*) possono continuare a contribuire alla radioattività nucleare ambientale. A queste sorgenti radioattive vanno aggiunte quelle prodotte per scopi sanitari (sia diagnostici che terapeutici). In questo caso i nuclei radioattivi vengono prodotti tramite reazioni nucleari con acceleratori di particelle, mantenendo sotto controllo i rischi ambientali. Per i nostri fini un'ultima classificazione delle radiazioni deriva infine dai meccanismi di interazione con la materia, in particolare con quella biologica. Le radiazioni cariche (*tipo α o β*) interagiscono con la materia principalmente per interazione elettromagnetica. Se la loro energia è sufficiente, la cedono inducendo processi di ionizzazione atomica (espulsione di un elettrone dall'atomo), che implicano variazioni della struttura atomica o molecolare e possono perciò essere responsabili di alterazioni a livello cellulare. I danni biologici sono pertanto in qualche modo correlati alla quantità dei processi di ionizzazione. Questo tipo di radiazioni, la cui energia deve essere superiore all'energia minima di ionizzazione (tipico valore qualche decina di *elettronVolt (eV)*), vengono definite *radiazioni ionizzanti*. Radiazioni di energia inferiore (ad esempio la radiazione luminosa) sono dette *non-ionizzanti*, e cedono la propria energia alla materia in modo termico, con conseguenze minori a livello biologico. Altre radiazioni (ad esempio quelle *X* o γ), pur essendo energeticamente elevate, sono assorbite dai materiali tramite meccanismi che non coinvolgono direttamente processi di ionizzazione. Risultato del loro assorbimento è comunque la creazione di particelle che a loro volta vengono assorbite cedendo energia per ionizzazione. Questo tipo di ionizzazione indiretta dà perciò a questo tipo di radiazioni l'etichetta di *radiazioni indirettamente ionizzanti*.

1.1 Proprietà delle sorgenti radioattive Le sorgenti radioattive sono diffusamente utilizzate nel laboratorio di fisica nucleare, allo scopo di calibrare in *efficienza ed energia* i rivelatori. Pertanto inizieremo la nostra trattazione, fornendo alcuni elementi di teoria, relativi a quei processi naturali, che sono alla base delle proprietà fisiche delle sorgenti radioattive. I nuclei possono dare luogo ad una grande varietà di processi di decadimento, durante i quali vengono emessi sia materia sotto forma di particelle subatomiche (*elettroni, positroni, particelle α , etc.*) sia energia elettromagnetica (*raggi X e γ*), che nel loro complesso, prendono il nome di *radioattività*. I processi emissivi possono in realtà essere suddivisi, in *2 categorie*: la radioattività e le reazioni nucleari. In una trasformazione radioattiva spontanea, si ha il passaggio di un nucleo in quello di una diversa specie, ad uno stato di energia più basso di quello di partenza. La maggior parte delle sorgenti radioattive utilizzate in laboratorio è di questo tipo, cioè utilizza decadimenti spontanei. In una reazione nucleare sotto fascio, invece, il nucleo di partenza interagisce con un'altra particella o ione, accelerata verso di esso, dando luogo ad un nucleo di energia più alta. Molto

spesso, però, quest'ultimo decade a sua volta attraverso processi spontanei, tipici delle sorgenti radioattive. La radiazione emessa in tutti e 2 questi processi, come si è detto, può essere sia di tipo elettromagnetico, che di tipo corpuscolare. La radiazione elettromagnetica consiste sia in *raggi X* (con *lunghezze d'onda* λ comprese tra i 100 \AA e gli 0.1 \AA e quindi energie comprese tra 100 eV e 12 keV) sia in *raggi γ* (con *lunghezze d'onda* λ inferiori) . Le particelle invece sono costituiti da *elettroni*, *positroni*, *protoni*, *neutroni*, *particelle α* e *frammenti di fissione*. La maggior parte di esse si originano nel nucleo stesso, mentre in altre (*elettroni di conversione*) provengono dalla nube di elettrone che circonda il nucleo. Effettivamente, il nucleo non dovrebbe essere considerato come a se stante rispetto al resto dell'atomo. Eccitazioni che provengono dal nucleo, infatti, producono l'emissione di *elettroni* e *raggi X*, dall'atomo.

<i>Tipo</i>	<i>Origine</i>	<i>Processo</i>	<i>Carica</i>	<i>Energia (MeV)</i>	<i>Spettro</i>
<i>Raggi α</i>	Nucleo	<i>Decadimento nucleare</i>	+2	3.727	<i>Discreto MeV</i>
<i>Raggi β^-</i>	Nucleo	<i>Decadimento nucleare</i>	-1	0.511	<i>Continuo keV-MeV</i>
<i>Raggi β^+</i>	Nucleo	<i>Decadimento nucleare</i>	+1	0.511	<i>Continuo keV-MeV</i>
<i>Raggi γ</i>	Nucleo	<i>Diseccitazione nucleare</i>	0	0	<i>Discreto keV-MeV</i>
<i>Raggi X</i>	Atomo	<i>Diseccitazione atomica</i>	0	0	<i>Discreto eV-keV</i>
<i>Elettroni di conversione</i>	Atomo	<i>Diseccitazione nucleare</i>	-1	0.511	<i>Discreto keV</i>
<i>Elettroni Auger</i>	Atomo	<i>Diseccitazione atomica</i>	-1	0.511	<i>Discreto eV-keV</i>
<i>Neutroni</i>	Nucleo	<i>Fissione nucleare</i>	0	939	<i>Continuo/ discreto keV-MeV</i>
<i>Frammenti di fissione</i>	Nucleo	<i>Fissione nucleare</i>	~ 20	80÷160	<i>Continuo 30 MeV-150 MeV</i>

Tab. 1.1 *Caratteristiche delle principali radiazioni nucleari.*

Ciascuna sorgente radioattiva sarà caratterizzata da un suo spettro caratteristico. Da notare che una sorgente radioattiva può emettere diversi tipi di radiazione contemporaneamente. Questo è dovuto al fatto che un nucleo generalmente decade

attraverso processi di diseccitazione differenti, i quali possono avvenire con probabilità diverse. Un tipico esempio è quello del ^{137}Cs .

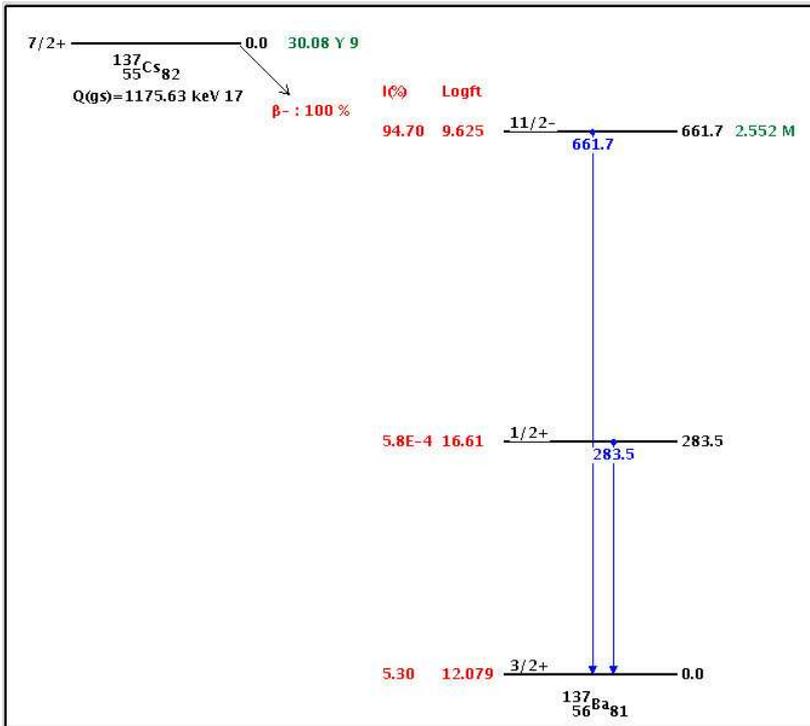


Fig. 1.3 Schema di decadimento del ^{137}Cs .

In questo caso la radiazione può essere emessa o attraverso raggi γ o attraverso *elettroni di conversione*. La radiazione emessa da una sorgente di ^{137}Cs sarà quindi costituita da *elettroni* e γ in quantità fissate.

Electrons:

	Energy (keV)	Intensity (%)	Dose (MeV/Bq-s)
Auger L	3.67	7.40 ± 10	2.72E-4 4
Auger K	26.4	0.78 ± 3	2.06E-4 9
CE K	624.216 3	7.79 ± 11	0.0486 7
CE L	655.668 3	1.402 ± 20	0.00920 13
CE M	660.364 3	0.300 ± 4	0.00198 3
CE N	661.404 3	0.0646 ± 9	4.27E-4 6
CE O	661.637 3	0.00965 ± 14	6.39E-5 9

Gamma and X-ray radiation:

	Energy (keV)	Intensity (%)	Dose (MeV/Bq-s)
XR 1	4.47	0.91 ± 4	4.09E-5 19
XR kα2	31.817	1.99 ± 5	6.34E-4 17
XR kα1	32.194	3.64 ± 10	0.00117 3
XR kβ3	36.304	0.348 ± 9	1.26E-4 3
XR kβ1	36.378	0.672 ± 18	2.44E-4 6
XR kβ2	37.255	0.213 ± 6	7.92E-5 21
	283.5 1	5.8E-4 ± 8	1.64E-6 23
	661.657 3	85.10 ± 20	0.5631 13

Tab. 1.2 Tabella dei decadimenti del ^{137}Cs .

Nella maggior parte dei casi, si ha a che fare con più di un nucleo radioattivo che decade a cascata, in questo caso, lo spettro totale è la sovrapposizione degli spettri di emissione dei singoli nuclei della catena. In seguito, dovremo in qualche modo utilizzare i diagrammi di diseccitazione nucleare, da una specie ad un'altra, come abbiamo avuto modo di anticipare per il ^{137}Cs . Queste sono disegnate di solito nel seguente modo: per un *nucleo* X con numero di protoni pari a Z e un numero di neutroni pari a N (che indicheremo con la dicitura ${}^A_N X_Z$), i livelli di energia sono rappresentati da linee orizzontali su una scala verticale ed arbitraria. Lo spin e la parità dei livelli sono (eventualmente) indicati a fianco di tali linee. Il nucleo o i nuclei in cui il primo decade, sono anch'essi indicati al di sotto del primo e possono essere caratterizzati dallo stesso numero di massa (nel caso di *decadimenti* β , ${}^A_N X_Z \rightarrow {}^A_{N+1} Y_{Z-1}, {}^A_N X_Z \rightarrow {}^A_{N-1} Y_{Z+1}, \dots$) o numeri di massa diversi (nel caso dei *decadimenti* α , ${}^A_N X_Z \rightarrow {}^{A-4}_{N-2} Y_{Z-2}, \dots$). Il passaggio da un nucleo ad un altro, con diverso Z o N , può essere evidenziato anche mettendo i diversi nuclei su punti diversi di una arbitraria scala in Z , come ad esempio

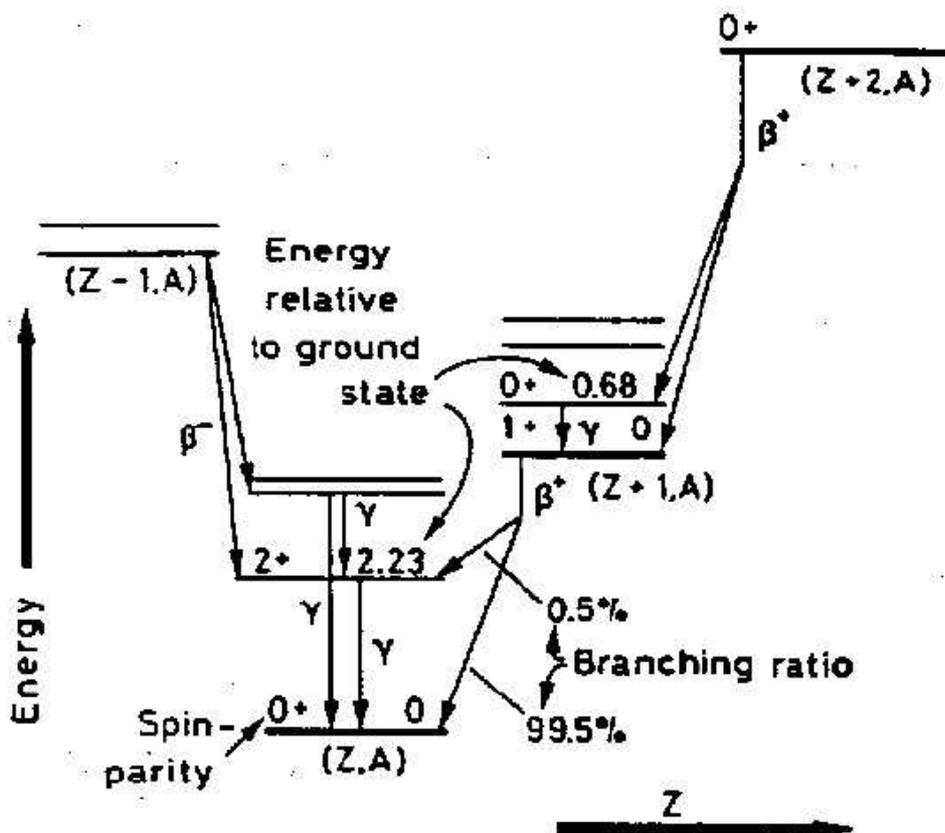


Fig. 1.4 Schema di decadimento delle sorgenti radioattive.

Questo sottolinea il fatto che nuclei con Z diverso ma lo stesso A , si possono trattare semplicemente come stati diversi di un sistema di nucleoni. In questo caso, il decadimento β^+ (a destra) e β^- (a sinistra), possono essere considerati semplicemente come se si trattasse di comuni *diseccitazioni* γ . Quando da uno stato discendono più frecce, significa che il nucleo da quel livello può decadere in diversi modi (con probabilità descritte dal *branching ratio*). Ad esempio dallo stato 1^+ del nucleo ${}_{N-1}^A X_{Z+1}$ si può decadere β^+ allo stato 2^+ del nucleo ${}_{N}^A X_Z$, con probabilità 0.5% e allo stato 0^+ , con probabilità 99.5%. Moltissime informazioni riguardanti isotopi radioattivi ed i loro schemi di livello, dedotti dagli esperimenti sono disponibili sulla rete (<http://www.nndc.bnl.gov/>). Analizziamo ora i principali tipi di decadimento.

Decadimento α

Come si è detto, le *particelle α* sono nuclei di *He*, cioè, un sistema legato costituito da 2 *protoni* e di 2 *neutroni* (${}^4_2\text{He}_2$) e generalmente sono emesse da nuclei molto pesanti ($A > 146$) che contengono troppi nucleoni per rimanere stabili. L'emissione di un gruppo di 4 *nucleoni*, piuttosto che l'emissione di nucleoni singoli, risulta per i nuclei di tale massa, energeticamente più conveniente, a causa dell'energia di legame particolarmente alta della *particella α* . Il nucleo genitore (${}^A_N X_Z$) si trasforma nella reazione, nel modo seguente

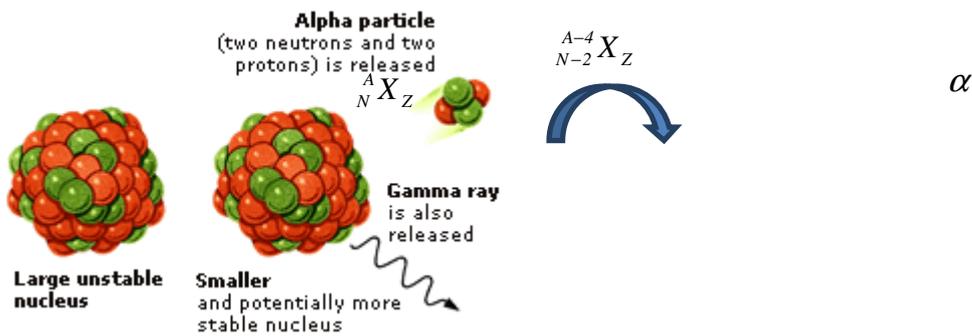


Fig. 1.5 Processo di decadimento α

Teoricamente, il *decadimento α* fu spiegato da *Gamow, Condon e Gurney* nel 1928, utilizzando l'*effetto tunnel quantistico* delle particelle attraverso la barriera di potenziale nucleare

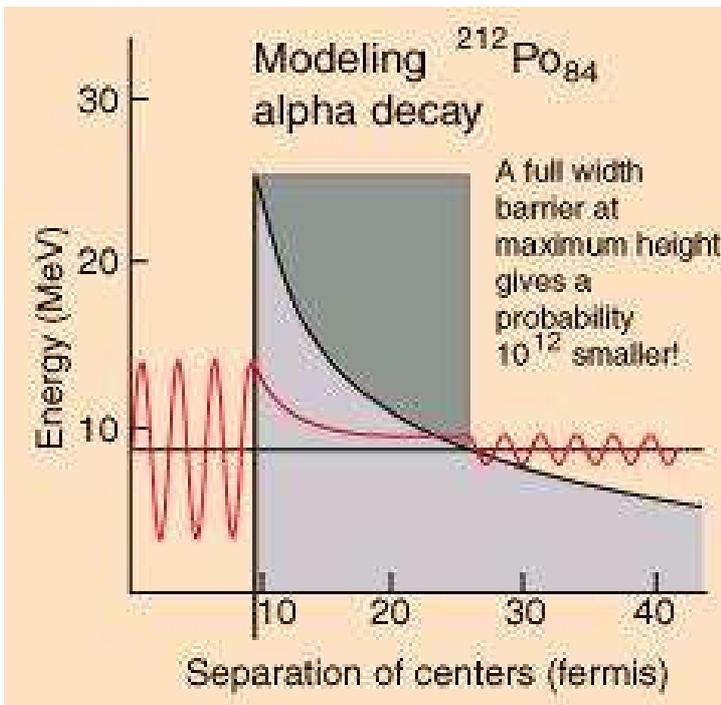


Fig. 1.6 Effetto tunnel quantistico del decadimento α , come descritto dalla teoria di *Gamow, Condon e Gurney*

Le *particelle α* , quindi, mostrano uno spettro monoenergetico. Poiché la penetrabilità della barriera dipende dall'energia cinetica della particella α , le sorgenti di particelle hanno tipicamente energia dell'ordine dei *MeV*. Viceversa, dato che più è piccola la probabilità di attraversamento della barriera, più è grande la vita media del decadimento, le *sorgenti α* , non hanno mai energie superiori a $6 \div 7 \text{ MeV}$. Questo è il motivo per il quale, la maggior parte dei nuclei genitori decade direttamente sullo stato fondamentale del nucleo figlio, poiché questo è il processo di più alta energia possibile (cioè il più probabile). Sono altresì possibili in alcuni casi, anche decadimenti sullo stato eccitato del nucleo figlio, in questi casi lo spettro di energia

mostra molte linee monoenergetiche ciascuna corrispondente al decadimento α su uno stato eccitato del nucleo figlio. Alcune delle sorgenti a più comunemente usate sono elencate nella seguente tabella

Sorgente	Simbolo	Tempo di dimezzamento	Energia della particella α emessa
Americio-241	${}_{146}^{241}\text{Am}_{95}$	432.6 y	5.637 MeV
Californio-252	${}_{154}^{252}\text{Cf}_{98}$	2.645 y	6.217 MeV
Polonio-210	${}_{126}^{210}\text{Po}_{84}$	138.376 d	5.407 MeV
Plutonio-236	${}_{142}^{236}\text{Pu}_{94}$	2.858 y	5.867 MeV
Plutonio-239	${}_{145}^{239}\text{Pu}_{94}$	24110 y	5.244 MeV
Radio-226	${}_{138}^{226}\text{Ra}_{88}$	1600 y	4.871 MeV
Radon-222	${}_{136}^{222}\text{Rn}_{86}$	3.8235 d	5.590 MeV
Torio-229	${}_{139}^{229}\text{Th}_{90}$	7880 y	5.168 MeV
Torio-232	${}_{142}^{232}\text{Th}_{90}$	$1.40 \cdot 10^{10}$ y	4.083 MeV
Uranio-238	${}_{146}^{238}\text{U}_{92}$	$4.468 \cdot 10^9$ y	4.270 MeV

Tab. 1.2 Principali sorgenti α e loro proprietà.

A causa della loro elevata carica elettrica ($+2e$), le *particelle α* hanno un tasso molto alto di perdita di energia nella materia. Ad esempio, il *range* di una *particella α* da 5 MeV in aria è soltanto di alcuni centimetri. Per questo motivo è necessario che le pareti dei contenitori delle *sorgenti α* siano i più sottili possibili (o che addirittura le sorgenti siano aperte) allo scopo di minimizzare la perdita di energia e l'assorbimento delle pareti. La maggior parte delle *sorgenti α* sono realizzate quindi per deposizione dell'*isotopo radioattivo* sulla superficie di un contenitore, con una sottilissima parete o addirittura aperto da un lato.

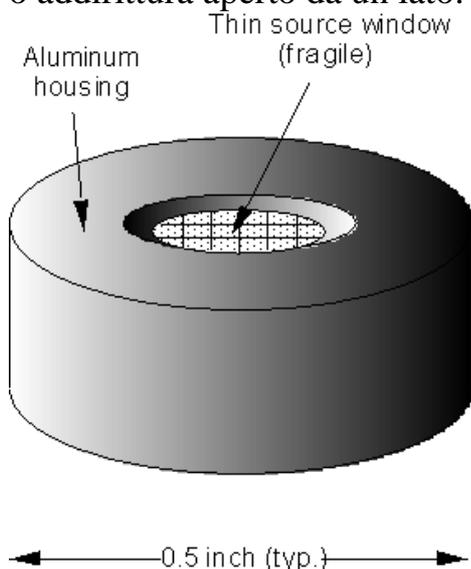


Fig. 1.7 Forma caratteristica di una sorgente α .

Decadimento β

Le *particelle β* sono elettroni o positroni veloci (con energie dell'ordine dei *MeV*) che derivano dal decadimento (dovuto all'*interazione debole*) di un neutrone in un protone o di un protone in neutrone, in quei nuclei che un numero di neutroni (o di protoni) eccessivo.

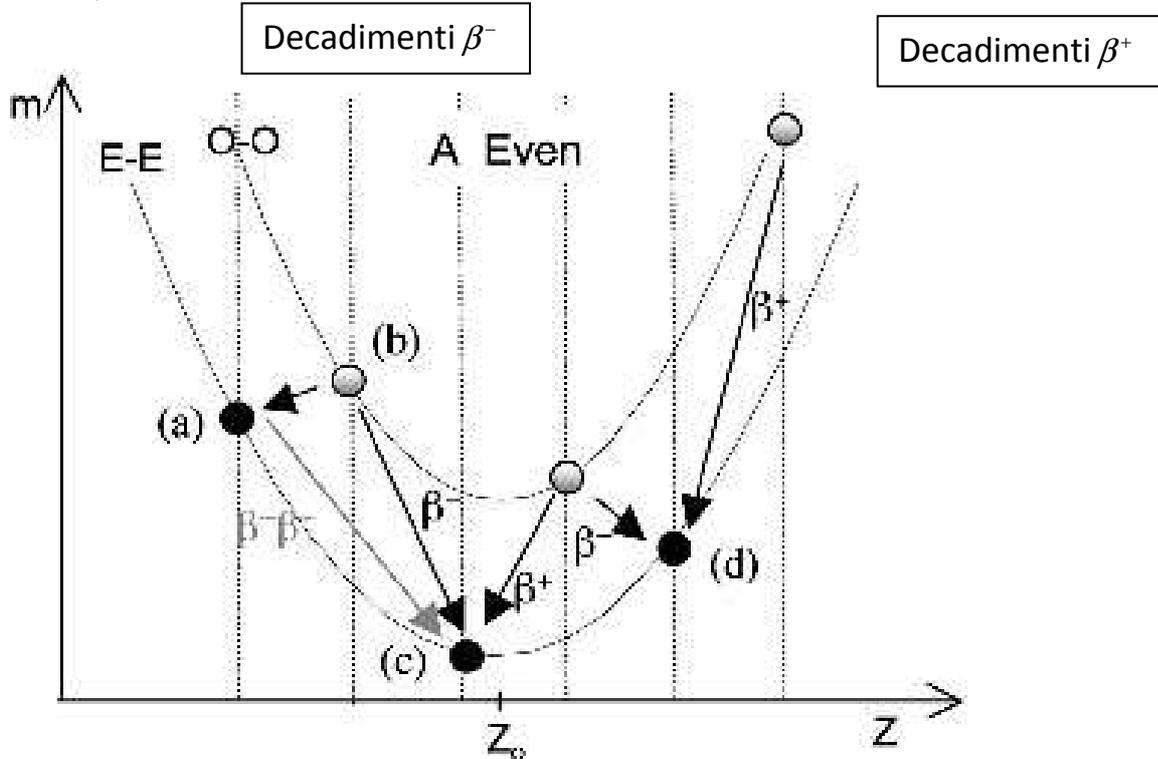


Fig. 1.8 Parabola delle masse per i decadimenti β^- e β^+ .

In un nucleo troppo ricco di neutroni, ad esempio, un neutrone può trasformarsi in un protone attraverso il processo $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$, nel quale vengono emessi un elettrone e un antineutrino. Il nucleo figlio conterrà così un protone in più ed un neutrone in meno, così che il relativo numero atomico sarà aumentato di 1. Allo stesso modo, nei nuclei con troppi protoni, può avvenire il decadimento $p \rightarrow n + e^+ + \nu$, dove vengono emessi un positrone e un neutrino e il numero atomico diminuirà di 1.

Una caratteristica fondamentale del processo di *decadimento β* è lo spettro di energia continuo della particella emessa. Questo è dovuto al fatto che l'energia disponibile per il decadimento (il *Q-valore*) è ripartita fra la *particella β* ed il *neutrino* (o l'*antineutrino*) che solitamente rimane non rilevato.

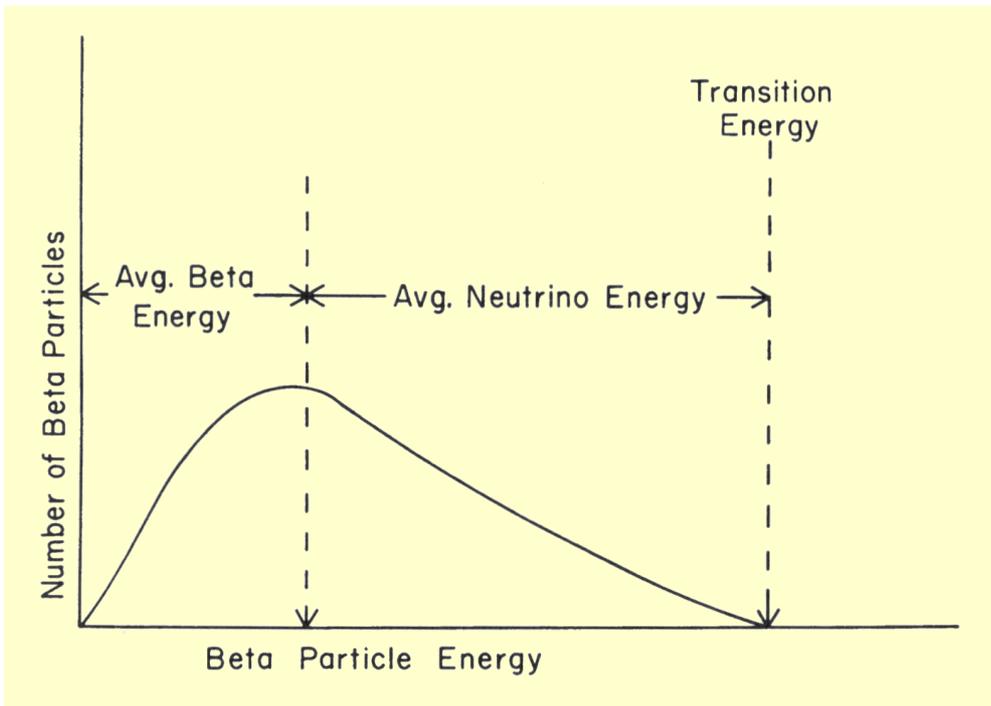


Fig. 1.9 Caratteristico spettro di emissione delle particelle β .

Se si ignora l'energia di rinculo del nucleo figlio, peraltro estremamente piccola, l'energia massima di questo spettro è pari al Q -valore della reazione. Per la maggior parte delle sorgenti β , questo valore massimo varia da alcune decine di KeV ad alcuni MeV. In molte sorgenti β , il nucleo figlio è lasciato in uno stato eccitato che decade immediatamente con l'emissione di uno o più fotoni γ .

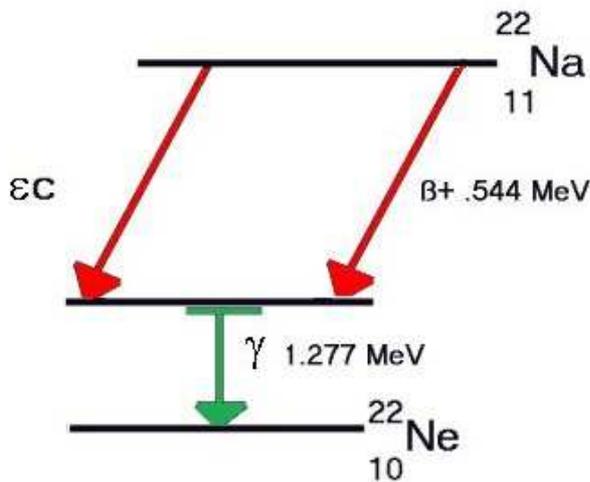


Fig. 1.10 Decadimento β^+ de $^{22}_{11}\text{Na}_{11}$, il nucleo figlio $^{22}_{10}\text{Ne}_{12}$ emette un γ caratteristico di 1.277 MeV.

Alcune delle più comuni sorgenti β sono raccolte nella seguente tabella:

Sorgente	Simbolo	Tempo di dimezzamento	Q-Value	Energia dei principali γ emessi
Carbonio-14	$^{14}_8\text{C}_6$	5700 y	0.156 MeV	
Cesio-137	$^{137}_{82}\text{Cs}_{55}$	30.07 y	1176 MeV	0.662 MeV
Cobalto-60	$^{60}_{33}\text{Co}_{27}$	1925.28 d	2.824 MeV	1.173 MeV e 1.332 MeV
Trizio	$^3_2\text{H}_1$	12.32 y	0.018 MeV	
Iodio-129	$^{129}_{53}\text{I}_{76}$	$1.57 \cdot 10^7$ y	0.194 MeV	
Iodio-131	$^{131}_{53}\text{I}_{78}$	8.0252 d	0.971 MeV	0.365 MeV
Nickel-63	$^{60}_{32}\text{Ni}_{28}$	101.2 y	0.067 MeV	
Stronzio-90	$^{90}_{38}\text{Sr}_{52}$	28.79 y	0.546 MeV	
Zolfo-35	$^{35}_{19}\text{S}_{16}$	87.51 d	0.167 MeV	
Tecnezio-99m	$^{99}_{43}\text{Tc}_{56}$	$2.11 \cdot 10^5$ y	0.293 MeV	
Tallio-204	$^{204}_{81}\text{Tl}_{123}$	3.783 y	0.764 MeV	

Tab. 1.2 Principali sorgenti β e loro proprietà.

Alcune sorgenti possono anche avere più di un ramo di decadimento γ . Ogni ramo costituisce un *decadimento γ* separato, ad un'energia che corrisponde alla differenza di energia fra lo stato iniziale e quello finale. Lo *spettro γ* emesso dalla sorgente sarà allora costituito dalla sovrapposizione di tutti i γ emessi nei singoli processi di decadimento

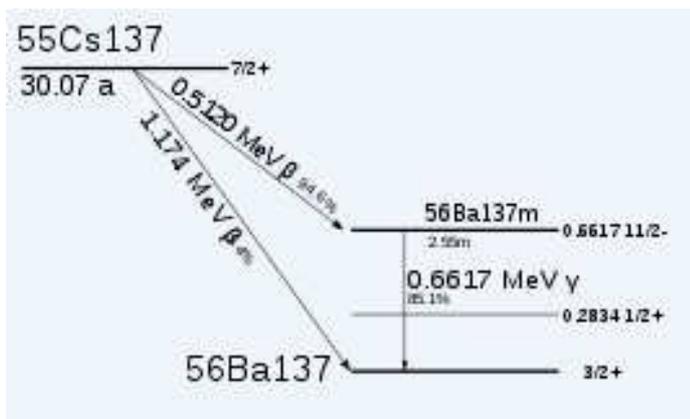


Fig. 1.10 Decadimento β del $^{137}_{82}\text{Cs}_{55}$, il nucleo padre può decadere nello stato eccitato $11/2^-$ emettendo poi un γ di 662 keV o direttamente sul suo stato fondamentale.

Dato che anche gli elettroni perdono in modo relativamente rapido energia nella materia, è importante che anche le sorgenti β abbiano almeno una parete sottile per permettere la fuoriuscita dell'elettrone con la minima perdita possibile di energia. Questo accorgimento risulta particolarmente importante per le sorgenti di positroni, dato che il positrone si può annichilare immediatamente con gli elettroni del

contenitore o nell'aria circostante. In questo caso, osserveremo l'esistenza di un grande *picco* γ di *annichilazione* a 511 keV.

Cattura elettronica

In concorrenza al *decadimento* β^+ , i nuclei ricchi di protoni possono anche trasformarsi assorbendo un elettrone da uno degli orbitali atomici, attraverso la trasformazione $e + p \rightarrow n + \nu$

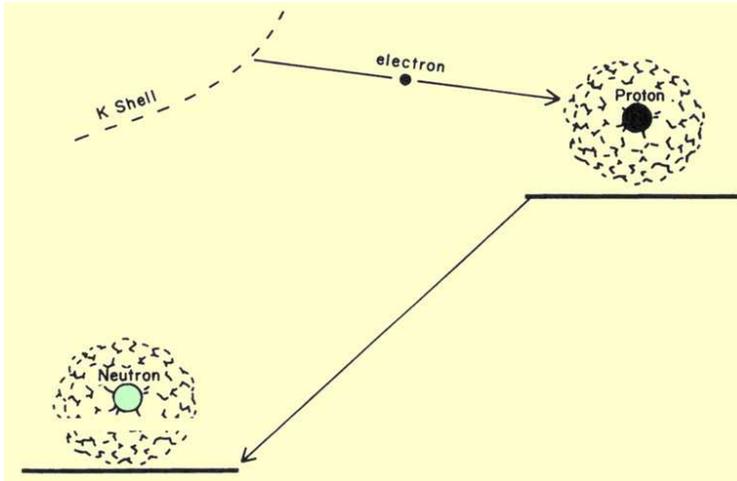


Fig. 1.11 Cattura elettronica da parte di un nucleo.

Questa reazione è essenzialmente la stessa del *decadimento* β^+ ma con la particella (l'elettrone in questo caso, il positrone nell'altro) trasposta a sinistra della reazione. Lo schema di diseccitazione per l'*EC* è quindi identico a quello per il *decadimento* β^+ . Dato che l'unica particella emessa è il *neutrino*, l'*EC* sembrerebbe essere una reazione quasi impossibile da osservare, data la difficoltà di rivelare una siffatta particella. La scomparsa dell'elettrone dalle *shell atomiche*, tuttavia, lascia un buco nell'orbitale che viene immediatamente riempito da un altro elettrone esterno, provocando l'emissione di *raggi X* caratteristici dello spettro atomico del nucleo. Queste radiazioni sono, naturalmente, molto semplici da rilevare e possono essere usate come segnale della reazione di cattura. Gli elettroni catturati provengono per lo più dalla *shell K*, che molto probabilmente risulta chiusa, anche se è possibile la cattura di elettroni dalle *shell* più esterne, anche se con probabilità minori.

Emissione γ

Così come gli elettroni atomici, anche il nucleo inoltre è caratterizzato dai livelli di energia discreti. Le transizioni tra 2 di questi livelli possono essere fatte con emissione (o assorbimento) di radiazione elettromagnetica, con un'energia uguale alla differenza dell'energia tra i livelli che partecipano alla transizione. Le energie di questi fotoni, vanno da alcuni *centinaia di KeV* ad *alcuni MeV*, vista l'alta energia di legame dei nuclei.

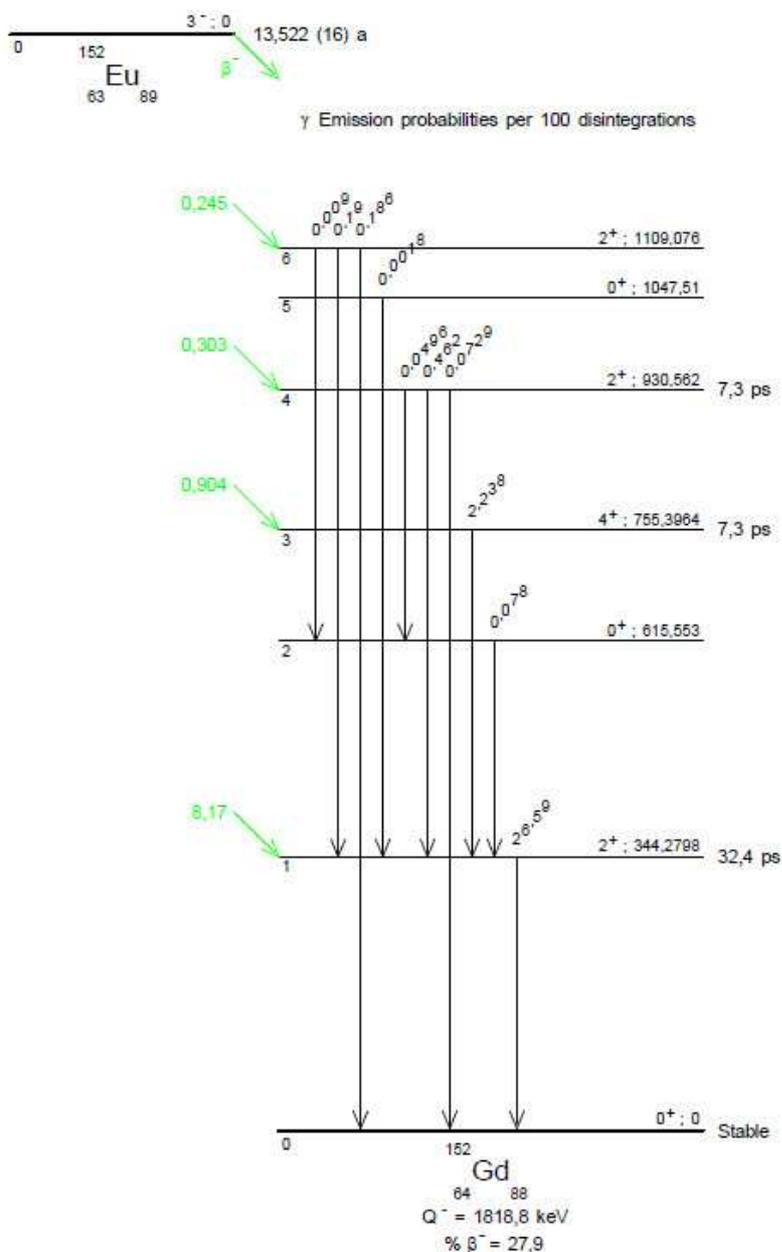


Fig. 1.12 Alcune transizioni nell' $^{152}_{89}\text{Eu}_{63}$.

Questi fotoni ad alta energia storicamente sono stati chiamati *raggi γ* (per distinguerli dai *raggi α* e *β*) e, come nel caso degli atomi, mostrano linee spettrali caratteristiche del nucleo d'emissione. Gli schemi dei livelli che illustrano la struttura specifica degli schemi dei livelli di alcune tipiche sorgenti radioattive. La maggior parte delle *sorgenti γ* sono prodotti attraverso *decadimenti α* e *β* , che lasciano i nuclei figli in stati eccitati, dei quali decadono verso lo stato fondamentale emettendo *radiazione γ* . Gli *elettroni*, i *positroni* e le *particelle α* , sono assorbiti facilmente dalla materia che costituisce il contenitore della sorgente, mentre i *raggi γ* , più penetranti, fuoriescono senza problemi. Anche se la maggior parte degli stati eccitati dei nuclei decadono immediatamente (nell'ordine di 10^{-15} sec) verso lo stato fondamentale, alcuni stati

nucleari possono vivere molto più a lungo (da μs a *minuti*). La loro diseccitazione è ostacolata solitamente da una grande salto di spin dei livelli ($\Delta L \geq 3$), il che determina bassissime *probabilità d transizione*. Un nuclide che si trovi in uno di questi stati (detti *livelli isomerici*) è così intrappolato in una di queste condizioni metastabili e mostrerà così le proprietà radioattive differenti da quelle delle condizioni più normali. Tali nuclei sono denominati *isomeri*, sono indicati da una *m* vicino al numero totale nelle loro formule, ad esempio $^{60m}_{33}\text{Co}_{27}$ o $^{69m}_{39}\text{Zn}_{30}$.

Annichilazione

Un'altra sorgente di fotoni ad alta energia è l'annichilazione dei positroni e degli elettroni. Se una sorgente di positroni (cioè una *sorgente β^+*) viene inclusa o viene comunque fatta irradiare un materiale assorbente, i positroni emessi dalla sorgente si annichileranno con gli elettroni dell'assorbitore, producendo 2 *fotoni*, ciascuno con un'energia uguale alla massa a riposo dell'elettrone: 511 KeV. Per conservare la quantità di moto (che nel sistema del centro di massa delle 2 *particelle* si suppone essere nulla), questi 2 *fotoni* saranno emessi sempre in senso opposto. Lo *spettro γ* messo da una sorgente spessa di positroni mostrerà quindi un picco a 511 KeV (che corrisponde alla rilevazione di uno dei 2 *fotoni di annichilazione*) oltre che i picchi caratteristici delle transizioni nel nucleo figlio.

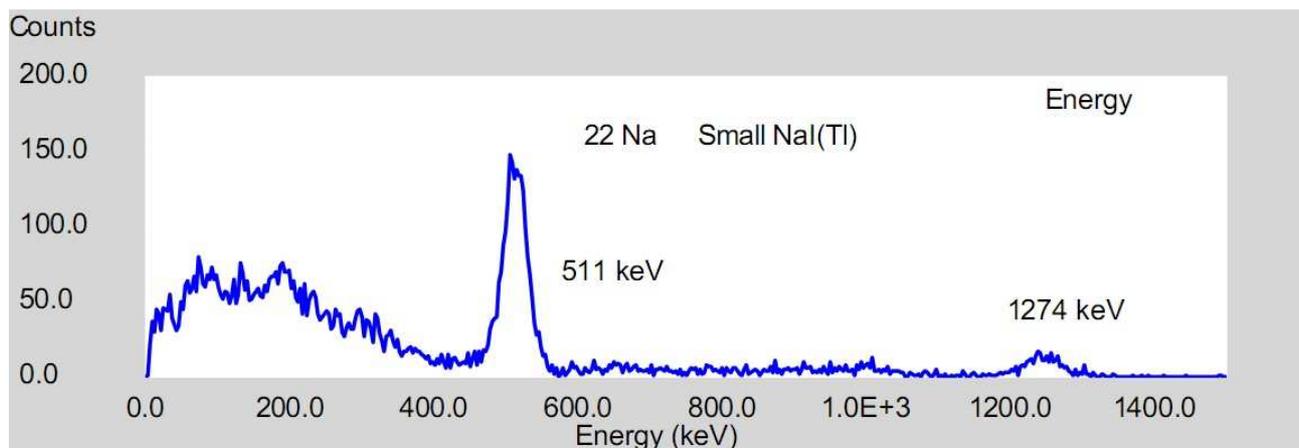


Fig. 1.13 511 KeV γ di annichilazione da una sorgente di $^{22}_{11}\text{Na}_{11}$.

Conversione interna(IC)

Mentre l'emissione di un *raggio γ* è solitamente il modo più comune di diseccitazione nucleare, le transizioni possono anche avvenire attraverso *conversione interna*, con l'emissione di un elettrone. In questo processo, l'energia proveniente dalla diseccitazione nucleare è direttamente trasferita ad un elettrone atomico anziché essere emessa come *fotone γ* . L'elettrone viene espulso con un'energia cinetica uguale all'energia di eccitazione meno l'energia di legame atomico. A differenza quindi degli elettroni emessi nel *decadimento β* , gli elettroni di *conversione interna* sono monoenergetici e approssimativamente hanno la stessa energia dell'emissione γ , al cui processo di decadimento fanno concorrenza. Di conseguenza gli elettroni di

conversione possono avere energie che vanno da *cento KeV* sino ad *alcuni MeV*. Solitamente, come si è già detto, gli elettroni delle provenienti dalle *shell* più interne sono espulsi con maggiore probabilità. Questa è dovuto al fatto che nel processo di conversione interna, entrano in gioco sia i nucleoni sia gli elettroni atomici. Di conseguenza maggiore sarà la sovrapposizione tra le funzioni d'onda nucleari e quelle atomiche, maggiore sarà la probabilità che il processo avvenga. Ciò non toglie però che il processo di conversione possa riguardare anche *shell* più esterne, anche se con probabilità minori. Una sorgente di conversione interna mostrerà quindi un gruppo di linee, di energia pari a quella del γ , meno l'energia di estrazione (dipendente dalla *Z* del nucleo) dalla *shell K, L, M, etc.* Le sorgenti di conversione interna sono una delle poche sorgenti nucleari di elettroni monoenergetici e sono così molto utili per la calibratura dei rivelatori.

Sorgente	Simbolo	Tempo di dimezzamento	Q-Value	Energia dei principali γ emessi
Bismuto-207	$^{207}_{124}\text{Bi}_{83}$	32.9 y	2.398 MeV	0.480 MeV, 0.967 MeV e 1.047 MeV
Cesio-137	$^{137}_{82}\text{Cs}_{55}$	30.07 y	1.176 MeV	0.624 MeV
Stagno-113	$^{113}_{83}\text{Sn}_{50}$	115.09 d	1.037 MeV	0.365 MeV
Bario-133	$^{133}_{77}\text{Ba}_{56}$	10.52 y	0.517 MeV	0.266 e 0.319 MeV

Tab. 1.2 *Principali sorgenti IC e loro proprietà.*

Elettroni Auger

Come avviene nel caso della conversione interna, l'energia di diseccitazione di un nucleo si può trasferire ad un elettrone atomico, determinandone l'espulsione dalla *shell*. L'energia che si ottiene allora, quando uno degli elettroni esterni prende il posto di quello espulso, può essere emessa o sotto forma di *raggi X*, come nel processo di cattura elettronica o sotto forma di un secondo elettrone emesso (detto *elettrone Auger*)

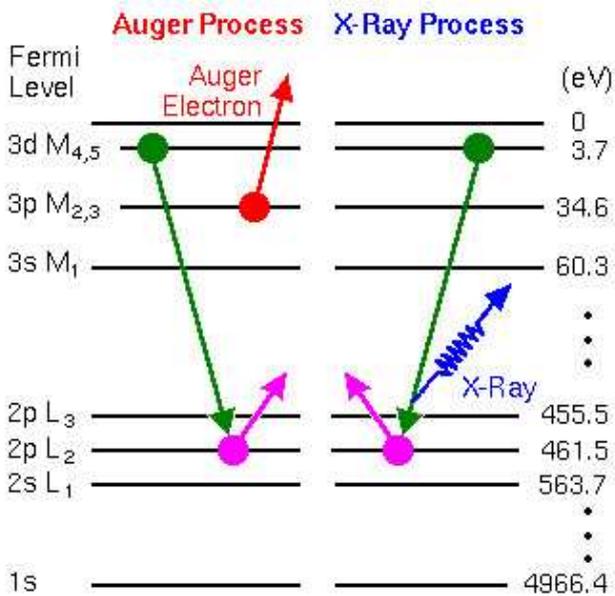


Fig. 1.14 Differenza tra il processo Auger e il processo di emissione di raggi X.

Gli elettroni emessi sono quindi monoenergetici. Come nel caso degli *spettri IC*, si possono osservare diversi gruppi di linee, dovute alla emissione da *shell differenti*, anche se tuttavia le loro energie sono più tipiche dei processi atomici che non di quelli nucleari e sono quindi dell'ordine di alcuni *keV*. Per questo motivo, sono assai soggetti a fenomeni di *auto-assorbimento* e risultano così difficili da rilevare.

Sorgenti di neutroni

Mentre è possibile produrre artificialmente isotopi che emettono neutroni, non esistono emettitori naturali di neutroni che possano essere utilizzati praticamente in laboratorio. Le sorgenti di neutroni che si utilizzano in laboratorio, sono altresì basate su fissioni spontanee o su reazioni nucleari. La fissione spontanea avviene in molti elementi transuranici, con il rilascio di neutroni e di frammenti di fissione

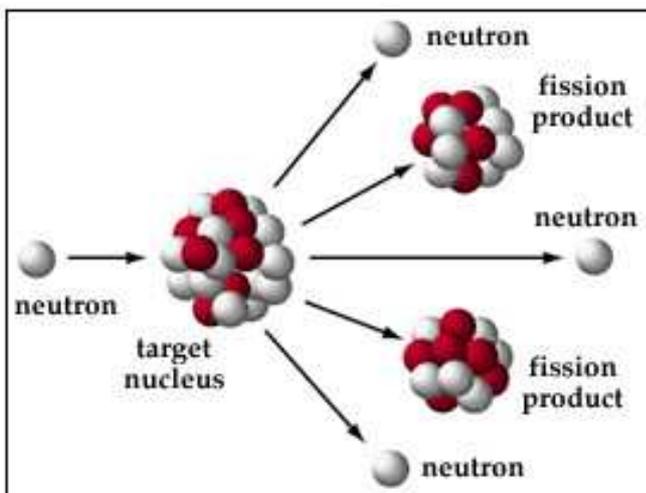


Fig. 1.15 Il meccanismo di fissione spontanea.

Pure questi frammenti possono decadere a loro volta, subito dopo l'emissione, attraverso *decadimenti* β^- o β^+ e quindi emettendo *radiazione* γ . Se la *sorgente* è contenuta in un recipiente sufficientemente spesso, molta di questa radiazione può essere assorbita dalle pareti del contenitore, lasciando fuoriuscire soltanto i neutroni più energetici.

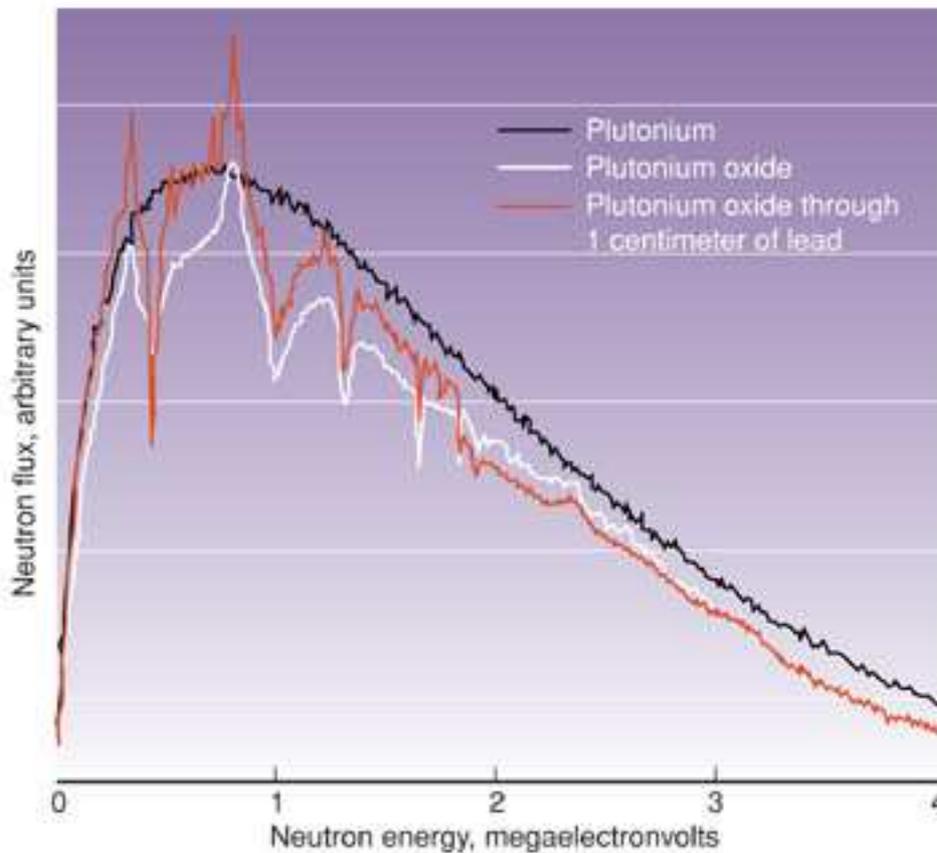


Fig. 1.16 *Spettro di neutroni emessi da un campione di $^{239}_{145}\text{Pu}_{94}$.*

La forma dello spettro può essere descritta tramite una distribuzione di *tipo maxwelliano*. La sorgente di neutroni più comune è $^{252}_{154}\text{Cf}_{98}$ che ha un periodo radioattivo di *2.647 anni*. Lo spettro di energia dei neutroni è continuo fino a circa *10 MeV*. La distribuzione è descritta molto bene dalla formula

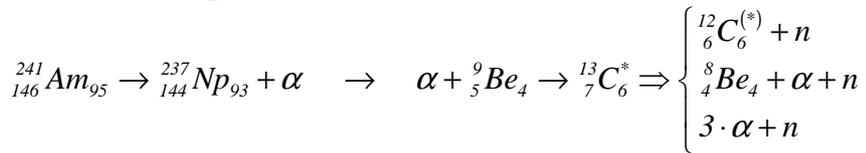
$$I(E) = \sqrt{E} \cdot e^{-E/T}$$

dove $T=1.3 \text{ MeV}$ per il $^{252}_{154}\text{Cf}_{98}$.

Un metodo più conveniente però per la produzione di neutroni è quello che prevede l'utilizzo di reazioni nucleari, attraverso processi di tipo $^A_N X_Z(\alpha, n) ^{A+3}_{N+1} Y_{Z+2}$ o $^A_N X_Z(\gamma, n) ^{A-1}_{N-1} X_Z$. Reazioni di questo tipo possono essere utilizzate in molti nuclei, tuttavia, solo quelle con la più alta sezione d'urto vengono utilizzate in pratica. Tali

sorgenti sono fatte generalmente mescolando il materiale che funge da *target* con un emettitore che emette grandi quantità di α o di γ . Il *target* più comune è il *berillio*.

Quando viene bombardato dagli α prodotti da un emettitore (ad esempio l' ${}_{146}^{241}\text{Am}_{95}$, che emette α di 5.638 MeV , con una vita media di 432.6 y), possono avvenire le seguenti 3 reazioni, che producono neutroni



La reazione dominante, cioè l'unica che non avviene sotto *barriera coulombiana*, è quella che produce ${}_6^{12}\text{C}_6$ o *allo stato fondamentale* o *allo stato eccitato* di 4.44 MeV . Utilizzando l' ${}_{146}^{241}\text{Am}_{95}$ come sorgente si può ottenere un flusso di circa 70 neutroni ogni 10^6 disintegrazioni di ${}_{146}^{241}\text{Am}_{95}$. Utilizzando invece le α emesse da una sorgente di ${}_{154}^{252}\text{Cf}_{98}$, dato che l'energia delle α in questo caso è più alta (6.217 MeV contro 5.638 MeV), si ottiene un flusso di 106 neutroni ogni 10^6 disintegrazioni di ${}_{154}^{252}\text{Cf}_{98}$. Altre sorgenti di neutroni binarie sono ${}^{238}\text{Pu}/\text{Be}$, ${}^{226}\text{Ra}/\text{Be}$ e ${}^{227}\text{Ac}/\text{Be}$. Possiamo usare anche come *target* il *B*, il *F* o il *Li*, anche se i rendimenti dei flussi neutronici sono, in questo caso, sostanzialmente più bassi. Il tempo di dimezzamento di queste sorgenti, naturalmente, corrisponde al tempo di dimezzamento dell'emettitore α cioè 2.645 y per il ${}_{154}^{252}\text{Cf}_{98}$ e 432.6 y per il ${}_{146}^{241}\text{Am}_{95}$. Lo spettro di emissione del neutrone dovrebbe essere teoricamente monoenergetico e uguale al *Q-valore* della reazione corrispondente e cioè, per la reazione $\alpha + {}_5^9\text{Be}_4 @ 5.638 \text{ MeV}$, pari a 10.648 MeV per la reazione che conduce a ${}_6^{12}\text{C}_6^{(*)} + n$. Nelle sorgenti binarie, tuttavia, vi è una diminuzione dell'energia della *particella* α , dovuto alla perdita di energia nel materiale e questo comporta una dispersione di energia anche del neutrone emesso. Vi è inoltre da tener in conto anche l'*allargamento Doppler* della riga, dovuto al fatto che il ${}_7^{13}\text{C}_6^*$ emette in volo, e che può raggiungere i 2 MeV .

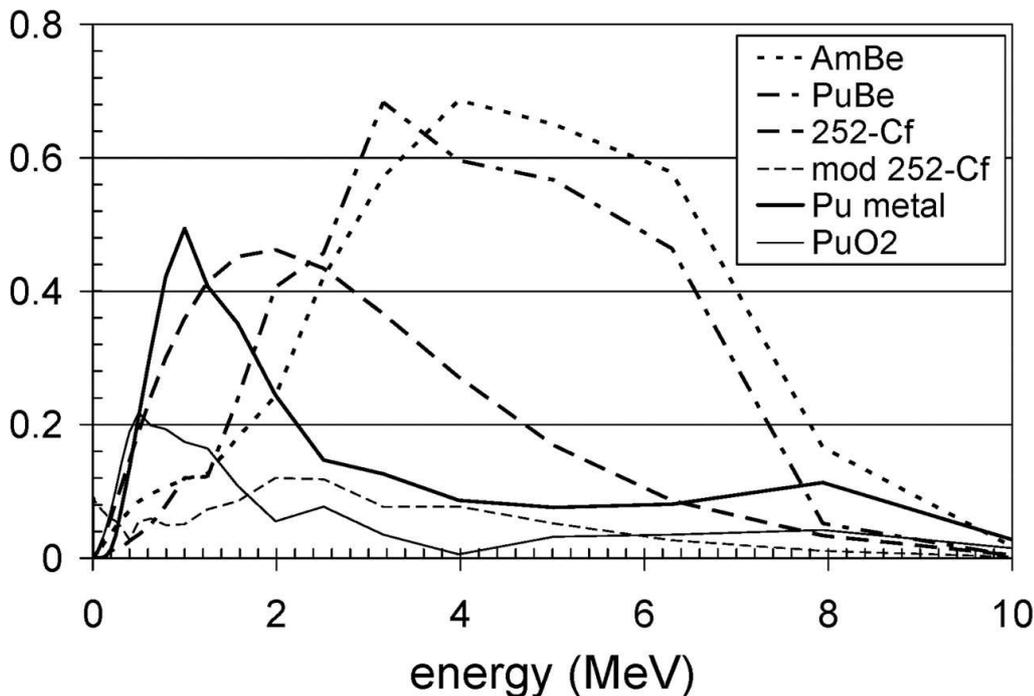


Fig. 1.17 Spettri di neutroni emessi da diverse sorgenti binarie.

Nel caso delle fotoreazioni ${}^A_N X_Z(\gamma, n) {}^{A-1}_N X_Z$, soltanto 2 tipi di *target* sono adatti: il ${}^9_5 Be_4$ e il ${}^2_1 H_1$ (*deuterio*). Le reazioni sono in questo caso rispettivamente ${}^9_5 Be_4(\gamma, n) {}^8_4 Be_4$ e ${}^2_1 H_1(\gamma, n) {}^1_0 H_1$. Queste sorgenti hanno il vantaggio che in questo caso l'emissione dei neutroni avviene in modo più o meno monoenergetico, dato che i γ non vengono in alcun modo rallentati dal materiale presente nella sorgente, come avveniva per le α . I neutroni non sono rigorosamente monoenergetici, dato che il nucleo figlio, in qualche modo rincula, dato che le masse sono abbastanza simili, anche se la diffusione è generalmente piccola. Lo svantaggio di queste sorgenti è il rendimento della reazione (cioè la *sezione d'urto*), che risulta di 1 o 2 ordini di grandezza inferiore a quelle con le α . Altro svantaggio è che le γ non coinvolte nella reazione di *foto-assorbimento*, fuoriescono dalla sorgente, dando luogo ad un fastidioso *background*.

1.2 Attività di una sorgente

L'*attività* di un campione radioattivo è definita come il numero medio di processi di decadimento che si hanno nell'unità di tempo. Questa dipende solo dalla vita media della sorgente e dalla quantità di materiale radioattivo contenuto nella sorgente. Ovviamente minore è la vita media del nucleo radioattivo, più velocemente esso tende a decadere e maggiore è il numero di nuclei contenuti nella sorgente, più sarà grande il numero di decadimenti ottenuti in ogni secondo. Inoltre, si deve osservare che l'*attività* di una sorgente non è necessariamente pari alla quantità di radiazione emessa nell'unità di tempo dalla sorgente, anche se certamente è collegata ad essa. Per esempio, alcune trasformazioni nucleari provocano un nucleo figlio a sua volta instabile che genera un secondo prodotto di reazione. La radiazione così prodotta

allora compare assieme a quella del decadimento originale, ma non viene inclusa nell'attività. Similmente, alcuni nuclidi decadono con parecchi processi in concorrenza tra loro, per esempio, decadimento β^+ o EC e quindi solo una frazione del decadimento compare come radiazione emessa. Il rapporto tra la radiazione emessa e l'attività, infatti, dipende dallo schema di decadimento nucleare specifico e soltanto nel caso di un unico decadimento l'attività è identica alla radiazione emessa. L'unità di misura storica dell'attività è stata il *curie* (Ci), definita come l'attività di 1 gr di $^{226}\text{Rappuro}$, questa unità corrisponde a $3.7 \cdot 10^{10}$ *decadimenti/s* (DPS). Questa in effetti è un'unità di misura molto grande e le sorgenti che si utilizzando in laboratorio sono generalmente dell'ordine di *dieci* o *cento microCuries* (μCi). Per sorgenti ancora meno intense, conviene utilizzare al posto del Ci , il *becquerel* (Bq) che corrisponde a 1 decadimento/s . E' importante distinguere sin d'ora tra diverse *unità di misura*. In particolare si deve distinguere tra il *ram* o *rem* e il Bq , i primi misurano gli effetti della radiazione su un oggetto o sul corpo umano e l'ultimo misura l'attività, cioè semplicemente il *numero di decadimenti per secondo*. La legge empirica del decadimento radioattivo, determinata sperimentalmente all'inizio del secolo scorso da *Rutherford* e *Soddy*, ci dice che l'attività di un campione radioattivo decade esponenzialmente a tempo

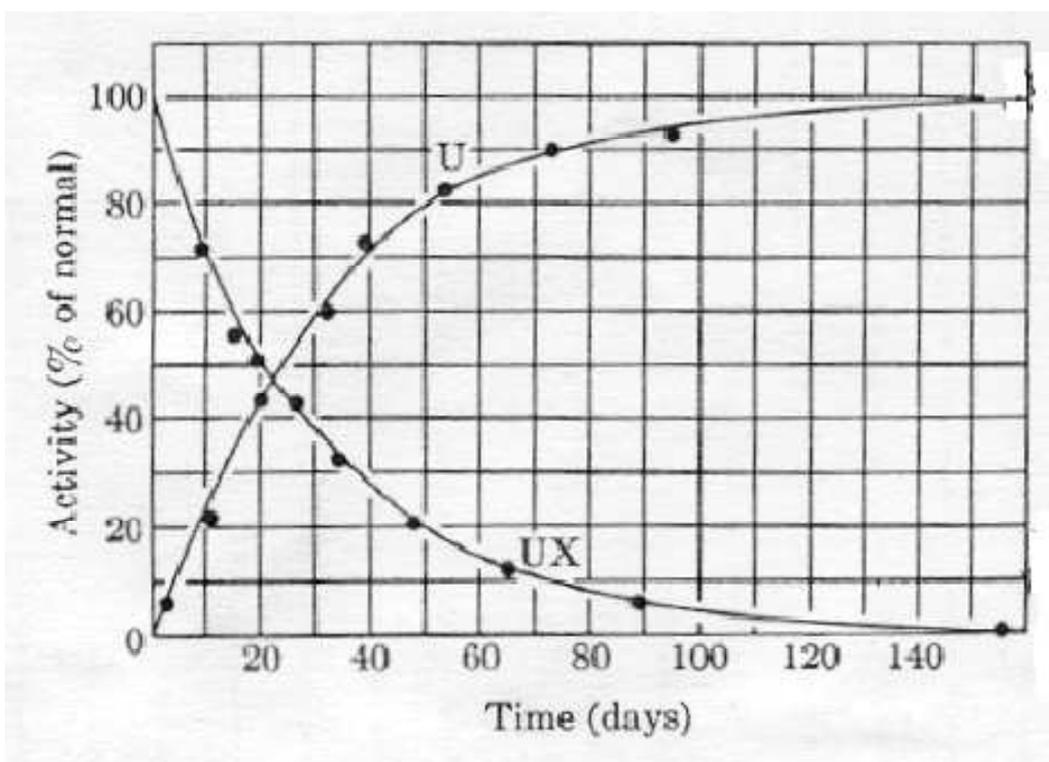


Fig. 1.18 *Decadimento esponenziale del $^{234}\text{Th}_{90}$ studiato da Rutherford e Soddy.*

Questa legge empirica, può essere ricavata in termine di *probabilità quantomeccanica di decadimento per unità di tempo* (detta *costante di decadimento* λ), attraverso la *regola d'oro di Fermi*, per ogni specie nucleare che decade e per ogni nucleo prodotto dal decadimento. Se un nuclide può decadere in

modi diversi, λ è la somma delle probabilità di decadimento in ogni singolo processo $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots$. In un campione che al tempo t contiene $N(t)$ nuclei, il numero medio dei nuclei che decadono in un intervallo di tempo che va da t a $t+dt$, sarà dato da

$$dN(t) = -N(t) \cdot \lambda \cdot dt$$

dove il segno meno è dovuto al fatto che il numero di nuclei padri diminuisce nel tempo. Abbiamo supposto qui che la $N(t)$ sia grande in modo da poterlo considerare come una variabile continua. La soluzione dell'equazione può essere scritta allora nella forma:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

dove N_0 è il numero di nuclei al tempo $t=0$. Da questa, si può definire il tempo necessario a che il numero di nuclei genitori si sia ridotto della metà rispetto alla popolazione iniziale, detto *tempo di dimezzamento*. Avremo allora:

$$T_{1/2} = \frac{\text{Log}[2]}{\lambda}$$

Questo è da non confondersi con la *vita media*, che invece è il tempo medio che deve trascorrere, perché un nucleo decada e cioè:

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} N_0 \cdot t \cdot e^{-\lambda t} \cdot dt}{\int_0^{\infty} N_0 \cdot e^{-\lambda t} \cdot dt} = \frac{1}{\lambda}$$

Consideriamo ora un numero di decadimenti che si hanno da una sorgente radioattiva, in un intervallo di tempo Δt piccolo rispetto alla vita media della sorgente, di modo tale che la sua *attività* si possa ritenere costante. Dato che il processo di decadimento è prettamente statistico, ripetendo sequenzialmente le misure, il numero di processi che si osserveranno in ogni singola misura subirà delle *fluttuazioni*.

Questo è anche una conseguenza del fatto che ogni singolo decadimento radioattivo deve in realtà obbedire a leggi quantomeccaniche, sulla base delle quali il numero esatto di decadimenti in ogni istante di tempo, non potrà mai essere previsto. Solo la probabilità che si verifichi un siffatto evento di decadimento, può essere infatti misurata. La distribuzione di probabilità che spiega tali fluttuazione è la *statistica di Poisson*. Se abbiamo in media un numero di conteggi nel tempo Δt pari a \bar{n} (cioè se \bar{n} è il numero che si ottiene dalla media dei conteggi della sequenza di misure fatte, supposta essa molto (*infinitamente*) grande, la probabilità di osservare n decadimenti in una misura successiva è

$$P[n, \bar{n}] = \frac{\bar{n}^n}{n!} \cdot e^{-\bar{n}}$$

Ad esempio, se in una serie di *1000 misure*, abbiamo trovato che il numero medio di conteggi deve essere $\bar{n} = 10$, sulla base di questa statistica dovremmo ottenere una distribuzione degli eventi data da

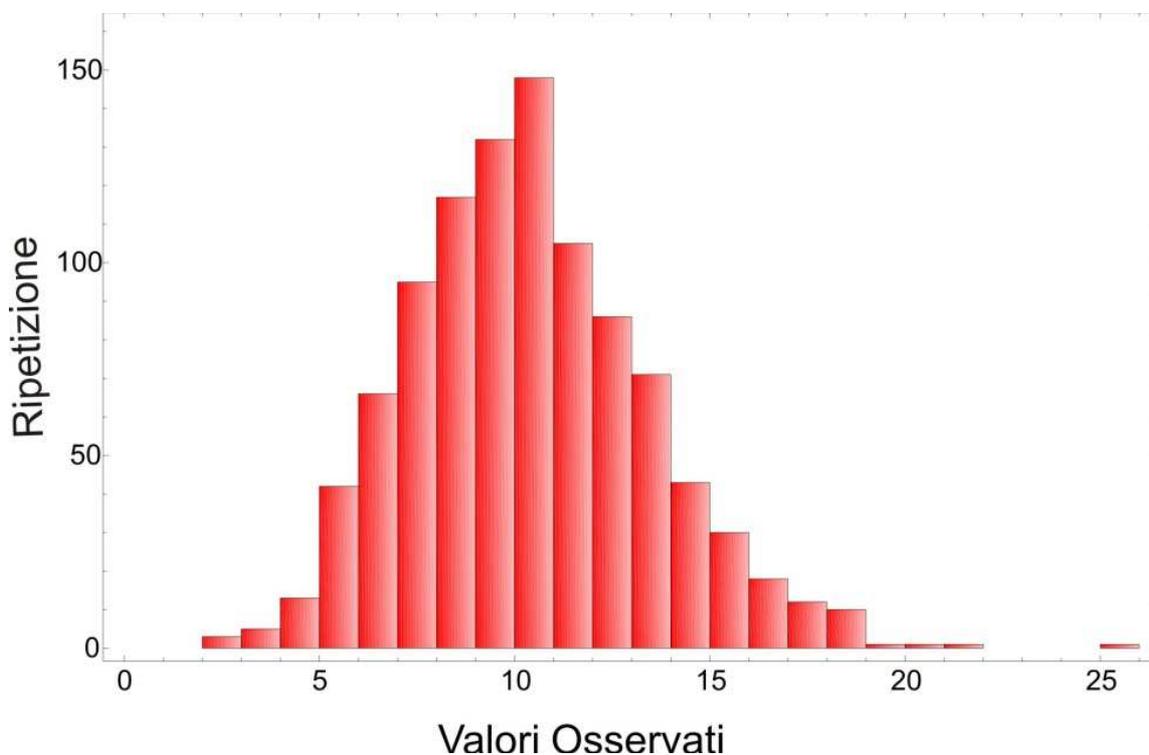


Fig. 1.19 Distribuzione di Poisson per 1000 eventi di decadimento, con numero medio di conteggi pari a 10

E' da osservare che più grande è il numero medio degli eventi \bar{n} più questa distribuzione assomiglia a quella di *Gauss*, cioè minore è la asimmetria tra la parte sinistra e la parte destra di questa curva e già per $\bar{n} > 10$ questa asimmetria inizia a scomparire. Da qui possiamo dare le seguenti definizioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle n \rangle = \sum_{n=0}^{+\infty} P[n, \bar{n}] \cdot n = \bar{n} \\ \sigma = \sqrt{\sum_{n=0}^{+\infty} P[n, \bar{n}] \cdot (n - \bar{n})^2} = \sqrt{\bar{n}} \end{array} \right.$$

Nel caso di grandi \bar{n} , si può confondere la *statistica poissoniana* con quella di *Gauss* e la *deviazione standard* assume il noto significato: abbiamo il *68% di probabilità* ogni volta che i conteggi da noi misurati siano compresi nell'intervallo $[\bar{n} - \sigma, \bar{n} + \sigma]$.

Una situazione che si incontra molto spesso è quella di una catena di decadimento, cioè quella in cui un *nucleo A* decade in un *nucleo B*, con una costante di decadimento λ_A , il quale a sua volta decade in un *nucleo C*, con *costante* λ_B , etc. sino

ad un *nucleo stabile* Z . In particolare, considereremo una catena costituita da 3 soli nuclei $A \rightarrow B \rightarrow C$, dove C è il *nucleo stabile*. Le equazioni di popolazione sono allora date da:

$$\begin{cases} \dot{N}_A(t) = -N_A(t) \cdot \lambda_A \\ \dot{N}_B(t) = N_A(t) \cdot \lambda_A - N_B(t) \cdot \lambda_B \\ \dot{N}_C(t) = N_B(t) \cdot \lambda_B \end{cases}$$

dato che il *nucleo* A può decadere e basta, il *nucleo* C , essendo stabile si può solo formare (ma non può decadere) e il *nucleo* B , viene popolato decadimento del *nucleo* A e distrutto dal decadimento di se stesso nel *nucleo* C . Dalla prima di queste 3 equazioni otteniamo direttamente:

$$N_A = N_A^0 \cdot e^{-\lambda_A t}$$

che sostituita nella seconda, ci da:

$$\dot{N}_B(t) + N_B(t) \cdot \lambda_B = N_A^0 \cdot \lambda_A \cdot e^{-\lambda_A t}$$

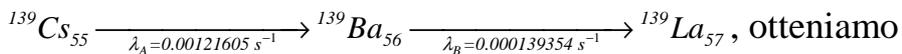
da cui, posta la condizione iniziale $N_B(0) = 0$ deduciamo

$$N_B(t) = N_0 \cdot \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot [e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}]$$

e da qui otteniamo, sempre con la condizione iniziale $N_C(0) = 0$:

$$N_C(t) = N_0 \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{\lambda_B - \lambda_A} \cdot [\lambda_A \cdot e^{-\lambda_B t} - \lambda_B \cdot e^{-\lambda_A t}] \right\}$$

Se ad esempio consideriamo la seguente catena di decadimenti, dove $\lambda_A > \lambda_B$



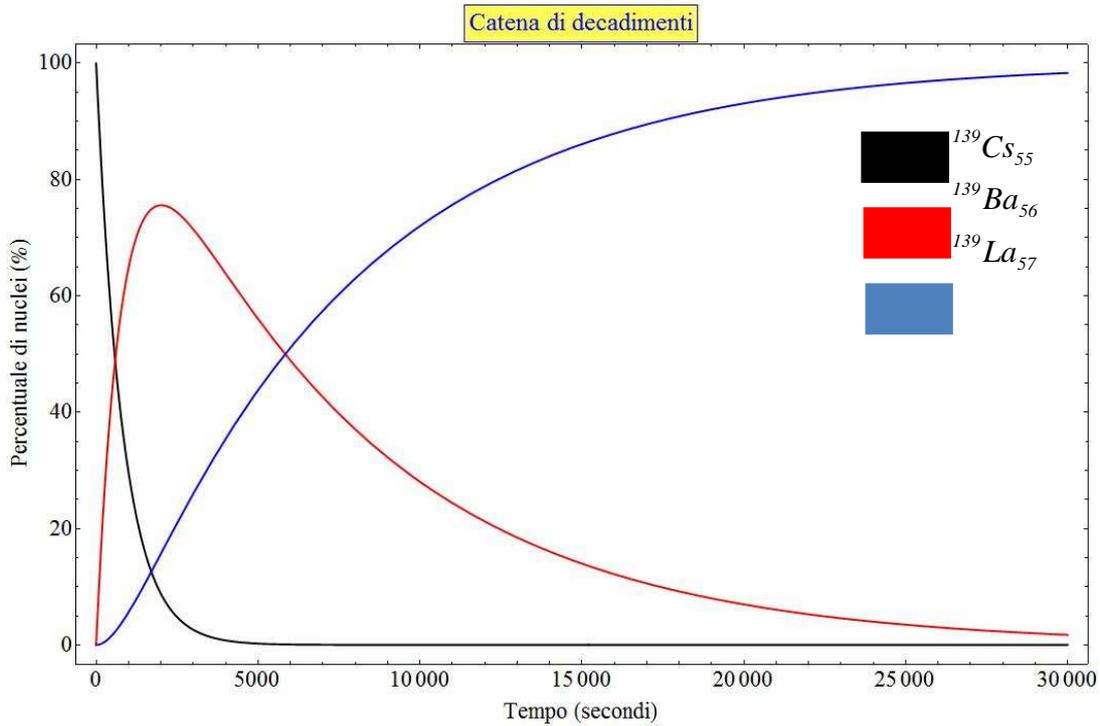


Fig. 1.20 Andamento temporale per la catena di decadimenti $^{139}\text{Cs}_{55} \rightarrow ^{139}\text{Ba}_{56} \rightarrow ^{139}\text{La}_{57}$

Se invece risulta $\lambda_A \ll \lambda_B$, come ad esempio nella catena

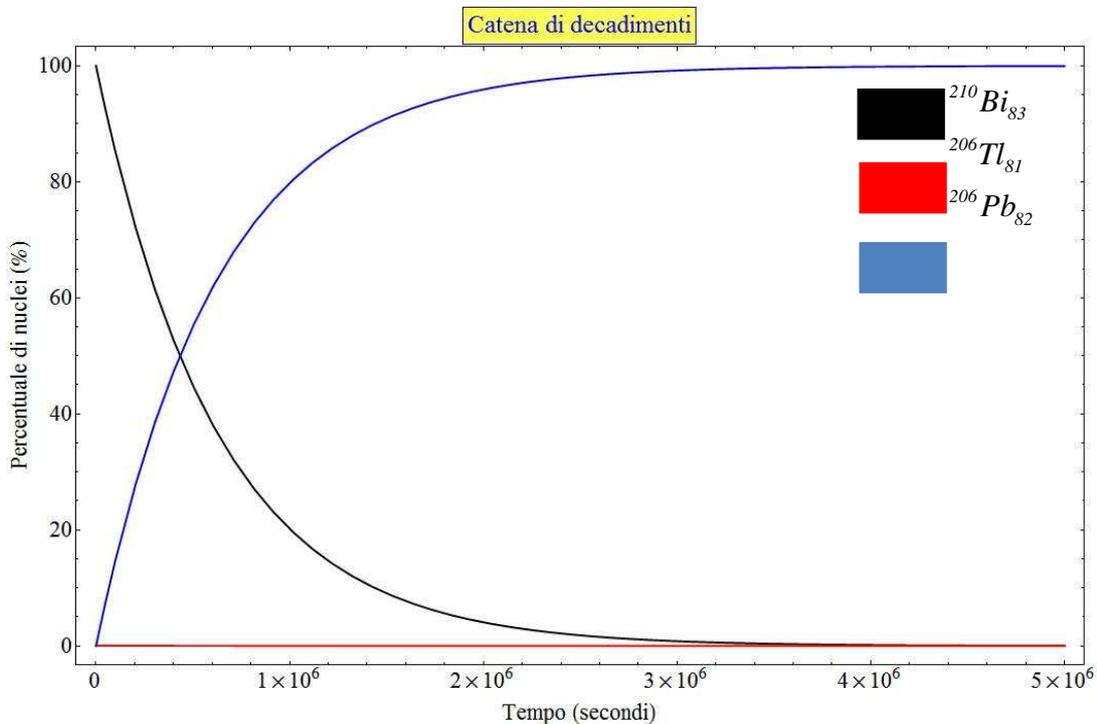
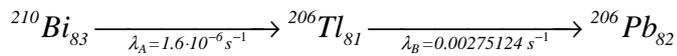


Fig. 1.21 Andamento temporale per la catena di decadimenti $^{210}\text{Bi}_{83} \rightarrow ^{206}\text{Tl}_{81} \rightarrow ^{206}\text{Pb}_{82}$

L'attività dei 2 nuclei radioattivi della catena sarà data dal prodotto tra il numero di nuclei in ogni istante e la probabilità di decadimento. Otterremo allora nei diversi casi:

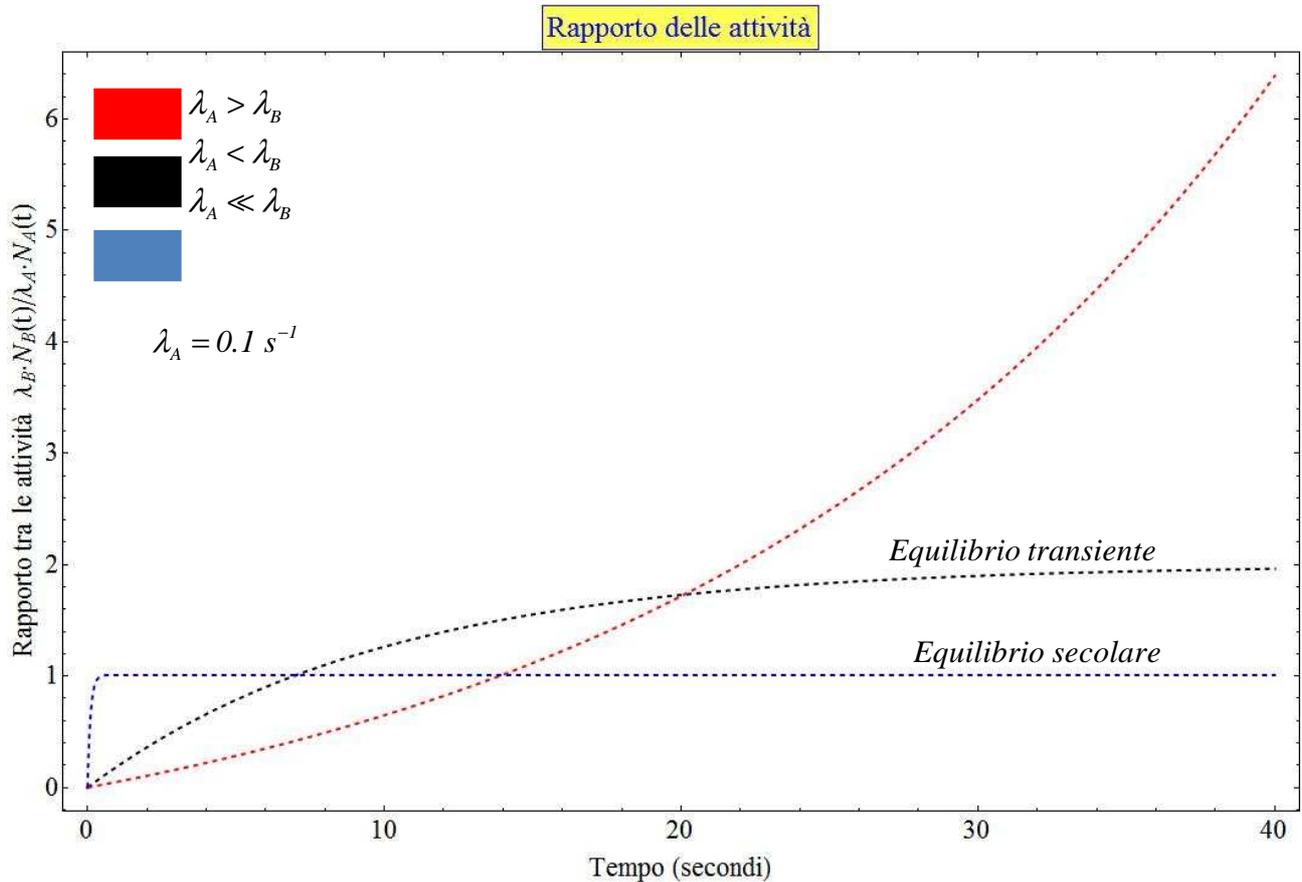


Fig. 1.22 Rapporto tra le attività dei 2 nuclei radioattivi per differenti valori delle costanti di decadimento.

Un modo comune di generare isotopi radioattivi è quello di procedere attraverso l'irradiazione di isotopi stabili. In questo caso, abbiamo una reazione nucleare del tipo $A(x, y)B \rightarrow C$, dove si produce un isotopo *radioattivo* B , che decade in qualche modo (α , β o γ) nel nucleo *stabile* C , con una *costante di decadimento* pari a λ_B . Se indichiamo con $\sigma_{A \rightarrow B}$ è la *sezione d'urto di reazione* (in barn), Φ è il *flusso di particelle x* sul *target A* (in s^{-1}) e n_A è il *numero di particelle del target per unità d'area* (solitamente in cm^{-2}), le equazioni di popolamento dei 2 nuclei prodotti, saranno:

$$\begin{cases} \frac{dN_B(t)}{dt} = \Phi \cdot n_A \cdot \sigma_{A \rightarrow B} - \lambda_B \cdot N_B(t) \\ \frac{dN_C(t)}{dt} = \lambda_B \cdot N_B(t) \end{cases}$$

da cui otteniamo

$$\begin{cases} N_B(t) = \frac{\Phi \cdot n_A \cdot \sigma_{A \rightarrow B} \cdot (1 - e^{-\lambda_B t})}{\lambda_B} \\ N_C(t) = \frac{\Phi \cdot n_A \cdot \sigma_{A \rightarrow B} \cdot (e^{-\lambda_B t} - 1 + \lambda_B \cdot t)}{\lambda_B} \end{cases}$$

Consideriamo allora il seguente esempio numerico: un campione di rame, contiene il 69% di ${}^{63}_{34}\text{Cu}_{29}$ e il 31% di ${}^{65}_{36}\text{Cu}_{29}$. Irradiandoli con un flusso di neutroni lenti, si ottengono rispettivamente i 2 isotopi radioattivi ${}^{64}_{35}\text{Cu}_{29}$ e ${}^{66}_{37}\text{Cu}_{29}$, che hanno delle vite medie $T_{1/2}^1$ e $T_{1/2}^2$ rispettivamente pari a 12.7 h e 5.1 m. Se si irradia un bersaglio di rame $n_{\text{Cu}} = 150 \text{ mgr} / \text{cm}^2$ con un fascio di neutroni $\Phi = 10^9 \cdot \text{s}^{-1}$, quale sarà l'attività dei 2 campioni radioattivi? Le sezioni d'urto per i 2 processi di cattura neutronica sono:

$$\begin{cases} \sigma[{}^{63}_{34}\text{Cu}_{29} + n \rightarrow {}^{64}_{35}\text{Cu}_{29}] = 4.4 \text{ barn} \\ \sigma[{}^{65}_{36}\text{Cu}_{29} + n \rightarrow {}^{66}_{37}\text{Cu}_{29}] = 2.2 \text{ barn} \end{cases}$$

Da quanto si è detto avremo

$$\begin{cases} A_{{}^{64}_{35}\text{Cu}_{29}}(t) = N_{{}^{64}_{35}\text{Cu}_{29}}(t) \cdot \lambda_{{}^{64}_{35}\text{Cu}_{29}} = 10^9 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \left[0.69 \cdot \frac{10^{-3} \text{ gr} / \text{cm}^2}{63 \text{ gr}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \right] \cdot 4.4 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{\text{Ln}[2] \cdot t}{T_{1/2}^1}} \right) \\ A_{{}^{66}_{37}\text{Cu}_{29}}(t) = N_{{}^{66}_{37}\text{Cu}_{29}}(t) \cdot \lambda_{{}^{66}_{37}\text{Cu}_{29}} = 10^9 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \left[0.31 \cdot \frac{10^{-3} \text{ gr} / \text{cm}^2}{65 \text{ gr}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \right] \cdot 2.2 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{\text{Ln}[2] \cdot t}{T_{1/2}^2}} \right) \end{cases}$$

che hanno un andamento temporale di questo tipo:

Produzione di isotopi per irradiazione

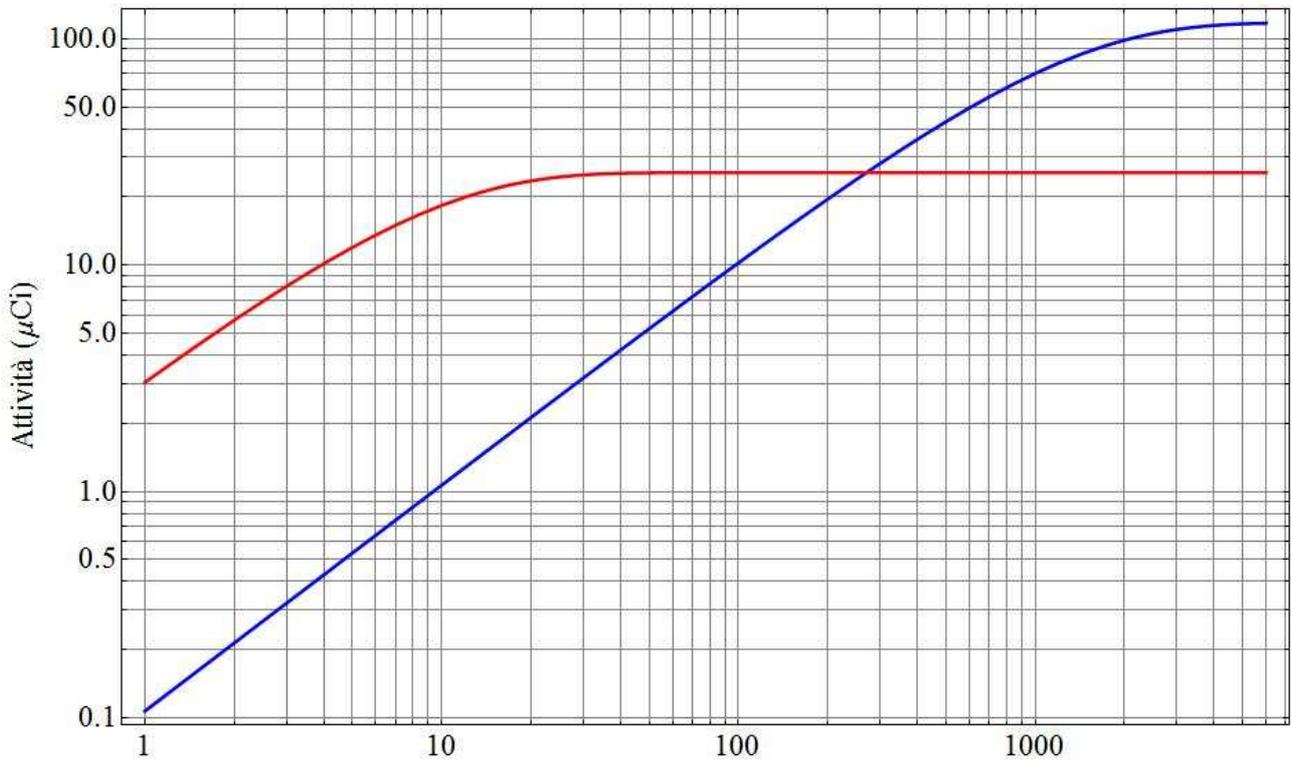


Fig. 1.23 Confronto tra le attività del $^{64}\text{Cu}_{29}$ (in blu) e del $^{66}\text{Cu}_{29}$ (in rosso). Da notare che dopo 270 minuti circa l'attività del $^{64}\text{Cu}_{29}$ diventa maggiore di quella del $^{66}\text{Cu}_{29}$. Inoltre il tempo ottimale di irraggiamento per il $^{66}\text{Cu}_{29}$ risulta di circa 11 minuti, per il $^{64}\text{Cu}_{29}$, di circa 21 ore.

Capitolo 2-Interazione tra radiazione e materia

In questo capitolo affronteremo l'argomento delle interazioni tra la radiazione nucleare, sia essa costituita da *particelle cariche* α , β , sia essa costituita da *fotoni* γ , e la materia. Per il fisico sperimentale, la conoscenza di queste interazioni è di fondamentale importanza: questi processi sono alla base del funzionamento di tutti i rivelatori in uso in fisica nucleare, determinandone sia la sensibilità che l'efficienza. Allo stesso tempo, queste stesse interazioni possono interferire con una misura, disturbandone le caratteristiche della radiazione rilevata: per esempio, inducendone perdite di energia, o deviando la particella dal relativo percorso originale, o assorbendo la particella prima che possa essere osservata. La conoscenza di queste interazioni e delle loro intensità è così necessaria sia per la progettazione dei rivelatori che per le correzioni dei dati sperimentali. Inoltre, questi processi avvengono anche quando la materia vivente è esposta a radiazione. La radiazione nucleare, naturalmente, vede la materia in termini di relativi costituenti di base, cioè, come un complesso di *elettroni* e *nuclei* (cioè *neutroni* e *protoni*). A seconda del tipo di radiazione, dell'energia e del tipo di materiale, le interazioni con gli atomi o i nuclei o con i loro diversi costituenti possono avvenire attraverso i canali permessi, con maggiori o minori sezioni d'urto, cioè probabilità che questa avvenga. Ad esempio, una *particella incidente* che entra in foglio d'oro può subire un urto elastico contro un nucleo di oro e quindi una *interazione coulombiana*, oppure, sempre attraverso una *interazione coulombiana*, può avvenire un processo di interazioni anelastiche che porti ad eccitazione degli stati nucleari con conseguente perdita di energia cinetica della *particella* α (*coulomb excitation*). Oppure può avvenire una *interazione coulombiana* con la nuvola elettronica che circonda il nucleo o infine un processo di *fusione/evaporazione*. Ciascuno di questi eventi, avrà una sua probabilità di realizzarsi, quantificata dalla *sezione d'urto*. Le sezioni d'urto possono essere calcolate teoricamente sulla scorta delle leggi della meccanica quantistica e sulla base di espressioni vere o presunte dei potenziali di interazione. Così facendo, ad esempio, possiamo scoprire che i processi di gran lunga più probabili sono gli scontri anelastici con gli elettroni atomici e questo è dovuto sia all'elevato numero di elettroni presenti nella materia, sia al fatto che l'*interazione coulombiana* agisce a *lungo range*.

Per quanto riguarda invece i *neutroni*, i processi che coinvolgono le interazioni nucleari forti sono preponderanti, anche se possono avvenire anche interazioni coulombiane attraverso il momento di dipolo magnetico e *interazioni deboli* (*decadimenti* β^-).

Con la stessa filosofia, si possono calcolare anche gli effetti delle radiazioni sulla materia biologica, dato che i danni su di essa saranno in fondo determinati dal trasferimento di energia tra la radiazione incidente e gli atomi o i nuclei che formano le cellule.

Nei prossimi paragrafi, tratteremo in dettaglio solo i principali meccanismi di interazione della *radiazione elettromagnetica* (γ) e delle *particelle cariche* (*elettroni, protoni, particelle α , ioni pesanti, etc.*) con la materia. L'assorbimento della radiazione elettromagnetica (*raggi X e γ*), da parte della materia, differisce in modo sostanziale da quello delle *particelle cariche*. Le particelle dissipano la loro *energia cinetica*, in modo sostanzialmente continuo, in una sequenza di molti eventi di ionizzazione e eccitazione, mentre i fotoni sono assorbiti o diffusi in eventi singoli e si definisce per questi ultimi la probabilità di interazione puntuale.

2.1 Interazione della radiazione elettromagnetica (raggi x e γ) con la materia.

L'interazione della radiazione elettromagnetica (*raggi X e γ*) con la materia, avviene con diverse modalità, qui di seguito ne elenchiamo le principali:

- *Effetto fotoelettrico.*
- *Effetto Compton (diffusione incoerente).*
- *Creazione di coppie su campo coulombiano generato da un nucleo.*
- *Creazione di coppie su campo coulombiano generato da un elettrone.*
- *Diffusione Rayleigh (coerente).*
- *Interazioni fotonucleari (reazioni (γ, p) o reazioni (γ, n)).*

I primi 4 tipi di interazione svolgono un ruolo fondamentale nel trasferimento di energia agli elettroni contenuti nel mezzo attraversato. La *diffusione di Rayleigh* è dovuta a un *urto elastico* del fotone incidente contro l'atomo considerato nella sua interezza e produce solo una piccola deviazione del fotone rispetto alla direzione di incidenza, senza che ci sia cessione di energia all'atomo. Nelle interazioni fotonucleari, un fotone, avente energia dell'ordine di qualche *MeV*, penetra in un nucleo e lo eccita. Come conseguenza il nucleo emette un *protone* (reazione (γ, p)) o un *neutrone* (reazione (γ, n)). Tali reazioni però hanno *sezioni d'urto* trascurabili rispetto alle altre e non saranno menzionate oltre. L'importanza relativa di *effetto fotoelettrico, effetto Compton e produzione di coppie* dipende sia dall'energia del fotone incidente $E = h \cdot \nu$, sia dal *numero atomico Z del mezzo assorbente*. La seguente figura indica le regioni di *Z e E* in cui predominano le singole interazioni.

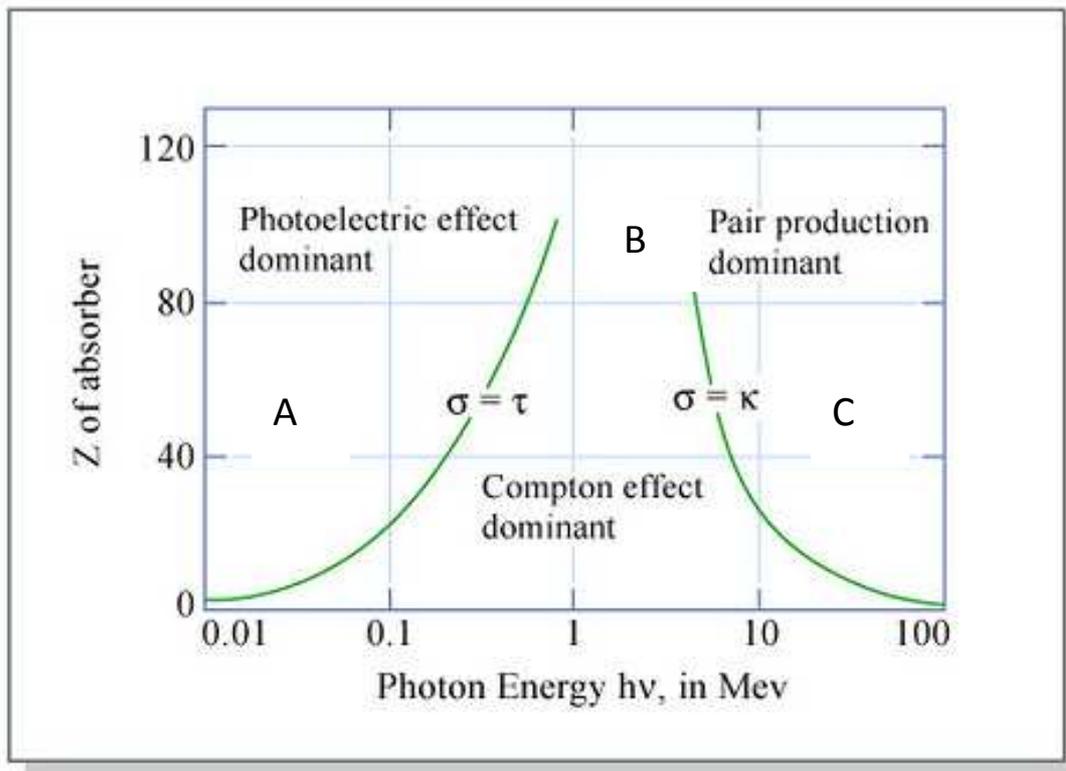


Fig. 2.1 Sezioni d'urto per i 3 principali processi di assorbimento dei raggi γ . Per ogni fissato Z, il processo fotoelettrico è dominante a bassa energia, il Compton ad energia intermedia e la produzione di coppie ad energie maggiori di 1.022 MeV.

Le curve tracciate sono l'insieme dei punti in cui 2 tipi di interazione sono ugualmente probabili. Dalla figura è evidente che l'effetto fotoelettrico è predominante a basse energie del fotone (zona A), l'effetto Compton predomina nella regione centrale (zona B), mentre la creazione di coppie diventa importante ad energie più alte (zona C). Si noti inoltre che l'intervallo in cui l'effetto Compton è dominante decresce al crescere di Z. La percentuale p di fotoni incidenti assorbiti nel passaggio attraverso un mezzo di spessore x è descritta dalla seguente espressione

$$p = 1 - e^{-\mu(E) \cdot x}$$

dove $\mu(E)$ è il coefficiente di attenuazione lineare, definito in cm^{-1} e rappresenta la probabilità, per unità di lunghezza, che la radiazione interagisca con la materia che attraversa. Tale coefficiente è esprimibile come somma dei coefficienti di attenuazione lineare corrispondenti a ciascun tipo di interazione. Ogni singolo coefficiente dipende dall'energia del fotone e dalla natura del materiale. Indichiamo

allora con $\mu_f(E)$, $\mu_C(E)$ e $\mu_{cc}(E)$ rispettivamente i coefficienti per l'effetto fotoelettrico, Compton e produzione di coppie:

$$\mu(E) = \mu_f(E) + \mu_C(E) + \mu_{cc}(E)$$

Visto che l'interazione con la materia avviene attraverso un processo statistico, è possibile definire un *cammino libero medio* della radiazione nel mezzo (che prende anche il nome di *lunghezza di attenuazione*), come si fa, ad esempio per la corrente degli elettroni in un metallo:

$$\lambda = \frac{\int_0^{+\infty} x \cdot e^{-\mu(E) \cdot x} \cdot dx}{\int_0^{+\infty} e^{-\mu(E) \cdot x} \cdot dx} = \frac{1}{\mu(E)}$$

Questa quantità rappresenta lo spessore di materiale necessario a che l'intensità della radiazione diventi un fattore $1/e = 0.367879$ di quella iniziale. Più frequentemente, al posto del coefficiente di attenuazione lineare, si introduce il cosiddetto *coefficiente di attenuazione di massa* $\mu(E)/\rho$ dove ρ è la *densità del mezzo* (definita in gr/cm^3). Di conseguenza il *coefficiente di attenuazione di massa* avrà come unità di misura cm^2/gr . Tale grandezza è importante perché prescinde dalla densità del materiale attraversato. Di conseguenza, gli spessori λ potranno essere espressi in gr/cm^2 . Esiste una *relazione semi-empirica* tra il coefficiente $\mu(E)/\rho$ e la *sezione d'urto totale per nucleo* $\sigma_{tot}(E)$, pari alla somma delle sezioni d'urto per nucleo delle singole interazioni:

$$\frac{\mu(E)}{\rho} = \frac{N_A}{PA} \cdot \sigma_{tot}(E)$$

dove N_A è il *numero di Avogadro* e PA è il *peso atomico del mezzo*. Quando il materiale assorbente è composto da differenti elementi i cui *coefficienti di attenuazione di massa* sono rispettivamente $\mu_1(E)/\rho_1$, $\mu_2(E)/\rho_2$, ... il *coefficiente di attenuazione di massa totale* è dato da:

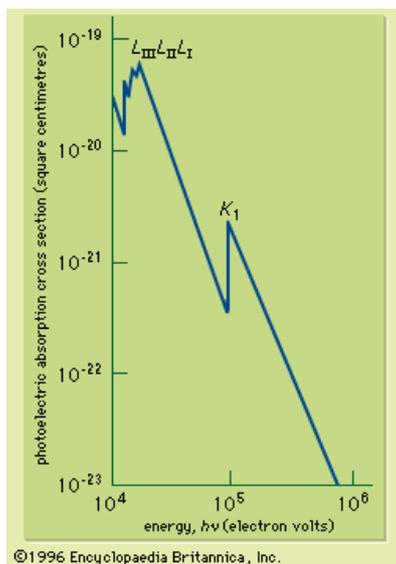
$$\frac{\mu(E)}{\rho} = w_1 \cdot \frac{\mu_1(E)}{\rho_1} + w_2 \cdot \frac{\mu_2(E)}{\rho_2} + \dots$$

dove w_1 e w_2 sono le frazioni di peso dei diversi elementi.

Effetto fotoelettrico

Nell'effetto fotoelettrico il fotone incidente viene completamente assorbito dal nucleo bersaglio. L'energia del fotone è trasferita ad un elettrone orbitale che quindi raggiunge un'energia sufficiente per essere espulso dall'atomo, prendendo il nome di *fotoelettrone*. Se indichiamo con E_L l'energia di legame dell'elettrone e con E l'energia del fotone incidente, l'energia cinetica T_e del fotoelettrone emesso sarà:

$T_e = E_\gamma - E_{legame}$ dove abbiamo trascurato l'energia cinetica acquistata dall'atomo, che può essere considerata praticamente nulla, data l'enorme differenza di massa



La sezione d'urto del processo $\gamma + A \rightarrow A^+ + e^-$ decresce approssimativamente come E_γ^{-3} e mostra delle discontinuità in corrispondenza delle energie degli orbitali atomici M, L, K dove si aprono i canali di assorbimento. Una trattazione rigorosa dell'effetto fotoelettrico è difficile perché richiede la conoscenza delle funzioni d'onda degli stati atomici. Per un'energia maggiore dell'energia di legame degli orbitali K , la sezione d'urto di assorbimento dei raggi X è approssimativamente

Fig. 2.2 Sezione d'urto dell'effetto fotoelettrico. Notiamo i picchi discontinuità, corrisponde agli assorbimenti

$$\sigma_f(E_\gamma) = \frac{32 \cdot \pi}{3} \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot Z^5 \cdot \left(\frac{m_e \cdot c^2}{E_\gamma} \right)$$

dove $r_e = 2.817 \text{ fm}$ è il raggio classico dell'elettrone e $\alpha = 7.297352 \cdot 10^{-3}$ la costante di struttura fine. La sezione d'urto ha una forte dipendenza dal numero atomico Z : la probabilità del singolo processo di assorbimento è proporzionale a Z^4 e vi è un altro fattore Z per tener conto del numero di elettroni. Il coefficiente di assorbimento per effetto fotoelettrico in un materiale con

$$\mu_f(E_\gamma) = n_A \cdot \sigma_f(E_\gamma) = \frac{N_A \cdot \rho}{A} \cdot \sigma_f(E_\gamma)$$

Quindi l'effetto fotoelettrico diviene più rilevante al crescere di Z e al diminuire dell'energia E del fotone. Il valore di E espresso in keV , al di sotto del quale la sezione d'urto per effetto fotoelettrico è pari al 50% della sezione d'urto totale ($E_{1/2}^f$) è indicato, per alcuni elementi, nella seguente tabella:

Z	Elemento	$E_{1/2}$ (KeV)
6	Carbonio	20
8	Ossigeno	30
13	Alluminio	55
26	Ferro	120
74	Tungsteno	450
82	Piombo	550
92	Uranio	700

Tab. 2.1 Tabella delle energie alle quali la sezione d'urto per l'effetto fotoelettrico diviene superiore al 50% della sezione d'urto totale di assorbimento.

Notiamo che al di sotto dei 500 KeV il piombo si comporta da ottimo assorbitore della *radiazione* γ in quanto l'*effetto Compton*, responsabile della radiazione diffusa, inizia a prevalere solo al di sopra di tale energia.

Come conseguenza dell'emissione di un fotoelettrone, si verifica una redistribuzione degli elettroni negli orbitali atomici e poiché il sistema è eccitato può emettere *radiazione di fluorescenza* (*Yield di fluorescenza*) o espellere un altro elettrone (*elettrone Auger*). Possiamo considerare questo

fenomeno come una sorta di effetto fotoelettrico interno in cui la radiazione di fluorescenza viene assorbita dall'atomo stesso con conseguente emissione di un secondo elettrone. La probabilità che avvenga emissione di radiazione di fluorescenza al variare di Z prende il nome di *Yield di fluorescenza* ed è riportata in figura

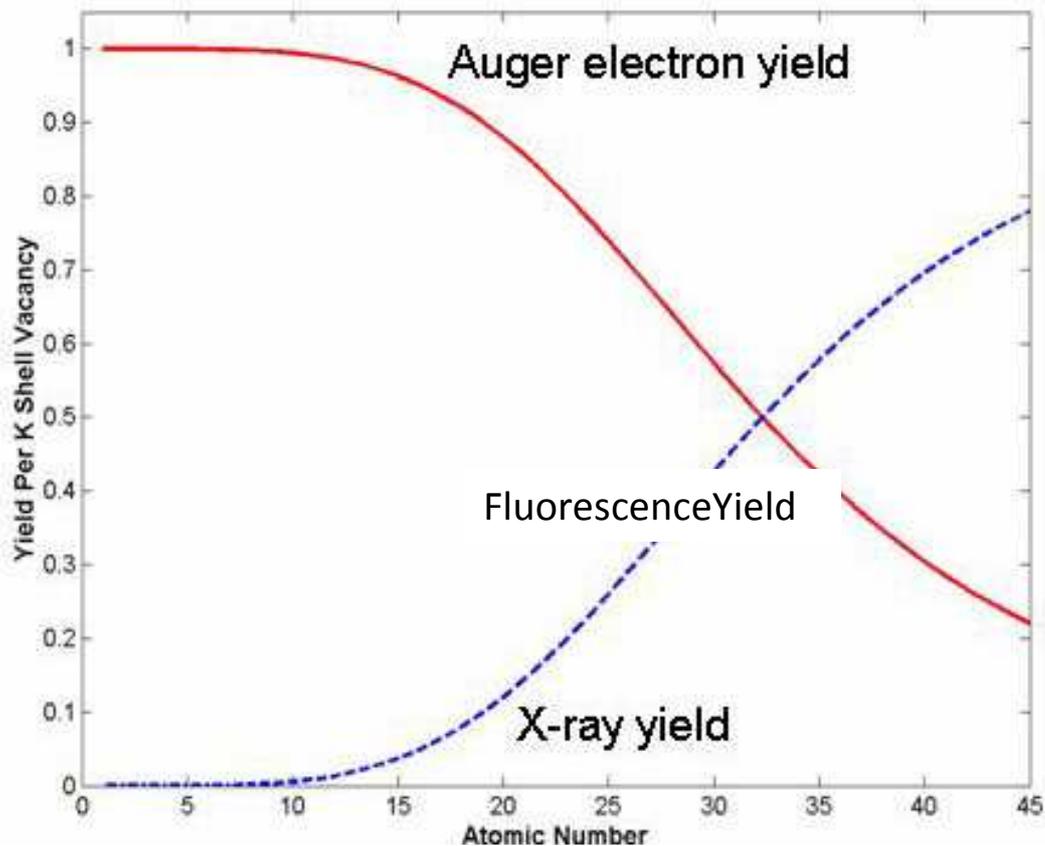


Fig. 2.2 Dipendenza della sezione d'urto della Yield di fluorescenza e Auger, in funzione del numero atomico.

Effetto Compton

Per fotoni con energia molto maggiore dell'energia di legame degli elettroni atomici, questi si possono considerare liberi. L'effetto Compton rappresenta il processo elementare di diffusione elastica di un fotone γ su un elettrone atomico, considerato libero. Il processo è *anelastico*, perché il fotone diffuso cede parte della sua energia all'elettrone.

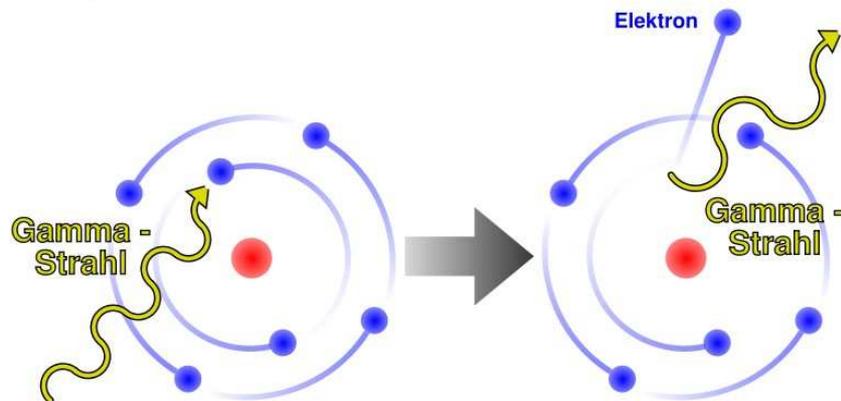


Fig. 2.3 Scattering di un γ su un elettrone.

Si parla inoltre di *scattering incoerente*, riferendosi al fatto che il fotone interagisce con ogni singolo elettrone del mezzo e non con l'intero atomo: in pratica nella trattazione teorica l'elettrone viene considerato *libero*. Nella seguente figura è schematizzata la cinematica dell'*effetto Compton*:

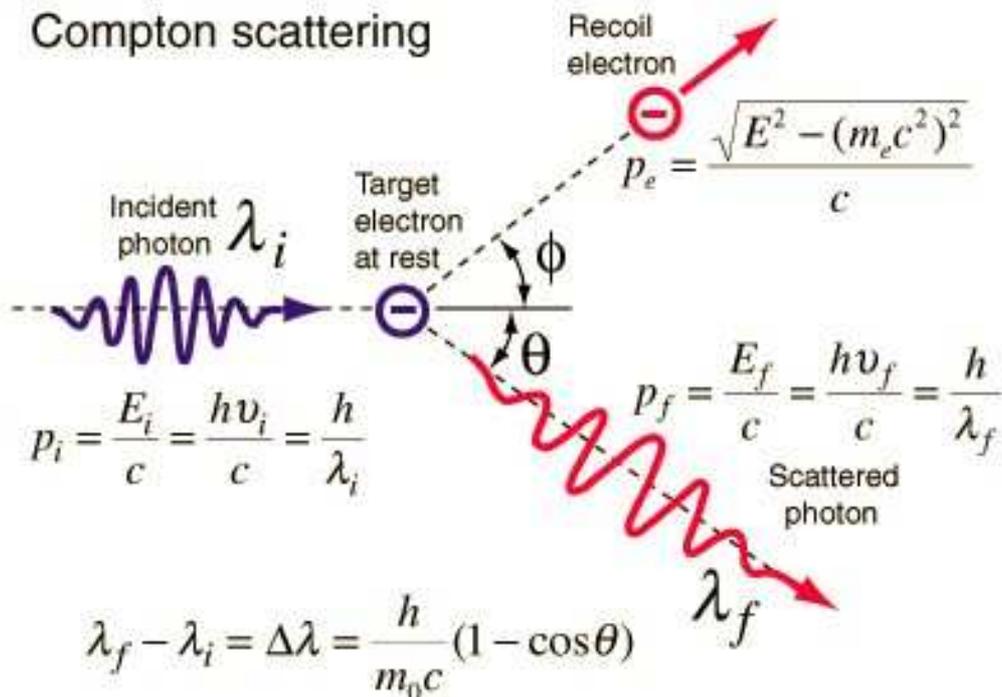


Fig. 2.4 Lo scattering Compton può essere studiato con le leggi della meccanica classica.

Se si assume che l'elettrone bersaglio sia inizialmente fermo; indichiamo con θ l'angolo di diffusione del fotone e con ϕ l'angolo di diffusione dell'elettrone rispetto alla direzione del fotone incidente. Dalla conservazione dell'energia e della quantità di moto avremo

$$\begin{cases} h \cdot \nu_i + m_e \cdot c^2 = h \cdot \nu_f + E_e = h \cdot \nu_f + \sqrt{(m_e \cdot c^2)^2 + p_e^2 \cdot c^2} \\ h \cdot \vec{k}_i = h \cdot \vec{k}_f + \vec{p}_e \end{cases} \begin{cases} h \cdot k_i = h \cdot k_f \cdot \cos[\theta] + p_e \cdot \cos[\phi] \\ 0 = h \cdot k_f \cdot \sin[\theta] + p_e \cdot \sin[\phi] \end{cases}$$

Dove si è tenuto conto del fatto che l'urto deve avvenire nel piano contenente le direzioni di ingresso e di uscita del fotone. Dalla proiezione dei momenti sull'asse y , otteniamo ora

$$\sin[\phi] = -\frac{h \cdot k_f}{p_e} \cdot \sin[\theta] \Rightarrow \cos^2[\phi] = 1 - \left[\frac{h \cdot k_f}{p_e} \right]^2 \cdot \sin^2[\theta]$$

Dalla proiezione dei momenti sull'asse x , invece

$$\cos[\phi] = \frac{h \cdot k_i - h \cdot k_f \cdot \cos[\theta]}{p_e}$$

e quindi

$$\left[\frac{h \cdot k_i - h \cdot k_f \cdot \cos[\theta]}{p_e} \right]^2 = 1 - \left[\frac{h \cdot k_f}{p_e} \right]^2 \cdot \sin^2[\theta]$$

Da cui otteniamo

$$p_e^2 = h^2 \cdot (k_i^2 + k_f^2 - 2 \cdot k_i \cdot k_f \cdot \cos[\theta])$$

Per la conservazione dell'energia infine

$$h \cdot \nu_i + m_e \cdot c^2 = h \cdot \nu_f + E \Rightarrow h \cdot c \cdot k_i + m_e \cdot c^2 = h \cdot c \cdot k_f + E \Rightarrow$$

$$E = h \cdot c \cdot (k_i - k_f) + m_e \cdot c^2$$

Visto che deve risultare:

$$p_e = \frac{\sqrt{E^2 - (m_e \cdot c^2)^2}}{c} \Rightarrow$$

$$p_e^2 = \frac{E^2 - (m_e \cdot c^2)^2}{c^2} = h^2 \cdot (k_i^2 + k_f^2 - 2 \cdot k_i \cdot k_f) + 2 \cdot m_e \cdot c \cdot h \cdot (k_i - k_f)$$

Otterremo

$$h^2 \cdot (k_i^2 - k_f^2 - 2 \cdot k_i \cdot k_f \cdot \cos[\theta]) = h^2 \cdot (k_i^2 - k_f^2) + 2 \cdot m_e \cdot c \cdot h \cdot (k_i - k_f)$$

quindi

$$\frac{k_i \cdot k_f}{k_i - k_f} = \frac{m_e \cdot c}{h} \cdot \frac{1}{1 - \cos[\theta]}$$

cioè (dato che risulta $k = 2 \cdot \pi / \lambda$)

$$\lambda_f - \lambda_i = \Delta\lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos[\theta])$$

o analogamente (posto $\lambda \cdot \nu = c$)

$$\frac{h \cdot \nu_f}{h \cdot \nu_i} = \frac{1}{1 + \frac{h \cdot \nu_i}{m_e \cdot c^2} \cdot (1 - \cos[\theta])}$$

Da qui deduciamo il seguente andamento:

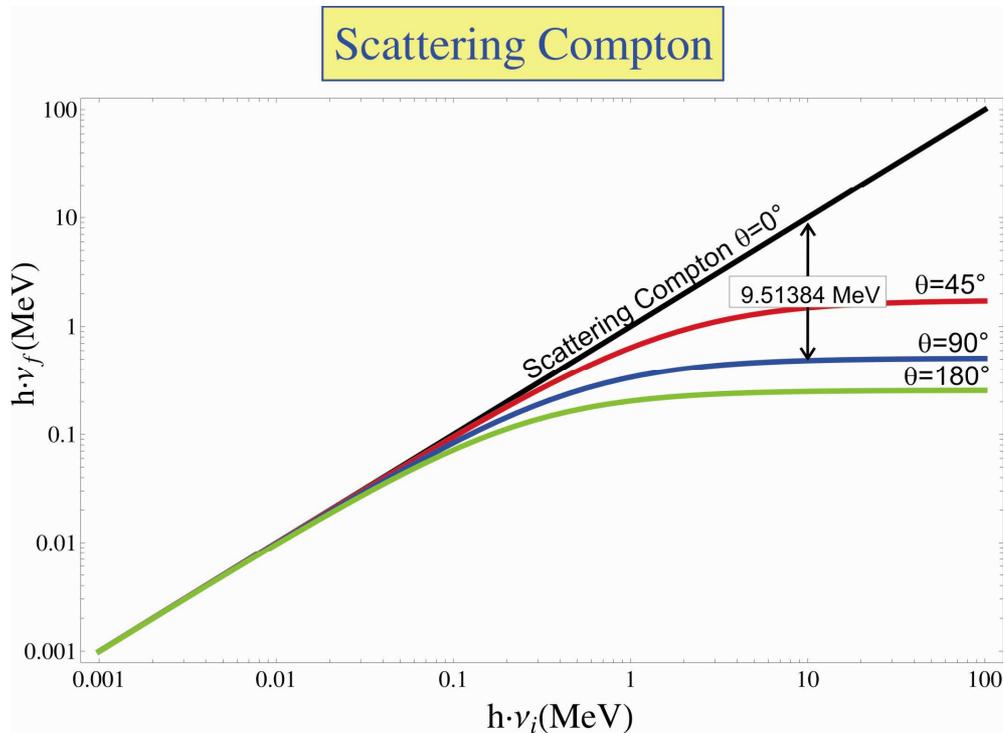


Fig. 2.5 Diffusione Compton di fotoni γ in funzione dell'energia del fotone incidente per diversi valori degli angoli. Ovviamente la massima perdita di energia si ha quando il γ viene riflesso all'indietro (backscattering).

Si può notare che per valori di $h \cdot \nu$ minori di circa 0.1 MeV , tutte le curve convergono lungo la diagonale, indicando che risulta $h \cdot \nu_f = h \cdot \nu_i$ per qualunque angolo di diffusione. L'elettrone, quindi, riceve una frazione trascurabile di energia nell'interazione. La *teoria quantistica dello scattering Compton* fu elaborata nel 1929 da *Oskar Klein* e *Yoshio Nishina*.

Nell'approssimazione dell'elettrone libero e inizialmente a riposo, è in buon accordo con i valori trovati sperimentalmente. La *sezione d'urto differenziale* per unità di angolo solido e per elettrone, al variare dell'angolo del fotone uscente, può essere scritta nella forma seguente

$$\frac{d\sigma_{KN}}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \cdot \left(\frac{h \cdot \nu_f}{h \cdot \nu_i} \right)^2 \cdot \left(\frac{h \cdot \nu_f}{h \cdot \nu_i} + \frac{h \cdot \nu_i}{h \cdot \nu_f} - \sin^2[\theta] \right)$$

dove r_e è il raggio classico dell'elettrone e vale, come abbiamo detto, circa 2.82fm . Se ora sostituiamo al posto di $h \cdot \nu_f$ quanto scritto in precedenza, otterremo il seguente andamento:

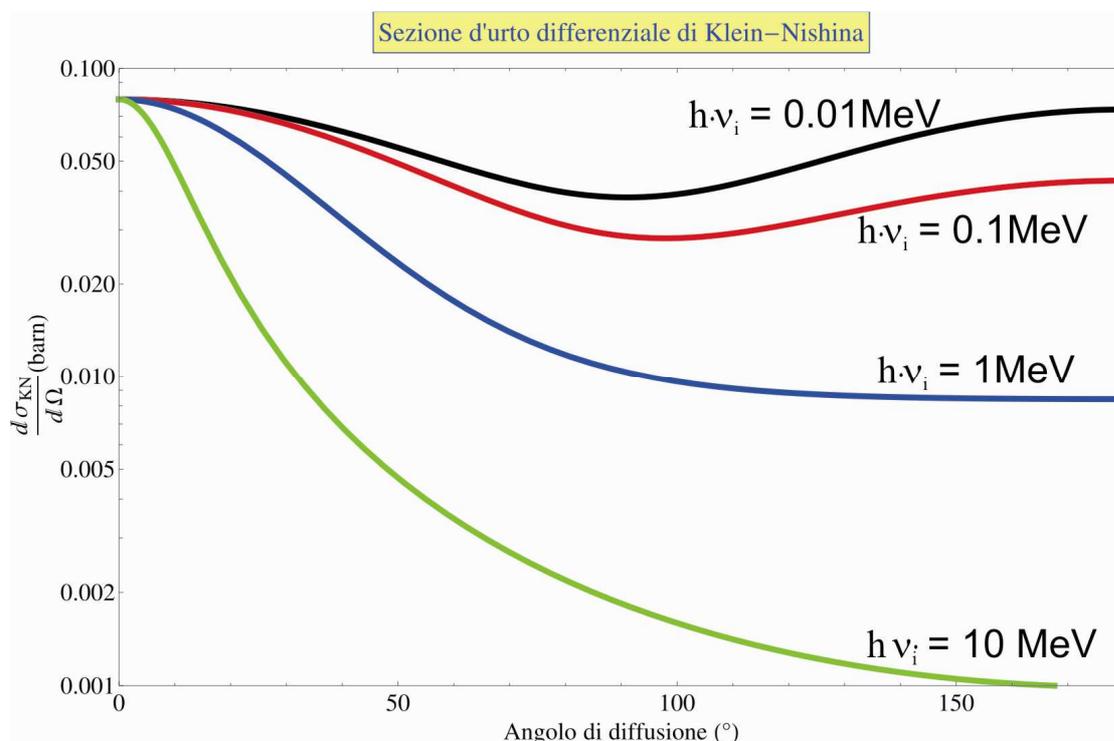


Fig. 2.6 Sezione d'urto di Klein-Nishina in funzione dell'energia del fotone γ incidente.

Per basse energie, poiché si ha $h \cdot \nu_f / h \cdot \nu_i \rightarrow 1$, la sezione d'urto di Klein-Nishina si riduce alla sezione d'urto di Thompson:

$$\frac{d\sigma_{Th}}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \cdot (1 + \cos^2[\theta])$$

È interessante notare che la sezione d'urto dell'effetto Compton, come la sezione d'urto di Rutherford, è proporzionale alla quarta potenza della carica elettrica (attraverso il quadrato della costante $r_e = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot c^2} = 2.82 \text{ fm}$). È

importante notare che la sezione d'urto totale Compton è indipendente dal numero atomico Z del mezzo, in quanto si tratta di un processo di diffusione su elettrone libero e dipende solo dall'energia:

$$\sigma_C(E_\gamma) = \int_{\Omega} \frac{d\sigma_{KN}}{d\Omega} \cdot d\Omega = 2 \cdot \pi \cdot r_e^2 \cdot \left\{ \frac{2}{\epsilon^2} \cdot \left[1 - \frac{1+\epsilon}{2 \cdot \epsilon} \cdot \ln(1+2 \cdot \epsilon) \right] + \frac{1}{2 \cdot \epsilon} \cdot \ln(1+2 \cdot \epsilon) + \frac{1+\epsilon}{(1+2 \cdot \epsilon)^2} \right\}$$

dove si è posto $\epsilon = E_\gamma / m_e \cdot c^2$. Avremo quindi una curva del tipo:

Sezione d'urto totale di Klein–Nishina

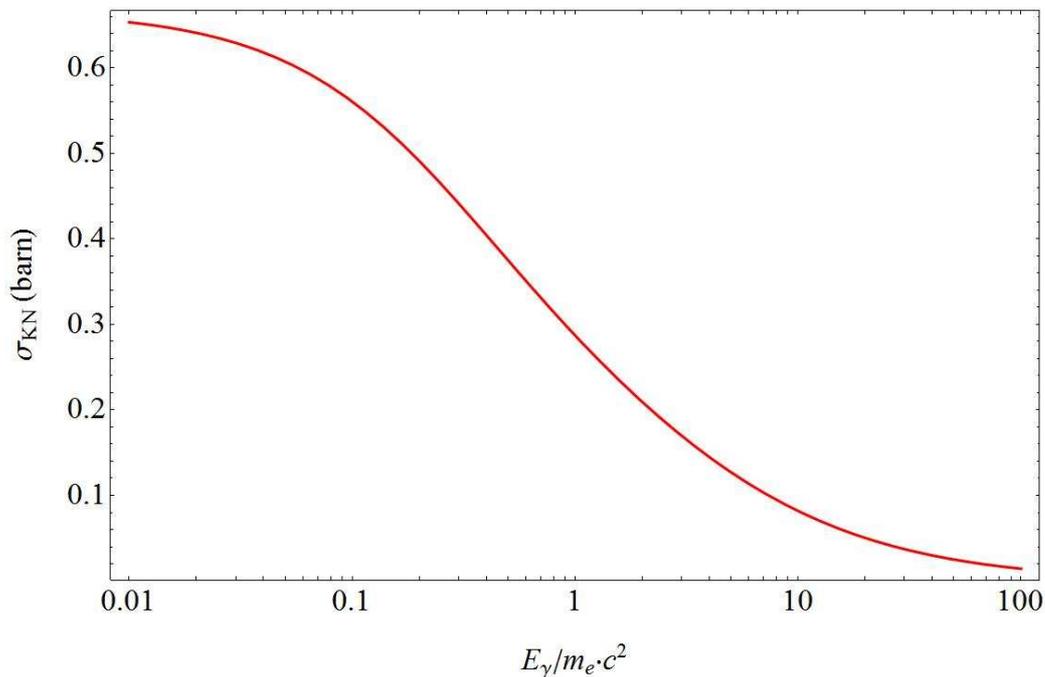


Fig. 2.7 Sezione d'urto totale di Klein-Nishina in funzione dell'energia del fotone incidente $\varepsilon = E_\gamma / (m_e \cdot c^2)$.

Da notare che per $\varepsilon \gg 1$ questa espressione tende a

$$\sigma_c(E_\gamma) = \frac{\pi \cdot r_e^2}{\varepsilon} \cdot \left[\frac{1}{2} + \text{Ln}(2 \cdot \varepsilon) \right]$$

Il *coefficiente di assorbimento* per *effetto Compton* in un materiale con n_A atomi per unità di volume è

$$\mu_c(E_\gamma) = n_A \cdot Z \cdot \sigma_c(E_\gamma) = \frac{N_A \cdot \rho}{A} \cdot Z \cdot \sigma_c(E_\gamma)$$

Creazione di coppie

Quando l'energia è sufficientemente elevata, un fotone può essere assorbito convertendo la sua energia nella massa di una coppia *particella-antiparticella* nel campo elettrico di un nucleo. Il rinculo del nucleo assicura la conservazione dell'impulso. In realtà questo effetto è importante solo per produzione di coppie *elettrone-positrone* che può avvenire se l'energia del fotone è $E_\gamma \geq m_e \cdot c^2$. Considerando che la corrente di un elettrone è equivalente a quella di un positrone con impulso opposto e che l'interazione elettromagnetica è invariante per inversione temporale, ci possiamo convincere che il processo di produzione di coppie $\gamma + A \rightarrow A + e^+ e^-$ ha molte analogie con il processo di irraggiamento da

parte di un elettrone nel campo del nucleo

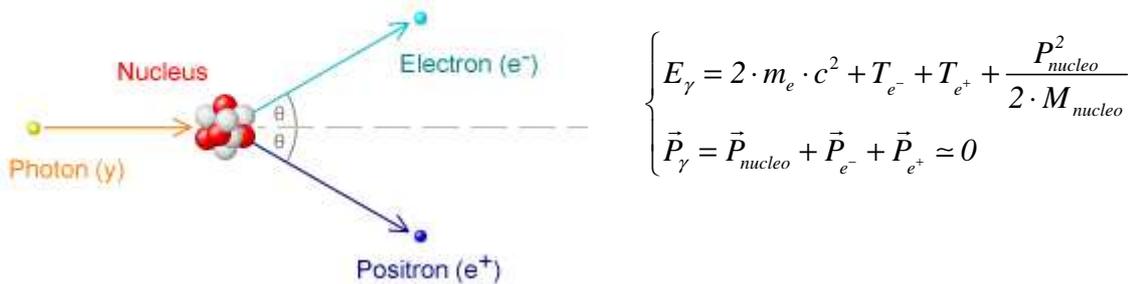


Fig. 2.8 Produzione di coppie elettrone-antielettrone nel campo coulombiano generato da un nucleo.

La creazione di coppie è ovviamente un processo a soglia in cui è richiesto un fotone incidente di energia almeno pari alla somma delle energie a riposo di un elettrone ed un positrone, cioè $2 \cdot m_e \cdot c^2 = 1.022 \text{ MeV}$. Il fotone incidente perde tutta la sua energia E_γ e scompare dando origine a una coppia elettrone-positrone con energie cinetiche rispettivamente pari a T_{e^-} e T_{e^+} .

L'andamento della sezione d'urto differenziale $\frac{d\sigma_{pp}}{dE^\pm}$ fino ad energie dell'ordine della decinadi MeV è del tipo

$$\frac{d\sigma_{pp}}{dE^{e^+e^-}} \approx 4 \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot Z^2 \cdot \frac{F[E_\gamma, E^{e^+e^-}]}{E^{e^+e^-}}$$

dove $F[E_\gamma, E^{e^+e^-}]$ è una funzione che tiene conto dei limiti di integrazione sul parametro d'urto (cioè della distanza minima tra il fotone γ incidente e il nucleo) e dello schermaggio del campo elettrico del nucleo. L'angolo medio di produzione di elettroni e positroni rispetto alla direzione del fotone è $\langle \vartheta \rangle = \frac{m_e \cdot c^2}{E_\gamma}$. La sezione d'urto si ottiene integrando la relazione precedente

$$\sigma_{pp} = 4 \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot Z^2 \cdot \int_0^{E_\gamma - 2 \cdot m_e \cdot c^2} \frac{F[E_\gamma, E^{e^+e^-}]}{E^{e^+e^-}} \cdot dE^{e^+e^-}$$

- per energia $\frac{E_\gamma}{m_e \cdot c^2} \ll \frac{1}{\sqrt[3]{Z} \cdot \alpha}$ la carica del nucleo non è schermata e l'integrale vale

$$\sigma_{pp}(E_\gamma) = \frac{7}{9} \cdot \text{Log} \left[\frac{2 \cdot E_\gamma}{m_e \cdot c^2} \right] - \frac{109}{54}$$

- per energia $\frac{E_\gamma}{m_e \cdot c^2} \gg \frac{1}{\sqrt[3]{Z} \cdot \alpha}$ la carica del nucleo è parzialmente schermata

e l'integrale vale

$$\sigma_{pp}(E_\gamma) = \frac{7}{9} \cdot \text{Log} \left[\frac{183}{\sqrt[3]{Z}} \right] - \frac{1}{54}$$

Nella seguente tabella sono indicati, per alcuni elementi, le energie in MeV al di sopra delle quali la σ_{cc} supera il 50% della sezione d'urto totale ($E_{1/2}^{cc}$).

Z	Elemento	$E_{1/2}^{cc}$ (MeV)
6	Carbonio	28.0
8	Ossigeno	20.0
13	Alluminio	15.0
26	Ferro	9.5
74	Tungsteno	5.2
82	Piombo	5.0
92	Uranio	4.8

Tab. 2.2 Tabella delle energie alle quali la sezione d'urto per produzione di coppie diviene superiore al 50% della sezione d'urto totale di assorbimento.

Osserviamo infine che il positrone, una volta che sia *termalizzato*, può annichilirsi con un elettrone dando luogo a 2 γ ciascuno di 511 KeV, attraverso il processo $e^+ + e^- \rightarrow 2 \cdot h \cdot \nu$

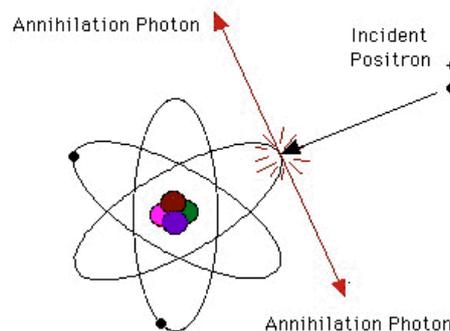


Fig. 2.9 Annichilazione di una coppia elettrone-antielettrone

La sezione d'urto di produzione di coppie e^+e^- , che ha la soglia a $E_\gamma = 2 \cdot m_e \cdot c^2$, cresce lentamente con il logaritmo dell'energia del fotone e diventa approssimativamente costante a energia $E_\gamma \gg \frac{m_e \cdot c^2}{\sqrt[3]{Z} \cdot \alpha}$. Il coefficiente di assorbimento in un materiale che

contiene n_A nuclei per unità di volume è $\mu_{pp} = n_A \cdot \sigma_{pp} = \frac{N_A \cdot \rho}{A} \cdot \sigma_{pp}$ e, dalla definizione di cammino di radiazione, per fotoni di energia elevata è

$$\mu_{pp}(E_\gamma) = n_A \cdot \sigma_{pp}(E_\gamma) \sim \frac{7}{9} \cdot \frac{N_A \cdot \rho}{A} \cdot \text{Log} \left[\frac{183}{\sqrt[3]{Z}} \right] = \frac{7}{9} \cdot \frac{1}{X_0}$$

Quindi un fotone di energia elevata ha una *probabilità di conversione* pari a $e^{-\frac{7}{9} \frac{x}{X_0}}$ nell'attraversare un materiale di spessore x .

La sezione d'urto dei diversi processi con cui i fotoni interagiscono con gli atomi o con i nuclei (*effetto fotoelettrico*, *effetto Compton* e *produzione di coppie*) dipende, come si è detto, dall'energia E_γ del fotone incidente e dalle proprietà dei materiali (densità, numero atomico e peso atomico). La seguente figura mostra la sezione d'urto totale (risultati sperimentali) e il risultato del calcolo dei diversi contributi alla sezione d'urto in funzione dell'energia nel carbonio e nel piombo. La sezione d'urto per effetto fotoelettrico decresce rapidamente con l'aumentare dell'energia e si osservano le soglie di eccitazione degli elettroni dei diversi strati atomici, la sezione d'urto per produzione di coppie elettrone-positrone aumenta rapidamente dopo la soglia ($E_\gamma > 2 \cdot m_e \cdot c^2$) e poi diventa approssimativamente costante, mentre il contributo dell'*effetto Compton* è più importante nella regione di energia intermedia ($100 \text{ keV} < E_\gamma < 10 \text{ MeV}$).

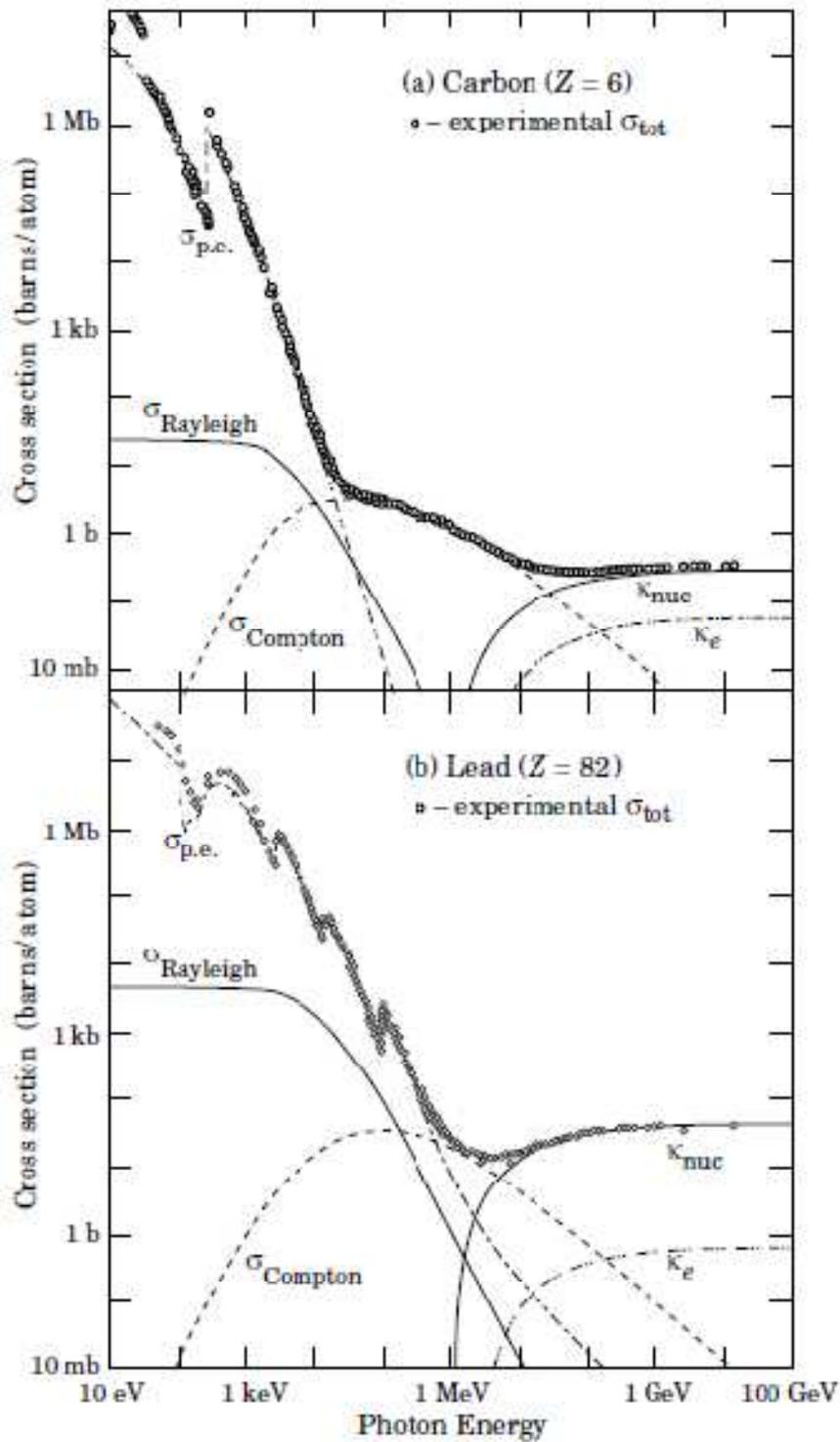


Fig. 2.10 Sezione d'urto totale di fotoni in Carbonio e Piombo in funzione dell'energia

Il coefficiente di assorbimento dei fotoni è la somma dei vari contributi $\mu = \mu_c + \mu_f + \mu_{pp}$. In figura seguente è riportato l'andamento dei coefficienti di

attenuazione lineari $\lambda = 1/\mu$, misurata in $gr \cdot cm^{-2}$ delle singole interazioni in funzione dell'energia del fotone incidente,

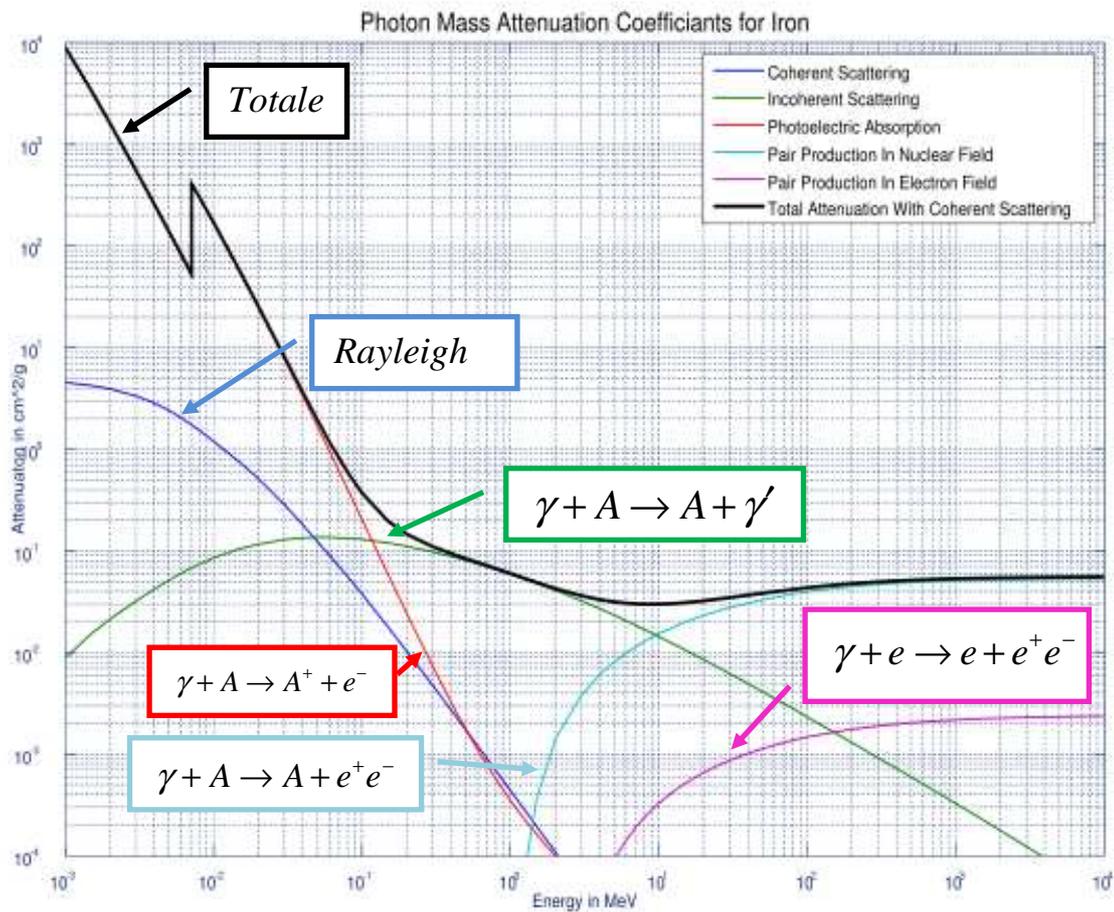


Fig. 2.11 Andamento in funzione dell'energia della lunghezza di attenuazione per i diversi processi

mentre nella seguente figura è riportato l'andamento dei coefficienti di attenuazione lineari per diversi materiali

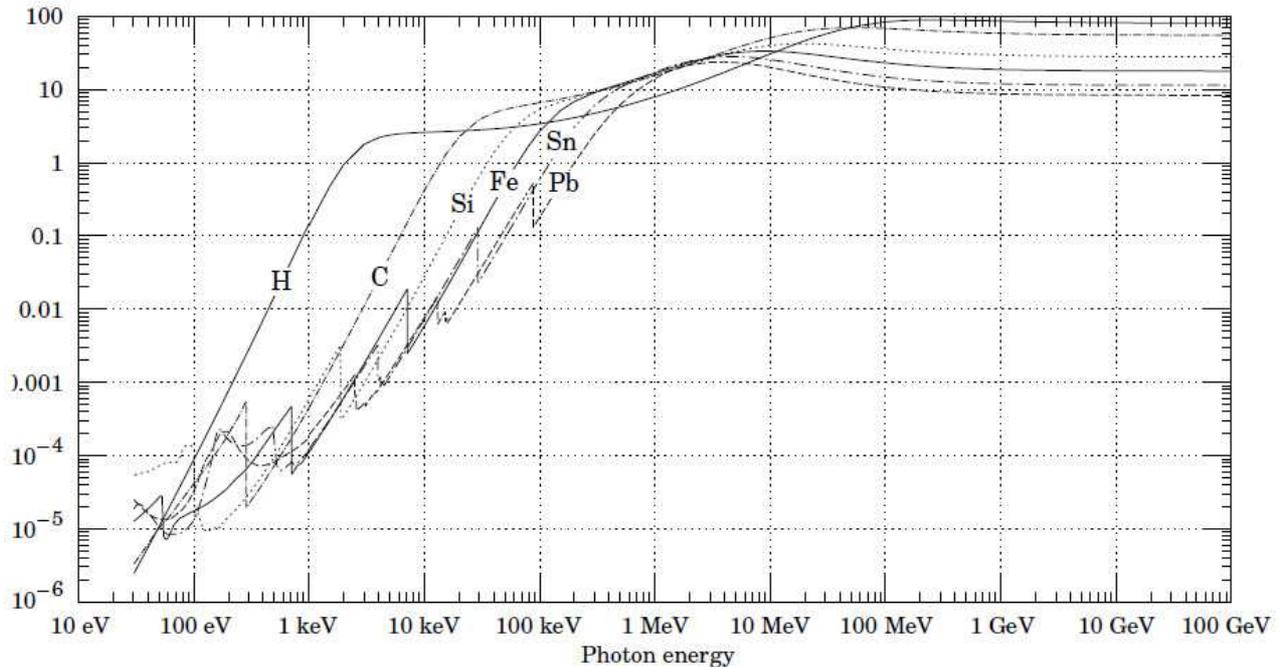


Fig. 2.12 Lunghezza di assorbimento di fotoni in diversi elementi in funzione dell'energia

2.2 Interazione di particelle cariche (e, p, α ioni pesanti) con la materia

Le particelle cariche nell'attraversare i materiali sono soggette a interazioni elettromagnetiche con gli atomi e i nuclei atomici. A causa di queste interazioni le particelle perdono parte dell'energia cinetica e cambiano direzione. I principali effetti sono:

- perdita di energia per ionizzazione ed eccitazione degli atomi.
- La radiazione Čerenkov.
- La radiazione di transizione.
- La diffusione coulombiana multipla.
- L'irraggiamento.
- La produzione di sciame elettrofotonici.

Perdita di energia per ionizzazione ed eccitazione degli atomi Le collisioni anelastiche con gli elettroni atomici possono essere considerate come le principali responsabili della perdita di energia per le particelle cariche pesanti nella materia. In queste collisioni (con $\sigma_{Tot} \sim 10^7 \div 10^8 \text{ barn}$), è trasferita energia dalla particella all'atomo, causando una ionizzazione o una eccitazione di quest'ultimo. La quantità di energia trasferita in ogni singola collisione è generalmente una frazione molto piccola dell'energia cinetica totale della particella; ad ogni modo, in un mezzo di media densità, il numero di collisioni per unità di percorso è talmente grande che si

osserva complessivamente una grande perdita di energia persino in spessori sottili di materiale. Un *protone* di 10 MeV , ad esempio, perde quasi tutta la sua energia in soli 0.25 mm di rame. Queste collisioni atomiche sono tradizionalmente suddivise in due gruppi:

- *collisioni soft* : il cui risultato è solo un'eccitazione dell'atomo.
- *collisioni hard*: in cui l'energia trasferita è sufficiente per causare la ionizzazione dell'atomo colpito; in alcune di queste reazioni, di fatto, viene trasferita un'energia sufficiente affinché l'elettrone stesso causi una rilevante ionizzazione secondaria. Questi elettroni di rinculo di alta energia sono a volte indicati come *raggi δ o elettroni di knock-on*.

Lo *scattering elastico* da parte dei nuclei accade frequentemente anche se non così spesso come le *collisioni elettroniche*. In generale, in questo tipo di collisione, è trasferita al mezzo una quantità molto piccola di energia, dato che la massa dei nuclei di molti materiali è di solito grande rispetto a quella della particella incidente. Quando le masse diventano confrontabili, ad esempio per una particella α che attraversa un materiale idrogenato, una quantità non trascurabile di energia viene persa anche attraverso l'interazione colombiana con i nuclei. Ad ogni modo, la maggior parte dell'energia persa è dovuta ancora alle collisioni con gli elettroni atomici. Va sottolineato che ogni singola collisione è un processo statistico che può avvenire cioè con una certa probabilità. Poiché il numero di collisioni lungo un percorso finito è comunque grande, le fluttuazioni dell'energia totale persa sono piccole e si può ragionevolmente considerare la *perdita di energia media per unità di lunghezza del mezzo*. Questa quantità, spesso chiamata *stopping power* o semplicemente indicata con dE_p/dx fu inizialmente calcolata da *Bohr* usando argomentazioni classiche e successivamente da *Bethe e Block*, usando i principi della meccanica quantistica. L'espressione della perdita di energia per unità di lunghezza percorsa ricavata da *Bethe-Block* è:

$$\frac{dE_p}{dx} = - \underbrace{4 \cdot \pi \cdot N_A \cdot m_e \cdot c^2 \cdot r_e^2}_{0.1535 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2 / \text{gr}} \cdot \frac{\rho_T \cdot Z_T}{PA} \cdot \frac{Z_p^2}{\beta_p^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \text{Log} \left(\frac{2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \beta_p^2 \cdot \gamma_p^2 \cdot W_{max}}{\langle U \rangle^2} \right) - \beta_p^2 \right]$$

dove si è posto

$$\left\{ \begin{array}{l}
 W_{\max} = \frac{2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \beta_p^2 \cdot \gamma_p^2}{\left[1 + 2 \cdot \frac{m_e \cdot \gamma_p}{M_p} + \left(\frac{m_e}{M_p} \right)^2 \right]} \quad \begin{array}{l} \text{energia cinetica massima trasferibile all'elettrone atomico} \\ \text{in una singola collisione (knock-on)} \end{array} \\
 \langle U \rangle \propto 10 \text{ eV} \cdot Z \quad \text{potenziale di interazione atomico medio, calcolato tramite formule empiriche} \\
 r_e = \frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot m_e \cdot c^2} = 2.81794092(4) \text{ fm} \quad \text{raggio classico dell'elettrone} \\
 \rho_T \quad \text{densità del mezzo in } \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \\
 \beta_p = \frac{v_p}{c} \quad \text{dove } v_p \text{ è la velocità corrente della particella} \\
 \gamma_p = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_p^2}}
 \end{array} \right.$$

Cerchiamo ora di capire come si ottenga un'espressione di questo tipo, per l'interazione tra particelle cariche. Quando una particella passa vicino a un'altra particella carica, tra le due si esercita una *forza coulombiana*

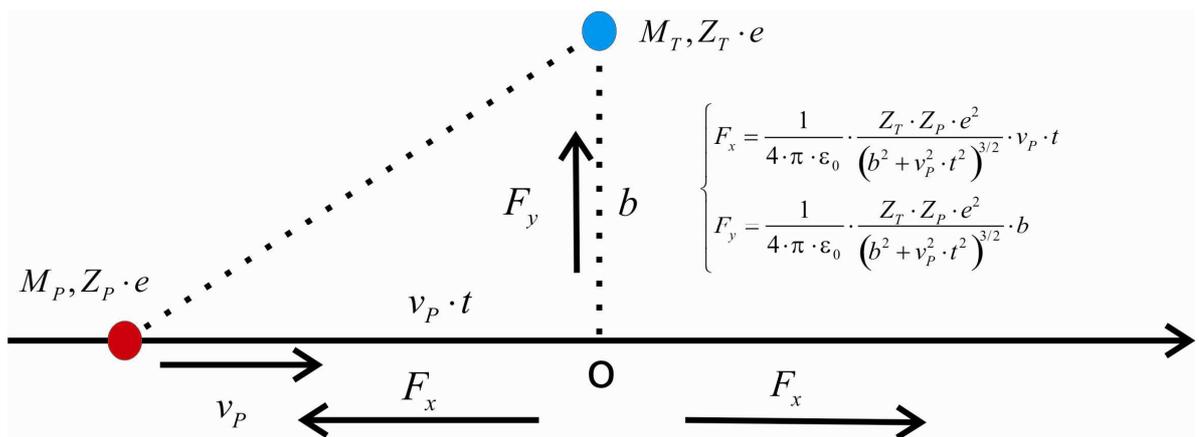


Fig. 2.13 L'interazione coulombiana tra due particelle cariche.

Il momento trasferito dalla *componente x* della forza è nullo, perché tale forza è simmetrica rispetto al punto *O* (dapprima la forza F_x è *repulsiva* e poi diventa *attrattiva*). Invece la *componente y* della forza, determina una variazione di impulso sulla particella incidente pari a

$$\delta p_y = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Z_T \cdot Z_p \cdot e^2}{(b^2 + v_p^2 \cdot t^2)^{3/2}} \cdot b \cdot dt$$

La F_y può essere anche molto grande, ma il *tempo di interazione* è piccolo, per cui

vale l'approssimazione

$$\begin{aligned} \delta p_y &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{Z_T \cdot Z_P \cdot e^2}{(b^2 + v_P^2 \cdot t^2)^{3/2}} \cdot b \cdot dt \sim \frac{Z_T \cdot Z_P \cdot e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \int_{-\epsilon}^{+\epsilon} \frac{b \cdot dt}{(b^2 + v_P^2 \cdot t^2)^{3/2}} \sim \frac{Z_T \cdot Z_P \cdot e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot b^2} \cdot 2 \cdot \epsilon = \\ &= \frac{Z_T \cdot Z_P \cdot e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot b^2} \cdot 2 \cdot \frac{b}{v_P} = \frac{2 \cdot Z_T \cdot Z_P \cdot m_e \cdot c^2 \cdot r_e}{b \cdot v_P} \quad \text{dove si è quantificato il tempo di interazione } \epsilon = \frac{b}{v_P} \end{aligned}$$

L'energia trasferita dal *proiettile* sul *bersaglio*(quindi l'energia persa dal proiettile) è

$$\delta E_p = \frac{\delta p_y^2}{2 \cdot M_T} = \frac{2 \cdot Z_T^2 \cdot Z_P^2 \cdot r_e^2 \cdot m_e^2 \cdot c^4}{M_T \cdot b^2 \cdot v_P^2}$$

Se facciamo il rapporto quindi tra l'energia che il proiettile trasferisce sugli elettroni e sul nucleo del bersaglio, otteniamo

$$\frac{\delta E_p(\text{elettroni})}{\delta E_p(\text{nucleo})} = \frac{A \cdot m_p}{Z \cdot m_e} \sim 4.000$$

Per cui praticamente tutta l'energia trasferita dal proiettile al bersaglio viene acquisita dagli elettroni atomici. L'energia trasferita sul singolo elettrone atomico è quindi

$$\delta E_p = \frac{2 \cdot Z_P^2 \cdot r_e^2 \cdot m_e \cdot c^4}{b^2 \cdot v_P^2}$$

Nel suo cammino all'interno della materia, la quantità di elettroni, con distanza compresa tra b e $b+db$, che il proiettile incontra in un tratto di strada di lunghezza dx , è

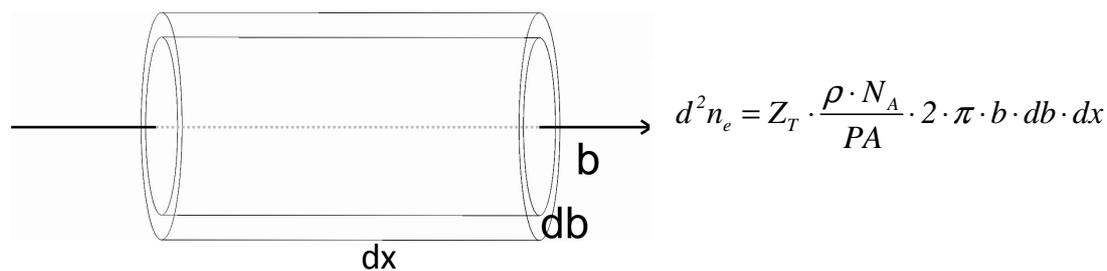


Fig. 2.14 Il calcolo degli elettroni che una particella carica incontra nel suo cammino.

L'energia persa dal proiettile negli scambi di energia con gli elettroni del bersaglio è pertanto

$$d^2 E_p = \frac{\rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot Z_T \cdot Z_P^2 \cdot r_e^2 \cdot m_e \cdot c^4}{b \cdot v_P^2} \cdot db \cdot dx$$

e quindi l'energia persa nel tratto dx risulta allora

$$dE_P = -\frac{\rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot Z_T \cdot Z_P^2 \cdot r_e^2 \cdot m_e \cdot c^4}{v_P^2} \cdot \left(\int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{db}{b} \right) \cdot dx =$$

$$= -\frac{\rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot Z_T \cdot Z_P^2 \cdot r_e^2 \cdot m_e \cdot c^4}{v_P^2} \cdot \text{Log} \left[\frac{b_{max}}{b_{min}} \right] \cdot dx$$

Il valore di b_{min} può essere determinato considerando la cinematica degli urti

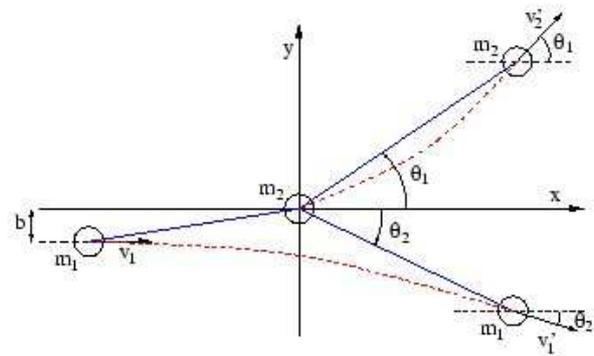
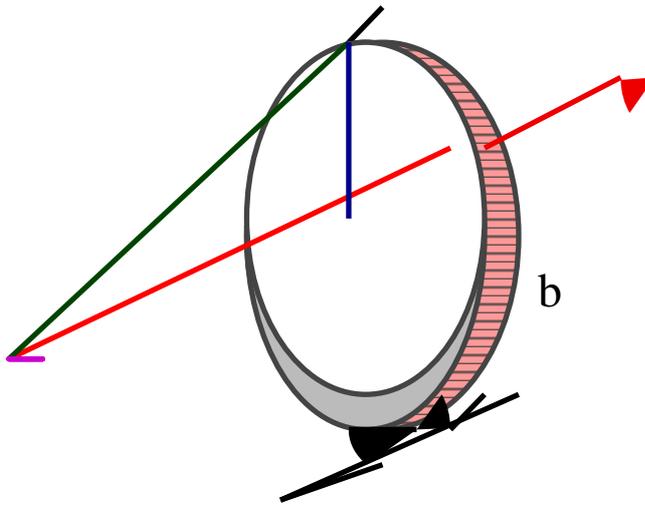


Fig. 2.15 Calcolo del valore di b_{min} .

Dalla conservazione dell'energia e della quantità di moto otteniamo nel nostro caso:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \cdot M_P \cdot v_P^2 = \frac{1}{2} \cdot M_P \cdot v_P'^2 + \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 \\ M_P \cdot v_P = M_P \cdot v_P' \cdot \text{Cos}(\theta_1) + m_e \cdot v_e \cdot \text{Cos}(\theta_2) \\ 0 = M_P \cdot v_P' \cdot \text{Sin}(\theta_1) - m_e \cdot v_e \cdot \text{Sin}(\theta_2) \end{cases}$$

Da cui otteniamo

$$E_e = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_e^2 = E_P \cdot \frac{4 \cdot m_e \cdot M_P}{(M_P + m_e)^2} \cdot \text{Cos}^2(\theta_2)$$

L'energia massima trasferibile all'elettrone nel processo di urto è

$$W_{max} = E_P \cdot \frac{4 \cdot m_e \cdot M_P}{(M_P + m_e)^2} \sim 2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \left(\frac{v_P^2}{c^2} \right)$$

da cui si ricava

$$W_{max} = \frac{2 \cdot m_e \cdot Z_P^2 \cdot r_e^2 \cdot c^4}{b_{min}^2 \cdot v_P^2} \Rightarrow b_{min} = \frac{Z_P}{v_P} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m_e}{W_{max}}} \cdot r_e \cdot c^2$$

Analogamente la distanza massima di interazione sarà quella alla quale *l'interazione colombiana* tra *l'elettrone dell'atomo bersaglio* ed il *nucleo del proiettile* è paragonabile all'energia di ionizzazione media dell'elettrone, visto che per distanze maggiori gli effetti dell'interazione sull'elettrone possono essere trascurati. Dal *modello di semiclassico di Bohr* sappiamo che *l'energia legame* dell'elettrone risulta essere la metà dell'*energia potenziale*. Avremo allora

$$\frac{Z_P \cdot e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot b_{max}} = \frac{Z_P \cdot m_e \cdot c^2 \cdot r_e}{b_{max}} = \mathcal{E}_{ion} = \frac{1}{2} \cdot \underbrace{\langle U \rangle}_{\text{Potenziale di interazione medio}} \Rightarrow b_{max} = \frac{2 \cdot Z_P \cdot m_e \cdot c^2 \cdot r_e}{\langle U \rangle}$$

Per cui avremo

$$\begin{aligned} \frac{dE_P}{dx} &= -\frac{\rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot Z_T \cdot Z_P^2 \cdot r_e^2 \cdot m_e \cdot c^4}{v_P^2} \cdot \text{Log} \left[\frac{v_P}{\langle U \rangle} \cdot \sqrt{2 \cdot m_e \cdot W_{max}} \right] = \\ &= -\frac{\rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot Z_T \cdot Z_P^2 \cdot r_e^2 \cdot m_e \cdot c^2}{\left(\frac{v_P^2}{c^2} \right)} \cdot \frac{1}{2} \cdot \text{Log} \left[\frac{W_{max} \cdot 2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \left(\frac{v_P^2}{c^2} \right)}{\langle U \rangle^2} \right] \end{aligned}$$

Nel *modello atomico di Thomas-Fermi* $\langle U \rangle$ è approssimativamente uguale a Z_T volte quello dell'atomo di idrogeno (così che risulta $m_e \cdot c^2 / \langle U \rangle = 3.6 \cdot 10^4 / Z_T$), quindi la perdita di energia per ionizzazione ha una piccola dipendenza dal tipo di atomo:

$$\frac{dE_P}{dx} = -\frac{\rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot Z_T \cdot Z_P^2 \cdot r_e^2 \cdot m_e \cdot c^2}{\left(\frac{v_P^2}{c^2} \right)^2} \cdot \text{Log} \left[\frac{2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \left(\frac{v_P^2}{c^2} \right)}{\langle U \rangle} \right]$$

$\xrightarrow{\text{per } v_P \approx c}$

$$\sim -\frac{\rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \left(4 \cdot \pi \cdot Z_T \cdot Z_P^2 \cdot r_e^2 \cdot m_e \cdot c^2 \right) \cdot \text{Log} \left[\frac{3.6 \cdot 10^4}{Z_T} \right]$$

Questo risultato è stato ottenuto utilizzando le leggi classiche della dinamica e pertanto valido nell'ipotesi $\gamma \rightarrow 1$, utilizzando le espressioni relativistiche possiamo ottenere il risultato nella sua forma definitiva:

$$\frac{dE_p}{dx} = - \underbrace{4 \cdot \pi \cdot N_A \cdot m_e \cdot c^2 \cdot r_e^2}_{0.1535 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2 / \text{gr}} \cdot \frac{\rho_T \cdot Z_T}{PA} \cdot \frac{Z_p^2}{\beta_p^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \text{Log} \left(\frac{2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \beta_p^2 \cdot \gamma_p^2 \cdot W_{max}}{\langle U \rangle^2} \right) - \beta_p^2 \right]$$

Nella figura seguente riportiamo l'andamento della dE/dx di Bethe-Block per un fascio di protoni in diversi materiali:

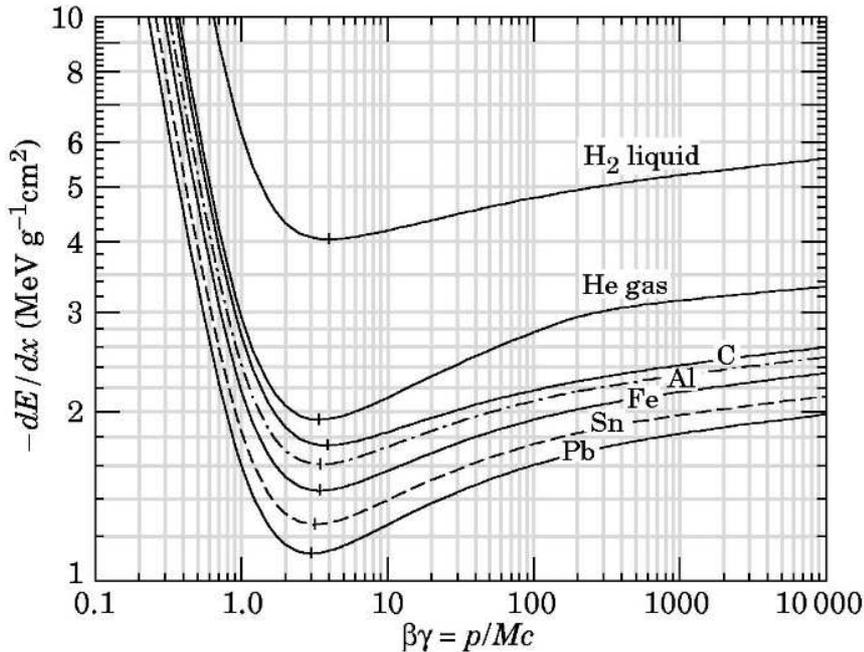


Fig. 2.16 Perdita di energia di un fascio di protoni in materiali diversi.

Nella pratica vengono aggiunte normalmente 2 correzioni:

1. l'effetto densità δ , legato al fatto che il campo elettrico della particella incidente tende a polarizzare gli atomi lungo il suo percorso, attraendo a se la nuvola elettronica degli atomi che incontra nel suo percorso.
2. la correzione di shell $C(\langle U \rangle, v_p)$, che diventa importante quando la velocità della particella incidente è confrontabile o minore della velocità orbitale degli elettroni legati del mezzo: a tali energie, infatti, l'assunzione che l'elettrone sia fermo rispetto alla particella incidente non è più valida e la formula di Bethe-Bloch necessita di una correzione.

La formula ricorretta è data dalla seguente espressione:

$$\frac{dE_P}{dx} = - \frac{4 \cdot \pi \cdot N_A \cdot m_e \cdot c^2 \cdot r_e^2}{0.1535 \text{ MeV} \cdot \text{cm}^2 / \text{gr}} \cdot \frac{\rho_T \cdot Z_T}{PA} \cdot \frac{Z_P^2}{\beta_P^2} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \text{Log} \left(\frac{2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \beta_P^2 \cdot \gamma_P^2 \cdot W_{max}}{\langle U \rangle^2} \right) - \beta_P^2 - \frac{\delta}{2} - \frac{C(\langle U \rangle, v_P)}{Z_T} \right]$$

Il risultato della precedente espressione nel caso di protoni su $^{63}\text{Cu}_{29}$, è il seguente

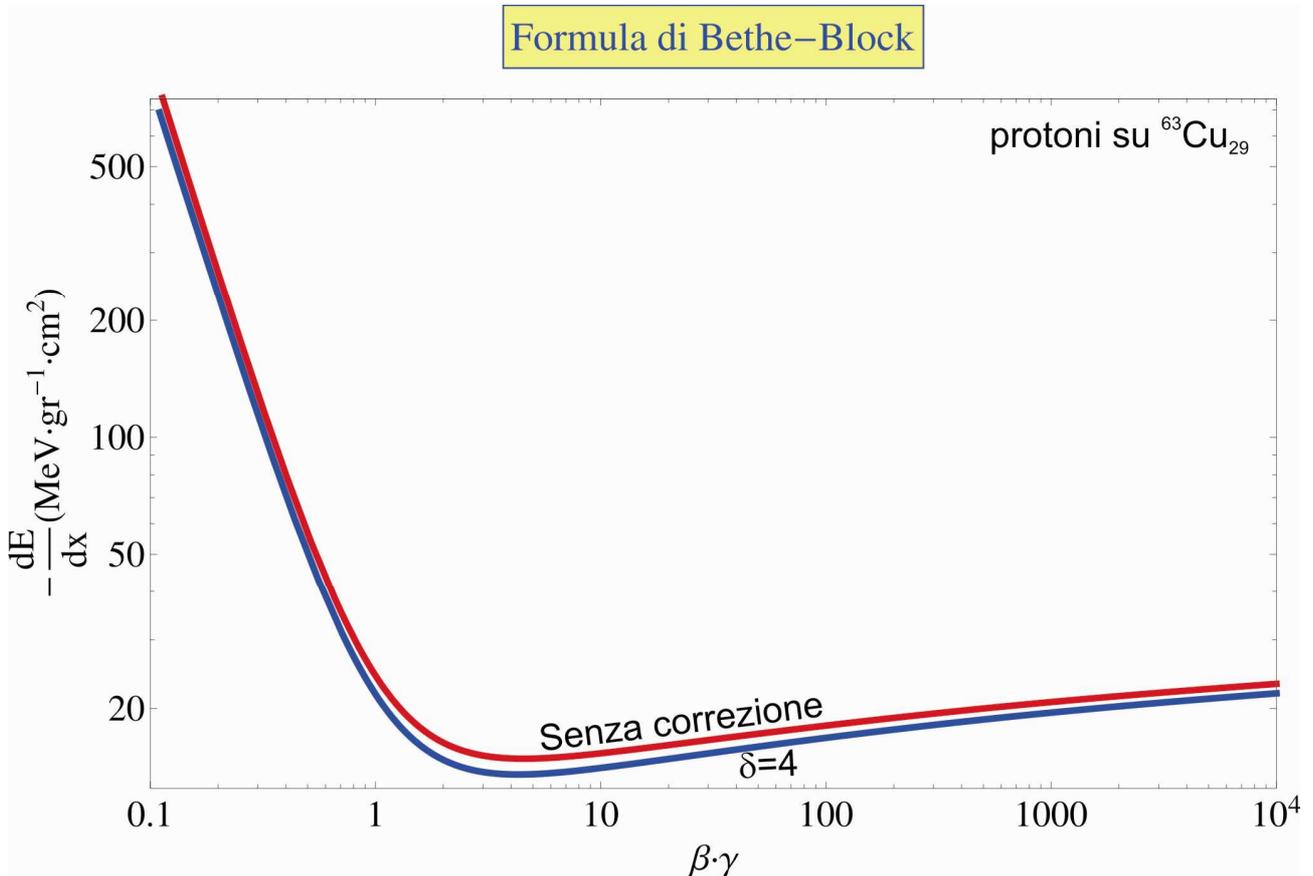


Fig. 2.17 Effetti della correzioni sulla formula di Bethe-Block

Notiamo che la curva presenta un minimo, che è circa lo stesso per tutte le particelle della stessa carica. E' evidente, dalla precedente figura, che l'energia persa per unità di lunghezza varia al variare dell'energia cinetica della particella. Tale perdita diventa molto maggiore alla fine del percorso della particella (cioè per $\beta_P \cdot \gamma_P \rightarrow 0$). Per elettroni e positroni, invece, il rilascio di energia in funzione dello spessore attraversato è differente a causa di ulteriori meccanismi che intervengono nella loro interazione con la materia e che illustreremo in seguito. L'andamento della perdita di energia delle particelle positive pesanti in funzione della profondità del mezzo, noto come *picco di Bragg*, è rilevabile nella figura successiva per un fascio di *protoni* a 250 MeV . Tali particelle hanno un picco di ionizzazione subito prima della fine del

loro percorso quando si legano ad un elettrone del mezzo e non ionizzano più. In figura è riportato il comportamento di *neutroni*, *protoni*, *x* ed *elettroni*, immersi in 30 cm di H_2O .

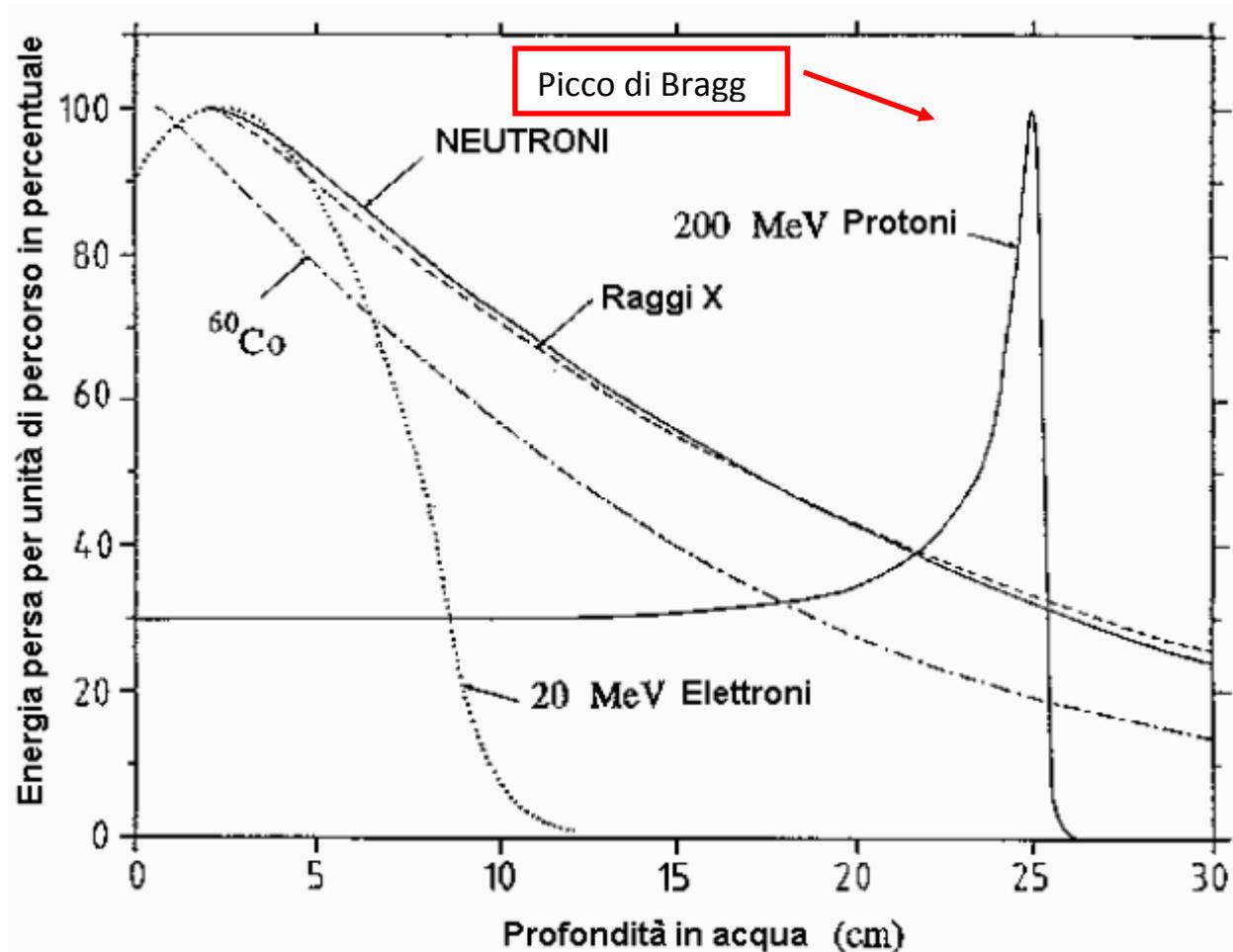


Fig. 2.18 Perdita di energia per diversi tipi di radiazione in 30 cm di acqua

La sezione d'urto del processo di collisione inelastica tra una particella con velocità v_p e un singolo atomo bersaglio si può derivare facilmente in funzione dell'energia W trasferita dalla particella incidente sul bersaglio, dall'espressione che lega W al parametro d'urto:

$$b = \frac{Z_p}{v_p} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m_e}{W}} \cdot r_e \cdot c^2 \Rightarrow db = -\frac{Z_p}{v_p} \cdot \sqrt{\frac{m_e}{2 \cdot W^3}} \cdot r_e \cdot c^2 \cdot dW \Rightarrow$$

$$d\sigma = 2 \cdot \pi \cdot b \cdot db = 2 \cdot \pi \cdot \frac{Z_p^2}{\beta_p^2} \cdot \frac{m_e \cdot c^2}{W^2} \cdot r_e^2 \cdot dW \Rightarrow \frac{d\sigma}{dW}(W) = 2 \cdot \pi \cdot \frac{Z_p^2}{\beta_p^2} \cdot \frac{m_e \cdot c^2}{W^2} \cdot r_e^2$$

Come si è detto, la formula di *Bethe-Block* dice quanta energia viene persa in media da una particella carica che attraversa uno spessore x . La perdita di energia per ionizzazione in un materiale è infatti un processo statistico che avviene con successive

collisioni con gli elettroni degli atomi del mezzo. Il numero di collisioni nel tratto dx con trasferimento di energia nell'intervallo $W \div W + dW$ può essere calcolato a partire dalla precedente *sezione d'urto* e risulta uguale a

$$f(W) \cdot dW \cdot dx = \frac{Z_T \cdot \rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot dx \cdot \frac{d\sigma}{dW} \cdot dE_p = 2 \cdot \pi \cdot \frac{Z_T \cdot \rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{Z_P^2}{\beta_P^2} \cdot \left(\frac{m_e \cdot c^2}{W^2} \right) \cdot r_e^2 \cdot dx \cdot dW$$

da cui si deduce che la *funzione di distribuzione degli urti* (in $\text{MeV}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$) della *particella incidente nella materia* è

$$f(W) = 2 \cdot \pi \cdot \frac{Z_T \cdot \rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{Z_P^2}{\beta_P^2} \cdot \left(\frac{m_e \cdot c^2}{W^2} \right) \cdot r_e^2$$

L'energia ceduta in una singola collisione può variare in un ampio intervallo, dalla minima energia di eccitazione degli atomi del mezzo \mathcal{E}_{ion} al valore massimo W_{max} , che per una particella di massa $M_p \gg m_e$, risulta essere $W_{max} = 2 \cdot m_e \cdot v_p^2 = 2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \beta_P^2$. La perdita media di energia in uno spessore dx può essere ora scritta come:

$$\frac{dE_p}{dx} = - \underbrace{\frac{1}{2} \cdot W^2 \cdot f(W)}_{\text{Questo termine è indipendente da } W} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \text{Log} \left(\frac{2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \beta_P^2 \cdot \gamma_P^2 \cdot W_{max}}{\langle U \rangle^2} \right) - \beta_P^2 - \frac{\delta}{2} - \frac{C(\langle U \rangle, v_p)}{Z_T} \right]$$

Questo termine è indipendente da W

media persa in un singolo processo di urto da una particella di energia E_p

Quindi, considerando dei piccoli ma finiti *spessori* x di materia (nei quali quindi la particella incidente perderà solo una minima parte della sua energia cinetica), indicando con β_p la sua velocità iniziale (e con E_p la sua energia cinetica), attraverso di essi si perderà *mediamente* un'energia pari a:

$$\bar{W} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot f(W) \cdot W^2 \cdot x}_{\text{Numero medio di urti per una particella con velocità } c \cdot \beta_p \text{ che attraversa uno spessore } x} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \text{Log} \left(\frac{2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \beta_P^2 \cdot \gamma_P^2 \cdot W_{max}}{\langle U \rangle^2} \right) - \beta_P^2 - \frac{\delta}{2} - \frac{C(\langle U \rangle, v_p)}{Z_T} \right]$$

$$= \xi \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \text{Log} \left(\frac{2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \beta_P^2 \cdot \gamma_P^2 \cdot W_{max}}{\langle U \rangle^2} \right) - \beta_P^2 - \frac{\delta}{2} - \frac{C(\langle U \rangle, v_p)}{Z_T} \right]$$

dove si suppone $E_p \gg \bar{W}$ e si è posto

$$\xi = \frac{\rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{4 \cdot \pi \cdot Z_T \cdot Z_P^2 \cdot r_e^2 \cdot m_e \cdot c^2}{\beta_P^2} \cdot x \quad \text{in MeV}$$

L'energia persa nello spessore x fluttua, di volta in volta, attorno al valor medio \bar{W} ed è caratterizzata da una certa funzione di distribuzione $\Phi[x, \bar{W}, W]$. La determinazione di questa funzione è complicata dal fatto che, se l'energia cinetica E_p della particella è grande, questa può perderne una frazione anche molto elevata in una singola collisione. La trattazione delle fluttuazioni di energia persa, attraverso piccoli spessori di materia, è stata fatta originariamente da *Bohr* con l'ipotesi l'energia perduta nelle singole collisioni sia molto minore dell'energia cinetica E_p della particella (e quindi che le particelle debbano compiere un numero molto grande di urti prima di arrestarsi). Il numero medio di collisioni, nello spessore x , con trasferimento di energia nell'intervallo $W \div W + dW$, è

$$f(W) \cdot x \cdot dW = 2 \cdot \frac{\xi}{W^2} \cdot dW$$

- Nell'ipotesi $E_p/\xi \rightarrow \infty$ possiamo interpretare il valore di energia ξ come quello per cui si ha in media una sola collisione con perdita di energia $W \geq \xi$ nello spessore x . Possiamo scrivere infatti:

$$\int_{\xi}^{E_p} f(W) \cdot x \cdot dW = 2 \cdot \xi \cdot \int_{\xi}^{E_p} \frac{1}{W^2} \cdot dW \sim 2 \cdot \xi \cdot \int_{\xi}^{\infty} \frac{1}{W^2} \cdot dW = 1$$

Per cui possiamo prendere in considerazione solo collisioni per le quali risulti $W < \xi$.

L'altra ipotesi fatte da *Bohr* è stata:

- lo spessore x , per quanto piccolo, è comunque sufficientemente grande in modo da poter mediare su un grande numero di collisioni.

In questo caso la funzione di distribuzione $\Phi[x, \bar{W}, W]$ è *gaussiana*

$$\Phi[x, \bar{W}, W] = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(W-\bar{W})^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$

con varianza

$$\sigma^2 = \int_0^x \int_{\mathcal{E}_{ion}}^{E_p} f(W) \cdot W^2 \cdot dW \cdot d\ell = 2 \cdot \pi \cdot \frac{Z_T \cdot \rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{Z_P^2}{\beta_P^2} \cdot m_e \cdot c^2 \cdot r_e^2 \cdot x \cdot (E_p - \mathcal{E}_{ion}) \sim$$

$$2 \cdot \pi \cdot \frac{Z_T \cdot \rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{Z_P^2}{\beta_P^2} \cdot m_e \cdot c^2 \cdot r_e^2 \cdot E_p \cdot x$$

La trattazione generale è stata fatta da *Lev Landau* (per questo sono chiamate

fluttuazioni di Landau) considerando sia le perdite di energia $W < \xi$, che sono più frequenti e seguono la *distribuzione gaussiana*, sia le perdite di energia $W > \xi$ molto meno frequenti e soggette a fluttuazioni tipiche della *distribuzione di Poisson*. Ne risulta una distribuzione $\Phi[x, \bar{W}, W]$ asimmetrica caratterizzata da un *valore di picco* $W^{picco} < \bar{W}$. La seguente figura mostra la distribuzione $\Phi[W/x]$ per mesoni π di energia 500 MeV in spessori sottili di silicio ($Z_T/A = 0.498$; $\rho_T = 2.33 \text{ gr/cm}^3$). In questo caso, per $\beta_p \cdot \gamma_p = 3.5$, si ha $dE_p/dx = 1.66 \text{ MeV/gr} \cdot \text{cm}^{-2}$:

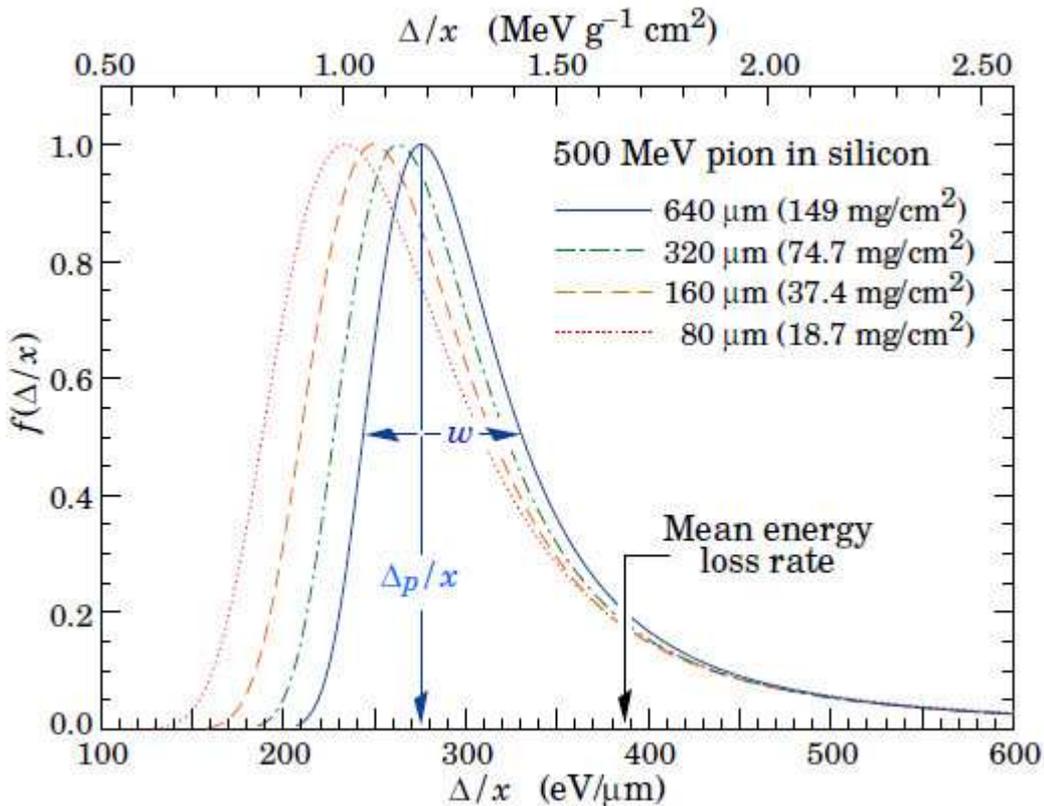


Fig. 2.19 Distribuzione del rapporto $\Delta E / x$ in diversi spessori di silicio nei mesoni π da 500 MeV

La *distribuzione di Landau* è espressa anche in funzione della variabile adimensionale $\lambda = (W - W^{picco})/\xi$ ed è normalizzata in modo che sia $\int \Phi(\lambda) \cdot d\lambda = \int \Phi[x, \bar{W}, W] \cdot dW$. La distribuzione è mostrata nella seguente figura assieme alla funzione di *distribuzione di Moyal*

$$\mathcal{M}(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(\lambda + e^{-\lambda})^2}{2}}$$

che è una buona approssimazione nel caso di spessori non molto sottili.

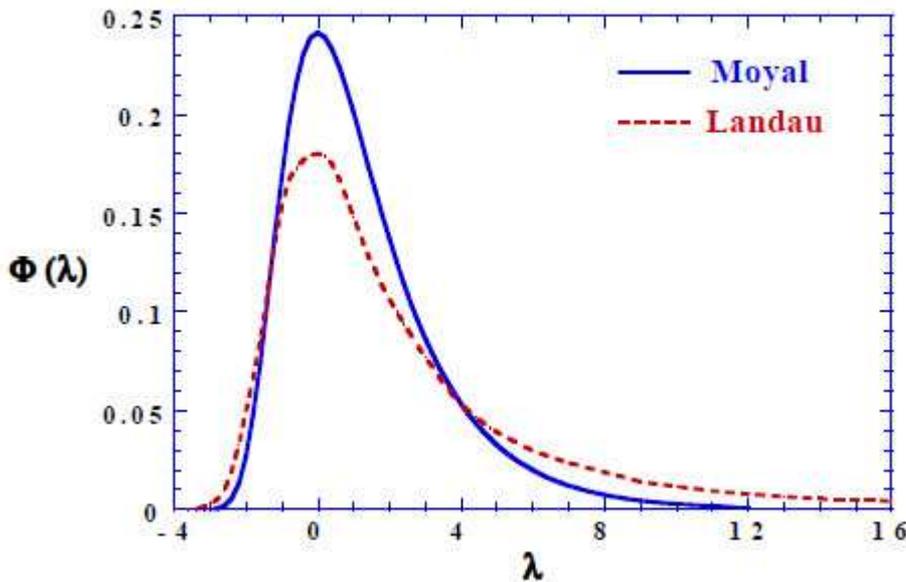


Fig. 2.20 Distribuzioni di Landau e Moyal a confronto

Nell'attraversare un materiale, le particelle cariche con massa $M_p \gg m_e$ perdono energia prevalentemente per ionizzazione. Se l'energia \bar{W} trasferita in media nelle collisioni è molto minore dell'energia iniziale, occorrono moltissime collisioni perché la particella perda tutta l'energia E_p^0 e si arresti nel materiale. Il percorso residuo, chiamato usualmente *range*, dipende dalla carica elettrica e dall'energia E_p^0 della particella e dalle proprietà del materiale

$$R = \int_0^R dx = \int_0^{E_p^0} \frac{dx}{dE_p} \cdot dE_p$$

Poiché dE_p/dx sia l'energia sono funzioni della velocità β_p , potremo scrivere:

$$\begin{cases} \frac{dE_p}{dx} = Z_p^2 \cdot \phi[\beta, Z_T, A_T] \\ E_p = \frac{M_p \cdot c^2}{\sqrt{1 - \beta_p^2}} \Rightarrow dE_p = \frac{M_p \cdot c^2 \cdot \beta_p}{\sqrt{(1 - \beta_p^2)^3}} = M_p \cdot c^2 \cdot \beta_p \cdot \gamma_p^3 \cdot d\beta_p \end{cases}$$

otteniamo

$$R = \int_0^{\beta_p^0} \frac{M_p \cdot c^2 \cdot \beta_p \cdot \gamma_p^3}{Z_p^2 \cdot \phi[\beta_p, Z_T, A_T]} \cdot d\beta_p = \frac{M_p \cdot c^2}{Z_p^2} \cdot \Theta[\beta_p^0, Z_T, A_T]$$

La seguente figura mostra l'andamento del rapporto $R/M_p \cdot c^2$ in diversi materiali in funzione di $\beta_p \cdot \gamma_p = p/M_p \cdot c$ per particelle di carica $z = 1$

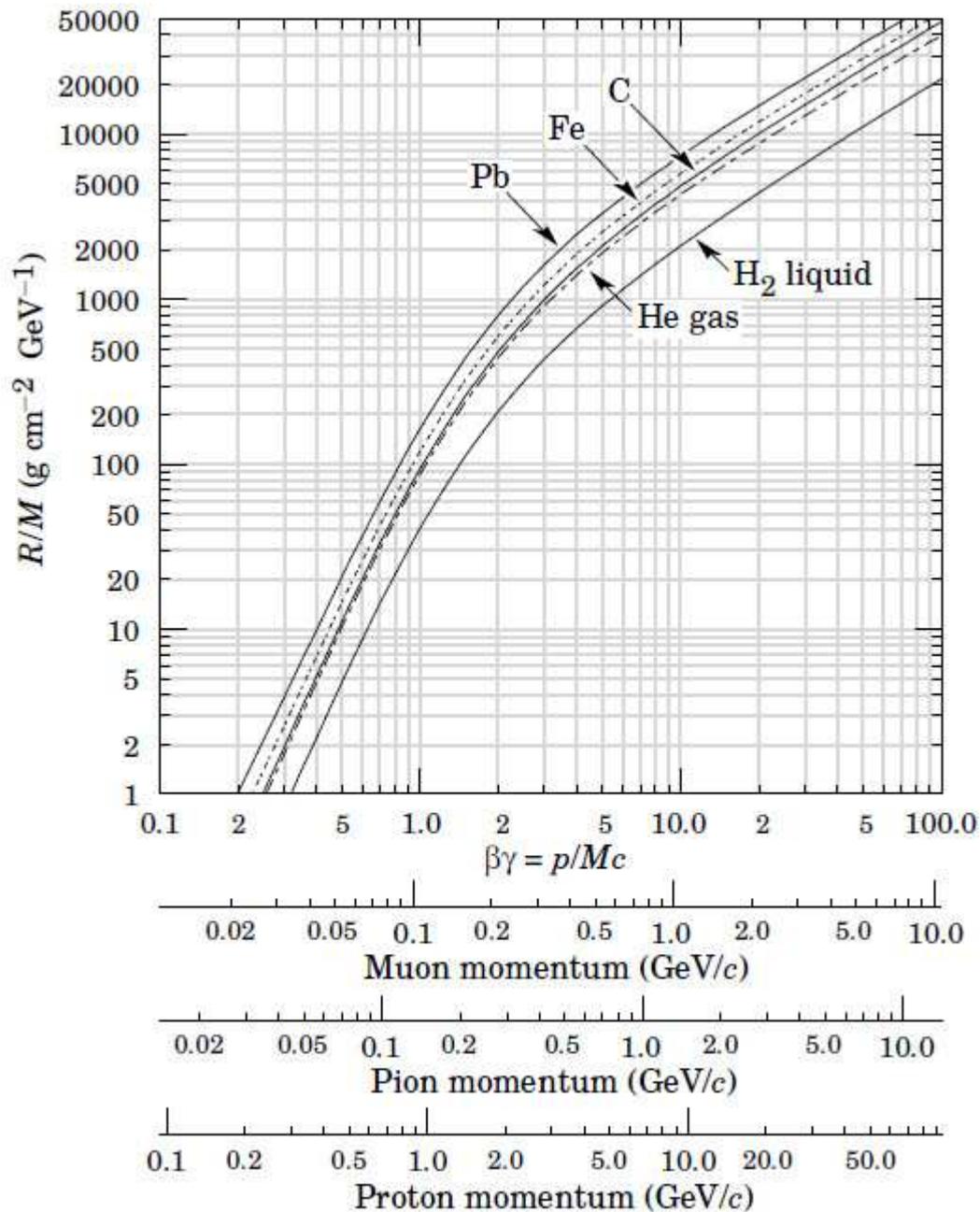


Fig. 2.21 Rapporto $R/M_p \cdot c^2$ in diversi materiali in funzione di $\beta_p \cdot \gamma_p = p/M_p \cdot c$ per particelle di carica $z = 1$

Radiazione Čerenkov

L'emissione di *radiazione Čerenkov* da parte di una particella carica è un effetto legato alle proprietà dielettriche del materiale e avviene quando la velocità della particella è maggiore della velocità di propagazione della luce nel materiale che attraversa. Questo fenomeno è stato osservato da Čerenkov nel 1934 e spiegato da Frank e Tamm nel 1937. In un materiale con costante dielettrica relativa ϵ_r , *indice di rifrazione*, il campo elettrico prodotto dalla particella si propaga con velocità $c/\sqrt{\epsilon_r(\omega)} = c/n(\omega)$. Il campo elettrico della particella polarizza gli atomi del materiale

e la polarizzazione segue il moto della particella senza apprezzabile scambio di energia se la velocità della particella risulta essere $\beta \cdot c \ll c/n(\omega)$. Se invece $\beta \cdot c > c/n(\omega) \Rightarrow n(\omega) > 1/\beta$ il materiale che si polarizza lungo la traiettoria della particella emette radiazione. La radiazione è coerente sulla superficie di un cono con asse la direzione della particella e apertura angolare:

$$\cos(\vartheta_c) = \frac{c/n(\omega)}{\beta \cdot c} = \frac{1}{\beta \cdot n(\omega)}$$

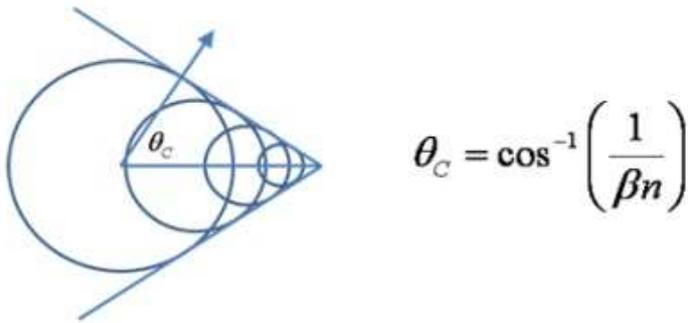


Fig. 2.22 Effetto Čerenkov

L'energia emessa per unità di percorso e unità di frequenza da una particella con carica elettrica Z_p è

$$\frac{d^2 E}{dx \cdot d\omega} = \frac{Z_p^2 \cdot e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{\omega}{c^2} \cdot \left[1 - \frac{1}{\beta^2 \cdot n(\omega)^2} \right] = Z_p^2 \cdot \frac{\alpha \cdot \hbar \cdot \omega}{c} \cdot \text{Sin}^2[\vartheta_c]$$

e il numero di fotoni emessi con energia $\omega \cdot \hbar$ è

$$\frac{d^2 n}{dx \cdot d\omega} = \frac{Z_p^2 \cdot \alpha}{c} \cdot \text{Sin}^2[\vartheta_c]$$

Il numero di fotoni emessi per unità di percorso si ottiene integrando nell'intervallo di frequenza $\Delta\omega$ in cui risulta:

- il mezzo è trasparente, cioè risulta trascurabile la parte immaginaria dell'indice di rifrazione, $\text{Im}[n(\omega)] \approx 0 \Rightarrow \omega \leq \omega_0$
- è soddisfatta la condizione per l'effetto Čerenkov $n(\omega) \approx \sqrt{\text{Re}[\epsilon_r(\omega)]} > 1/\beta$:

$$\frac{dn}{dx} = \frac{Z_p^2 \cdot \alpha}{c} \cdot \int_{\Delta\omega} \text{Sin}^2[\vartheta_c(\omega)] \cdot d\omega \approx \frac{Z_p^2 \cdot \alpha}{c} \cdot \text{Sin}^2[\vartheta_c] \cdot \Delta\omega$$

Per capire in quali condizioni questo possa avvenire, possiamo utilizzare il *modello di Lorentz*, per il quale si rappresenta un sistema materiale capace di assorbire radiazione elettromagnetica con un modello semplice che considera semplicemente un gas di elettroni come responsabile dell'assorbimento. Questi elettroni vengono assimilati a degli oscillatori che possono essere messi in movimento da una perturbazione periodica esterna di frequenza ω , quale il campo elettrico E di una radiazione elettromagnetica. Gli oscillatori possono collidere tra loro, smorzando la loro oscillazione. Questo termine che potremo chiamare di *attrito* dipende, come ci si aspetterebbe, dalla velocità degli elettroni. Da un punto di vista meccanico, potremo scrivere un'equazione non omogenea:

$$m_e \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + k \cdot x = e \cdot E \cdot e^{i\omega t}$$

dove $e \cdot E \cdot e^{i\omega t}$ è la forza elettrica periodica agente, il termine contenente la derivata prima rappresenta lo smorzamento collisionale e quello proporzionale alla sola x il termine armonico (cioè il termine di richiamo elastico dell'elettrone). La soluzione dell'equazione ha la forma:

$$x(t) = \frac{e \cdot E}{m_e} \cdot \frac{e^{i\omega t}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i \cdot b \cdot \omega} = x_0 \cdot e^{i\omega t} \quad \text{con } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_e}}$$

L'ampiezza di oscillazione $x_0 = \frac{e \cdot E}{m_e} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i \cdot b \cdot \omega}$ è, a tutti gli effetti, lo spostamento della carica elettrica dalla sua posizione d'equilibrio sotto l'azione del campo elettrico e quindi, in definitiva, l'effetto della radiazione è quello di creare una polarizzazione oscillante del sistema. Il vettore polarizzazione \vec{P}_0 è legato allo spostamento x_0 dalla relazione:

$$\vec{P}_0 = n_e \cdot e \cdot x_0 = \frac{Z_T \cdot \rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{e^2}{m_e} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i \cdot b \cdot \omega} \cdot \vec{E}$$

Ed essendo inoltre:

$$\vec{P}_0 = (\epsilon_r - 1) \cdot \epsilon_0 \cdot \vec{E}$$

otteniamo

$$\epsilon_r = 1 + \frac{Z_T \cdot \rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i \cdot b \cdot \omega}$$

Da qui si vede che la *costante dielettrica* ha una parte reale e una immaginaria:

$$\epsilon_r = \left\{ 1 + \frac{Z_T \cdot \rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2 \cdot \omega^2} \right\} - i \cdot \left\{ \frac{Z_T \cdot \rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{b \cdot \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + b^2 \cdot \omega^2} \right\}$$

Da qui possiamo trovare quanto vale $n(\omega) = \sqrt{\epsilon_r(\omega)}$. Ad esempio avremo per l' $^{16}_8\text{O}_8$, la parte reale dell'indice di rifrazione, nella regione del *visibile* e dell'*ultravioletto* ($\lambda \leq 650 \text{ nm}$) ha il seguente andamento:

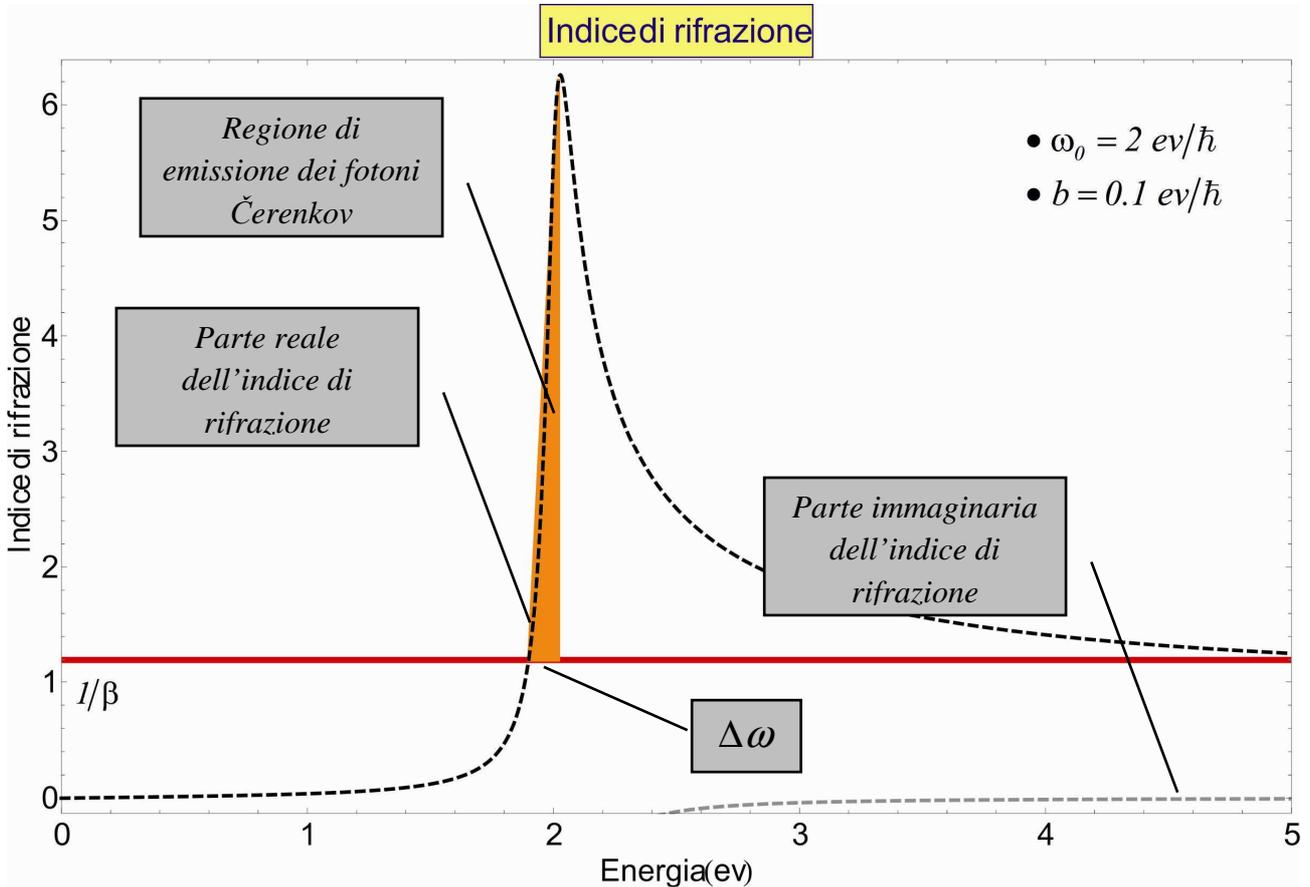


Fig. 2.23 Regione di emissione (in arancione) della radiazione Čerenkov

L'intervallo di frequenza per cui queste condizioni sono soddisfatte nei materiali trasparenti alla radiazione è nel visibile e ultravioletto con $\omega_0 \sim 2 \text{ eV}$ e il numero medio di fotoni emessi per unità di percorso

$$\frac{dn}{dx} \sim 600 \text{ fotoni cm}^{-1} \cdot Z_p^2 \cdot \text{Sin}^2[\vartheta_c]$$

L'emissione di radiazione Čerenkov non contribuisce apprezzabilmente alla perdita di energia della particella poiché $dE/dx \sim z^2 \cdot \text{Sin}^2[\vartheta_c] \cdot \text{keV} \cdot \text{cm}^{-1}$. L'effetto Čerenkov ha invece importanti applicazioni nella rivelazione di particelle cariche e nella misura della loro velocità.

Radiazione di transizione

Un altro fenomeno legato alle proprietà dielettriche del materiale è l'emissione di radiazione prodotta da una particella carica relativistica, $\beta \sim 1$, quando passa da un materiale ad un altro con diversa costante dielettrica. La *radiazione di transizione* è stata studiata da *Franck e Ginsburg* nel 1946. Consideriamo una particella di carica elettrica q che si muove nel vuoto nella direzione z con velocità $\beta \cdot c$ e incide normalmente sulla superficie di un materiale di *indice di rifrazione* $n(\omega)$.

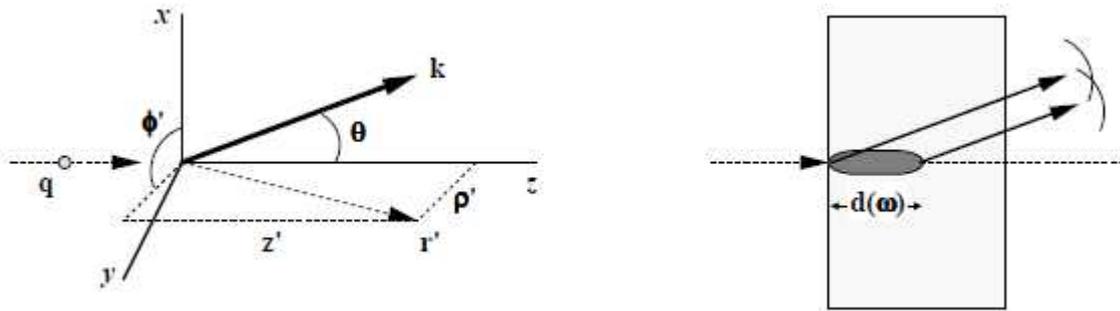


Fig. 2.24 Emissione di radiazione di transizione

Il campo elettrico della particella in un punto \vec{r}' a distanza ρ' dalla linea di volo della particella ha componenti

$$\begin{cases} E_L(\vec{r}', t) = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{\gamma \cdot \beta \cdot c \cdot t}{[\rho'^2 + (\gamma \cdot \beta \cdot c \cdot t)^2]^{3/2}} \\ E_T(\vec{r}', t) = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r} \cdot \frac{\gamma \cdot \rho'}{[\rho'^2 + (\gamma \cdot \beta \cdot c \cdot t)^2]^{3/2}} \end{cases}$$

e polarizza il materiale. La polarizzazione nel punto \vec{r}' è tanto più intensa quanto minore è la distanza ρ' e produce un campo di radiazione che si propaga con velocità di fase $c/n(\omega)$

$$A(\vec{r}, t) \approx \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{e^{ik'r}}{r} \cdot e^{-ik' \cdot \vec{r} \cdot \vec{r}'} \quad \text{con } k' = \frac{\omega \cdot n(\omega)}{c}$$

La radiazione emessa ad angolo polare θ nel piano $z-x$ con frequenza ω ha una differenza di fase rispetto alla particella

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= k \cdot z' - [k' \cdot z' \cdot \text{Cos}(\vartheta) + k' \cdot \rho' \cdot \text{Sin}(\vartheta) \cdot \text{Cos}(\varphi')] \\ &= z' \cdot [k - k' \cdot \text{Cos}(\vartheta)] - k' \cdot \rho' \cdot \text{Sin}(\vartheta) \cdot \text{Cos}(\varphi') \end{aligned}$$

con $k = \omega \cdot \beta \cdot c$. Lo spettro di frequenza si estende fino all'inverso del tempo d'urto

$\Delta t = \rho' / \omega \cdot \beta \cdot c$ e $\omega = 1/\Delta t = \omega \cdot \beta \cdot c / \rho'$ Quindi radiazione coerente può essere emessa se sono soddisfatte le due condizioni

- $\frac{\omega \cdot n(\omega)}{c} \cdot \frac{\gamma \cdot \beta \cdot c}{\omega} \cdot \text{Sin}(\vartheta) < 1 \Rightarrow \vartheta < \frac{1}{\gamma \cdot \beta \cdot n(\omega)}$
- $\frac{\omega}{c} \cdot \left[\frac{1}{\beta} - n(\omega) \cdot \text{Cos}(\vartheta) \right] \cdot z' < 1 \Rightarrow z' < \frac{c}{\omega} \cdot \frac{1}{\left[1/\beta - n(\omega) \cdot \text{Cos}(\vartheta) \right]}$

La prima condizione implica che la radiazione è emessa in avanti ($\vartheta < 1/\gamma$), la seconda che la radiazione è emessa in una regione, detta *zona di formazione*, immediatamente a valle della superficie del materiale. La radiazione è emessa con frequenze maggiori della *frequenza di plasma*

$\omega_p = \sqrt{(n_e \cdot e^2) / (m_e \cdot \epsilon_0)} = 56.4146 \cdot \sqrt{n_e (m^{-3})}$ Hz del materiale. Per un materiale di densità $\sim 1 \text{ gr/cm}^3$ si ha tipicamente $\hbar \cdot \omega_p \sim 5 \text{ ev}$ e l'emissione si estende dall'ultravioletto alla regione dei *raggi X*. Approssimando $\beta^{-1} = (1 - \gamma^2)^{-1} \sim 1 + 1/2 \cdot \gamma^2$, $n(\omega) \sim 1 - \omega_p^2 / (2 \cdot \omega^2)$ e $\text{Cos}(\vartheta) \sim 1$, la zona di formazione della radiazione di transizione

$$d(\nu) = \frac{c}{\omega} \cdot \frac{1}{\beta^{-1} - n(\omega)} = \frac{2 \cdot \gamma \cdot c}{\omega_p} \cdot \frac{1}{\omega / (\gamma \cdot \omega_p) + (\gamma \cdot \omega_p) / \omega} = \frac{2 \cdot \gamma \cdot c}{\omega_p} \cdot \frac{1}{\nu + 1/\nu} \quad \text{con } \nu = \frac{\omega}{\gamma \cdot \omega_p}$$

la quale ha un andamento di questo tipo

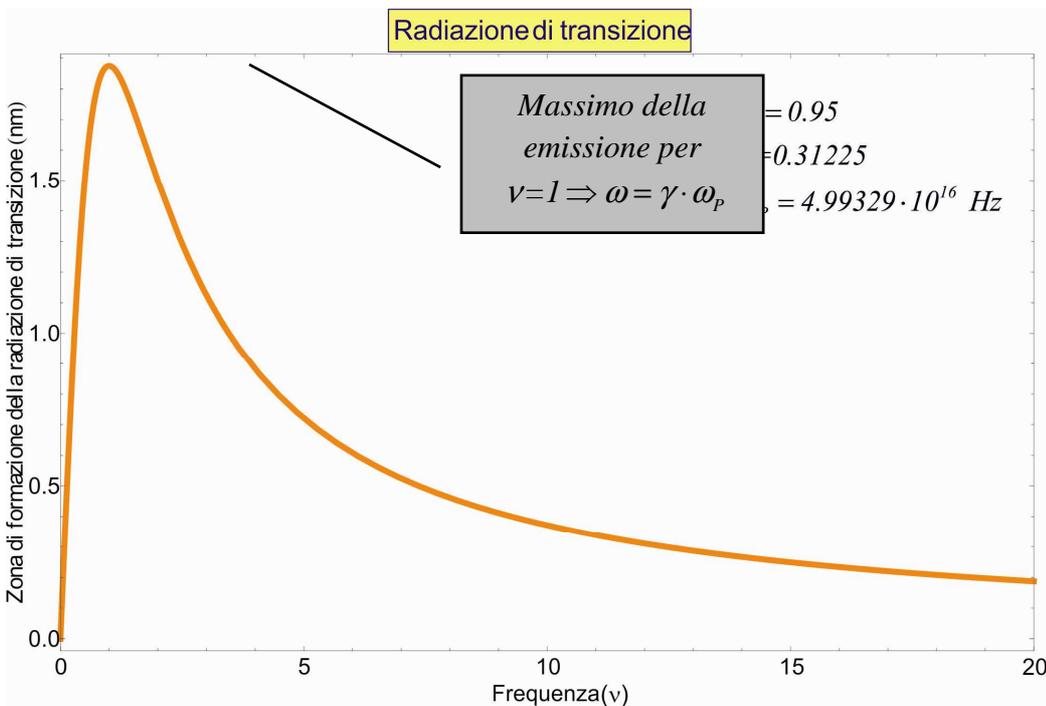


Fig. 2.25 Zona di formazione della radiazione di transizione in funzione di ν

Come si vede dalla Fig.2.25 ha il valore massimo per $v=1 \Rightarrow \omega = \gamma \cdot \omega_p$, per cui $d_{max} = \gamma \cdot c / \omega_p = 1.87471 \text{ nm}$. L'energia irradiata per unità di frequenza da una particella di carica elettrica $z \cdot e$ è

$$\frac{dE}{d\nu} = \frac{z^2 \cdot \alpha}{\pi} \cdot \gamma \cdot \hbar \cdot \omega_p \cdot \left[(1 + 2 \cdot \nu^2) \cdot \text{Log}(1 + \nu^2) - 2 \right]$$

L'energia totale irradiata è

$$E = \int_0^\infty \frac{dE}{d\nu} \cdot d\nu = \frac{z^2 \cdot \alpha}{\pi} \cdot \gamma \cdot \hbar \cdot \omega_p \cdot \int_0^\infty \left[(1 + 2 \cdot \nu^2) \cdot \text{Log}(1 + \nu^2) - 2 \right] \cdot d\nu = 0.0317841 \text{ ev}$$

Quindi anche per una particella ultrarelativistica questa energia è molto piccola e non contribuisce alla perdita di energia. Questo effetto è comunque di notevole interesse perché permette di identificare le particelle con valori di v/c elevati e, se si conosce la massa, di misurarne l'energia $E = \gamma \cdot m \cdot c^2$.

Diffusione coulombiana multipla (scattering Rutherford)

Nell'attraversare un materiale una particella carica perde energia nelle collisioni con gli elettroni atomici senza cambiare apprezzabilmente direzione mentre viene deflessa nelle collisioni elastiche con i nuclei atomici senza perdita apprezzabile di energia cinetica. La sezione d'urto di interazione col campo elettrico del nucleo è fortemente piccata a piccoli angoli di diffusione

$$\frac{d\sigma_{Ruth}}{d\Omega} = z_e^2 \cdot Z^2 \cdot r_e^2 \cdot \frac{(m_e \cdot c^2)^2}{4 \cdot p^2 \cdot v^2} \cdot \frac{1}{\text{Sin}^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}$$

Se lo spessore del materiale non è piccolo, la particella subisce molte collisioni in cui è predominante l'effetto di diffusione ad angoli piccoli.

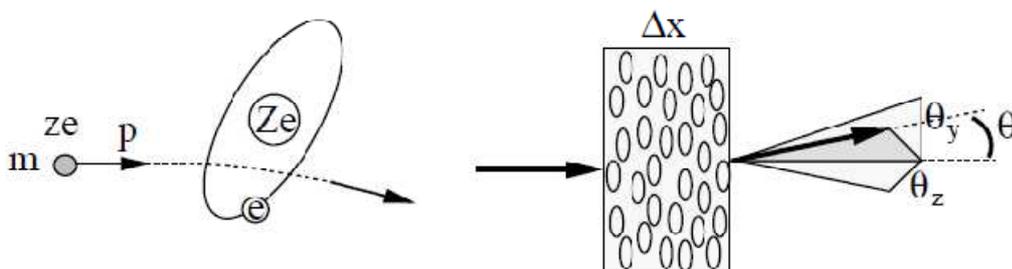


Fig. 2.26 Diffusione coulombiana multipla

Se $n_{nuclei} = \rho_T \cdot N_A / PA$ è il numero di nuclei per unità di volume, il numero di collisioni per unità di percorso in cui la particella è diffusa nell'angolo solido $d\Omega$

$$d^2n = n_{nuclei} \cdot d\sigma \cdot dx = 8 \cdot \pi \cdot n_{nuclei} \cdot z_e^2 \cdot Z^2 \cdot r_e^2 \cdot \frac{(m_e \cdot c^2)^2}{p^2 \cdot v^2} \cdot \frac{1}{\vartheta^3} \cdot d\vartheta \cdot dx$$

dove abbiamo approssimato $\text{Sin}^4(\vartheta/2) \sim (\vartheta/2)^4$, $d\Omega = \text{Sin}(\vartheta) \cdot d\vartheta \cdot d\varphi \sim \vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi$ e abbiamo integrato sull'angolo azimutale φ . Nell'ipotesi che le successive collisioni siano indipendenti, è ragionevole assumere che la distribuzione dell'angolo di diffusione sia *gaussiana*. Il *valore quadratico medio* dell'angolo di diffusione per unità di percorso è

$$\vartheta_s^2 = \frac{d\langle \vartheta^2 \rangle}{dx} = \int_{\vartheta_{min}}^{\vartheta_{max}} \vartheta^2 \cdot \frac{d^2n}{d\vartheta \cdot dx} \cdot d\vartheta = 8 \cdot \pi \cdot n_{nuclei} \cdot z_e^2 \cdot Z^2 \cdot r_e^2 \cdot \frac{m_e \cdot c^2}{p^2 \cdot v^2} \cdot \text{Log} \left[\frac{\vartheta_{max}}{\vartheta_{min}} \right]$$

Ricordandoci che la relazione tra l'angolo di diffusione e il parametro d'urto è

$$\text{Tan} \left(\frac{\vartheta}{2} \right) = \frac{z_e \cdot Z \cdot r_e \cdot m_e \cdot c^2}{m \cdot v^2 \cdot b}$$

Nell'approssimazione per piccoli angoli, possiamo allora scrivere

$$\text{Log} \left[\frac{\vartheta_{max}}{\vartheta_{min}} \right] \simeq \text{Log} \left[\frac{b_{max}}{b_{min}} \right]$$

Dato che il rapporto compare in un logaritmo una stima approssimata non comporta errori di rilievo.

- Se il parametro d'urto è maggiore delle dimensioni atomiche la carica del nucleo è schermata da quella degli elettroni e il campo elettrico si annulla. Quindi assumiamo $b_{max} \sim \langle r_{atomo} \rangle$. Nel *modello atomico di Thomas-Fermi* il *raggio medio* della distribuzione di carica nell'atomo è $\langle r_{atomo} \rangle = (r_e / \alpha^2) \cdot Z^{-1/3}$.
- Se il parametro d'urto è minore delle dimensioni del nucleo, la carica *efficace* diminuisce e quindi anche la sezione d'urto diminuisce; assumiamo quindi $b_{min} \sim \langle r_{nucleo} \rangle$. La fenomenologia dei nuclei mostra che il raggio medio della distribuzione di carica nel nucleo è approssimativamente $\langle r_{nucleo} \rangle = 1.25 \text{ fm} \cdot A^{1/3}$.

Con queste scelte si ha

$$\frac{b_{max}}{b_{min}} = \frac{\langle r_{atomo} \rangle}{\langle r_{nucleo} \rangle} = \frac{2.2536}{\alpha^2 \cdot (Z \cdot A)^{1/3}} = \frac{2.2536}{\alpha^2} \cdot \left(\frac{Z}{A} \right)^{1/3} \cdot Z^{-2/3} \sim \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right)^2$$

e quindi

$$\vartheta_s^2 = \left[\frac{4 \cdot \pi \cdot (m_e \cdot c^2)^2}{\alpha} \right] \cdot \left(\frac{z_e}{p \cdot v} \right)^2 \cdot \left(4 \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot \frac{\rho_T \cdot N_A \cdot Z^2}{PA} \right) \cdot \text{Log} \left[\frac{183}{Z^{1/3}} \right]$$

Il primo termine a destra dell'uguaglianza ha dimensioni di una *energia*², il valore numerico è

$$E_s = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi}{\alpha}} \cdot m_e \cdot c^2 = 21.2052 \text{ MeV}$$

Il terzo termine ha le dimensioni di cm^{-1} e definiamo il

$$\frac{1}{X_0} = \left(4 \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot \frac{\rho_T \cdot N_A \cdot Z^2}{PA} \right) \cdot \text{Log} \left[\frac{183}{Z^{1/3}} \right] \quad \text{detto cammino di radiazione}$$

Integrando su uno spessore finito di materiale, $\langle \vartheta^2 \rangle = \int \vartheta_s^2 \cdot dx = \vartheta_s^2 \cdot x$ l'angolo medio di diffusione coulombiana multipla

$$\vartheta_s = \sqrt{\vartheta_s^2} = z_e \cdot \frac{E_s}{p \cdot v} \cdot \sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

è proporzionale alla carica elettrica, inversamente proporzionale all'impulso e dipende dalla radice quadrata dello spessore di materiale *misurato in cammini di radiazione*. Il cammino di radiazione, così chiamato perché è la lunghezza caratteristica dei processi di irraggiamento, è inversamente proporzionale al numero atomico Z e alla densità del materiale. Se si misura la traiettoria di una particella in un piano, nella approssimazione di angoli piccoli, $\langle \vartheta \rangle = \langle \vartheta_x \rangle + \langle \vartheta_y \rangle$, l'angolo medio *proiettato* sul piano è

$$\sqrt{\vartheta_{proj}^2} = \sqrt{\frac{\vartheta^2}{2}} = z_e \cdot 14 \text{ MeV} \cdot \sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

In realtà la distribuzione misurata ha delle code non gaussiane dovute a collisioni con grandi angoli di deflessione e effetti di correlazione che sono riprodotti con calcoli più accurati.

Irraggiamento

Nelle collisioni elastiche con i nuclei atomici una particella carica viene accelerata e quindi emette radiazione elettromagnetica. La potenza emessa è proporzionale al quadrato dell'accelerazione, attraverso la *formula di Larmor*

$$P = \frac{2}{3} \cdot \frac{(z \cdot e)^2}{(4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0) \cdot c^3} \cdot a^2$$

Poiché la forza coulombiana non dipende dalla massa, la potenza è inversamente proporzionale al quadrato della massa. Il fenomeno dell'irraggiamento, detto anche *bremstrahlung*, è molto più importante per gli elettroni che per le altre particelle. Per particelle più pesanti diventa non trascurabile solo per valori di $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} \gg 1$. Facciamo quindi l'ipotesi $\beta \sim 1$ e che la velocità della particella non cambi apprezzabilmente durante la collisione col nucleo. Tratteremo il fenomeno sulla base di considerazioni semplici e in modo approssimato. La trattazione accurata dell'irraggiamento di elettroni nel campo dei nuclei $e^- + X \rightarrow e^- + \gamma + X$ è stata fatta da *Bethe e Heitler* nel 1934 tenendo conto degli effetti quantistici. Consideriamo una particella di massa M , carica $z \cdot e$, con velocità \vec{v} e parametro d'urto b rispetto ad un nucleo di carica $Z \cdot e$ e calcoliamo la potenza emessa per irraggiamento nel riferimento della particella, O' , dove la componente trasversa del campo elettrico del nucleo appare espansa del fattore γ . Abbiamo visto

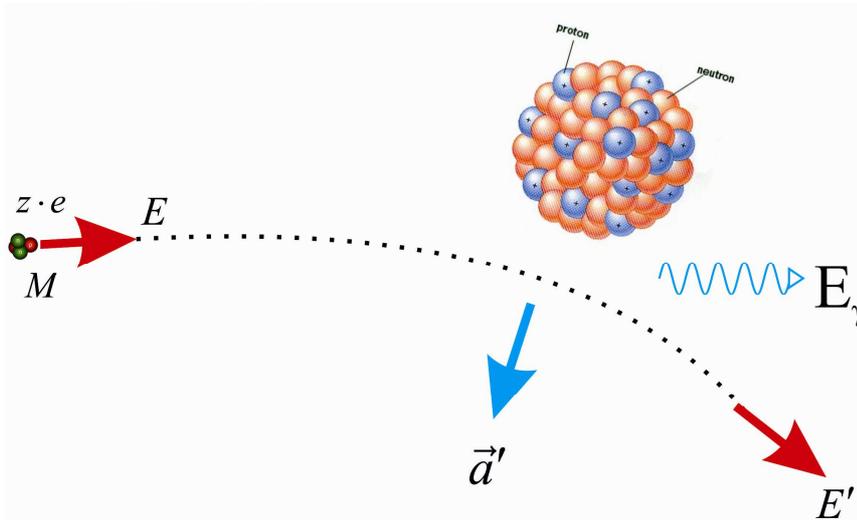


Fig. 2.27 Irraggiamento nel campo di un nucleo

che in questo riferimento l'impulso trasferito è dato dal prodotto della componente trasversa del campo elettrico per un tempo d'urto pari a $\tau = 2 \cdot b/v \cdot \gamma$. Se la particella è soggetta ad una accelerazione a' , la potenza irraggiata è

$$a' = \frac{\gamma \cdot Z \cdot z \cdot e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot b^2} \cdot \frac{1}{M} \Rightarrow P = \frac{2}{3} \cdot \frac{Z^2 \cdot z^4 \cdot e^6 \cdot \gamma^2}{(4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0)^3 \cdot b^4 \cdot M^2 \cdot c^3}$$

L'energia totale emessa durante il tempo d'urto τ è

$$E = \int_{\tau} P \cdot dt = \frac{4}{3} \cdot \frac{Z^2 \cdot z^4 \cdot e^6 \cdot \gamma}{(4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0)^3 \cdot b^3 \cdot M^2 \cdot c^3 \cdot v}$$

Lo spettro di frequenza di un fenomeno impulsivo di durata τ è approssimativamente uniforme fino alla frequenza di taglio $\nu_c = \gamma \cdot v/2 \cdot b$

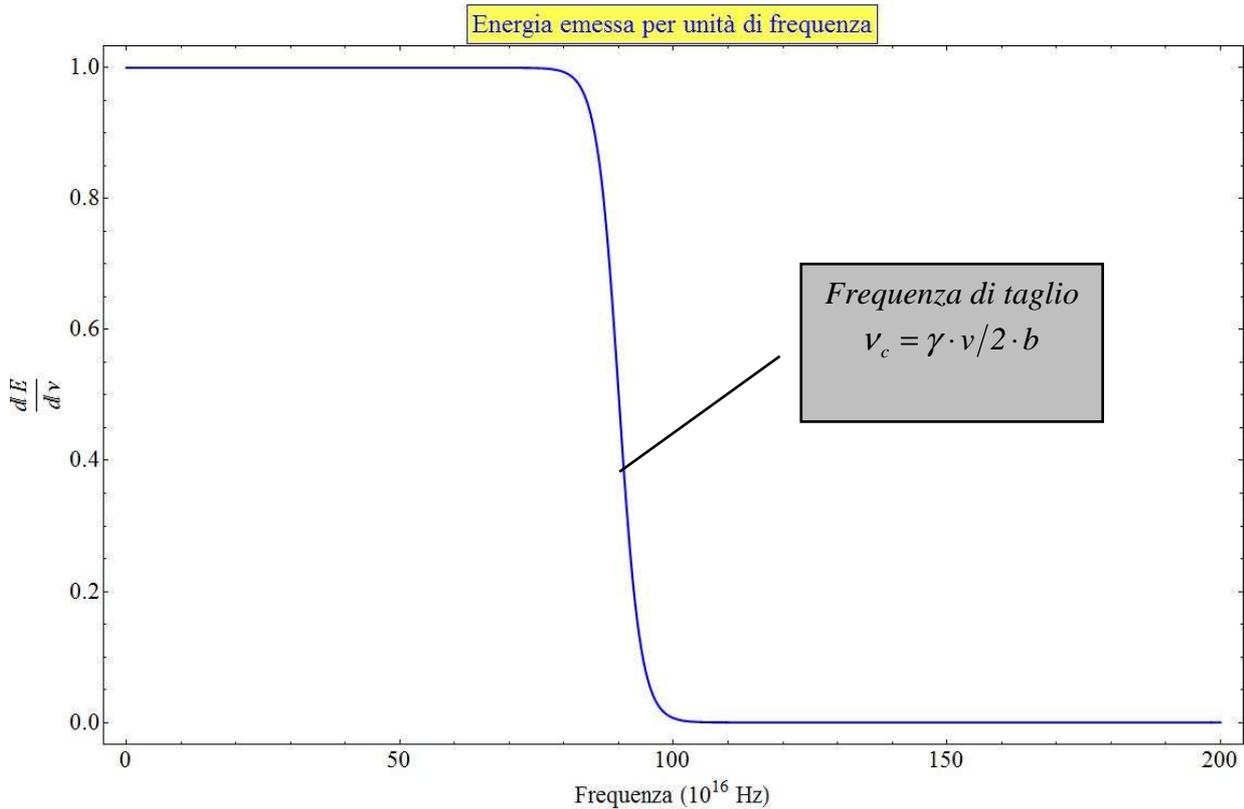


Fig. 2.28 Lo spettro di frequenza emesso durante un fenomeno di irraggiamento

e, tenendo conto che la distribuzione angolare della radiazione nel riferimento della particella è approssimativamente uniforme, troviamo che:

- lo spettro di *energia irradiata per unità di frequenza*

$$\frac{dE}{d\nu} = \frac{E}{\nu_c} = \frac{8}{3} \cdot Z^2 \cdot z^4 \cdot \frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0} \cdot r_e^2 \cdot \frac{m_e^2}{M^2} \cdot \frac{1}{b^2 \cdot c \cdot \beta^2}$$

è approssimativamente uniforme fino alla frequenza massima $\nu_c = \gamma \cdot \beta \cdot c / 2 \cdot b$;

- la radiazione è emessa ad angoli piccoli, $\vartheta \sim 1/\gamma$, e l'angolo di emissione non dipende dalla frequenza.

L'energia irradiata viene emessa sotto forma di fotoni γ , con energia $E_\gamma = h \cdot \nu$. Il numero di fotoni irradiati per intervallo unitario di energia

$$\frac{dn}{dE_\gamma} = \frac{1}{E_\gamma} \cdot \frac{dE}{d(h \cdot \nu)}$$

In un materiale con $n_{nuclei} = \rho_T \cdot N_A / P A$ nuclei per unità di volume, il numero di collisioni per unità di percorso con parametro d'urto compreso tra b e $b+db$ è

$2 \cdot \pi \cdot n_{nuclei} \cdot b \cdot db \cdot d\ell$. Il numero di fotoni irraggiati per intervallo unitario di energia e per unità di percorso si ottiene integrando sui possibili valori del parametro d'urto

$$\frac{d^2n}{dE_\gamma \cdot d\ell} = \frac{1}{E_\gamma} \cdot \frac{8 \cdot \pi}{3} \cdot \frac{Z^2 \cdot \rho_T \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{z^4}{\beta^2} \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot \frac{m_e^2}{M^2} \cdot \text{Log} \left[\frac{b_{max}}{b_{min}} \right]$$

Nel fissare i limiti di integrazione del parametro d'urto occorre tener conto delle diverse possibili situazioni di schermaggio della carica del nucleo da parte degli elettroni atomici. La distribuzione del numero di fotoni emessi si esprime in $x = \rho_T \cdot \ell$ (in $MeV^{-1} \cdot m^{-2}$):

$$\frac{d^2n}{dE_\gamma \cdot dx} = \frac{z^4}{\beta^2} \cdot \frac{m_e^2}{M^2} \cdot \frac{Z^2 \cdot N_A}{PA} \cdot 4 \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot \frac{F[E, E_\gamma]}{E_\gamma}$$

dove E è l'energia istantanea della particella e $F[E, E_\gamma]$ è una funzione che tiene conto dello schermaggio. L'energia emessa per unità di percorso si ottiene integrando la precedente espressione in dE_γ :

$$\frac{dE}{dx} = \int_0^E \frac{d^2n}{dE_\gamma \cdot dx} \cdot E_\gamma \cdot dE_\gamma = \frac{z^4}{\beta^2} \cdot \frac{m_e^2}{M^2} \cdot \frac{Z^2 \cdot N_A}{PA} \cdot 4 \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot \int_0^E F[E, E_\gamma] \cdot dE_\gamma$$

Poiché per particelle con massa $M \gg m_e$ la probabilità di irraggiamento è molto piccola, limitiamoci a considerare l'irraggiamento da parte di *elettroni relativistici* ($z = 1$, $M = m_e$, $\beta \sim 1$). In questo caso:

- per energia $m_e \cdot c^2 \ll E \ll \frac{m_e \cdot c^2}{Z^{1/3} \cdot \alpha}$ la carica del nucleo non è schermata e l'integrale vale

$$\frac{dE}{dx} = \frac{z^4}{\beta^2} \cdot \frac{m_e^2}{M^2} \cdot \frac{Z^2 \cdot N_A}{PA} \cdot 4 \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot \left[\text{Log} \left(\frac{2 \cdot E}{m_e \cdot c^2} \right) - \frac{1}{3} \right] \cdot E$$

- per energia $E \gg \frac{m_e \cdot c^2}{Z^{1/3} \cdot \alpha}$ la carica del nucleo è parzialmente schermata e l'integrale vale

$$\frac{dE}{dx} = \frac{z^4}{\beta^2} \cdot \frac{m_e^2}{M^2} \cdot \frac{Z^2 \cdot N_A}{PA} \cdot 4 \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot \left[\text{Log} \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) + \frac{1}{18} \right] \cdot E$$

Quindi la perdita di energia per unità di percorso aumenta con l'energia e, per energia elevata, è approssimativamente proporzionale a E . Ricordando la precedente

definizione di cammino di radiazione, che abbiamo ottenuto assumendo $b_{min} \sim r_{nucleo}$ e $b_{max} \sim r_{atomo}$ si ha

$$\frac{dE}{dx} = \frac{z^4}{\beta^2} \cdot \frac{m_e^2}{M^2} \cdot \frac{Z^2 \cdot N_A}{PA} \cdot 4 \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot \left[\text{Log} \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) + \frac{1}{18} \right] \cdot E \sim \frac{E}{X_0}$$

Nell'attraversare un materiale di cammino di radiazione X_0 un elettrone dissipa la sua energia iniziale E_0 con andamento esponenziale: $E(x) = E_0 \cdot e^{-\frac{x}{X_0}}$.

In questa trattazione molto approssimata abbiamo trovato che la distribuzione in energia irraggiata è uniforme. In realtà questa conclusione non è corretta, ma è una discreta approssimazione per elettroni di energia elevata. Con questa approssimazione, cioè considerando $F[E, E_\gamma] \sim \langle F[E, E_\gamma] \rangle \sim \text{Log} [183 \cdot Z^{1/3}]$, la sezione d'urto di irraggiamento per elettroni di alta energia è

$$\frac{d\sigma}{dE_\gamma} = 4 \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot Z^2 \cdot \frac{F[E, E_\gamma]}{E_\gamma} \sim \frac{4 \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot Z^2}{E_\gamma} \cdot \text{Log} \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right)$$

E interessante notare che la sezione d'urto è proporzionale alla sesta potenza della carica elettrica (alla terza potenza della costante $\alpha \cdot r_e^2$).

Sciami elettrofotonici

Elettroni e positroni di energia $E \gg m_e \cdot c^2$ hanno elevata probabilità di emettere fotoni di *bremsstrahlung* $e + X \rightarrow e + X + \gamma$; lo spessore di materiale che caratterizza questo processo è il *cammino di radiazione*, X_0 . D'altra parte, fotoni di alta energia hanno elevata probabilità di convertire in coppie elettrone-positrone $\gamma + X \rightarrow e^+ + e^- + X$; lo spessore di materiale caratteristico è $7/9 \cdot X_0$. In entrambe questi processi l'energia cinetica della particella primaria, elettrone o fotone, è convertita in energia cinetica delle due particelle secondarie e non è ceduta agli atomi del materiale. Quindi un elettrone o un fotone di energia elevata dà origine ad un fenomeno moltiplicativo di produzione di elettroni, positroni e fotoni secondari che continua finché l'energia dei secondari non è così piccola da far prevalere i fenomeni dissipativi di ionizzazione ed eccitazione degli atomi. L'assorbimento di fotoni per effetto fotoelettrico è importante solo per energie inferiori a 1 MeV . Per elettroni e positroni il fenomeno di ionizzazione è importante solo a energie di *qualche decina di MeV*. Definiamo *energia critica* di un materiale l'energia per cui la perdita di energia per irraggiamento è uguale alla perdita di energia per ionizzazione. Posto $W_{max} = 2 \cdot m_e \cdot v^2 = 2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \beta^2$ otteniamo:

- $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad} = 4 \cdot \alpha \cdot r_e^2 \cdot \frac{Z^2 \cdot N_A}{PA} \cdot E \cdot \text{Log}\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right)$
- $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{ion} = 4 \cdot \pi \cdot m_e \cdot c^2 \cdot r_e^2 \cdot \frac{Z^2 \cdot N_A}{PA} \cdot \frac{1}{\beta^2} \cdot \text{Log}\left(\frac{2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \beta^2 \cdot \gamma^2}{\langle U \rangle}\right)$

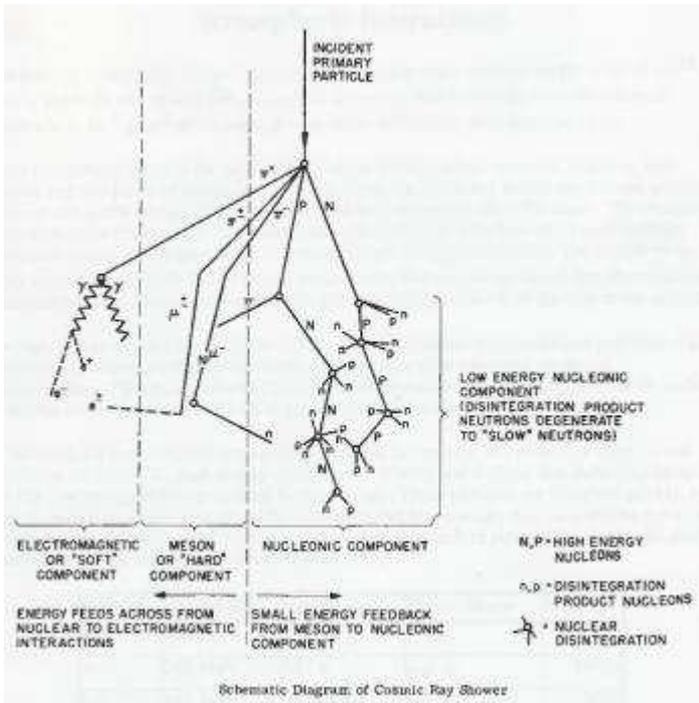


Fig. 2.29 Sciame elettrofonico nell'atmosfera

da cui

$$\frac{(dE/dx)_{rad}}{(dE/dx)_{ion}} = \frac{\alpha \cdot Z \cdot E \cdot \text{Log}\left(\frac{183}{Z^{1/3}}\right)}{\pi \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \text{Log}\left(\frac{2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \beta^2 \cdot \gamma^2}{\langle U \rangle}\right)} \sim \frac{Z \cdot E}{1600 \cdot m_e \cdot c^2}$$

e quindi l'energia critica diventa:

$$E_c = \frac{1600 \cdot m_e \cdot c^2}{Z}$$

Gli *sciame elettrofotonici* sono stati osservati in raggi cosmici da *Blackett* e *Occhialini* nel 1933. Uno studio approfondito dello sviluppo degli sciame è stato fatto da *Rossi* e *Greisen* nel 1940. Per spiegare il fenomeno in modo qualitativo e approssimato facciamo le ipotesi:

- la particella primaria ha energia molto maggiore dell'energia critica;
- il coefficiente di assorbimento è lo stesso per elettroni e fotoni: consideriamo un cammino di radiazione medio \bar{X}_0 ;
- in ogni lunghezza di dimezzamento, $\bar{X}_0 \cdot \text{Log}(2)$, una particella produce due secondari($e^\pm \rightarrow e^\pm + \gamma$ oppure $\gamma \rightarrow e^+ + e^-$) ciascuno con metà dell'energia;
- i secondari sono emessi ad angoli piccoli, $\vartheta \sim m_e \cdot c^2 / E$, in avanti;
- i secondari non cedono energia al materiale se $E \geq E_c$.

Con queste ipotesi il numero di secondari aumenta con legge esponenziale se hanno energia sufficiente ad alimentare lo sviluppo dello sciame. Se E_p è l'energia della particella che inizia lo sciame, dopo uno spessore x di materiale si ha ($t = x/X_0$)

1. *numero medio di secondari* $n_{sec}(t) = 2^t$;
2. *energia media dei secondari* $E_{sec}(t) = \frac{E_p}{n_{sec}(t)} = \frac{E_p}{2^t}$
3. *massimo sviluppo dello sciame* $t \leq t_{max} = \frac{\text{Log}(E_p/E_c)}{\text{Log}(2)}$
4. *numero di secondari al massimo* $n_{sec}(t_{max}) = E_p/E_c$

Quando lo sciame ha raggiunto il massimo sviluppo, allo spessore t_{max} , gli elettroni e i positroni hanno energia media $E \sim E_c$ e iniziano a dissipare la loro energia in collisioni inelastiche con gli atomi del materiale e il numero di secondari decresce esponenzialmente con il coefficiente di assorbimento μ definito dalla sezione d'urto di ionizzazione. Quindi lo sviluppo longitudinale di uno *sciame elettrofotonico* ha un andamento crescente fino allo spessore t_{max} e poi un decadimento esponenziale. Il numero di secondari è usualmente parametrizzato nella forma

$$n_{sec}(x) = a \cdot \left(\frac{x}{X_0} \right)^b \cdot e^{-\mu \cdot x}$$

e il numero totale di secondari prodotti

$$n_{tot} = \int_0^{\infty} n_{sec}(x) \cdot dx$$

è proporzionale all'energia della particella primaria.

Nei *fenomeni moltiplicativi di bremsstrahlung e produzione di coppie* l'angolo di emissione dei secondari, $\vartheta \sim m_e \cdot c^2 / E$, è minore dell'angolo medio di *diffusione coulombiana multipla* in uno spessore \bar{X}_0 , $\vartheta_s \sim 21 \text{ MeV} / E$. Quindi lo sviluppo laterale dello sciame è determinato dalla diffusione coulombiana dei secondari carichi e la dimensione tipica di uno sciame nel piano trasverso è

$$\langle r_{\perp} \rangle = \frac{21 \text{ MeV}}{E_c} \cdot X_0$$

detto *raggio di Moliere*.

Capitolo 3-Metodi di rivelazione della radiazione

Introduzione

Un rivelatore di particelle è in generale uno strumento in grado di evidenziare il passaggio di una radiazione. Quando una particella (carica o neutra) attraversa la materia, interagendo con essa in modo elettromagnetico o nucleare, cede al mezzo tutta o parte della sua energia, determinando un'eccitazione degli atomi (o molecole) con conseguente emissione di fotoni, o una ionizzazione: i fotoni e gli elettroni prodotti possono essere rivelati, consentendo di riconoscere il passaggio della particella. Per una vasta categoria di rivelatori, possiamo affermare che il risultato finale dell'interazione è la presenza nel mezzo di un certo numero di cariche elettriche. In realtà esistono vari tipi di rivelatori, che, oltre a segnalare il passaggio della particella, sono in grado di fornire ulteriori informazioni su:

- Energia della/e particella/e che ha/hanno attraversato il rivelatore
- Posizione
- Numero di particelle
- Quantità di moto
- Istante di attraversamento
- Identificazione della/e particella/e

Una schematizzazione un po' semplicistica suddivide i diversi rivelatori in due categorie:

1. i contatori, che sono in grado semplicemente di contare le particelle che attraversano il mezzo, senza fornire informazioni sulla loro traiettoria;
2. i rivelatori a visualizzazione, che oltre a segnalare il passaggio delle particelle,
3. permettono di osservarne la traccia e di misurarne le caratteristiche.

In realtà oggi anche degli strumenti noti come contatori consentono di evidenziare la traccia lasciata dalle particelle. La prima considerazione da fare su un rivelatore è la sua capacità di produrre un segnale utile per un dato tipo di radiazione e di energia. Nessun rivelatore sarà sensibile a tutti i tipi di radiazione e a tutte le energie. In realtà ogni rivelatore è progettato per essere sensibile ad un certo tipo di radiazione in un determinato intervallo di energie; al di fuori di tale regione, si ottiene generalmente un segnale inutilizzabile o una forte diminuzione dell'efficienza di rivelazione. Tale caratteristica dipende da diversi fattori:

1. la sezione d urto per le interazioni all'interno del rivelatore;
2. la massa del rivelatore;
3. il rumore prodotto;
4. il materiale di protezione che circonda il volume sensibile del rivelatore.

La sezione d urto e la massa del rivelatore determinano la probabilità che la radiazione incidente ceda tutta o parte della sua energia all'interno del rivelatore per ionizzazione. Il minimo segnale rivelabile dipende dal limite inferiore fissato dal rumore generato dal rivelatore stesso e dall'elettronica annessa. Il rumore si presenta come una fluttuazione nella tensione o nella corrente in uscita dal rivelatore ed è in ogni caso presente anche se non c'è nessuna radiazione incidente (*fondo*). Ovviamente il segnale prodotto dalla ionizzazione, per essere rivelato, dovrà essere maggiore del valore medio di rumore presente. Come convenzione, si definisce generalmente minimo rivelabile il valore del segnale pari al livello medio di rumore di fondo più tre volte la sua incertezza. Un ulteriore limite è fornito inoltre dal materiale di protezione che ricopre la finestra di ingresso del rivelatore. A causa dell'assorbimento del mezzo di protezione, infatti, solo una radiazione con energia sufficiente per attraversare tale spessore di materiale può essere rivelata. Soffermiamoci ora nel dettaglio sulle caratteristiche più significative di un rivelatore:

Efficienza di rivelazione La particella incidente può rilasciare tutta o parte della sua energia nel rivelatore oppure attraversarlo senza subire interazioni, con probabilità che variano a seconda del tipo di radiazione, della sua energia e delle dimensioni del rivelato. Si definisce *efficienza di rivelazione assoluta* ϵ_{ass} di un dato strumento il rapporto tra il numero di particelle rivelate e il numero di quelle emesse realmente dalla sorgente esaminata; il valore di tale grandezza dipende ovviamente, oltre che dalle caratteristiche del rivelatore, anche dalle condizioni geometriche sperimentali e, in particolare, dalla distanza sorgente-rivelatore. Come esempio, consideriamo un rivelatore cilindrico e una sorgente puntiforme ad una *distanza* d sull'asse del rivelatore, come illustrato dalla seguente figura:

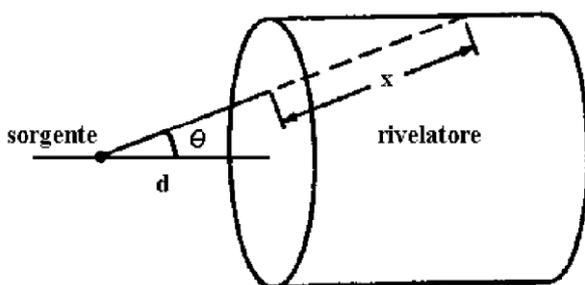


Fig. 3.1 Efficienza di rivelazione per un rivelatore cilindrico e una sorgente puntiforme.

La probabilità che una particella che incide sul rivelatore venga effettivamente rivelata è:

$$P(x) = 1 - e^{-\mu \cdot x}$$

dove μ è il coefficiente di attenuazione lineare della radiazione nel mezzo di cui è composto il rivelatore e dove x è il cammino percorso all'interno del rivelatore.

L'efficienza assoluta può essere fattorizzata in due parti: l'*efficienza intrinseca* ϵ_{int} e l'efficienza geometrica ϵ_{geom} , per cui è possibile scrivere:

$$\epsilon_{ass} = \epsilon_{int} \cdot \epsilon_{geom}$$

Per *efficienza di rivelazione intrinseca* ϵ_{int} si intende il rapporto tra il *numero di impulsi registrati dal rivelatore* e il *numero di quelli che ne attraversano la zona attiva*, tenendo conto, quindi, della geometria di irraggiamento. Inoltre nel caso in cui siano registrati solo gli eventi di assorbimento, cioè esclusivamente le interazioni in cui la particella cede tutta la sua energia nel rivelatore, si parla di *efficienza di picco*.

Risoluzione spaziale

Per i rivelatori sensibili alla posizione, si definisce la risoluzione energetica come la minima distanza necessaria affinché lo strumento sia in grado di distinguere due particelle che lo attraversano simultaneamente. In genere viene definita come la *larghezza a mezza altezza (FWHM)* della curva di risposta $g(x)$ dello strumento ad una sorgente puntiforme.

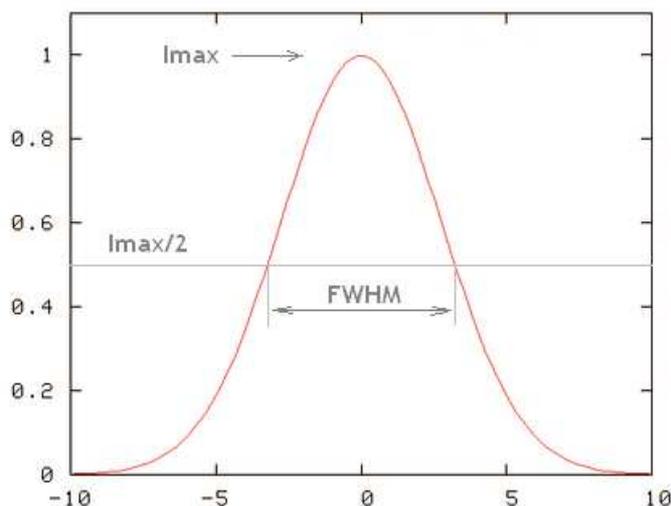


Fig. 3.2 Risoluzione spaziale di un rivelatore

Risoluzione energetica.

Dal punto di vista teorico, viene definita come la minima differenza di energia necessaria affinché il rivelatore riesca a discriminare due particelle di energia diversa. Per cercare di chiarire meglio il significato di risoluzione energetica consideriamo il

caso di un rivelatore spettrometrico investito da una radiazione monoenergetica. La distribuzione differenziale dell'ampiezza di impulso (spettro) prende il nome in questo caso di funzione risposta ed è illustrata come esempio nella seguente figura:

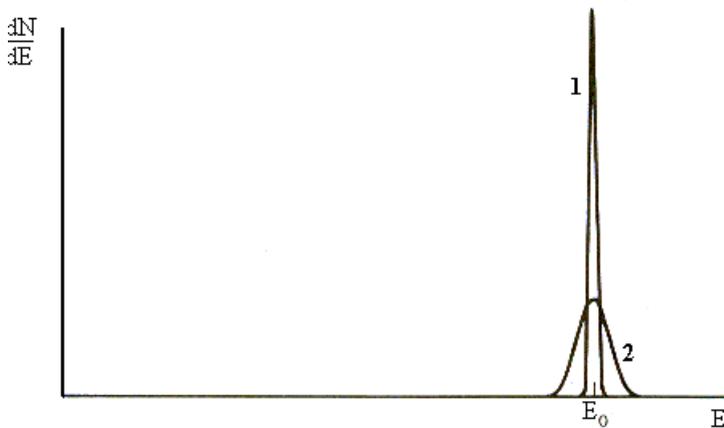


Fig. 3.3 Funzione risposta del rivelatore

Le due curve rappresentano due possibili distribuzioni nell'intorno di un'ampiezza di impulso media E_0 . La curva 1 mostra la risposta di un rivelatore con caratteristiche migliori rispetto a quello relativo alla curva 2. Infatti, assumendo che nei due casi venga registrato lo stesso numero di eventi, le aree sottese dalle due curve sono uguali ma, anche su tutte e due le distribuzioni sono centrate intorno allo stesso valore E_0 , per la seconda curva si ha una peggiore risoluzione energetica perché la sua larghezza è maggiore. Tale larghezza è dovuta alle maggiori fluttuazioni registrate da impulso a impulso a parità di energia depositata nel rivelatore (in tale ragionamento è stata implicitamente esclusa la possibile fluttuazione che può essere determinata dal processo di trasferimento dell'energia dalla radiazione al rivelatore). Se queste fluttuazioni fossero rese sempre più piccole la risposta del rivelatore tenderebbe ad una funzione *delta di Dirac*. Convenzionalmente si definisce risoluzione energetica il rapporto tra la *FMWH (Full Width at Half Maximum)* del picco, cioè la larghezza della distribuzione spettrale in corrispondenza della metà della massima ordinata e il valore centrale E_0 :

$$R = \frac{FWHM}{E_0}$$

come illustrato nella seguente figura:

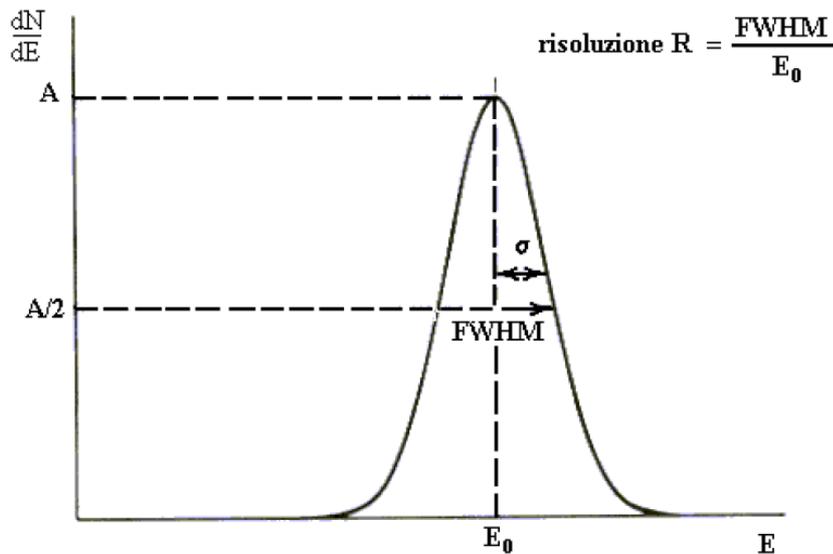


Fig. 3.4 Risoluzione energetica

Esistono un certo numero di potenziali sorgenti di fluttuazione nella risposta che causano un peggioramento della risoluzione energetica. Bisogna considerare innanzi tutto possibili derive delle caratteristiche operative del rivelatore durante la misura, sorgenti di rumore interne al rivelatore e all'apparato di misura e rumore statistico dovuto alla natura discreta dello stesso segnale misurato. Quest'ultimo è di fondamentale importanza poiché costituisce una fonte ineliminabile di rumore e, in molti casi, rappresenta anche la sorgente dominante di fluttuazione del segnale, ponendo pertanto un limite inferiore alle prestazioni del rivelatore. Più precisamente, il rumore statistico nasce dal fatto che la carica Q generata nel rivelatore da una radiazione non è una variabile continua ma rappresenta invece un numero discreto di portatori carichi che è soggetto comunque a fluttuazioni da evento a evento, anche se nel rivelatore viene rilasciata la stessa quantità di energia: è quindi una sorgente intrinseca di rumore. Assumendo che il processo di formazione di ciascun portatore di carica segua la *statistica di Poisson*, se chiamiamo N il numero di cariche generate, l'incertezza sulla media è stimabile con la grandezza N . Inoltre, visto che N è generalmente un numero grande, la risposta dello strumento si può ben approssimare con una *gaussiana*. Se inoltre si assume che la risposta del rivelatore sia lineare, si può scrivere:

$$E_0 = K \cdot N$$

con K costante. La deviazione standard sarà allora:

$$\sigma = K \cdot \sqrt{N}$$

e infine:

$$FWHM = 2.35 \cdot K \cdot \sqrt{N}$$

Si ha allora:

$$R = \frac{FWHM}{E_0} = \frac{2.35}{\sqrt{N}}$$

Per migliorare la risoluzione energetica intrinseca occorre pertanto aumentare il numero di fotoelettroni N . Se non sono trascurabili, le altre sorgenti di fluttuazioni nella catena di formazione del segnale si combinano con la risoluzione intrinseca del rivelatore per dare la risoluzione energetica totale del sistema. In generale la $FWHM$ totale sarà data dalla somma quadratica delle $FWHM$ delle singole sorgenti di fluttuazioni, cioè:

$$FWHM_{totale}^2 = FWHM_{statistica}^2 + FWHM_{elettronica}^2 + \dots$$

Risoluzione temporale

E' il minimo intervallo di tempo necessario al rivelatore per distinguere due particelle che lo attraversano in tempi diversi. Se due particelle giungono ad intervalli di tempo minori, i rispettivi segnali si sommano generando il problema noto come *pile up*.

Tempo morto

E' definito come l'intervallo di tempo T_0 che deve trascorrere dopo il passaggio di una particella, affinché lo strumento sia in grado di rivelarne una successiva. Se indichiamo con N' il numero di particelle rivelate nell'unità di tempo e con N il numero di quelle che hanno realmente attraversato il rivelatore, si può scrivere:

$$N = \frac{N'}{1 - N' \cdot T_0}$$

3.1 I rivelatori di tracce

Un rivelatore di tracce è usato per misurare molti punti vicini lungo il passaggio di una particella carica per ricostruirne la traiettoria.

Camera a nebbia

La camera a nebbia, detta anche *camera di Wilson*, che ideò la tecnica e realizzò la prima nel 1912, ha avuto un ruolo fondamentale nei primi studi dei raggi cosmici.

Il principio di funzionamento è basato sulla proprietà di un *gas sovrassaturo*, in totale assenza di polveri, di produrre goccioline dove sono presenti ioni a seguito di una rapida espansione.

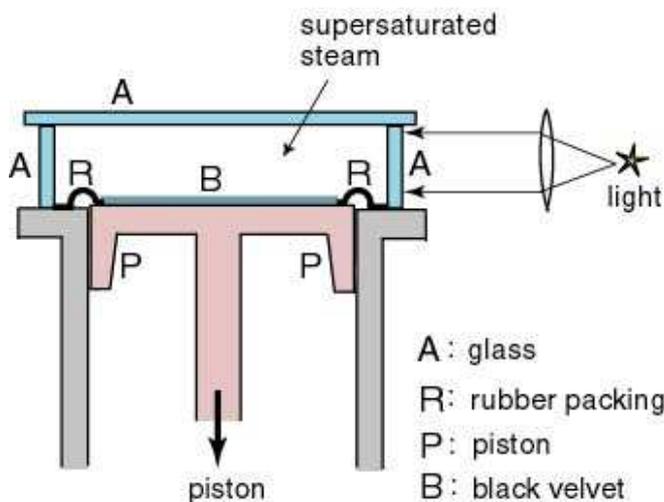


Fig. 3.1 Funzionamento della camera a nebbia

Se l'espansione avviene entro un breve intervallo di tempo rispetto al passaggio di una particella ionizzante, le goccioline si formano attorno agli ioni prodotti. Il tempo di sensibilità è tipicamente di $10 \div 100 \text{ ms}$. In molti esperimenti l'espansione della camera a nebbia è fatta in modo *asincrono*. Il tempo di sensibilità è comunque abbastanza lungo perché si possa utilizzare un comando esterno. La posizione delle goccioline viene registrata illuminando e fotografando la camera a nebbia subito dopo l'espansione. Il ritardo deve essere sufficientemente breve perché le goccioline non diffondano nel gas. La risoluzione spaziale dipende dalle dimensioni e dalla diffusione delle goccioline ed è tipicamente 0.5 mm .



Fig. 3.2 Traiettorie di particelle in una camera a nebbia

Il tempo di recupero necessario perché dopo un'espansione il gas sia nelle condizioni di rivelare il passaggio di un'altra particella è di alcuni secondi.

Camera a diffusione

Il principio di funzionamento della camera a diffusione è lo stesso della camera a

nebbia, ma non ha bisogno di espansione perché le condizioni di *gas sovrassaturo* per la formazione di goccioline attorno agli ioni vengono mantenute con un delicato procedimento di diffusione del vapore all'interno della camera. La camera a diffusione ha il vantaggio di funzionare in modo continuo e, poiché non è necessario espandere il gas, di poter funzionare a pressione. La camera a diffusione è stata utilizzata in esperimenti con fasci di particelle prodotti da acceleratori. La risoluzione spaziale è $\sim 0.5\text{ mm}$ ed è limitata dai moti convettivi della diffusione del vapore all'interno della camera.

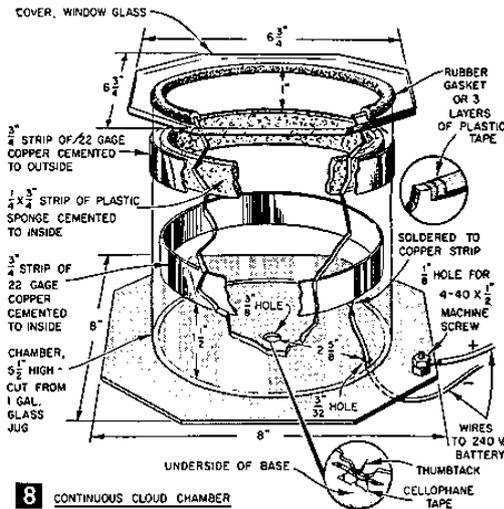


Fig. 3.3 Camera a diffusione

Camera a bolle

Il materiale sensibile in una camera a bolle è un liquido in cui la pressione idrostatica è mantenuta per un breve intervallo di tempo più bassa della tensione di vapore. In queste condizioni il *liquido surriscaldato* non bolle spontaneamente, le bolle si possono formare solo se c'è un aumento locale di temperatura; questo è prodotto dall'energia rilasciata da particelle ionizzanti. L'energia necessaria per produrre le condizioni di crescita di una bolla è tipicamente $10 \div 100\text{ eV}$. La camera a bolle è stata ideata da *Glaser* che realizzò la prima nel 1952. La camera a bolle funziona in modo ciclico: nello stato di riposo si ha $p < p_{vap}$; una rapida espansione porta la camera nella condizione di funzionamento in cui $p > p_{vap}$; segue una rapida compressione per tornare nella condizione di riposo.

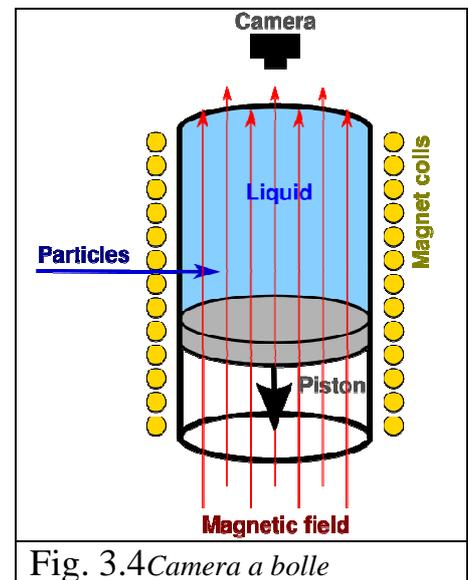


Fig. 3.4 Camera a bolle

Nella condizione di funzionamento il tempo di sensibilità è di circa 10 ms , la durata del ciclo è tipicamente una frazione di secondo. Le camere a bolle sono state usate in esperimenti presso acceleratori con il ciclo di operazione sincronizzato con l'estrazione del fascio in modo che questo attraversi la camera durante il periodo di

Le emulsioni nucleari non hanno alcuna risoluzione temporale poiché sono sensibili dal momento della produzione al momento dello sviluppo e durante questo periodo vanno tenute in condizioni di bassa umidità, bassa temperatura e, possibilmente, schermate da sorgenti di radiazione che non si vuol rivelare. Hanno d'altra parte un'ottima risoluzione spaziale data dalla dimensione dei grani impressionati, $1 \mu m$, e dalla loro distanza, $< 10 \mu m$. Con emulsioni nucleari si può determinare la ionizzazione specifica di una particella, misurando la densità di grani impressionati, e la direzione della particella, osservando l'aumento della diffusione coulombiana multipla dovuto alla perdita di energia lungo il percorso.

Camera a scintilla

La camera a scintilla, sviluppata negli *anni '50*, è costituita da lastre conduttrici piane, tipicamente distanziate di $1 cm$, connesse alternativamente a massa e ad un generatore impulsivo di tensione. Tra le lastre vi è un gas nobile che viene ionizzato dal passaggio di una particella carica. Se immediatamente dopo il passaggio della particella, prima che avvenga la ricombinazione degli ioni, si applica un campo elettrico di $\sim 10 keV/cm$ gli elettroni vengono fortemente accelerati e innescano una scarica lungo la traccia di ionizzazione lasciata dalla particella. L'impulso di tensione deve essere comandato da rivelatori rapidi entro il tempo di sensibilità, che è $\sim 0.5 \mu s$, e deve essere breve, $< 0.1 \mu s$, per limitare l'energia e quindi la dimensione della scarica. Le scintille sono facilmente visibili e possono essere fotografate. La risoluzione spaziale è definita dalla dimensione della scarica ed è tipicamente $< 1 mm$ per tracce normali agli elettrodi e peggiora leggermente per tracce inclinate. Vi è un tempo di recupero di circa $1 ms$ per eliminare la ionizzazione residua prodotta dalla scarica.

Camera a streamer

Nella *camera a streamer*, come nella camera a scintilla, il mezzo sensibile è un gas nobile che viene ionizzato dal passaggio di una particella carica. In questo caso i due elettrodi sono più distanti tra loro e il campo elettrico, $\sim 20 keV/cm$, viene eccitato per un tempo molto breve $\sim 10 ns$. In questo breve intervallo di tempo gli elettroni sono fortemente accelerati e producono altri elettroni secondari di ionizzazione che emettono radiazione, ma l'energia non è sufficiente a innescare la scarica. La radiazione emessa lungo la traccia di ionizzazione è visibile e può essere fotografata. Anche in questo caso c'è bisogno di un comando esterno: più breve è il ritardo migliore è la risoluzione spaziale, tipicamente $< 1 mm$.

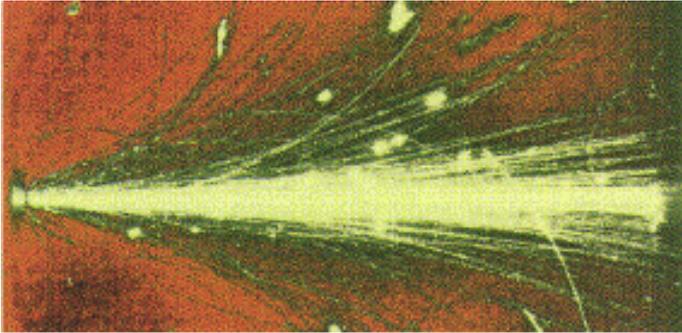


Fig. 3.6 Fotografia in una camera a streamer della collisione tra 2 nuclei di S.

Contatore Geiger-Müller

Il *contatore Geiger* è una *camera a scintilla* utilizzata nel limite in cui la tensione satura (ovvero in modo che la tensione prodotta dal passaggio della particella ionizzante non dipenda dall'energia rilasciata da queste e quindi dal numero delle coppie ione-elettrone prodotte).

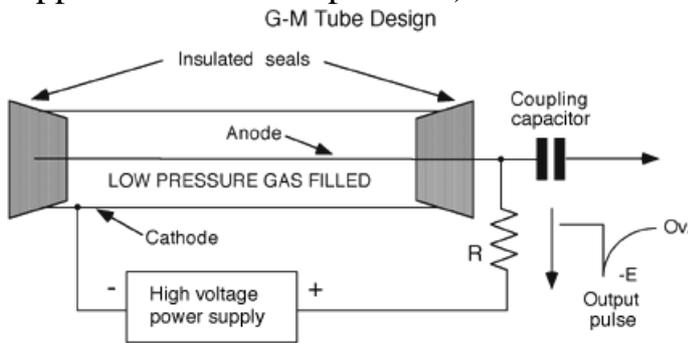


Fig. 3.7 Schema di funzionamento di un contatore di Geiger-Müller

Infatti, quando una radiazione attraversa il tubo e colpisce una delle molecole del gas, la ionizza, creando una coppia ione-elettrone. A seconda del potenziale tra gli elettrodi, possono avvenire i seguenti fenomeni

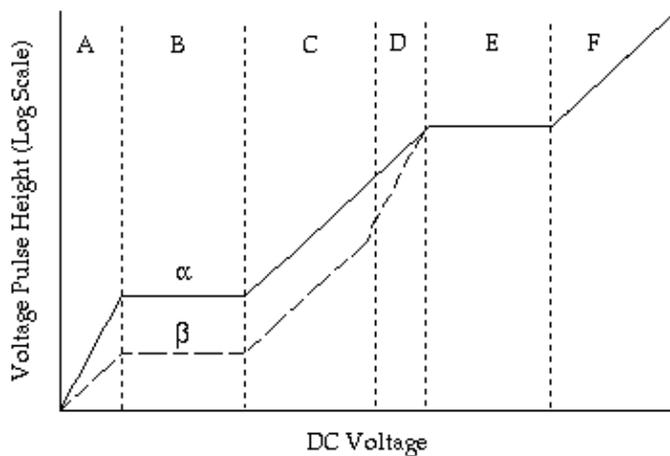


Fig. 3.8 I diversi regimi di funzionamento di una camera a scintilla

- Nella *regione A* non tutte le cariche prodotte vengono raccolte in quanto, a causa del piccolo valore del campo elettrico, il processo di ricombinazione delle varie coppie ione-elettrone è notevole. Aumentando la differenza di potenziale applicata il tempo a disposizione per la ricombinazione diminuisce, perché aumenta la componente della velocità delle coppie lungo la direzione del campo; questo crea un aumento della carica raccolta.
- Nella *regione B*, chiamata di saturazione o di camera a ionizzazione, gli effetti della ricombinazione diventano trascurabili e la carica raccolta è tutta quella prodotta.
- Nelle *regioni C e D* il campo elettrico è sufficientemente intenso da far acquistare agli elettroni primari prodotta energia cinetica sufficiente a ionizzare gli atomi del gas producendo, così, una moltiplicazione a valanga di ioni. La ionizzazione secondaria è ancora strettamente dipendente da quella primaria ed è in questa regione che lavorano i contatori proporzionali.
- Nella *regione E*, detta di *Geiger-Muller*, la carica raccolta non è più proporzionale alla ionizzazione primaria; oltre alla ionizzazione si hanno altri fenomeni quali l'eccitazione seguita da emissione di luce visibile e ultravioletta; questo produce un impulso costante in un certo intervallo del potenziale applicato, indipendentemente dal tipo di particella incidente.
- Nella *regione F* non è più possibile nessun tipo di rivelazione: l'impulso in uscita non dipende più dalla radiazione incidente, poiché avviene una scarica in presenza o meno di radiazione.

In questi dispositivi quindi la carica raccolta è indipendente dalla ionizzazione primaria. L'impulso elettrico risultante sarà testimone dell'avvenuto contatto con una radiazione ionizzante, e sarà contato da un circuito elettronico (i famosi *click* che si sentono). A seconda del numero di conteggi fatti in un'unità di tempo, riusciamo a capire se siamo in presenza di una sorgente radioattiva, e la sua pericolosità. Un *contatore Geiger-Müller* è solitamente composto da un catodo cilindrico di 1-10 cm

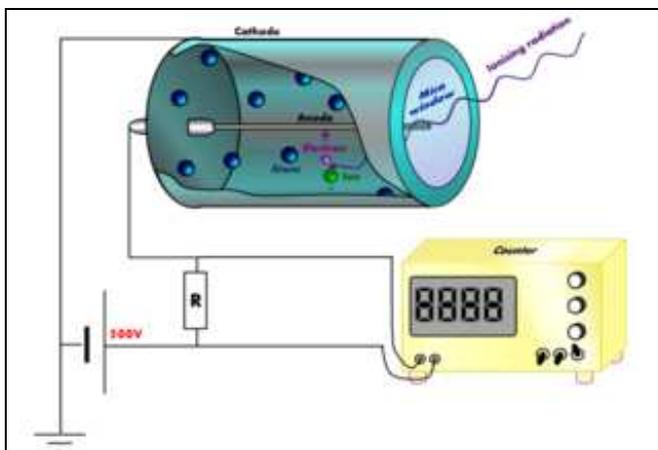


Fig. 3.9 Immagine di un contatore di Geiger-Müller

di diametro con una lunghezza che è da due a dieci volte maggiore. In base alla geometria essi possono funzionare come rivelatori di raggi β , γ o X . I contatori per raggi β devono poter offrire devono un piccolissimo assorbimento agli elettroni e per tale motivo una parte del tubo viene provvista di una finestra ricoperta da un materiale molto sottile, di bassa densità e di resistenza meccanica sufficiente a sopportare la differenza tra pressione interna ed esterna. Solitamente tali finestre sono fatte in *mica*. I contatori

per raggi γ funzionano a causa della ionizzazione dovuta agli elettroni prodotti per effetto fotoelettrico, per effetto Compton o per creazione di coppie dall'interazione dei raggi γ con le pareti o con il gas di riempimento. A causa della bassa probabilità di interazione con il gas, occorre affidarsi all'interazione con le pareti e utilizzare contatori senza finestra e con spessori notevoli delle pareti metalliche. Con tutto ciò l'efficienza risulta molto bassa. I contatori per raggi X sono simili a quelli per raggi β . Infatti poiché i raggi X sono fotoni con energie più basse dei raggi γ , occorrono contatori con pareti sottili e con finestra di *mica*, in modo che l'interazione avvenga con le molecole del gas. Generalmente i gas impiegati sono l'*argon*, il *krypton* e lo *xenon*.

3.2 Gli scintillatori

Nell'ambito della rivelazione delle particelle ionizzanti, la combinazione di un cristallo scintillante con un *tubo foto-rivelatore* rappresenta uno dei rivelatori più utilizzati per le applicazioni pratiche, soprattutto in medicina nucleare. Il rivelatore a scintillazione presenta, infatti, molti vantaggi rispetto ad altri tipi di rivelatori, quali il veloce tempo di risposta e un'alta efficienza di rivelazione. La figura sottostante illustra uno schema esemplificativo del funzionamento di un rivelatore a scintillazione, realizzato mediante l'accoppiamento di uno scintillatore e di un tubo fotomoltiplicatore.

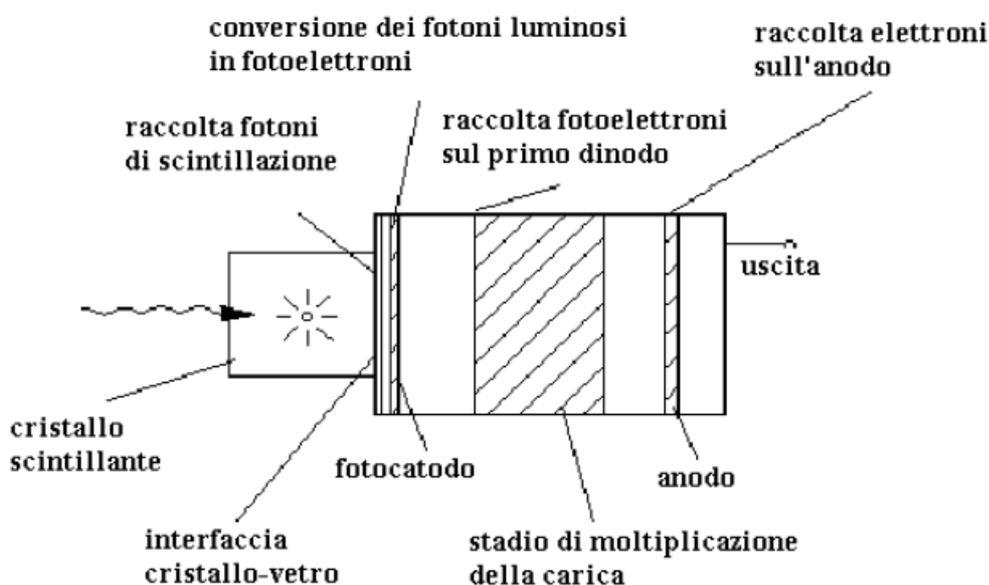


Fig. 3.10 Schema di funzionamento di un rivelatore a scintillazione

Fissiamo la nostra attenzione ad esempio sull'interazione dei fotoni con il rivelatore. Come risultato della cessione energetica del fotone nel cristallo, si ottiene l'emissione di luce di scintillazione secondo le modalità descritte nel paragrafo successivo. Ipotizzando un'interazione fotoelettrica ed una risposta del cristallo scintillante di tipo lineare, l'ammontare di luce di scintillazione prodotta per ogni singolo evento di interazione, è proporzionale all'energia del fotone gamma incidente; il fattore di proporzionalità rappresenta l'efficienza luminosa intrinseca del cristallo. La luce di

indicata con il nome di *efficienza di scintillazione*. È evidente che un'alta efficienza di scintillazione è una delle caratteristiche richieste ad un buon materiale scintillante. Ci sono ovviamente altri aspetti di cui tenere conto nella scelta di un particolare scintillatore, che, ovviamente, risulterà migliore o peggiore di altri a seconda delle caratteristiche evidenziate; tale scelta, quindi, sarà effettuata accettando il compromesso che meglio si adatta alla specifica applicazione in esame. Le caratteristiche principali richieste per uno scintillatore sono:

1. un'alta efficienza di scintillazione, cioè la frazione dell'energia della particella incidente che è convertita in luce visibile;
2. un'alta efficienza di rivelazione;
3. un tempo caratteristico di emissione molto breve;
4. un indice di rifrazione prossimo a quello del vetro (quindi intorno al valore 1.5), che consenta un buon accoppiamento ottico con il fotomoltiplicatore;
5. una buona resistenza alle sollecitazioni a cui può essere sottoposto in base alla specifica applicazione richiesta;
6. una buona lavorabilità del materiale;
7. la trasparenza alla lunghezza d'onda della propria emissione, in modo da evitare il fenomeno dell'*autoassorbimento* ed aumentare la raccolta dei fotoni di scintillazione;
8. la linearità di risposta, in un *range* di energie sufficientemente ampio, in modo che la quantità di luce prodotta risulti quanto più possibile proporzionale all'energia depositata nel materiale.

Gli scintillatori utilizzati per la rivelazione vengono generalmente suddivisi in due categorie: *scintillatori organici* ed *inorganici*. Gli organici danno generalmente una risposta più lenta con tempi tipici di risposta di $200\div 500\text{ ns}$, ma hanno una maggiore luminosità (38000 eV nel caso dello *ioduro di sodio*) risultando quindi più indicati per misure di energie. Di seguito esamineremo solo il meccanismo di scintillazione degli scintillatori inorganici, riportando infine una breve analisi dei cristalli comunemente impiegati.

I cristalli inorganici: il meccanismo di scintillazione

La scintillazione di un cristallo segue un meccanismo che può essere suddiviso, per maggiore chiarezza, in 3 stadi:

1. la radiazione incide sul cristallo determinando l'assorbimento di tutta o parte della sua energia.
2. L'energia assorbita viene trasferita ai centri di emissione (o centri luminosi) in cui avvengono le transizioni elettroniche che generano l'emissione di luce.
3. Viene generato il processo di luminescenza.

Il primo stadio, relativo al rilascio di energia nel materiale, avviene secondo

meccanismi che variano significativamente in base al tipo di particella incidente. Sappiamo, ad esempio, come per particelle cariche (α e β) l'interazione possa essere modellizzata con la teoria del frenamento continuo: tali particelle, cioè, perdono energia in modo continuo da quando entrano nel materiale ed è possibile definire quindi un'energia media persa per unità di percorso, $-dE/dx$. Per quanto riguarda la ionizzazione, la perdita di energia per unità di percorso è espressa dalla ben nota formula di *Bethe-Block*. Per gli elettroni, inoltre, al crescere dell'energia, assume importanza anche il fenomeno dell'irraggiamento (*bremmstrahlung*), originato dall'accelerazione subita da tali particelle che vengono fortemente deviate durante le collisioni con gli elettroni del mezzo. Per le particelle neutre (*fotoni* e *neutroni*) si definisce invece una probabilità di interazione puntuale, giungendo alla legge di assorbimento:

$$I(E, x) = I_0(E) \cdot e^{-\mu(E) \cdot x}$$

Se un fascio monocromatico di energia E ed intensità $I_0(E)$ incide su un cristallo di spessore x , la sua intensità sarà attenuata secondo la formula appena scritta, dove $\mu(E)$ è il *coefficiente di attenuazione lineare* relativo all'energia E , cioè la probabilità, per unità di lunghezza, che la radiazione interagisca con il materiale. Trattandosi di un modello probabilistico, è possibile definire il *cammino libero medio* della radiazione nel mezzo (che prende anche il nome di *lunghezza di attenuazione*) nel seguente modo:

$$\lambda(E) = \frac{\int_0^{\infty} x \cdot I(E, x) \cdot dx}{\int_0^{\infty} I(E, x) \cdot dx} = \frac{\int_0^{\infty} x \cdot I_0(E) \cdot e^{-\mu(E) \cdot x} \cdot dx}{\int_0^{\infty} I_0(E) \cdot e^{-\mu(E) \cdot x} \cdot dx} = \frac{1}{\mu(E)}$$

Tale grandezza rappresenta lo spessore di materiale necessario affinché l'intensità della radiazione risulti ridotta a un fattore $1/e$ di quella incidente.

I centri luminescenti

I cristalli scintillanti *puri* (*scintillatori intrinseci*), qualora vengano attraversati da una radiazione ionizzante, emettono pochi fotoni che in genere appartengono alla zona ultravioletta. Nei cristalli cosiddetti *drogati* (*scintillatori estrinseci*), invece, vengono introdotte delle opportune impurità (i *centri attivatori*) che permettono di aumentare l'efficienza luminosa. Si tratta solitamente di *Tl*, *Eu*, *Ce*, che emettono nello spettro del visibile in tempi dell'ordine di *100 ns*. Quando una radiazione attraversa uno scintillatore, rilascia una certa quantità di energia al materiale, in base ai vari tipi di processi già descritti; una parte di questa energia viene assorbita determinando delle transizioni elettroniche dalla banda di valenza a quella di conduzione, fornendo cioè

l'energia necessaria all'elettrone per superare la *gap*. Come risultato di tale assorbimento, quindi, abbiamo un elettrone in banda di conduzione e una lacuna in banda di valenza, entrambi liberi di migrare nel cristallo. Talvolta si creano degli stati idrogenoidi, i cosiddetti eccitoni, cioè dei sistemi legati stabili *elettrone-lacuna*, che si muovono unitamente nel cristallo; ne derivano dei livelli energetici aggiuntivi, situati appena sotto la banda di conduzione. Se l'elettrone e la lacuna si ricombinano nel cristallo, l'energia di formazione del *sistema eccitonico* viene restituita sotto forma di impulso luminoso. Cerchiamo di capire ora il ruolo giocato dai centri attivatori negli scintillatori estrinseci. La loro presenza modifica la struttura a bande del cristallo puro e vengono a formarsi degli stati di energia all'interno della banda proibita. Gli elettroni che si muovono nella banda di conduzione possono essere catturati dai siti attivatori nei livelli elettronici non occupati e diseccitarsi successivamente con emissioni radiative. I centri possono essere suddivisi più in particolare in *tre categorie*:

1. centri luminescenti: l'elettrone torna al livello fondamentale mediante emissione di luce;
2. centri di spegnimento: il ritorno al livello fondamentale avviene non per emissione luminosa ma per via *fononica*;
3. trappole: sono livelli instabili; dopo essere stati catturati, gli elettroni possono passare nella banda di conduzione per assorbimento di energia termica, oppure scendere al livello fondamentale con una transizione radiativa che in genere necessita di tempi piuttosto lunghi.

Affinché ci sia emissione di luce di scintillazione, è necessario che vengano eccitati i centri luminescenti del cristallo. Non è del tutto chiaro ancora oggi come avvenga tale trasferimento di energia. A seguito della ionizzazione primaria l'atomo va incontro ad una serie di transizioni radiative e non radiative. I fotoni secondari emessi vengono riassorbiti dal cristallo (ad esempio per *effetto fotoelettrico*), mentre gli elettroni interagiscono con quelli degli orbitali più esterni degli atomi, generando una valanga di portatori carichi secondari. Gli *elettroni* (e le *lacune*) altamente energetici vengono convertiti, durante questo processo, in *elettroni* (e *lacune*) termalizzati nella *banda di conduzione* (e nella *banda di valenza*) o in *coppie eccitoniche*. Durante tale *termalizzazione* si verificano dei processi di dissipazione energetica in cui l'energia è resa disponibile per l'eccitazione dei centri di emissione: le modalità con cui avviene tale trasferimento di energia sono alla base del calcolo dell'efficienza di scintillazione. Ricordiamo inoltre che l'eccitazione dei centri può essere prodotta anche dall'assorbimento diretto di un fotone. Elettroni e lacune (divisi o legati in uno *stato eccitonico*), migrando nel cristallo, possono quindi raggiungere il centro attivatore che cattura l'elettrone. A sua volta la lacuna ionizza il centro strappando l'elettrone dal suo stato fondamentale: in tal modo si permette ad un elettrone, presente nello stato eccitato del sito luminescente, di passare allo stato fondamentale, con possibile emissione di luce di scintillazione, in tempi dell'ordine di *100 ns*. Come

spiegheremo tra breve, l'energia emessa è minore della *gap* esistente tra banda di valenza e di conduzione. Il processo di luminescenza avviene attraverso le transizioni elettroniche permesse tra gli stati eccitati e lo stato fondamentale del centro di emissione.

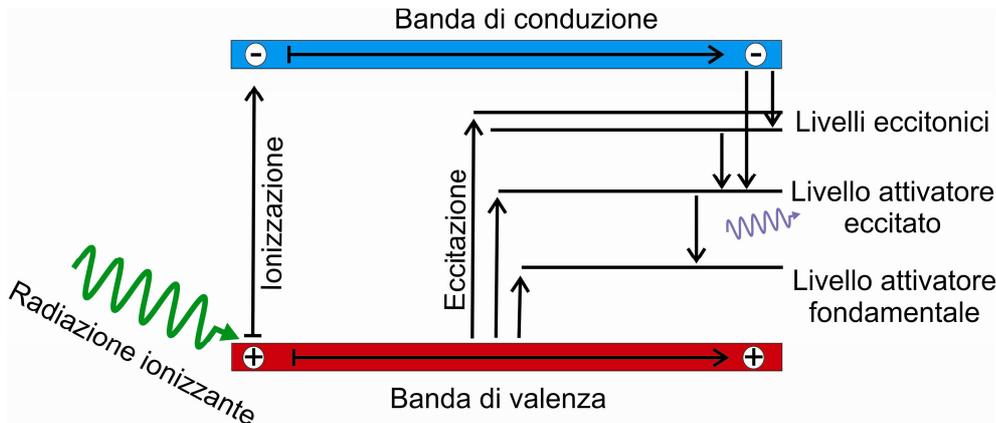


Fig. 3.12 Meccanismo di luminescenza in uno scintillatore estrinseco

Poiché i tempi con cui le coppie *elettrone-lacuna* migrano nel cristallo sono molto minori della vita media dei livelli eccitati del sito attivatore, si può ritenere che questi decadano contemporaneamente. Il processo di fosforescenza ha un'origine un po' più complessa. L'elettrone, ad esempio, è catturato dall'attivatore in uno stato eccitato E_1 da cui è proibita la transizione al livello fondamentale E_0 . Pertanto è necessario fornire un'energia aggiuntiva (sotto forma di energia termica), in modo che l'elettrone possa portarsi allo stato di energia $E_2 > E_1$, da cui può decadere al livello fondamentale E_0 , con emissione di radiazione luminosa. Tale processo richiede tempi molto più lunghi e la luce emessa prende il nome, come già detto, di luce di fosforescenza.

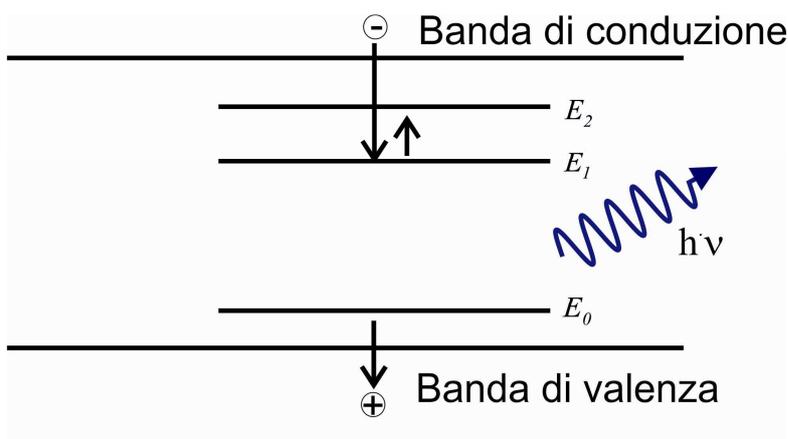


Fig. 3.13 Meccanismo di fosforescenza

Cercheremo di spiegare ora, più in dettaglio, il meccanismo di luminescenza che ha origine nei centri attivatori. Consideriamo due livelli elettronici differenti, il livello fondamentale e quello eccitato (che possono essere approssimati a delle parabole

nell'intorno del punto di minimo), con i relativi livelli *rotovibrazionali*. Osserviamo che le posizioni di equilibrio dei due stati, espresse in funzione della coordinata configurazionale Q nel reticolo cristallino, sono diverse a causa del differente legame chimico tra gli atomi. Ricordiamo inoltre che le transizioni elettroniche possono avvenire solo lungo linee verticali, poiché avvengono in tempi molto più veloci di quelli impiegati dai nuclei per cambiare la loro posizione nel reticolo cristallino (Q pertanto deve essere considerato costante durante tali transizioni: principio di *Franck-Condon*). I centri di emissione possiedono dei centri energetici situati nella banda proibita, tra banda di valenza e banda di conduzione. Gli elettroni delocalizzati nella banda di conduzione possono combinarsi con un centro di emissione direttamente o indirettamente, attraverso dei *livelli eccitonici*, come illustrato nella precedente figura. Gli elettroni che si sono combinati con dei centri luminescenti in una configurazione eccitata, possono emettere radiazione luminosa, diseccitandosi nello stato fondamentale secondo le transizioni radiative permesse. Analizziamo più in dettaglio tale processo, aiutandoci con la seguente figura.

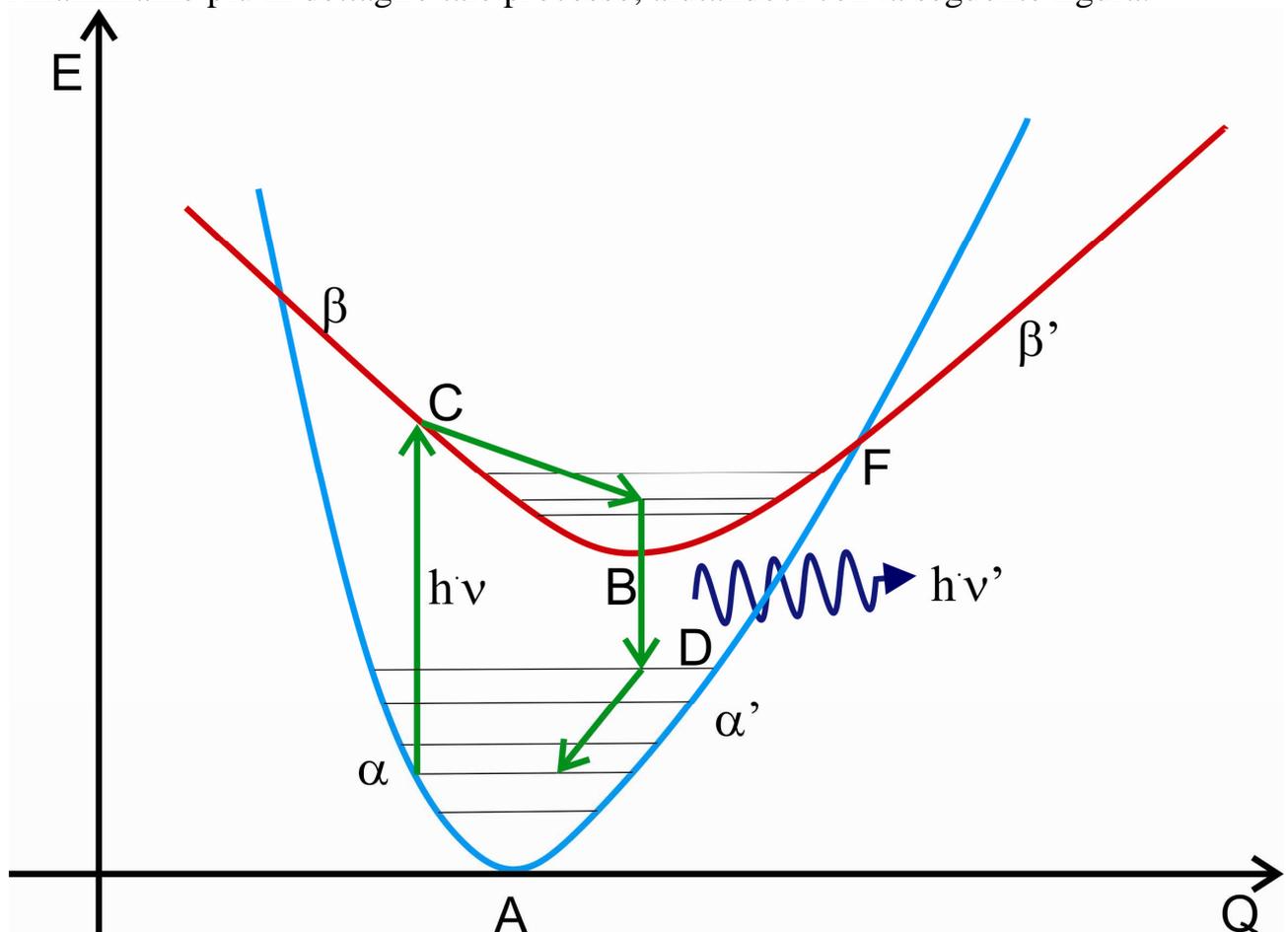


Fig. 3.14 *Meccanismo di luminescenza*

L'eccitazione del centro produce una transizione AC , come evidenziato nel diagramma. A seguito di tale transizione, il sistema ha un eccesso di energia *rotovibrazionale* che dissipa termicamente con la transizione CB . Quindi esegue una transizione BD , che avviene con l'emissione di un fotone di luminescenza $h \cdot \nu'$, e

successivamente ritorna con la transizione DA al livello fondamentale, dissipando per via termica l'energia *rotovibrazionale*. È importante sottolineare che l'energia ($h \cdot \nu'$) del fotone emesso è minore di quella che occorre per eccitare il centro luminoso ($h \cdot \nu$) e minore ovviamente della *gap* (E_g). Questa caratteristica, nota come *spostamento di Stokes*, è alla base di una proprietà molto importante per gli scintillatori: lo spettro di emissione, infatti, è spostato verso lunghezze d'onda maggiori rispetto a quelle proprie dell'assorbimento del cristallo, il quale, pertanto, risulta *trasparente* rispetto alla luce emessa dai siti attivatori. Se le curve dei due stati rappresentati in figura hanno un punto di intersezione (punto F), può accadere talvolta che il sistema eccitato passi dal punto C al punto F per via *fononica* da cui decade poi, per rilassamento termico, allo stato fondamentale, senza che vi sia emissione di luce. Ovviamente tale processo è in competizione con quello radiativo descritto in precedenza; in particolare si può dire che, indicando con T la temperatura, dominano le transizioni radiative se $k_b \cdot T \ll E_F - E_C$, mentre in caso contrario si assiste ad uno spegnimento della luminescenza. Infine vogliamo osservare che l'elettrone che migra nel cristallo può anche essere catturato dalle trappole prima di incontrare un centro luminescente; in tal caso la transizione è detta non localizzata e l'emissione luminosa è lenta e dipende in generale dalla temperatura. In uno scintillatore *intrinseco* (o *puro*) il centro luminoso è rappresentato dallo ione positivo che forma il reticolo cristallino. Una radiazione incidente può ionizzare gli atomi del reticolo oppure far passare gli elettroni dalla *banda di valenza* a quella di *eccitonica*. Gli elettroni presenti nella banda di conduzione possono essere facilmente catturati dai *livelli eccitonici* e, in questo caso, esiste la possibilità di un'emissione radiativa tra il più basso *livello eccitonico* ed il livello fondamentale dello ione positivo. Tale processo risulta però abbastanza inefficiente e la radiazione emessa ha una frequenza tipicamente più alta rispetto alla luce visibile.

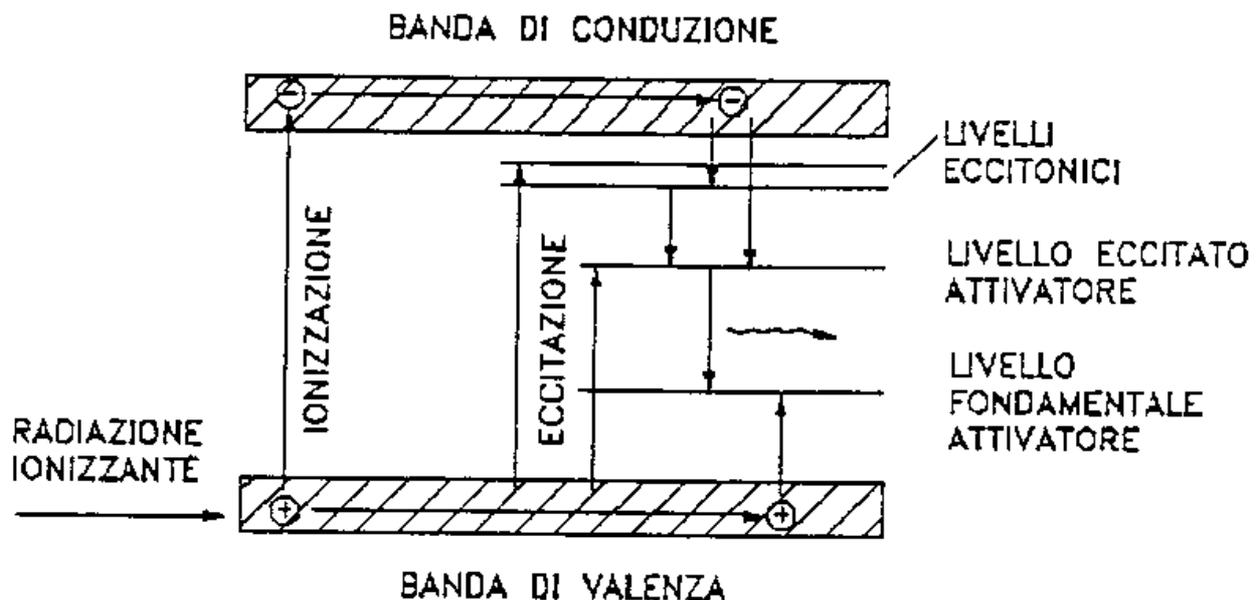


Fig. 3.15 Meccanismo di luminescenza in uno scintillatore intrinseco

Il fenomeno della cross luminescence

La *cross luminescence* è un diverso tipo di luminescenza, osservato per la prima volta nel 1982 per il *cristallo* BaF_2 (*floruro di bario*). Tale fenomeno, generato in seguito all'interazione con una radiazione ionizzante, corrisponde ad una transizione elettronica interatomica, come risulta evidente dalla figura sottostante, che descrive il meccanismo di *cross luminescence* proprio per il BaF_2 .

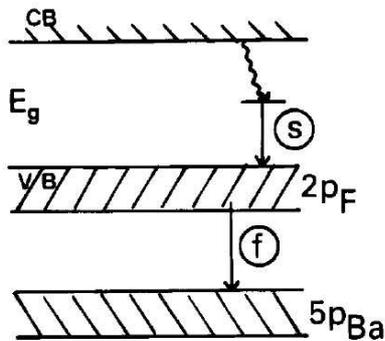


Fig. 3.16 Emissione di fotoni nel BaF_2 . con la lettera *s* indichiamo le ricombinazioni di eccitoni (lente), con la lettera *f* le ricombinazioni *cross luminescence* (veloci). *CB* indica la banda di conduzione, *VB* la banda di valenza e $5p_{Ba}$ la core band.

Un elettrone della banda profonda (*core band*) dello ione positivo Ba_2^+ è eccitato nella banda di conduzione. La lacuna risultante si rilassa velocemente verso il bordo della banda ed annichila con un elettrone della banda di valenza, con un'emissione di un fotone ultravioletto che rappresenta la *cross luminescence*. Affinché sia possibile osservare questa emissione di luce, la larghezza della banda proibita deve essere maggiore della distanza fra la banda di valenza e la banda profonda dello ione positivo. In caso contrario, il fotone emesso ha un'energia sufficiente per ionizzare un elettrone della banda di valenza; quest'ultimo effetto rappresenta l'*emissione Auger*. La lacuna in banda di valenza risultante dall'*emissione di cross luminescence* e l'elettrone in banda di conduzione annichilano successivamente tramite la formazione di una *coppia eccitonica (emissione lenta)*. Il tempo caratteristico di emissione della *cross luminescence* è dell'ordine di 1 ns e, pertanto, tale fenomeno risulta molto interessante in applicazioni con alti ratei di conteggio. Fino ad oggi, sono stati scoperti circa 30 possibili cristalli scintillanti nei quali può verificarsi tale tipo di emissione.

Il meccanismo di estinzione della luminescenza (quenching)

In un cristallo che si trova in uno stato eccitato esiste una competizione tra le transizioni radiative e quelle non radiative, dalle quali non risultano cioè fotoni visibili. Tali processi rappresentano ovviamente delle perdite nella capacità di conversione dell'energia della particella incidente in luce di scintillazione.

Indichiamo con p_r la probabilità che avvengano transizioni radiative, con p_{NR} la probabilità che avvengano transizioni non radiative. La durata di *vita naturale* τ_r della

luminescenza di un centro di emissione è pari a $1/p_R$, mentre la vita media misurabile è pari al valore ottenibile dalla seguente espressione:

$$\frac{1}{\tau} = p_R + p_{NR}$$

È immediato osservare che, al crescere della probabilità p_{NR} , il tempo di smorzamento diventa più breve. È possibile definire inoltre l'efficienza di luminescenza come il rapporto:

$$\eta = \frac{p_R}{p_R + p_{NR}}$$

Pertanto, maggiore è la probabilità di transizioni non radiative, minore è l'efficienza della luminescenza. Poiché, comunque, è preferibile che il tempo di smorzamento della luminescenza sia breve affinché lo scintillatore sia pronto per rivelare il passaggio di una nuova particella, si capisce come tale aspetto sia in contrasto con l'esigenza di avere un'alta efficienza di luminescenza: una diminuzione per *quenching* del tempo di smorzamento della luce prodotta in un cristallo, infatti, sarà accompagnata da un abbassamento della quantità di luce prodotta.

L'estinzione della luminescenza può essere attribuita a tre differenti cause di estinzione:

1. l'effetto termico;
 2. la concentrazione dei centri attivatori;
 3. le impurezze presenti nel cristallo;
- L'estinzione della luminescenza di origine termica è presente in tutti i cristalli scintillatori. Consideriamo uno scintillatore estrinseco in cui non sia alta la concentrazione degli attivatori, cioè in cui si possa trascurare l'interazione fra i centri di emissione. In questo caso è possibile modellizzare il centro di emissione con un oscillatore armonico semplice.

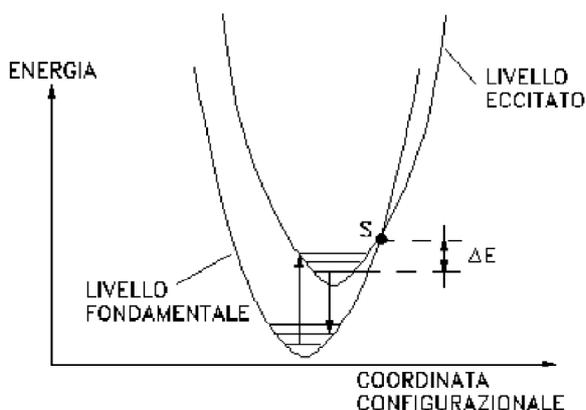


Fig. 3.17 Transizioni non radiative in un oscillatore armonico

L'elettrone che si trova in uno stato eccitato può ricevere un'energia termica ΔE sufficiente per innalzarlo fino al punto S di incrocio tra le due parabole che definiscono lo stato fondamentale e lo stato eccitato dell'oscillatore. Sotto questa ipotesi si avrà quindi una transizione non radiativa dallo stato eccitato allo stato fondamentale e l'energia verrà rilasciata al reticolo cristallino sotto forma di energia termica. In tal caso, la probabilità di transizione non radiativa p_{NR} è esprimibile nella seguente forma:

$$p_{NR} = A \cdot e^{-\frac{\Delta E}{k_b \cdot T}}$$

dove A è un'opportuna costante, k_b la *costante di Boltzmann* e T la *temperatura del mezzo*, la probabilità di transizione radiativa, invece, non dipende dalla temperatura T e rimane costante. L'andamento dell'efficienza di luminescenza in funzione della temperatura è allora esprimibile tramite l'espressione sottostante:

$$\eta = \frac{p_R}{p_R + p_{NR}} = \frac{I}{I + B \cdot e^{-\frac{\Delta E}{k_b \cdot T}}}$$

dove si è posto $B = A/p_R$.

- Quando la concentrazione degli attivatori aumenta, l'intensità della scintillazione ingenerale aumenta fino ad una certa concentrazione, variabile in funzione del tipo di cristallo, poi inizia a diminuire e, infine, scompare totalmente. Tale comportamento è attribuibile alla crescente interazione tra gli ioni attivatori, che provoca un aumento della probabilità di transizioni non radiative nei centri di emissione.

La presenza delle *impurezze* nel cristallo scintillante è un'ulteriore causa di estinzione della luminescenza, che si manifesta attraverso l'azione delle trappole. Infatti, l'introduzione di determinate *impurezze* nel reticolo cristallino, soprattutto di atomi pesanti come *Fe*, *Ni*, *Co*, crea delle trappole, i cui livelli energetici si estendono attraverso la banda proibita, che limitano il movimento dei portatori di carica. Le trappole per elettroni sono dei livelli metastabili in cui questi possono essere catturati e trattenuti per un tempo più o meno lungo in un intervallo tra il processo di eccitazione ed il processo di emissione della luce. Quando un elettrone viene promosso nella banda di conduzione, può ricombinarsi con un centro di emissione oppure essere catturato da una trappola. In questo secondo caso, l'elettrone verrà liberato dopo un tempo t , che prende il nome di vita media dell'elettrone nella trappola, e potrà quindi ricombinarsi con un centro luminoso, dove si produrrà un'emissione ritardata di un tempo t rispetto all'eccitazione; inoltre, bisogna considerare che l'elettrone liberato da una trappola può essere nuovamente catturato e, in questo

caso, l'emissione risulterà ulteriormente ritardata. Questo tipo di emissione è chiamata *fosforescenza* ed è la causa principale dell'*afterglow*, cioè dell'emissione ritardata, che rappresenta una caratteristica negativa per uno scintillatore. I valori di *resa luminosa*, definita come il numero di fotoni di scintillazione generati nel cristallo per unità di energia incidente sullo stesso, riportati in tabella sono già mediati sulla risposta spettrale del fotocatodo. Per utilizzare tutta la luce di scintillazione prodotta da un cristallo, è necessario che il suo spettro di emissione cada nella regione di massima sensibilità del dispositivo utilizzato per la conversione della luce in carica elettrica.

		NaI(Tl)	CsI(Tl)	YAG :Ce	LuAG :Ce	BaF2	YAP:Ce	BGO	LSO
Densità (g/cm ³)		3.67	4.51	4.57	6.73	4.89	5.37	7.13	7.40
Durezza (Mho)		2	2	8.5		3	8.6	5	--
Indice di rifrazione		1.85	1.78	1.82	1.82	1.5	1.95	2.15	1.82
Punto di fusione (°C)		651	621	1970	--	1280	1875	1050	--
Igroscopticità		si	poco	no	no	poco	no	no	no
Piano di sfaldamento		si	no	--	--	si	no	no	--
Formula chimica		NaI	CsI	Y ₃ Al ₅ O ₁₂	Lu ₃ Al ₅ O ₁₂	BaF ₂	YAlO ₃	Bi ₄ Ge ₃ O ₁₂	Lu ₂ (SiO ₄)O
Resa luminosa	fotoni/MeV	38000	59000	--	--	1800/10000	22000	8200	--
	%	100	47	25	45	8/32	60	8	75
Lunghezza d'onda dell'emissione massima (nm)		415	550	550	500	325/220	370	480	420
Tempo caratteristico di emissione (ns)		230	900	70	50	0.8*/630	27	300	40
Lunghezza di attenuazione a 511 keV (cm)		3.05	2.43	3.6	3.6	2.29	2.24	1.11	1.23

Tab. 3.1 Caratteristiche a confronto di diversi scintillatori.

Come riferimento, nella figura sottostante vengono presentate le risposte spettrali di alcuni cristalli e le curve di efficienza quantica dei fotocatodi più utilizzati per i tubi fotomoltiplicatori.

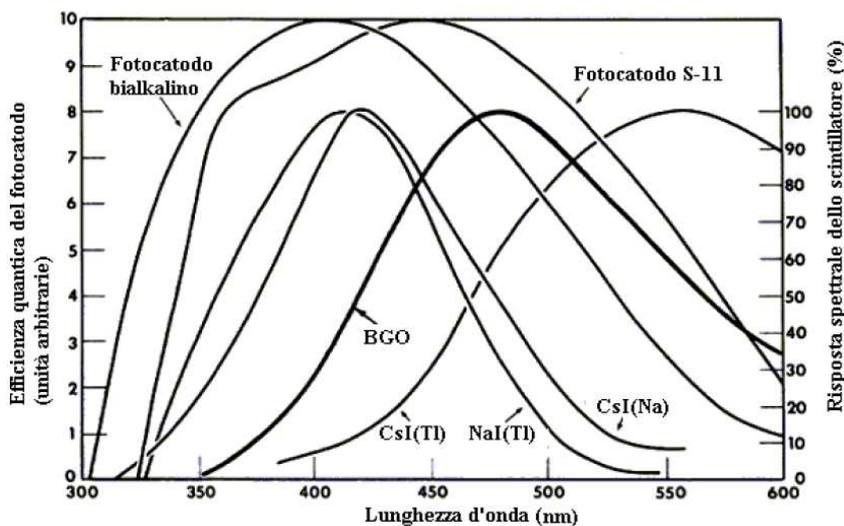


Fig. 3.18 Risposte spettrali di alcuni cristalli e curve di efficienza quantica dei fotocatodi più comuni.

Lo NaI (Tl)

Lo ioduro di sodio attivato con tallio (cristallo alogenuro alcalino) è uno dei primi ed ancora più utilizzati cristalli scintillanti, soprattutto per i rivelatori utilizzati nel campo della medicina nucleare. La sua migliore caratteristica è l'eccellente resa luminosa: circa 38000 fotoni/MeV. La sua risposta ai fotoni γ (e agli elettroni) è abbastanza lineare in un ampio intervallo energetico, ma risulta *sovralineare* al di sotto dei 100 KeV. Il difetto principale è rappresentato dalla sua igroscopicità; subisce notevoli deterioramenti per assorbimento di acqua e per esposizione prolungata all'atmosfera. I cristalli di NaI(Tl) vanno quindi sigillati in un involucro protettivo per il normale funzionamento; inoltre, è abbastanza fragile e può essere facilmente danneggiato da *shock meccanici* o *termici*. Il tempo caratteristico di decadimento della scintillazione è relativamente lungo (230 ns) e lo rende non idoneo in applicazioni con alti ratei di conteggio. La seguente figura mostra l'andamento dei coefficienti di interazione per il cristallo NaI(Tl).

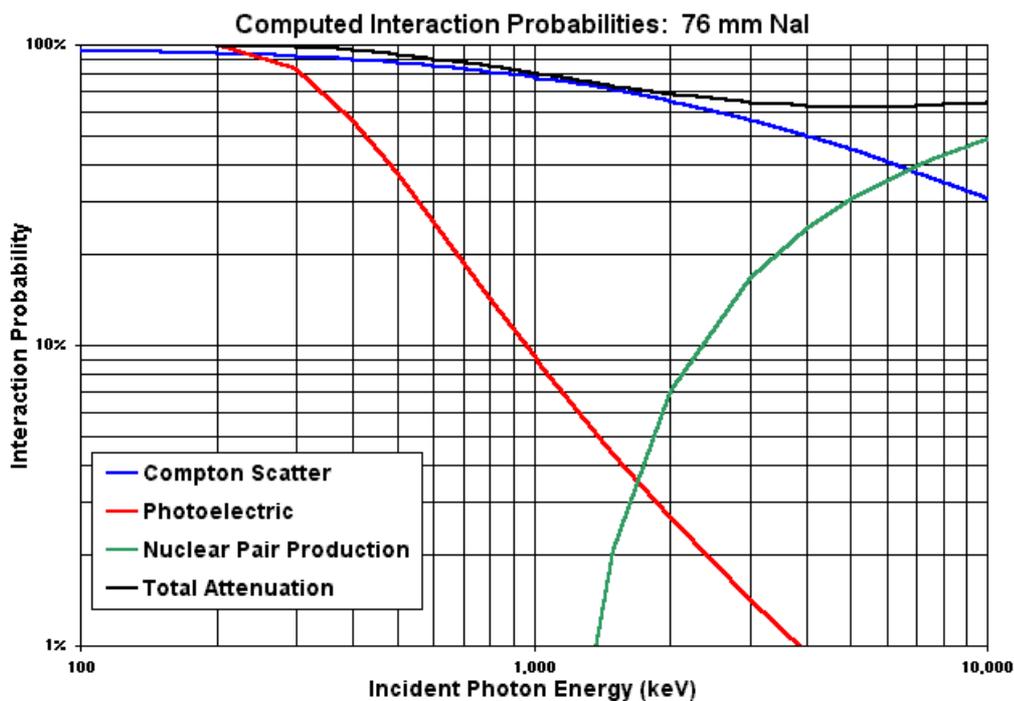


Fig. 3.19 Coefficienti di interazione per il cristallo NaI

Spettri caratteristici, ottenuti con scintillatori NaI sono i seguenti

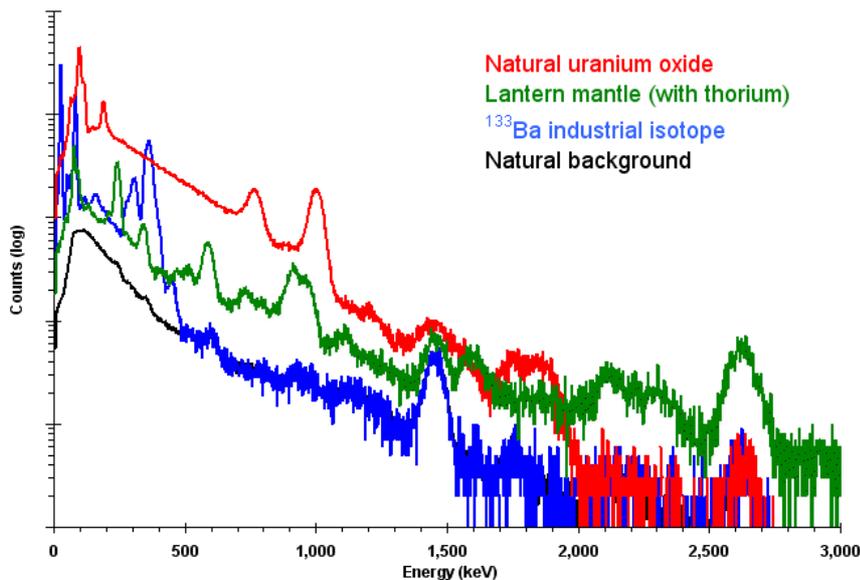


Fig. 3.20 Spettri caratteristici nello NaI

Gli CsI (Tl) e CsI (Na)

Lo ioduro di cesio è un altro cristallo alogeno alcalino che può essere drogato con tallio o con sodio. Il CsI ha una minore lunghezza di attenuazione rispetto allo NaI, nell'intervallo energetico $10 \text{ keV} - 10 \text{ MeV}$, che lo favorisce per l'efficienza di rivelazione. L'emissione di scintillazione del CsI attivato con tallio presenta il massimo ad una lunghezza d'onda maggiore dello NaI, e non si combina bene con le curve di efficienza quantica dei tipici fotocatodi utilizzati nei PMT. Infatti, benché il numero di fotoni emessi sia maggiore rispetto allo NaI (circa 52000 fotoni/MeV), l'efficienza luminosa effettiva del sistema *cristallo-tubo fotomoltiplicatore* è solo del 47% rispetto allo NaI. E meno igroscopico e fragile dello NaI, anche se si deteriora in ambienti umidi. Il CsI è noto per la sua alta resistenza ai shock meccanici e termici. Rispetto al cristallo NaI è relativamente soffice e plastico.

Il BGO

Il cristallo scintillante BGO (*ortogermanato di bismuto*) ha il grande pregio di un'alta densità (7.3 gr/cm^3) e dell'alto numero atomico del bismuto ($Z = 83$). Per questo motivo il BGO manifesta un'alta probabilità di assorbimento fotoelettrico ed è quindi un buon assorbitore per raggi γ . Inoltre, grazie all'alto valore dello Z del materiale, la frazione di eventi fotoelettrici è alta, e quindi il BGO manifesta un rapporto favorevole fra eventi Compton e fotoelettrici. Il suo più grande difetto è la bassa resa luminosa (8200 fotoni/MeV), ed inoltre, presenta lo stesso difetto del CsI, cioè lo spettro di emissione è piccato a lunghezze d'onda (480 nm) alle quali i fotocatodi non hanno la massima efficienza quantica: la resa luminosa del BGO accoppiato con un PMT è dell'8%. L'intensità di scintillazione del BGO è fortemente dipendente dalla temperatura; a temperatura ambiente il gradiente è circa $1\%/k_b$. Il tempo caratteristico dell'emissione è di circa 300 ns . Le sue proprietà meccaniche lo rendono facilmente

lavorabile e i rivelatori in *BGO* sono molto più robusti di quelli impieganti il *CsI* oppure lo *NaI*. Il *BGO* è un esempio di cristallo scintillatore inorganico puro, cioè che non richiede la presenza di attivatori. Infatti, il centro di emissione è rappresentato dallo ione Bi^{3+} che è il maggior costituente del cristallo. L'effetto di *autoassorbimento*, che solitamente pregiudica il funzionamento di un cristallo di scintillazione puro, è attenuato a causa dello spostamento (di *Stokes*) fra la banda di assorbimento ottico e lo spettro di emissione del Bi^{3+} .

L'accoppiamento ottico tra scintillatore e fotomoltiplicatore e la raccolta di luce

Il cristallo emette luce di scintillazione in modo isotropo, ma solo una piccola parte di questa luce raggiunge l'interfaccia cristallo-finestra del *fotorivelatore*, a causa delle perdite per processi di riflessione sulle pareti laterali del cristallo e del fenomeno dell'*autoassorbimento*. Un'ulteriore perdita di luce è causata inoltre dall'accoppiamento ottico tra cristallo e finestra del *fotorivelatore*. A volte la luce prodotta dallo scintillatore può essere convogliata sul *fotorivelatore* per mezzo di una guida ottica, il cui principio di funzionamento è la riflessione totale della luce al suo interno. Solitamente le guide sono in plexiglas trasparente con le superfici terminali lavorate a lucido e quelle laterali lavorate a specchio, al fine di evitare perdite energetiche. In altri casi, come nel rivelatore da noi utilizzato, è sufficiente accoppiare scintillatore e fototubo con uno strato di grasso ottico. Poiché, a meno di casi particolari, l'*auto-assorbimento* non è un meccanismo significativo di perdita di luce, l'uniformità di raccolta dipende principalmente dalle condizioni operative sulle superfici laterali dello scintillatore. In particolare l'*auto-assorbimento* è trascurabile per piccole dimensioni del cristallo. Solo quando tali dimensioni diventano confrontabili con la lunghezza di attenuazione della radiazione nel mezzo, l'assorbimento non è più trascurabile. Come già osservato, la lunghezza di attenuazione è definita come la lunghezza del percorso dopo il quale l'intensità della radiazione è ridotta a un fattore $1/e$ di quella iniziale. Poiché un valore tipico di tale parametro è dell'ordine di 1 m o più, è chiaro che solo per rivelatori di dimensioni molto grandi diventa importante lo studio dell'*auto-assorbimento*. L'obiettivo di ogni rivelatore a scintillazione è di raccogliere la massima frazione della luce emessa dal rivelatore. Le condizioni di raccolta della luce influenzano la risoluzione energetica in due modalità distinte. In primo luogo, la fluttuazione statistica della funzione risposta peggiora al diminuire del numero di fotoni di scintillazione che contribuiscono alla formazione del segnale di uscita. È quindi prioritario riuscire a raccogliere la massima frazione di tutti i fotoni emessi nell'evento di scintillazione. Inoltre, l'uniformità o meno della raccolta luminosa determina la variazione dell'ampiezza dell'impulso al variare della posizione di interazione all'interno dello scintillatore: in pratica, cioè, la perfetta uniformità assicura che tutti gli eventi che depositano la stessa energia, indipendentemente dalla posizione di interazione nello scintillatore, danno luogo alla stessa ampiezza di impulso. Poiché la luce di scintillazione è emessa *isotropicamente*, solo una frazione limitata può raggiungere direttamente l'area di raccolte a cui un fotomoltiplicatore, o altre rivelatore di fotoni

luminosi, è accoppiato. La parte restante, per essere raccolta, deve essere riflessa una o più volte sulle superfici dello scintillatore.

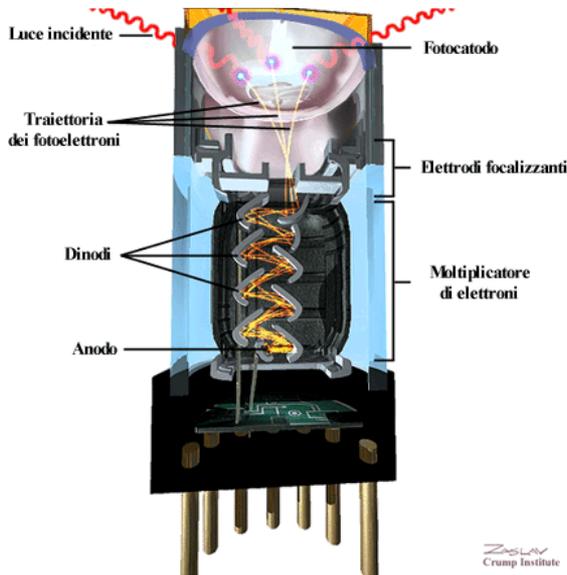


Fig. 3.21 Traiettorie di fotoni γ nello scintillatore

In conclusione, il raggiungimento delle migliori condizioni operative per l'ottimizzazione della raccolta di luce, anche in funzione della geometria dello scintillatore e delle finalità della misura, si basa sullo studio attento di due fattori che giocano un ruolo importante nel processo di raccolta della luce di scintillazione: le caratteristiche dell'interfaccia tra lo scintillatore e il fotomoltiplicatore (o un altro strumento di rivelazione) e il trattamento delle superfici laterali dello scintillatore (esclusa ovviamente quella di raccolta).

Effetti di angolo limite sull'interfaccia tra il fotomoltiplicatore e lo scintillatore

Quando un raggio luminoso, emesso dallo scintillatore in seguito ai processi di interazione con la radiazione primaria, incide sulla superficie di interfaccia scintillatore-PMT, possono verificarsi due diverse situazioni, come indicato nella seguente figura:

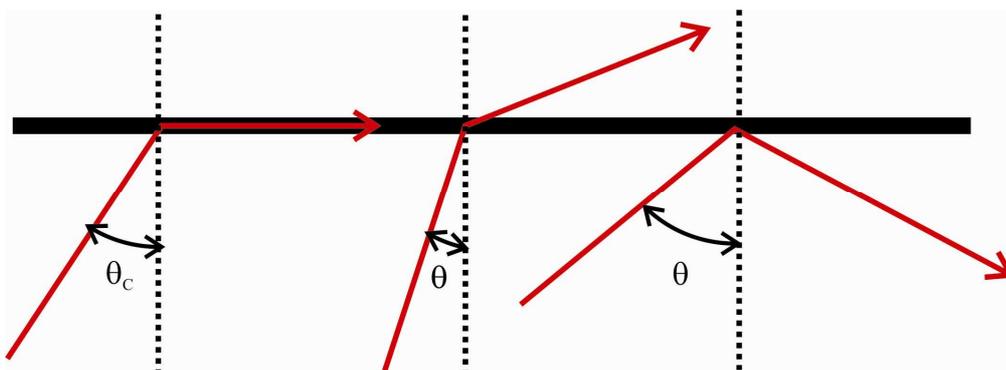


Fig. 3.22 Diverse angoli di incidenza sulla superficie scintillatore-PMT

Se l'angolo di incidenza rispetto alla normale alla superficie ϑ è maggiore dell'angolo limite ϑ_c , si ha una riflessione totale, con l'angolo di riflessione pari a quello di incidenza. Se è minore di ϑ_c si ha una parziale riflessione (chiamata *riflessione di Fresnel*) e una parziale rifrazione dell'onda incidente che viene trasmessa con un angolo ϑ' , secondo la nota *legge di Snell*:

$$\frac{\sin[\vartheta]}{\sin[\vartheta']} = \frac{n_1}{n_0}$$

dove n_0 e n_1 sono gli indici di rifrazione dei due mezzi adiacenti la superficie, come mostrato nella figura seguente

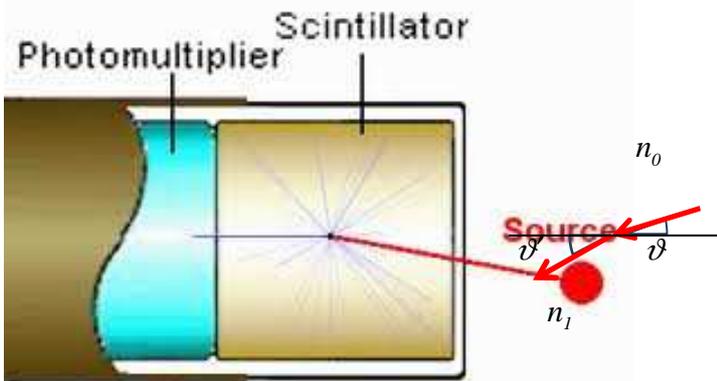


Fig. 3.23 Rifrazione nello scintillatore

La frazione di luce riflessa, comunque, si riduce ad una piccola percentuale quando l'angolo di incidenza è prossimo a zero. L'angolo limite ϑ_c può essere ricavato a partire dagli indici di rifrazione dalla seguente formula:

$$\vartheta_c = \text{ArcSin} \left[\frac{n_1}{n_0} \right]$$

come ottenibile dalla precedente ponendo $\vartheta' = 90^\circ$. Se assumiamo di disporre di uno scintillatore con un rapporto area di raccolta su volume molto grande (idealmente tendente all'infinito), la frazione Φ di luce di scintillazione che viene trasmessa e rifratta attraverso la finestra di ingresso del *fotorivelatore* è contenuta all'interno di un cono di angolo ϑ_c e può essere calcolata con la seguente formula, dove sono stati trascurati gli effetti di riflessioni interne al cristallo, considerando solamente la luce che incide direttamente sull'interfaccia:

$$\Phi = \frac{\int_0^{2\pi} d\varphi \cdot \int_0^{\vartheta_c} \sin[\vartheta] \cdot d\vartheta}{4 \cdot \pi} = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos[\vartheta_c]) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_0} \right)^2} \right)$$

Per ridurre l'effetto di riflessione totale e quindi per aumentare la frazione di luce che attraversa l'*interfaccia scintillatore/foto-rivelatore*, è necessario aumentare l'angolo

critico e operare, pertanto, con materiali che abbiano un indice di rifrazione molto simile. Nella seguente tabella sono riportati i valori dell'angolo ϑ_c e della frazione di luce trasmessa, come ottenibile dalle formule precedenti, per alcuni cristalli scintillanti accoppiati con finestre di vetro borosilicato:

				Nal(Tl)	BGO	Csl(Tl)	Csl(Na)	YAP:Ce	LSO:Ce
Indice di rifrazione				1.85	2.15	1.78	1.83	1.93	1.82
Angolo limite	θ_c	(deg)	Vetro	53	43	56	54	50	54
			YAP	No	64	No	No	No	No
Frazione di luce trasmessa		(%)	Vetro	20	14	22	21	18	20
			YAP	50	28	50	50	50	50

Tab 3.2 Angolo critico di trasmissione e frazione di luce trasmessa nei diversi scintillatori

Nell'accoppiamento con la finestra di YAP($YAlO_3$), tutti i cristalli eccetto il BGO non risentono di effetti di riflessione totale, permettendo così di aumentare fino al valore massimo la frazione di luce trasmessa sul fotocatodo. Anche per il BGO, comunque, l'accoppiamento con la finestra di YAP costituisce un vantaggio poiché permette di raddoppiare la frazione di luce trasmessa. In ultimo, bisogna considerare che l'utilizzo di olio (generalmente *siliconico*) fra lo scintillatore e la finestra di ingresso del *fotorivelatore*, introduce delle perturbazioni rispetto alla trattazione che abbiamo appena *condotto*. Tale perturbazione può comunque essere trascurata se si utilizza uno strato di olio molto sottile dello spessore di 100-200 μm .

Fotomoltiplicatori

Un *tubo fotomoltiplicatore* (PMT = *Photon Multiplier Tube*) è un dispositivo capace di convertire un impulso luminoso incidente su di esso in una corrispondente carica elettrica, la quale viene poi amplificata dai successivi stadi di emissione secondaria. Accoppiando otticamente un fototubo ad uno scintillatore, i fotoni prodotti dal processo di scintillazione sono trasformati in carica che viene poi raccolta dall'anodo, carica quindi legata alla quantità di energia depositata nel cristallo a allo stesso tempo facilmente leggibile tramite un opportuna catena elettronica. Riportiamo di seguito uno schema semplificato della struttura di un fotomoltiplicatore.

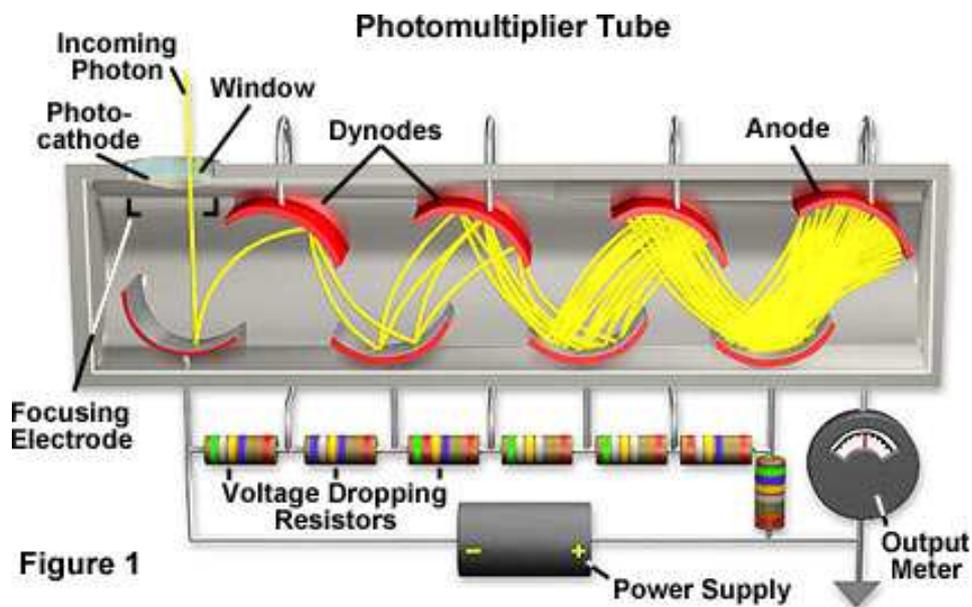


Fig. 3.24 Schema di funzionamento di un fotomoltiplicatore

Possiamo evidenziare i seguenti componenti essenziali:

1. il *fotocatodo*, il quale converte i fotoni di luce in elettroni, mediante *fotoemissione*;
2. gli *elettrodi di focalizzazione*;
3. un sistema di *dinodi*, ovvero di elettrodi che moltiplicano la carica mediante l'emissione di elettroni secondari;
4. l'*anodo*, che raccoglie il flusso di elettroni dopo il processo di moltiplicazione di carica e fornisce il segnale in uscita.

E' importante che il tubo di vetro che racchiude tutti i componenti sia sotto vuoto spinto. Quando un fotone (proveniente ad esempio da uno *scintillatore*) incide sul fotocatodo, viene emesso un elettrone per effetto fotoelettrico (*fotoelettrone*) con una certa efficienza (*efficienza quantica*). A causa della tensione applicata, l'elettrone viene diretto sul primo *dinodo* dove trasferisce la sua energia agli elettroni del materiale. Questo causa l'emissione di un certo numero di elettroni secondari che, a loro volta, incidono sul *dinodo* successivo permettendo un'ulteriore emissione di elettroni e così via, generando una moltiplicazione degli elettroni fino ad arrivare all'anodo, dove il segnale in corrente viene finalmente prelevato per essere amplificato ed analizzato attraverso un'opportuna catena elettronica. I fotomoltiplicatori possono operare in due modalità, in *continuous mode*, cioè sotto un'illuminazione costante, oppure in *pulse mode* come nel caso siano accoppiati con

uno scintillatore. In entrambi i casi, se assumiamo che il catodo e l'anodo operino in modo lineare, la corrente prelevata sull'anodo risulta direttamente proporzionale al numero di fotoni incidenti. Pertanto, un rivelatore di radiazione formato dall'accoppiamento di uno scintillatore con un *PMT* (assumendo che lo scintillatore produca un numero di fotoni proporzionale all'energia depositata al suo interno dalla radiazione primaria) sarà in grado di fornire non solo informazioni sul passaggio della particella ma anche sull'energia rilasciata da questa nel materiale scintillante. Per il funzionamento di un fototubo è necessario quindi che avvengano due processi fondamentali, la *fotoemissione* e l'*emissione secondaria*. Nel seguito analizzeremo più in dettaglio tali fenomeni, soffermandoci su alcune caratteristiche fondamentali di un fotomoltiplicatore.

Fotoemissione

Il fotocatodo è generalmente formato da un materiale fotoemettitore, tipicamente composto di *terre alcaline* quali *Antimonio* e *Cesio* con bassi valori del potenziale di estrazione. I fotocatodi possono essere classificati, in base al processo di fotoemissione, in due categorie:

1. fotocatodi a riflessione;
2. fotocatodi a trasmissione.

I primi sono generalmente costituiti da una placca metallica su cui viene depositato il materiale fotoemettitore e i fotoelettroni sono emessi dalla parte opposta rispetto alla luce incidente. I fotocatodi a trasmissione sono invece formati dalla deposizione di un sottile film di materiale fotoemissivo su una finestra in vetro otticamente trasparente e, in questo caso, i fotoelettroni sono emessi dalla parte opposta rispetto a quella da cui proviene la luce incidente. È a questa seconda categoria che appartengono i fotocatodi degli strumenti generalmente utilizzati. In genere la finestra di vetro utilizzata come supporto è accoppiata alla superficie del cristallo tramite un grasso ottico che deve avere un indice di rifrazione intermedio tra quello dei due mezzi a contatto per limitare i fenomeni di rifrazione ed evitare che la luce rimanga intrappolata nello scintillatore per riflessione totale; lo spessore di vetro inoltre deve essere minimizzato in quanto ha l'effetto di aumentare l'allargamento del fascio di luce. E' proprio sul fotocatodo che avviene il processo di fotoemissione, che può essere suddiviso in tre fasi principali:

- i fotoni incidenti sul fotocatodo trasferiscono energia al materiale che, per effetto fotoelettrico, emette elettroni con un *efficienza quantica* di circa il 20%;
- la maggior parte degli elettroni prodotti diffondono nel materiale rilasciando parte della loro energia e solo quelli che raggiungono la superficie del fotocatodo con energia sufficiente riescono a superare la barriera dell'interfaccia tra il materiale e il vuoto;

- i fotoelettroni che riescono a superare la barriera materiale-vuoto vengono quindi accelerati e focalizzati da un elettrodo sul primo *dinodo*.

Il processo di emissione può essere schematizzato come in figura seguente, utilizzando il modello a bande dei solidi.

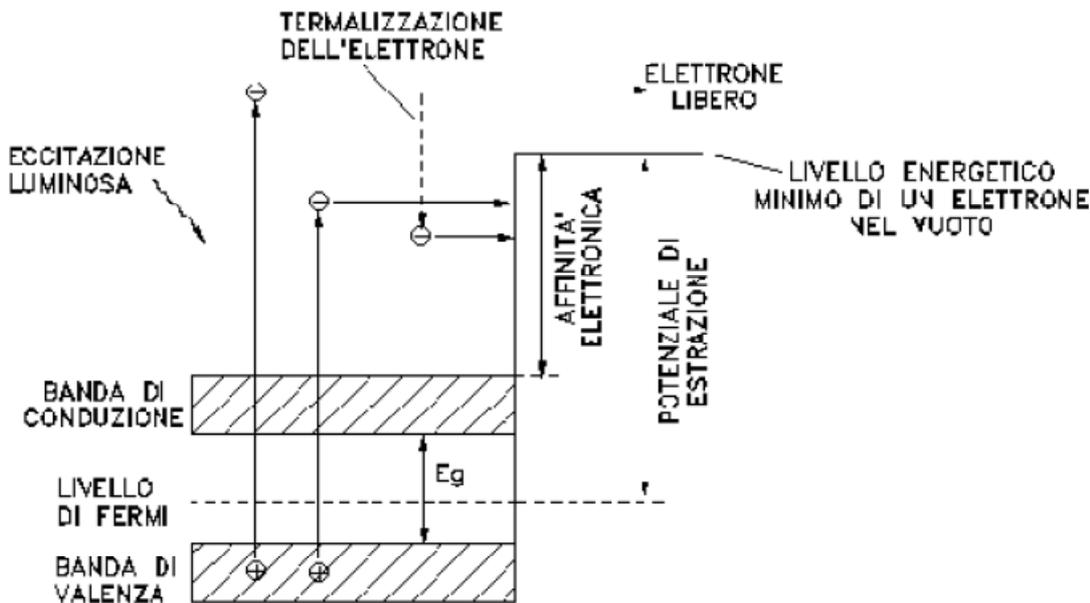


Fig. 3.25 Meccanismo di fotoemissione

Il valore di energia della *gap* tra banda di valenza e banda di conduzione, E_g , impone un livello minimo per l'energia del fotone incidente (trascurando tutte le eventuali perdite energetiche) affinché sia possibile l'emissione di un elettrone. Tutti i fotocatodi hanno perciò una lunghezza d'onda massima di taglio che giace solitamente nello spettro nella zona del vicino infrarosso. La lunghezza minima di taglio è imposta invece dal processo di assorbimento dei fotoni nella finestra di vetro che supporta il fotocatodo e cade generalmente nella zona dell'*ultravioletto*: la radiazione trasmessa è in pratica meno del 10% al di sotto dei 270nm. Bisogna sottolineare che la fotoemissione è un processo probabilistico, in cui l'efficienza di conversione fotoelettrica varia fortemente in relazione alla frequenza della luce incidente e alla struttura del materiale. La risposta spettrale del fotocatodo viene pertanto caratterizzata dalla grandezza $\eta(\lambda)$, nota con il nome di *efficienza quantica* e definita come il rapporto tra il numero di fotoelettroni emessi e il numero di fotoni incidenti sul fotocatodo al variare della loro lunghezza d'onda λ :

$$\eta(\lambda) = \frac{\text{numero di fotoelettroni emessi}}{\text{numero di fotoni incidenti}}$$

Una quantità equivalente è la *sensibilità radiante* del fotocatodo, $E(\lambda)$, definita nel seguente modo:

$$E(\lambda) = \frac{I_k}{P(\lambda)}$$

dove I_k è la corrente di emissione fotoelettrica e $P(\lambda)$ è la potenza della radiazione incidente sul fotocatodo. La sensibilità radiante è generalmente misurata in $A/Watt$ e può essere ricavata a partire dall'efficienza quantica mediante la seguente espressione:

$$E(\lambda) = \lambda \cdot \eta(\lambda) \cdot \frac{e}{h \cdot c}$$

Nella figura seguente è riportato l'andamento dell'efficienza quantica in funzione della lunghezza d'onda, per alcuni dei più comuni materiali fotoemettitori utilizzati nei moderni fototubi

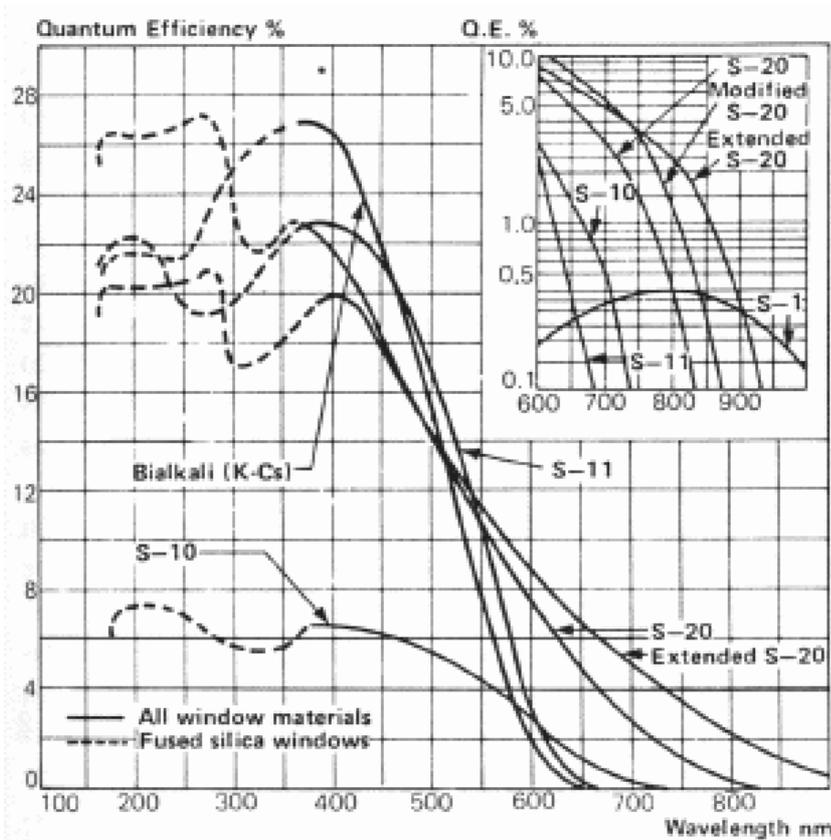


Fig. 3.26 Efficienza quantica di alcuni materiali fotoemettitori

In generale, la risposta spettrale di tali materiali è tale per cui solo una banda limitata di lunghezze d'onda sono convertite in modo efficiente. Per i fotocatodi mostrati nella figura, i picchi di efficienza sono intorno ai $400nm$, caratteristica che li rende particolarmente adatti ad essere accoppiati a degli scintillatori. Ad ogni modo, esistono in uso più di altri *50 tipi di materiali fotoemettitori*, con risposte spettrali che variano dall'infrarosso fino all'ultravioletto. Nella scelta di un *PMT*, quindi, la considerazione primaria dovrà essere la valutazione della risposta alla lunghezza d'onda della radiazione incidente; si dovrà cercare cioè un buon accordo tra la curva dell'*efficienza quantica del fotocatodo* in funzione della lunghezza d'onda della radiazione incidente e lo spettro di emissione del cristallo, necessario per aumentare

al massimo il numero di fotoelettroni generati dai fotoni di scintillazione che colpiscono il materiale fotoemettitore. Nella figura 3.18 è mostrato lo spettro di emissione di alcuni scintillatori noti insieme alle curve di efficienza quantica di alcuni fotocatodi comuni. La maggior parte dei fotocatodi utilizzati al giorno d'oggi sono costituiti da materiali semiconduttori. Tale scelta, che privilegia i semiconduttori al posto dei metalli e di altre possibili sostanze fotoemissive, risiede nella loro maggiore efficienza di conversione fotoelettrica. Infatti, nella maggior parte dei metalli, l'efficienza quantica non supera lo 0.1%, il che significa che occorrono una media di 1000 fotoni perché venga emesso un unico fotoelettrone. Per i semiconduttori, invece, i valori di efficienza quantica sono intorno al 10-30%, quindi circa due ordini di grandezza in più rispetto ai metalli. Questa notevole differenza può essere spiegata analizzando le loro differenti strutture intrinseche. Supponiamo, ad esempio, che un fotone venga assorbito ad una certa profondità x nel materiale cedendo la sua energia ad un elettrone del mezzo. Nel suo viaggio verso la superficie del fotocatodo, l'elettrone subirà una perdita di energia, $\Delta E = (dE/dx) \cdot \Delta x$, dovuta principalmente alle collisioni con gli elettroni atomici incontrati lungo il suo percorso. Nei metalli, questi elettroni possono essere considerati essenzialmente liberi e pertanto l'energia che viene loro trasferita dal fotoelettrone è generalmente alta, cioè alto il valore di dE/dx . La probabilità che l'elettrone generato dall'interazione del fotone primario raggiunga la superficie con energia sufficiente per superare la barriera potenziale dell'interfaccia materiale-vuoto è perciò fortemente ridotta. Questa caratteristica quindi riduce il volume di materiale utilizzabile ad uno spessore molto sottile, noto come *profondità di fuga*. Al contrario per i semiconduttori solo un piccolo numero di elettroni presenti nelle bande di valenza e di conduzione possono essere considerati liberi; i rimanenti sono strettamente legati agli atomi. Un fotoelettrone emesso dalla banda di valenza o di conduzione, pertanto, ha una probabilità molto piccola di incontrare elettroni liberi prima di raggiungere la superficie del fotocatodo. Le collisioni, molto più probabili, con gli elettroni legati fortemente agli atomi, invece, a causa della massa elevata di questi ultimi in confronto a quella dell'elettrone, non comportano grosse perdite di energia. Il fotoelettrone, quindi, è molto più favorito per raggiungere la superficie del fotocatodo con un'energia cinetica sufficiente per scappare. La profondità di fuga in tal caso risulta molto maggiore e di conseguenza anche l'efficienza di conversione è più alta.

Emissione secondaria

Il fotomoltiplicatore è dotato di un sistema di moltiplicazione di carica ottenuto mediante una catena di *dinodi*, che producono alla fine una corrente misurabile sull'*anodo*. I fotoelettroni che colpiscono il primo *dinodo* con un'energia sufficiente, sono in grado di estrarre a loro volta da questo un certo numero di elettroni secondari: è questo il fenomeno dell'emissione secondaria. Tali elettroni vengono a loro volta accelerati verso il secondo *dinodo*, dal quale estraggono altri elettroni, e così via, producendo una moltiplicazione della carica. In pratica il campo elettrico tra i dinodi permette agli elettroni emessi da ogni *dinodo* di colpire il successivo con un'energia

media di qualche centinaia di eV . La teoria dell'emissione secondaria è molto simile a quella descritta per l'emissione fotoelettrica, con la differenza che il fotone incidente è ora sostituito da un elettrone. Nell'impatto sul *dinodo*, l'elettrone trasferisce la sua energia direttamente agli elettroni del materiale consentendo l'emissione di un certo numero di elettroni secondari (il guadagno di ogni elettrodo, inteso come numero di elettroni secondari generati per ogni elettrone incidente sul *dinodo*, è chiamato *fattore di emissione*). Visto che gli elettroni liberi nei metalli ostacolano la fuga degli elettroni, anche in questo caso è privilegiato l'uso di isolanti e semiconduttori.

Bisogna tener presente però che è necessario mantenere delle differenze di potenziale tra i vari *dinodi* per accelerare e guidare gli elettroni lungo la catena di moltiplicazione e, pertanto, il materiale su cui avviene l'emissione secondaria deve essere depositato su un mezzo conduttore. Una procedura comune nella costruzione dei fototubi utilizza una lega di un metallo alcalino e di un metallo più nobile, cioè un metallo che si ossida più difficilmente. Durante la preparazione di tale lega, solo il metallo alcalino si ossida, cosicché si forma un sottile strato isolante sul supporto metallico. Materiali di uso comune sono ad esempio *Ag-Mg*, *Cu-Be*, *Cs-Sb*; tutti questi materiali, sebbene presentino vantaggi differenti, soddisfano le seguenti caratteristiche che li rendono buoni per essere utilizzati come *dinodi*:

1. alto fattore di emissione secondaria, cioè alto numero di elettroni secondari emessi per ciascun elettrone primario incidente sul *dinodo*;
2. stabilità dell'emissione secondaria, anche in presenza di forti correnti elettriche;
3. basso coefficiente di emissione termoionica, cioè basso rumore termico generato dai *dinodi*.

Guadagno del fototubo e alimentazione

Vogliamo ora calcolare il guadagno in corrente del fototubo, cioè il rapporto tra la corrente di uscita dell'anodo e la corrente fotoelettrica del fotocatodo. Supponiamo di avere un fotomoltiplicatore con n stadi di *dinodi*. Se per ogni stadio si ha un fattore medio di emissione secondaria pari a δ , l'amplificazione totale risulta essere ovviamente n . Si può considerare poi una relazione tra la differenza di tensione applicata a due stadi successivi, v , e l'amplificazione di ogni stadio:

$$\delta = C \cdot v^\alpha$$

dove C è una costante, e α è un parametro che assume in genere valori compresi tra 0.7 e 0.8 e che dipende dal materiale e dalla struttura dei *dinodi*. Indicando con V la tensione applicata tra catodo e anodo, si può esprimere l'amplificazione A del fototubo con la seguente espressione:

$$A = \delta^n = (C \cdot V^\alpha)^n = \left[C \cdot \left(\frac{V}{n+1} \right)^\alpha \right]^n = K \cdot V^{\alpha n}$$

dove K è una costante pari a $C^n / (n+1)^{\alpha n}$. Poiché i fotomoltiplicatori hanno in genere da 9 a 12 stadi di moltiplicazione, la corrente di uscita dell'anodo varia come la 5^a-9^a potenza della V applicata, che in genere si avvicina a 1 kV. Se consideriamo inoltre che vale la seguente relazione:

$$\frac{\Delta A}{A} = \alpha \cdot n \cdot \frac{\Delta V}{V}$$

risulta evidente che il fototubo è estremamente sensibile alle variazioni della tensione applicata tra catodo e anodo, che pertanto deve essere fornita da un generatore di HV molto stabile. Se consideriamo ad esempio un fotomoltiplicatore a 10 stadi, assumendo $\alpha \sim 1$, ad una variazione di tensione dell'1% corrisponde una variazione dell'amplificazione totale del 10%.

Alimentazione della catena di dinodi

Nel paragrafo precedente abbiamo evidenziato la necessità di alimentare la catena di *dinodi* con una tensione stabile. A tale scopo si utilizza generalmente un generatore di alta tensione stabilizzato insieme ad un partitore di tensione, come illustrato nella seguente figura:

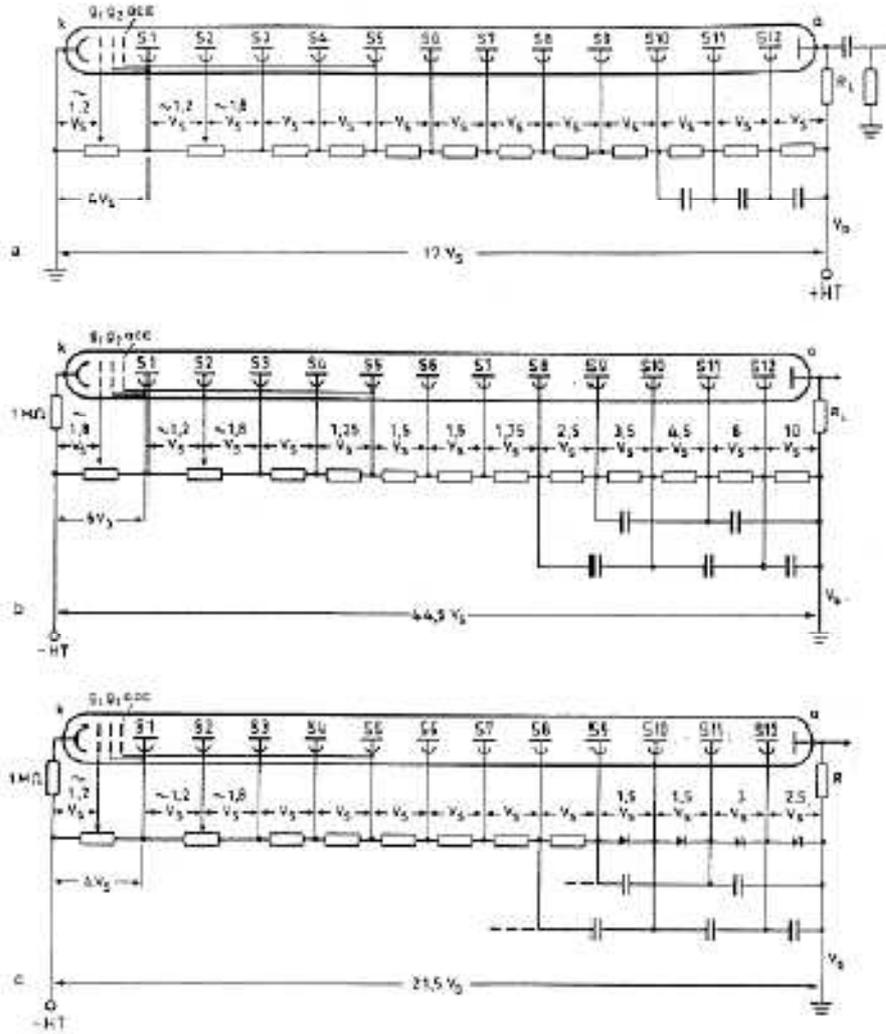


Fig. 3.27 Alcuni schemi di partitori di tensione.

Il sistema di partizione è costituito da una catena di resistenze scelte opportunamente per fornire la tensione desiderata ad ogni *dinodo*. A volte sono utilizzate delle resistenze variabili, ad esempio tra il *catodo* e l'*elettrodo* accelerante così da permettere un miglioramento delle prestazioni di raccolta. Nella progettazione del partitore è importante prevenire grandi variazioni nel potenziale applicato tra i *dinodi*, che potrebbero verificarsi a causa delle correnti che scorrono nel tubo. Tali variazioni potrebbero causare dei forti cambiamenti nel guadagno complessivo e nella linearità del fototubo. Per questa ragione, è importante che la corrente che scorre nella catena resistiva, nota come *bleeder current*, sia grande confrontata con la corrente che scorre nel tubo. Si può calcolare, infatti, che la variazione del guadagno in corrente dell'*anodo* è:

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{I_{an}}{I_{bl}} \cdot \frac{n \cdot (1 - \delta) + 1}{(n + 1) \cdot (1 - \delta)}$$

dove I_{an} è la corrente media sull'anodo, I_{bl} la *bleeder current*, n il numero di stadi e il fattore di emissione secondaria. Per mantenere tale variazione entro l'1% è necessario quindi che I_{bl} sia circa 100 volte maggiore di I_{an} . Comunque, operando in regime impulsivo, come ad esempio nell'accoppiamento con uno scintillatore, si possono avere picchi di corrente molto maggiori della I_{bl} , in particolare negli ultimi stadi della catena di *dinodi*. Per evitare momentanee cadute di potenziale causate da questi picchi, gli ultimi stadi possono essere mantenuti ad un potenziale fisso mediante l'aggiunta di capacità di disaccoppiamento che forniscono la carica necessaria per tutta la durata del picco di corrente. Questi capacitori vengono poi ricaricati durante i periodi di intervallo tra due picchi. Una soluzione alternativa prevede l'utilizzo di *diodi zener* al posto di alcune resistenze. Questi componenti, infatti, mantengono una differenza di potenziale costante per correnti che superano una certa soglia minima. In applicazioni in cui sono presenti correnti molto elevate, può essere necessario l'utilizzo di un secondo generatore di tensione per mantenere fisse le differenze di potenziale sugli ultimi stadi. I fotomoltiplicatori generalmente possono lavorare con un valore dell'alta tensione sia positivo sia negativo (a patto che il potenziale dei *dinodi* sia sempre maggiore di quello applicato al fotocatodo). Se viene usata una tensione positiva, il fotocatodo deve essere mantenuto a massa per evitare scariche che possono verificarsi tra il fotocatodo e lo scintillatore o tra il fotocatodo e l'involucro esterno del rivelatore. Mantenendo a massa il fotocatodo viene anche minimizzato il rumore elettronico proveniente da questo elemento. Tale vantaggio è però compensato dal fatto che l'anodo deve essere tenuto ad un potenziale positivo costante. Pertanto è necessario disaccoppiare l'anodo attraverso una opportuna capacità di blocco, per eliminare la componente continua del segnale. Questo problema è evitato se si applica un'alta tensione negativa. L'anodo può essere tenuto a massa e in questo modo può essere direttamente accoppiato all'elettronica del rivelatore. Per misure temporali, questa seconda configurazione è particolarmente vantaggiosa poiché il segnale può essere prelevato direttamente dal *PMT* senza subire una trasformazione da parte della capacità di disaccoppiamento (e quindi una perdita di informazione temporale). Lo svantaggio, comunque, è che il catodo si trova ora ad un potenziale elevato negativo. In tal caso, diventa quindi molto importante mantenere il vetro ben isolato così da evitare dispersioni di correnti dal fotomoltiplicatore al materiale dell'involucro esterno posto a massa.

Forma del segnale in uscita sull'anodo

Come abbiamo già osservato, sull'anodo viene prelevato un segnale in corrente la cui carica totale è proporzionale al numero iniziale di elettroni emessi dal fotocatodo. Quindi, come elemento circuitale, il fotomoltiplicatore può essere ben descritto da un generatore di corrente ideale posto in parallelo con una resistenza e una capacità, entrambe connesse a terra, come illustra la figura seguente:

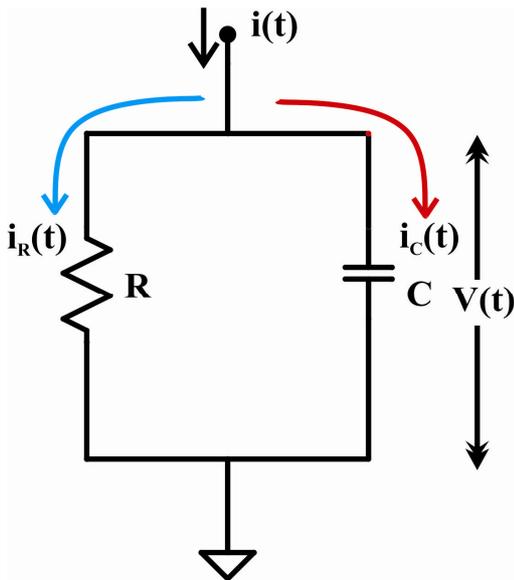


Fig. 3.28 Schema del circuito anodico.

La capacità C rappresenta gli effetti capacitivi dell'anodo, del cavo di connessione e dell'ingresso del circuito a cui l'anodo è connesso; l'impedenza di ingresso di tale circuito è rappresentata dalla resistenza R in parallelo. Analizziamo ora la forma del segnale all'uscita del circuito. La corrente che fluisce nell'anodo è semplicemente la corrente degli elettroni generati da un singolo evento, che assumiamo abbia inizio al tempo $t=0$, e la sua forma ovviamente influenza quella della tensione in uscita.

Per semplicità di analisi si assume che la forma della corrente segua l'andamento della luce emessa da un evento di scintillazione. La componente principale della luce emessa da molti scintillatori può essere adeguatamente rappresentata da un decadimento esponenziale. Se assumiamo che il tempo di transito degli elettroni all'interno del tubo fotomoltiplicatore sia molto minore del tempo caratteristico dell'emissione luminosa dello scintillatore, la forma della corrente di elettroni $i(t)$ che fluisce sull'anodo per ogni singolo impulso può essere posta nella seguente forma:

$$i(t) = i_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_s}}$$

dove τ_s è il tempo caratteristico di emissione della luce da parte dello scintillatore e i_0 è una costante pari al valore della corrente al tempo $t=0$ e calcolabile tramite l'espressione:

$$i_0 = \frac{G \cdot N \cdot e}{\tau_s}$$

in cui compaiono le seguenti grandezze:

- G , guadagno del fotomoltiplicatore;
- N , numero di fotoelettroni emessi dal catodo;
- e , carica dell'elettrone.

Osserviamo inoltre che la quantità $G \cdot N \cdot e$ rappresenta la carica totale Q raccolta sull'anodo durante la durata dell'impulso. Come verifica, tale valore può anche essere ricavato mediante il seguente integrale:

$$Q = \int_0^{\infty} i(t) \cdot dt = \int_0^{\infty} i_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_s}} \cdot dt = i_0 \cdot \tau_s$$

In conclusione, possiamo indicare per maggiore chiarezza:

$$i(t) = \frac{Q}{\tau_s} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_s}}$$

Cerchiamo di ricavare quindi la forma del segnale in tensione sull'anodo analizzando il circuito in *figura 3.28*. Possiamo osservare innanzitutto che la corrente che scorre nel parallelo RC è pari alla somma delle correnti che scorrono separatamente nei due rami. Si può scrivere quindi:

$$i(t) = i_C(t) + i_R(t)$$

e quindi

$$i(t) = C \cdot \frac{dV(t)}{dt} + \frac{V(t)}{R}$$

Sostituendo nell'ultima formula l'espressione di $i(t)$ data dalla espressione precedente si ottiene la seguente equazione differenziale:

$$\frac{dV(t)}{dt} + \frac{V(t)}{\tau} = \frac{Q}{C \cdot \tau_s} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_s}}$$

con $\tau = R \cdot C$. Imponendo la condizione iniziale $V(0) = 0$, presenta la seguente soluzione:

$$V(t) = \frac{Q \cdot \tau}{C \cdot (\tau_s - \tau)} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left[1 - e^{-\left(\frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_s}\right)t} \right]$$

Prendendo alcuni valori tipici: $G=106$, $N=100$, $C=10pF$, $Q=10 pCe$, $\tau_s=5 ns$, la seguente figura mostra l'andamento di $V(t)$ per differenti valori di τ .

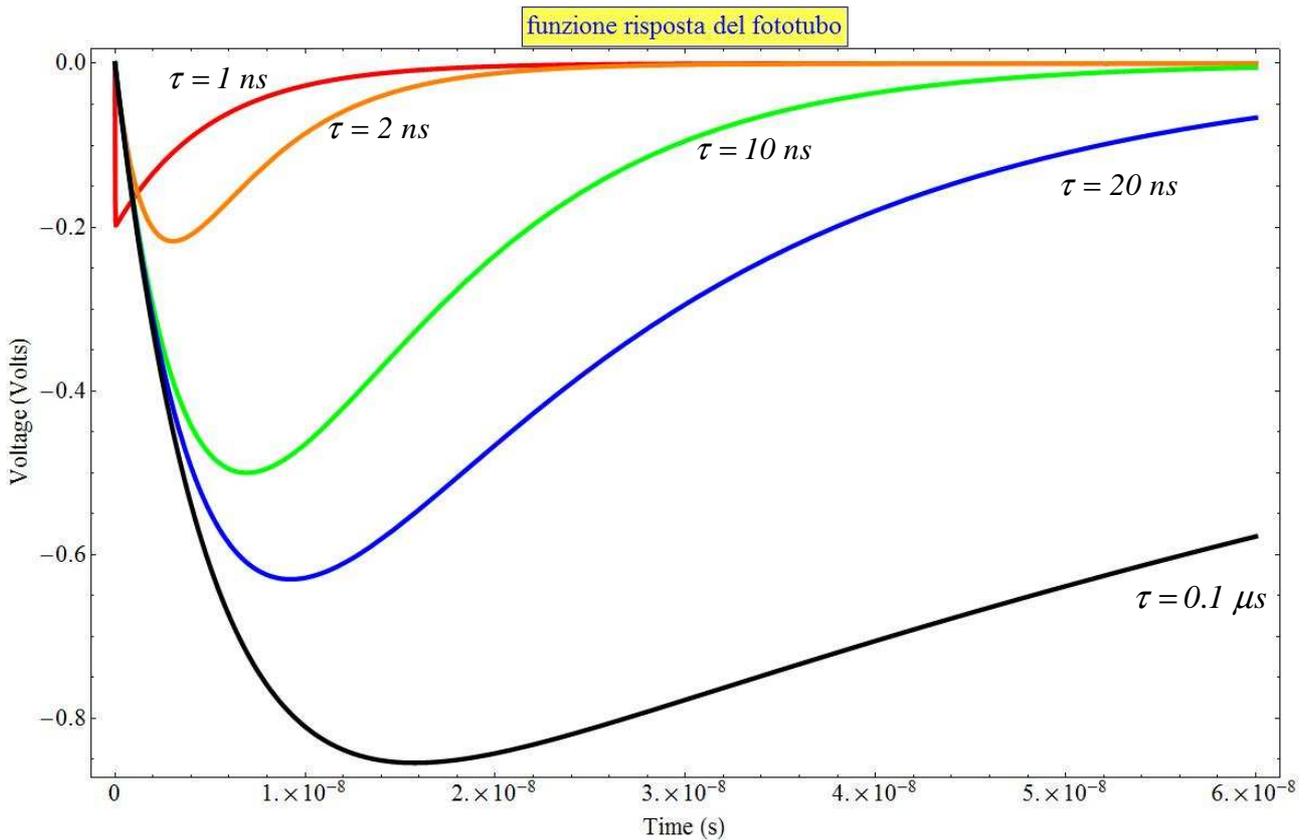


Fig. 3.29 Andamento di $V(t)$ per differenti valori di τ

Per $\tau \ll \tau_s$ il segnale è piccolo e riproduce abbastanza fedelmente il tempo di decadimento del segnale iniziale. Il tempo di salita è rapido ed è essenzialmente dato dal τ del circuito anodico, mentre il tempo di discesa è determinato da τ_s , con l'ampiezza massima dell'impulso pari a $Q \cdot \tau / C \cdot \tau_s$. La forma del segnale in tal caso può, infatti, essere approssimata dalla formula seguente:

$$V(t) \approx \frac{Q \cdot \tau}{C \cdot \tau_s} \cdot \left[e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{t}{\tau_s}} \right]$$

Nel caso invece in cui risulti $\tau \gg \tau_s$, cioè quando la costante di tempo del circuito è grande rispetto al tempo caratteristico di emissione dello scintillatore, il tempo di salita dell'impulso in tensione è determinato da τ_s , mentre il tempo di discesa è determinato da τ , con un'ampiezza massima pari a Q/C . Si può scrivere infatti:

$$V(t) \approx \frac{Q}{C} \cdot \left[e^{-\frac{t}{\tau_s}} - e^{-\frac{t}{\tau}} \right]$$

In molte applicazioni si preferisce lavorare sotto questa seconda condizione, in quanto l'impulso in uscita ha un'ampiezza maggiore ed è, quindi, meno influenzato dal rumore, dalle caratteristiche termiche del cristallo e dalle variazioni della resistenza di carico; come conseguenza, poiché ci sono meno fluttuazioni nel segnale,

il rivelatore presenta una migliore risoluzione energetica. In tali condizioni, però, si ha lo svantaggio che la durata dell'impulso aumenta al crescere della costante di tempo del circuito τ ; se il rateo di ripetizione degli eventi è alto, possono crearsi fenomeni di sovrapposizione degli impulsi (*pile-up*) che pregiudicano il corretto funzionamento del rivelatore. Per applicazioni con alti ratei di conteggio può allora essere preferibile operare nella condizione $\tau \ll \tau_s$, anche se tale scelta peggiora la risoluzione dello strumento. Come sempre, quindi, si tratta di trovare il giusto compromesso tra le diverse esigenze.

Rumore nei fototubi

- Dark Current e Afterpulsing

Anche quando un fotomoltiplicatore non è illuminato, scorre al suo interno una piccola corrente che prende il nome di corrente di buio (*dark current*) e ha origine da diversi fenomeni:

1. l'emissione termoionica da parte del catodo e dei *dinodi*;
2. correnti di dispersione;
3. contaminazioni radioattive;
4. fenomeni di ionizzazione;

Il *punto 1* rappresenta senza dubbio la componente principale di rumore in un tubo fotomoltiplicatore. Se gli elettroni sono generati dal fotocatodo o dai primi *dinodi* il rumore è maggiore rispetto all'emissione degli altri *dinodi*, perché tale segnale risulta maggiormente amplificato dagli stadi successivi. Tale contributo è ben descritto dalla *equazione di Richardson*:

$$I = A \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{e \cdot V}{k_b \cdot T}}$$

dove A è una costante, V la tensione applicata al fototubo, T la temperatura (in K) e k_b la *costante di Boltzmann*. Ovviamente dalla formula appare chiaro che un abbassamento della temperatura riduce questo contributo al rumore. Ad ogni modo gli impulsi di corrente spuri che si manifestano in uscita a seguito di tale processo corrispondono all'emissione di un singolo elettrone da parte ad esempio del fotocatodo; questo comporta che la loro ampiezza è relativamente piccola. Nella rivelazione di impulsi luminosi provenienti da un cristallo di scintillazione, invece, il numero di fotoelettroni emessi dal fotocatodo è molto maggiore di uno. Quindi, discriminando l'ampiezza degli impulsi in uscita, è possibile eliminare quasi tutti i contributi del rumore termico.

Un ulteriore contributo piuttosto notevole è fornito dalle correnti di dispersione che scorrono attraverso i supporti degli elettrodi. Poiché le correnti coinvolte sono piccole, è difficile diminuire tale contributo al rumore isolando i supporti.

Impulsi di rumore di maggiore ampiezza possono essere causati da radiazione emessa da elementi radioattivi contenuti nell'atmosfera. Inoltre il vetro borosilicato utilizzato per realizzare l'involucro del tubo fotomoltiplicatore contiene tracce di ^{40}K che emette γ da 1.46 MeV . Anche i gas residui all'interno del *PMT* possono generare una corrente rilevabile. Infatti gli atomi di gas possono essere ionizzati dagli elettroni e gli ioni positivi, essendo di carica opposta rispetto agli elettroni, vengono accelerati indietro verso il catodo o i dinodi dove possono causare l'emissione di ulteriori elettroni. Questi spesso possono causare delle correnti in ritardo rispetto a quella principale (*afterpulses*). Altri *afterpulses* sono causati inoltre dagli elettroni riflessi dal primo *dinodo*, i quali incidono sul fotocatodo e tornano successivamente sul primo *dinodo* dove vengono amplificati ed inviati sull'anodo. Il tempo di ritardo con cui questi impulsi estranei si presentano sull'anodo, rispetto all'impulso principale, varia da qualche decina di nanosecondi (per riflessione sul primo *dinodo*) a qualche microsecondo (ionizzazione dei gas residui). La carica generata da tali impulsi viene integrata insieme alla carica principale e ciò comporta un aumento del rumore e delle fluttuazioni sul segnale in uscita.

- *Rumore statistico.*

Il rumore statistico è un diretto risultato della natura discreta dei processi di fotoemissione e di emissione secondaria. Per un'intensità di luce costante, il numero di fotoelettroni emessi ed il numero di elettroni secondari emessi fluttuano nel tempo e pertanto la corrente sull'anodo fluttua attorno ad un valore medio. Questo rumore viene generalmente indicato come *rumore shot* ed è misurato attraverso la varianza delle fluttuazioni sul valore medio della corrente anodica. Ulteriori contributi al rumore possono essere dovuti all'esposizione del *fotorivelatore* alla luce ambiente o alla presenza di campi magnetici esterni che possono deviare le traiettorie degli elettroni all'interno del tubo. Va sottolineato che il numero di fotoni prodotti nello scintillatore, anche se generati in seguito al rilascio di una quantità di energia fissa, è distribuito in modo *poissoniano* e costituisce una fonte intrinseca di incertezza. In ultimo, anche la catena elettronica di lettura del segnale apporta un ulteriore contributo al rumore totale. Tutte le sorgenti di rumore si sommano *quadraticamente* determinando una fluttuazione complessiva del segnale rivelato.

3.2 Il rivelatore al germanio(silicio) iperpuro

La configurazione elettronica dei cristalli è caratterizzata da una struttura a bande di energia che ne determina il comportamento in un campo elettrico. Le bande si formano grazie alla disposizione reticolare degli atomi, i cui orbitali più esterni tendono a sovrapporsi, dato che il passo reticolare è dello stesso ordine di grandezza delle dimensioni atomiche. Il potenziale elettrico generato dal campo cristallino rimuove la degenerazione degli stati atomici e crea livelli energetici così prossimi da

formare un continuo, la cosiddetta banda. Tra due bande adiacenti non è possibile posizionare elettroni. Il gap, cioè la distanza in energia tra le bande, è determinato dalla separazione degli atomi nel reticolo e può essere dell'ordine di qualche elettronvolt. La banda completa con energia più alta è chiamata *banda di valenza*, quella immediatamente sopra che può essere parzialmente piena, *banda di conduzione*, e quella interposta tra queste due *banda proibita*.

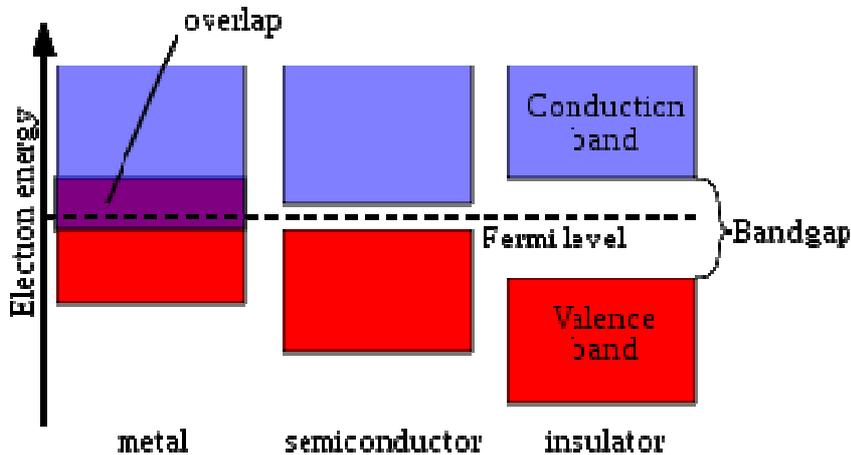


Fig. 3.30 La struttura a bande nei cristalli

Nei metalli gli elettroni si possono considerare non legati e sono liberi di muoversi per tutto il reticolo cristallino: infatti, come si può vedere dalla figura precedente nel primo caso la banda di conduzione sono sovrapposte, quindi è possibile che le cariche, sottoposte ad un campo elettrico, abbiano un moto ordinato (*corrente*).

Nel terzo caso (*isolanti*), gli elettroni non hanno alcuna possibilità di generare una corrente, se non per campi elettrici così intensi da alterare la struttura a bande.

Rimane da esaminare il caso intermedio (*semiconduttori*), nel quale non è possibile la conduzione se il cristallo è mantenuto a 0 K . Tuttavia, aumentando la temperatura, l'energia termica (proporzionale a $K_b \cdot T$, che a temperatura ambiente vale 0.025 eV) diviene comparabile con il *gap*, permettendo la promozione degli elettroni nella banda di conduzione. Questo ha un duplice effetto:

- gli elettroni eccitati ora sono liberi di rispondere alle sollecitazioni elettriche;
- le lacune formate nella banda di valenza si comportano come portatori di carica positiva.

Infatti, quando un elettrone riempie una lacuna adiacente, ne lascia alle spalle un'altra e il ripetersi di questo processo genera un'ulteriore corrente positiva, tipica dei semiconduttori. Questi materiali si possono classificare in due categorie: *puri* o *intrinseci*, *drogati* o *estrinseci*.

Semiconduttori intrinseci o puri

Al contrario dei metalli, i portatori di carica nei semiconduttori sono di due tipi:

elettroni e lacune. Coppie elettrone-lacuna si generano e si ricombinano costantemente, stabilendo una concentrazione intrinseca di equilibrio alla temperatura T :

$$n_i = A \cdot T^{3/2} \cdot e^{-\frac{E_g}{2k_b \cdot T}}$$

dove A è una costante che dipende solo dalla massa efficace e E_g è il *gap di energia* tra la *banda di valenza* e quella di *conduzione* per $T = 0 K$. La concentrazione di lacune ha un'espressione analoga. L'azione di una forza esterna, come un campo elettrico, causa un movimento ordinato di portatori di carica e, grazie al campo cristallino, queste si comportano come se avessero una massa efficace dipende dall'energia. Senza entrare nel dettaglio, possiamo scrivere la dipendenza della velocità di deriva come

$$\begin{cases} v_n = \mu_n \cdot \mathcal{E} \\ v_p = \mu_p \cdot \mathcal{E} \end{cases}$$

dove \mathcal{E} è l'intensità del campo elettrico e μ_n e μ_p sono, rispettivamente, la mobilità degli elettroni e delle lacune. Questo parametro caratterizza il comportamento del portatore sotto l'azione della forza esterna

$$\mu_n \propto \frac{q}{m^*}$$

dove q è la carica del portatore, m^* è la sua massa efficace e la costante di proporzionalità dipende dalla temperatura, dal reticolo e dalle sue imperfezioni. Nel complesso la mobilità ha il seguente andamento con il campo elettrico \mathcal{E}

$$\mu \propto \begin{cases} \text{costante} & \text{per } \mathcal{E} < 10^3 \text{ V/cm} \\ 1/\sqrt{\mathcal{E}} & \text{per } 10^3 \text{ V/cm} < \mathcal{E} < 10^4 \text{ V/cm} \\ 1/\mathcal{E} & \text{per } \mathcal{E} > 10^4 \text{ V/cm} \end{cases}$$

e questo determina la corrente in un semiconduttore. Come si può vedere facilmente, quando $\mathcal{E} > 10^4 \text{ V/cm}$, i portatori raggiungono la cosiddetta *velocità di saturazione*, ovvero un ulteriore incremento del campo elettrico non ha effetto su questo valore limite, che è approssimativamente 10^7 cm/s . Dette $\rho_n = -e \cdot n_i$ la *densità di carica* degli elettroni e v_n la loro velocità, la densità di corrente è

$$j_n = -\rho_n \cdot v_n = n_i \cdot e \cdot \mu_n \cdot \mathcal{E}$$

e analogamente per le buche:

$$j_p = p_i \cdot e \cdot \mu_p \cdot \mathcal{E}$$

La corrente totale è

$$j = j_n + j_p = e \cdot (n_i \cdot \mu_n + p_i \cdot \mu_p) \cdot \mathcal{E}$$

Il processo opposto alla generazione di una *coppia elettrone-lacuna* è la ricombinazione diretta: essa è possibile solo se le due particelle hanno il medesimo momento e la medesima energia, per cui risulta un tempo di vita estremamente lungo rispetto a quello misurato sperimentalmente (tra *1e 10 ns*). Infatti, il principale meccanismo di ricombinazione è dovuto alla presenza di impurità nel cristallo che perturbano la struttura a bande, aggiungendo livelli energetici nella banda proibita. Dalla banda di conduzione, gli elettroni possono decadere verso questi centri di ricombinazione e rimanervi per un certo intervallo di tempo, durante il quale possono annichilarsi con una lacuna; oppure possono essere intrappolati da impurità che sono in grado solamente di trattenerle per un tempo determinato (*trapping*). Anche i difetti reticolare, che consistono in buchi nel reticolo, o nella presenza di atomi tra due punti reticolari adiacenti o in dislocazioni di intere schiere di atomi, possono dare luogo allo stesso tipo di meccanismi di ricombinazione. Questi difetti possono generarsi durante la crescita del cristallo, per *shock termico* o a seguito di *bombardamento da radiazione*.

Numero atomico (Z):	32
Massa atomica (A):	72.60
Isotopi stabili (A):	70, 72, 73, 74, 76
Densità a 300 K (g/cm ³):	5.323
Costante dielettrica:	16
Gap a 300 K (eV):	0.665
Gap a 0 K (eV):	0.746
Densità di portatori a 300 K (cm ⁻³):	2.4 × 10 ¹³
Resistività a 300K (Ω · cm):	47
Mobilità lacune a 300K (cm ² /V · s):	1900
Mobilità elettroni a 300K (cm ² /V · s):	3900
Mobilità lacune a 77K (cm ² /V · s):	4.2 × 10 ⁴
Mobilità elettroni a 77K (cm ² /V · s):	3.6 × 10 ⁴
Energia per coppia elettrone-lacuna a 77K (eV):	2.96

Tab. 3.3 Proprietà del germanio intrinseco

Semiconduttori estrinseci o drogati

A differenza della precedente discussione sulle impurità, l'aggiunta controllata di una certa quantità di drogante migliora la conducibilità elettrica. Per esempio, nel germanio intrinseco, $n_i = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ contro una densità di atomi di $\rho_e = 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ (tabella 3.3), ovvero solo un miliardesimo di atomi di germanio è ionizzato, quindi è evidente la necessità di aumentare la concentrazione di portatori di carica. Poiché il *germanio*

è *tetravalente* (come il *silicio*) è sufficiente introdurre una piccola quantità di impurità trivalenti o pentavalenti per sbilanciare la concentrazione a favore delle lacune o degli elettroni, rispettivamente.

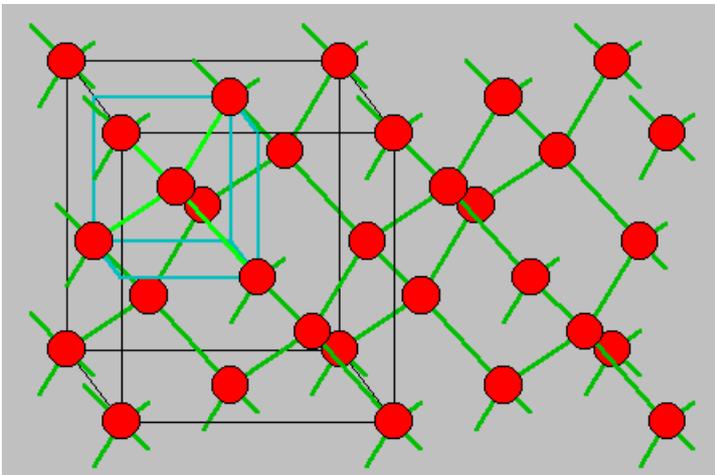


Fig. 3.31 La struttura tetraivalente nel silicio e nel germanio

Il drogaggio crea livelli energetici immediatamente al di sotto della banda di conduzione, se si tratta di *atomi pentavalenti* detti *donatori*, o immediatamente al di sopra della banda di valenza, se si tratta di *atomi trivalenti* o *accettori*; in entrambi i casi la differenza in energia è di circa 0.01eV . Dal primo tipo di drogaggio si ottiene un materiale di *tipo n*, ovvero vi è una prevalenza di elettroni. Infatti, i donatori hanno un elettrone in più, che non contribuisce ai legami, già saturi, e può essere facilmente portato dal nuovo livello creato alla banda di conduzione per eccitazione termica, aumentando così la conducibilità del materiale.

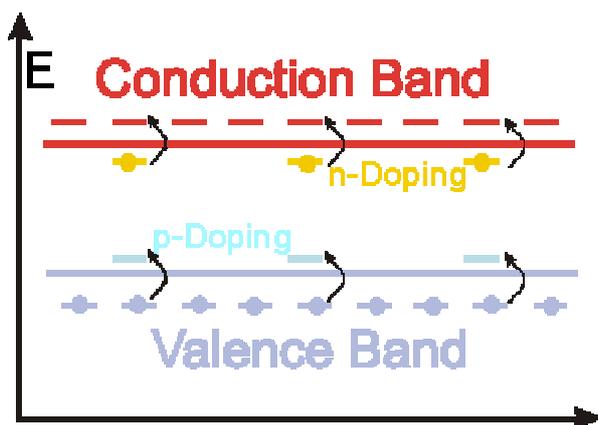


Fig. 3.32 Livelli donatori e accettori

Inoltre l'elettrone in eccesso riempie le buche normalmente create, diminuendo la concentrazione di lacune, le quali, contribuendo comunque alla corrente, vengono chiamate portatori minoritari. Al contrario, nel secondo modo di drogaggio, si ottiene un semiconduttore di *tipo p*, ovvero la concentrazione di lacune è dominante, dato che gli elettroni nella banda di valenza sono facilmente eccitabili al nuovo livello di

energia, aumentando così il numero di lacune in quella banda. Inoltre l'eccesso di lacune diminuisce la concentrazione di elettroni liberi e il ruolo di portatori minoritari ora compete a questi. Per utilizzi standard la concentrazione di impurità introdotte è dell'ordine di $n_i = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, in pratica poche parti su un miliardo rispetto alla densità del semiconduttore. Per utilizzi speciali è anche possibile usare materiali pesantemente drogati (con $n_i = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$) come contatti elettrici e vengono distinti dai semiconduttori normalmente drogati, aggiungendo un + in apice alla lettera che contraddistingue il tipo di semiconduttore estrinseco. Indifferentemente con il tipo di dopante, la concentrazione di lacune e elettroni obbedisce alla semplice legge dell'azione di massa. Se n è la concentrazione di elettroni e p quella di buche, il loro prodotto è

$$n \cdot p = n_i^2 = C \cdot T^3 \cdot e^{-\frac{E_g}{k_b \cdot T}}$$

dove n_i è la concentrazione intrinseca precedentemente stabilita. Un semiconduttore deve essere neutro, quindi, detta N_A la concentrazione di *accettori* e N_D quella di *donatori* il bilanciamento dà $N_A + n = N_D + p$. In un materiale di *tipo n*, ad esempio, si ha $N_A = 0$ e $p \ll n$, dunque risulta $N_D \sim n$. ovvero la concentrazione di elettroni è approssimativamente quella degli atomi donatori, ottenendo per la concentrazione di lacune $p \sim n_i^2 / N_D$.

La giunzione p-n

Proprietà peculiari nascono quando si giustappongono 2 *semiconduttori drogati* diversamente. I metodi per produrre materiali monolitici in cui una parte presenta droganti di tipo n e quella adiacente di tipo p non sono negli obiettivi di questa trattazione. Ad ogni modo, avendo stabilito siffatta giunzione, chiamata diodo, possiamo dedurre le caratteristiche elettriche sulla base di semplici considerazioni.

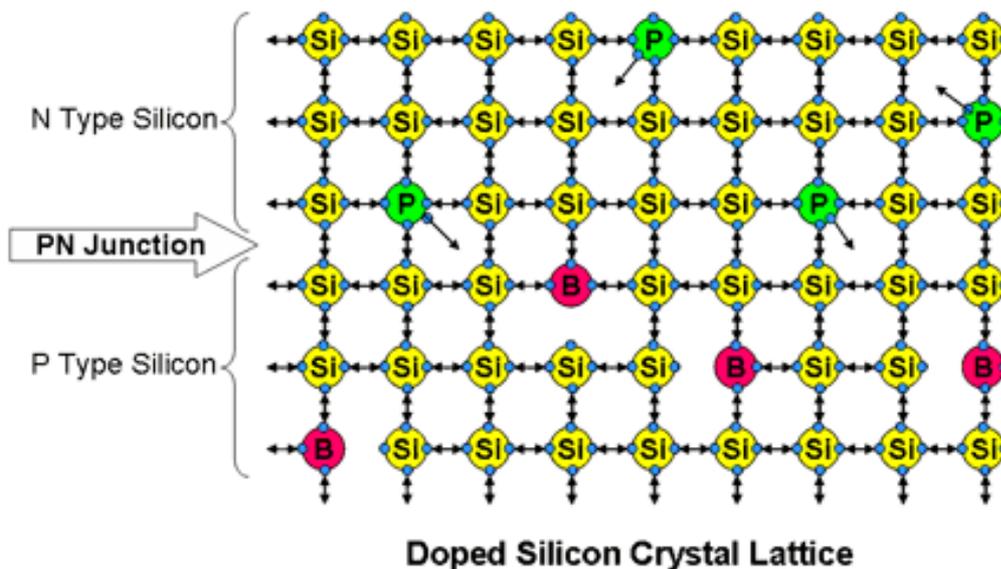


Fig. 3.33 giunzione p-n nel silicio

Vista la differenza di concentrazione di lacune e elettroni, si assiste alla diffusione delle prime nella zona *drogata n* e dei secondi nella zona di *drogata p*. Poiché il semiconduttore è inizialmente neutro, la ricombinazione nelle due zone diversamente drogate crea un campo elettrico a cavallo della giunzione che inibisce ulteriore diffusione. In altre parole c'è una differenza di potenziale tra le due zone, dovuta all'accumulo di cariche negative nella *parte p* e all'accumulo di cariche positive nella *parte n*, chiamato potenziale di contatto, dell'ordine di un Volt.

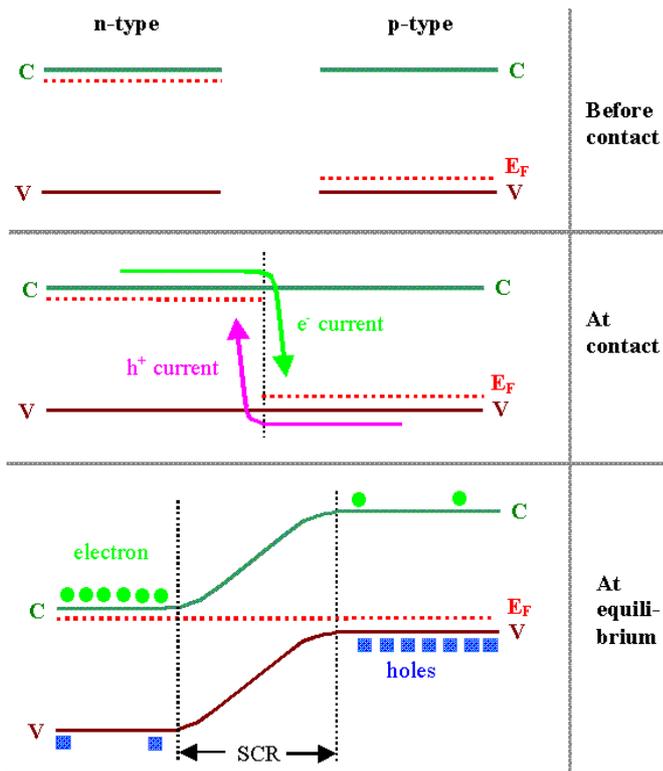


Fig. 3.34 Ridistribuzione delle cariche nella giunzione p-n

La regione in cui varia il potenziale è chiamata *zona di svuotamento* perché non vi si trovano portatori di carica liberi, infatti, qualora se ne creassero, verrebbero condotti dal campo elettrico verso la parte a minor potenziale. Si possono calcolare il potenziale di contatto e l'estensione della zona di svuotamento, appellandosi a un modello unidimensionale in cui la regione p si estende lungo il semipiano di ascissa negativa e la regione n lungo quello positivo. Assumendo la distribuzione della densità di carica uniforme

$$\rho(x) = \begin{cases} e \cdot N_D & \text{per } 0 < x \leq x_n \\ -e \cdot N_A & \text{per } -x_p \leq x < 0 \end{cases}$$

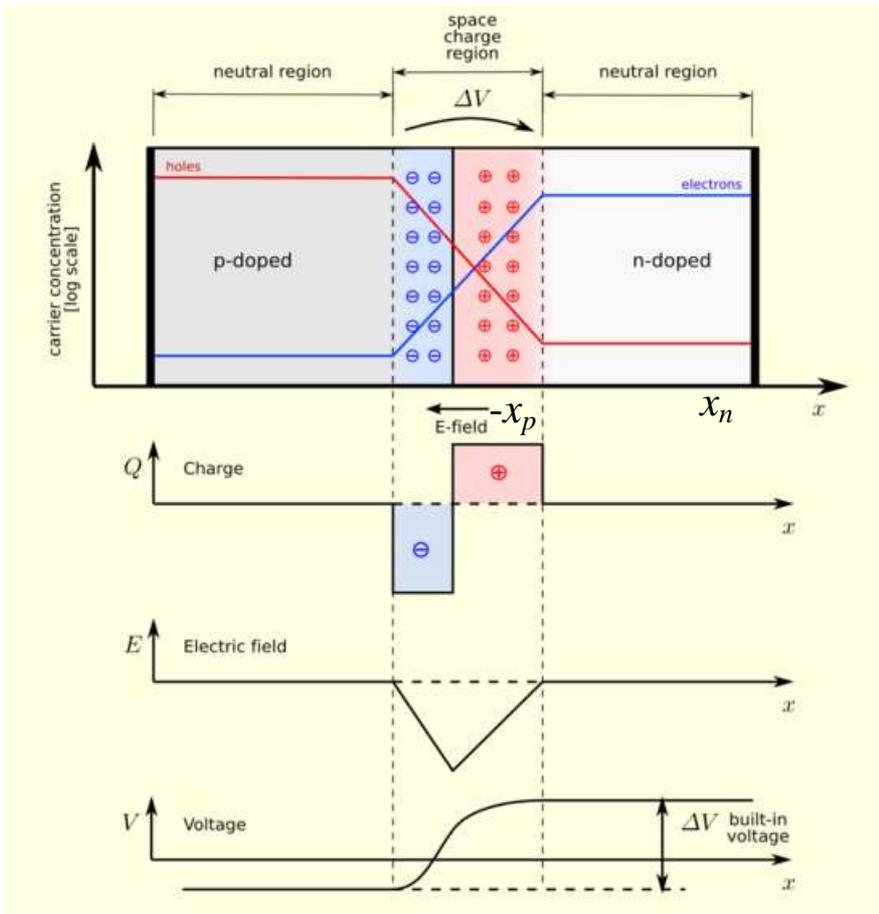


Fig. 3.35 Densità di carica, campo elettrico e potenziale nella giunzione

dove x_n è l'estensione della zona di svuotamento nella regione n e x_p l'estensione nella regione p , si può determinare il potenziale dall'equazione di Poisson

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{\rho(x)}{\epsilon}$$

dove ϵ è la costante dielettrica del materiale. Dalla conservazione della carica totale abbiamo anche $N_D \cdot x_n = N_A \cdot x_p$. Se integriamo la precedente equazione con le condizioni al contorno

$$0 = \mathcal{E}(x_n) = \left. \frac{d\phi}{dx} \right|_{x=x_n} = \left. \frac{d\phi}{dx} \right|_{x=-x_p} = \mathcal{E}(-x_p) = 0$$

Imponendo cioè che il campo elettrico al di fuori della regione di svuotamento sia 0 , otteniamo:

$$\phi(x) = \begin{cases} -\frac{e \cdot N_D}{\epsilon} \cdot \left(\frac{x^2}{2} - x_n \cdot x \right) + c & \text{per } 0 < x \leq x_n \\ \frac{e \cdot N_A}{\epsilon} \cdot \left(\frac{x^2}{2} + x_p \cdot x \right) + c' & \text{per } -x_p \leq x < 0 \end{cases}$$

Poiché la soluzione deve essere continua in $x = 0$, $c=c'$. Detta ΔV la differenza di potenziale tra le due zone, si ha $c=c'$ e $\phi(-x_p)=0$ e , avremo

$$\begin{cases} \frac{e \cdot N_D \cdot x_n^2}{2 \cdot \epsilon} + c = \Delta V \\ -\frac{e \cdot N_A \cdot x_p^2}{2 \cdot \epsilon} + c = 0 \end{cases}$$

e quindi

$$\Delta V = \frac{e}{2 \cdot \epsilon} \cdot (N_D \cdot x_n^2 + N_A \cdot x_p^2)$$

e tenuto conto che $N_D \cdot x_n = N_A \cdot x_p$, avremo anche

$$\begin{cases} x_n = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon \cdot \Delta V}{e \cdot N_D \cdot \left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right)}} \\ x_p = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon \cdot \Delta V}{e \cdot N_A \cdot \left(1 + \frac{N_A}{N_D}\right)}} \end{cases}$$

Dalla precedente scopriamo che se una regione è più drogata dell'altra, la zona di svuotamento si estende maggiormente in quella meno drogata. La larghezza totale della zona di svuotamento si trova facilmente

$$d = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon \cdot \Delta V}{e} \cdot \left(\frac{N_A + N_D}{N_A \cdot N_D}\right)}$$

Così ad esempio se $N_A \ll N_D$ avremo

$$d \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon \cdot \Delta V}{e \cdot N_A}}$$

La *zona di svuotamento*, come vedremo nel seguito, è la parte deputata alla rivelazione della radiazione. Il campo intrinseco non è sufficiente per raccogliere abbastanza carica e il volume attivo del rivelatore è troppo piccolo. Si ovvia a questo polarizzando inversamente il diodo, ovvero alimentando la *regione n* con un potenziale *positivo* V che attrae gli elettroni. La differenza di potenziale diviene $\Delta V + V$ e le equazioni precedenti si riscrivono sostituendo il nuovo potenziale. V è limitato superiormente solo dalla capacità del diodo di resistere a tensioni elevate: oltre un certo valore, infatti, si ha la perforazione del dielettrico. Il potenziale di contatto può essere trascurato a fronte di valori della tensione inversa di due o tre ordini di grandezza superiori, aumentando proporzionalmente l'ampiezza della zona di svuotamento. Quando questa si estende per tutto il semiconduttore, si parla di svuotamento completo.

Semiconduttore come rivelatore

Per la spettroscopia γ nella regione di energia tra i 100 KeV e qualche MeV, i rivelatori più utilizzati sono quelli a semiconduttore. La seguente figura, mostra il percorso libero medio di un fotone γ nel silicio e nel germanio.

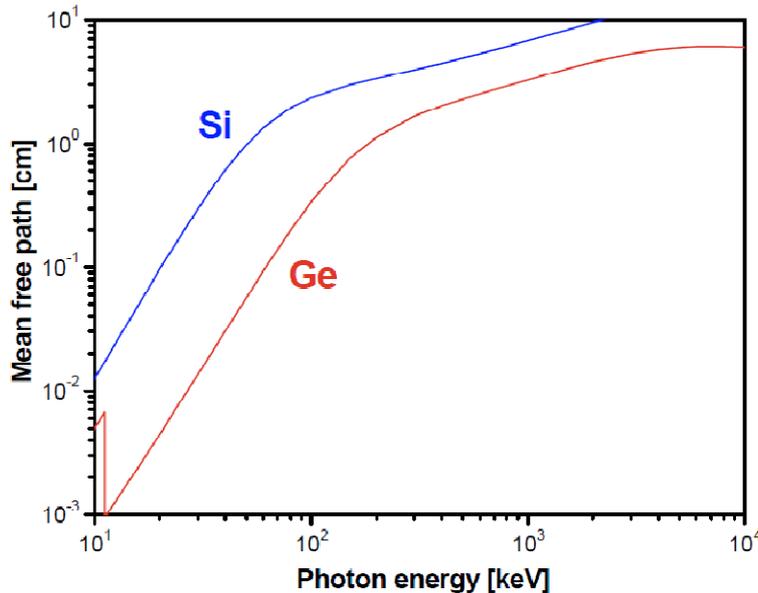


Fig. 3.31 Cammino libero medio di fotoni γ nel silicio e nel germanio, in funzione dell'energia

Da qui risulta evidente come sia richiesta una profondità della regione di svuotamento di parecchi cm. A causa del più alto numero atomico, il germanio ha un coefficiente di attenuazione lineare più alto, che fa sì che si abbia un più breve percorso libero medio. Quindi, nella rilevazione dei raggi γ o dei raggi X il germanio ha una più alta efficienza di rilevazione, mentre il silicio è preferito per la rilevazione di particelle cariche, come gli elettroni. Per un rivelatore a semiconduttore, la profondità di svuotamento, come si è visto, è

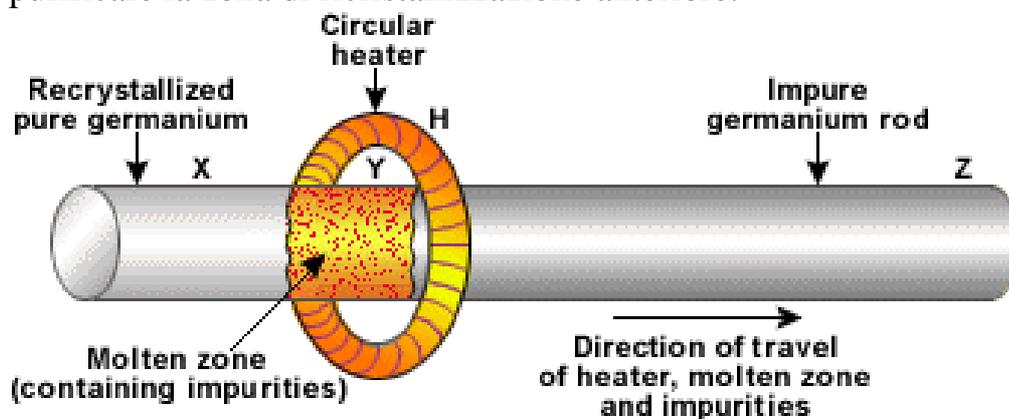
$$d \approx \sqrt{\frac{2 \cdot \epsilon \cdot V}{e \cdot N}}$$

dove V è la tensione di polarizzazione del diodo e la N rappresenta la concentrazione di impurità del semiconduttore. Se venissero impiegati del silicio o germanio con una purezza normale, la profondità della regione di svuotamento massima realizzabile sarebbe di qualche millimetro, anche alle tensioni di polarizzazione vicine al livello *breakdown* del diodo. Quindi, la concentrazione di impurità dovrebbe molto essere ridotta sino a 10¹⁰ atomi/cm³ per realizzare le profondità progettate di svuotamento di ordine di qualche cm. A questa concentrazione di impurità, una tensione di polarizzazione di un 1 kV può produrre una profondità di svuotamento di 1 cm. La concentrazione di impurità richiesta corrisponde ai livelli meno di 1 parte su 10¹², che è abbastanza complicata da raggiungere. Un modo per migliorare la concentrazione di impurità è quella di compensare le impurità residue con un tipo opposto materiale dell'impurità. Sia nel Si che nel Ge, il materiale con la più alta purezza disponibile

tende ad essere quello *p-tipo*, che richiede l'aggiunta degli atomi donatori per la compensazione. I metalli alcalini come Li o il Na tendono a formare livelli donatori interstiziali nel *Si* e nel *Ge*. Quando uno di questi materiali donatori (tipicamente il *Li*) viene diffuso nel *Si* o nel *Ge*, gli atomi donatori vengono facilmente ionizzati e sono abbastanza liberi di andare alla deriva alle temperature elevate sotto l'azione di forti campi elettrici. Questo processo è detto *lithium ion drifting*, e può essere utilizzato sia nel *Si* che nel *Ge*. Per convenienza, si indica con *Ge(Li)* il *germanio*, drogato con il *litio* e con *Si(Li)* il *silicio* drogato con il *litio*. La mobilità del litio è molto maggior nel germanio e rimane abbastanza alta anche a temperatura ambiente, che conduce ad una indesiderabile redistribuzione del litio. Di conseguenza, la distribuzione del *litio* nei rivelatori di *Ge(Li)* deve essere mantenuta sempre alla temperatura $LN_2(-195,80\text{ }^\circ C)$, mentre i rivelatori di *Si(Li)* possono essere mantenuti anche a temperatura ambiente, anche per la bassa mobilità dello ione del *Li* in silicio. L'altro modo per migliorare la concentrazione di impurità è di aggiungere processi di raffinamento supplementari in modo da potere raggiungere la purezza voluta. Nuove tecniche per realizzare cristalli di *Ge* di elevata purezza sono state realizzate, sulla base di questo metodo e rivelatori di *Ge iperpuro (HPGe)*, sono disponibili in commercio. Tuttavia, non vi è ancora una tecnica equivalente disponibile per il *Si*. I rivelatori di *Ge(Li)* erano molto comuni in passato e sono stati disponibili a lungo come rivelatori di grande volume. Anche se vi è poca differenza nella prestazione tra *HPGe* e il *Ge(Li)*, la manutenzione del *Ge(Li)* è abbastanza complessa, il che ha facilitato la loro uscita dal commercio.

Possibili configurazioni per i rivelatori al germanio iperpuro (HPGe)

Il cristallo di *HPGe* fu sviluppato a partire da metà anni '70. Esso è costituito da una massa di germanio già di per se abbastanza puro. Il materiale può essere ulteriormente è purificata con la tecnica di raffinamento di zona. Il germanio viene fuso in un crogiolo usando serpentine di riscaldamento a radiofrequenza (*rf*). Il principio di fondo è che le impurità si addensano nella fase liquida, in modo da purificare la zona di ricristallizzazione anteriore.



Zone refining of germanium metal.

Fig. 3.32 Processo di raffinamento del germanio

Secondo le indicazioni della figura precedente, ogni bobina del raffinamento fonde una piccola sezione del germanio nel crogiolo. Mentre le *bobine rf* vengono spostate lentamente per tutta la lunghezza del crogiolo, la zona fusa si muove con loro. Quindi, il germanio si fonde mentre la bobina si avvicina e ricristallizza mentre la bobina allontana. Le impurità tendono a rimanere nella sezione fusa, che comporta una più alta concentrazione delle impurità nel liquido rispetto al solido. In questo modo, le impurità sono spostate verso l'estremità opposta. Questo procedimento ampio è ripetuto molte volte, fino a concentrare le impurità alla fine della sbarra. Dopodiché questa estremità viene rimossa, lasciando la parte restante molto più pura del prodotto originale. Il miglioramento o la riduzione della concentrazione di impurità realizzata è di circa un fattore di *100 o più*. I grandi monocristalli di germanio vengono fatti accrescere usando la *tecnica di Czochralski*.

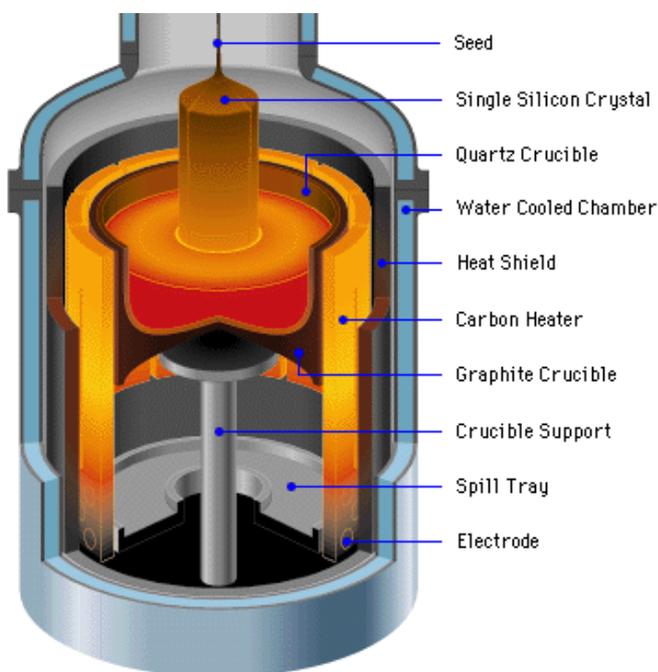


Fig. 3.33 *Tecnica di Czochralski per la produzione di germanio iperpuro*

Il processo consiste nel sollevamento verticale a bassissima velocità di un *seme monocristallino di silicio*, immerso inizialmente per pochi millimetri in un crogiolo contenente silicio puro fuso. Il seme monocristallino è, in pratica, una bacchetta con sopra un sottile strato di silicio in forma monocristallina. Gli atomi di silicio fuso, a contatto con il *seme monocristallino*, si orientano secondo il reticolo atomico della struttura del silicio. La temperatura del silicio nel crogiolo è mantenuta di pochi gradi superiore a quella di fusione ($1414\text{ }^{\circ}\text{C}$), e aderendo al *seme monocristallino*, che gradualmente viene estratto dalla massa fusa, si solidifica molto rapidamente conservando la struttura monocristallina del *seme* a cui aderisce. Il controllo rigoroso della temperatura del materiale fuso, dell'atmosfera nella camera, e della velocità di estrazione, nonché assenza assoluta di vibrazioni, consente la produzione di *fusi* perfettamente cilindrici e altamente puri. L'operazione successiva consiste nel tagliare

il *fuso* tramite un disco diamantato, ottenendo i dischi con spessore di pochi decimi di millimetro chiamati *wafer*. I *wafer* costituiranno quindi il supporto (substrato) per i diversi dispositivi elettronici. Dato che la quantità di dispositivi ricavabili da una singola fetta è proporzionale al suo diametro, col tempo si è cercato di realizzare *fusi* con diametro sempre maggiore. Attualmente si realizzano *fusi* con un diametro di circa 30 cm.

- Configurazione planare

Un esempio di un *rivelatore planare di HPGe* che usando *cristallo di tipo p* è indicato nella seguente figura. In questa configurazione, i contatti elettrici sono forniti sulle due superfici piane di un cristallo del germanio.

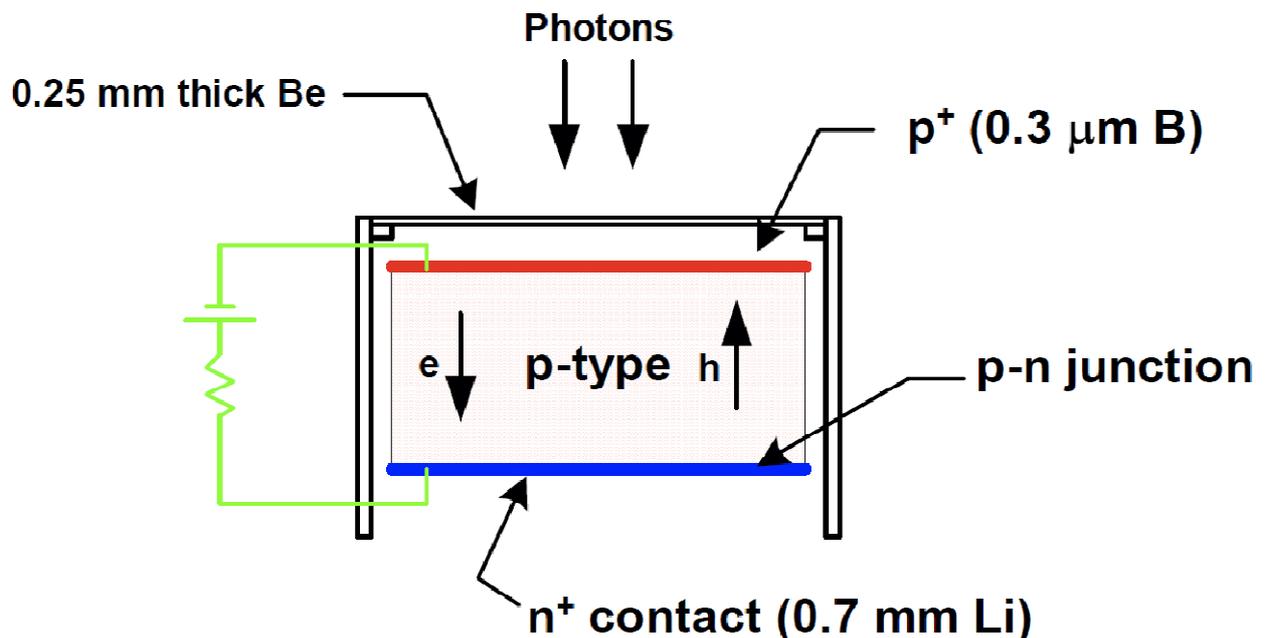


Fig. 3.34 Schema di un HPGe planare di tipo p.

Il *litio* viene evaporato e diffusione su uno strato di circa $700 \mu\text{m}$ per formare il contatto di n^+ è realizzata oltre uno della superficie. La regione di svuotamento è costituita dalla giunzione di polarizzazione n^+-p . Sulla superficie del lato opposto vengono impiantati ioni ricettori di *boro* per aumentare la conducibilità vicino alla superficie (*strato* p^+). Poiché entrambi i materiali sono di *tipo p*, non vi sono giunzioni a semiconduttore su questo lato. Invece, lo *strato* di p^+ fornisce il contatto elettrico per la raccolta dei portatori di carica che si generano al passaggio della radiazione. Lo spessore dello strato impiantato di boro è così sottile (alcuni *decimi di* μm) perché deve costituire anche da finestra di ingresso per i *fotoni* γ di bassa energia. Per fare una aumentare le dimensioni della *regione di svuotamento*, si applica al contatto di n^+ una tensione positiva rispetto alla superficie di p^+ . La regione di svuotamento è, a *tensione 0*, posizionata vicino al *contatto di* n^+ e, mano a mano che si dà tensione, si estende nella *regione p*. Una volta esaurita

l'estensione della *regione p*, un accrescimento ulteriore della tensione di polarizzazione (*sovratensione*) non ha alcun effetto sul volume sensibile, tuttavia, rende il campo elettrico interno più forte, riducendo così i tempi di raccolta della carica e la probabilità di ricombinazione ed intrappolamento delle cariche prodotte dalla *radiazione γ* . I rivelatori *planari di HPGe* possono anche realizzare a partire da cristalli di *tipo n*.

- Configurazione coassiale

Ricordandoci la figura del *percorso libero medio* per fotoni γ , è necessario uno spessore della zona attiva del rivelatore di almeno *5 cm* per una rilevazione efficiente dei fotoni dell'ordine dei *MeV*. La profondità massima di svuotamento per i rivelatori planari è però limitata ameno di *1 o 2 cm*, il che limita l'efficienza del rivelatore a *600 ÷ 700 keV*. Per disporre di un rivelatore con una profondità della *zona di svuotamento* più ampia, deve essere presa in considerazione una configurazione differente dell'elettrodo. I rivelatori *HPGe* utilizzati per i fotoni dell'ordine dei *MeV* sono costruiti con la geometria coassiale come mostrata nella figura seguente.

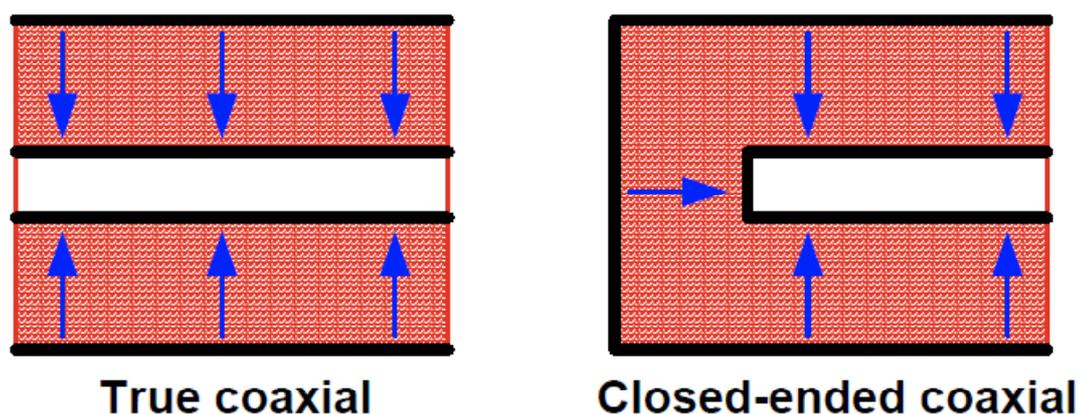


Fig. 3.35 *HPGe di tipo coassiale*.

In questa configurazione, uno degli elettrodi è posto sulla superficie esterna di un cristallo cilindrico e l'altro elettrodo è posizionato alla superficie interna del foro centrale. In questo modo, possono essere realizzati volumi attivi molto più grandi. Nella *configurazione closed-ended* invece, soltanto la parte del centrale del cilindro di germanio viene rimossa e l'elettrodo esterno si estende su tutta la superficie laterale piana. Questa configurazione è quella più comune. In linea di principio, la *giunzione p-n* di un rivelatore coassiale può essere situata sia all'interno sia sulla superficie esterna del cristallo. Se la giunzione è sulla superficie esterna, aumentando la tensione di polarizzazione, la regione di svuotamento si estende l'interno, sino al limite del cristallo. Nel caso opposto, la regione di svuotamento si sviluppa esternamente. La *giunzione di p-n* sulla superficie esterna richiede una tensione di polarizzazione completa molto più

bassa e quindi, è preferita. Le configurazioni più comuni per gli elettrodi dei rivelatori coassiali di Ge sono indicate nella seguente figura.

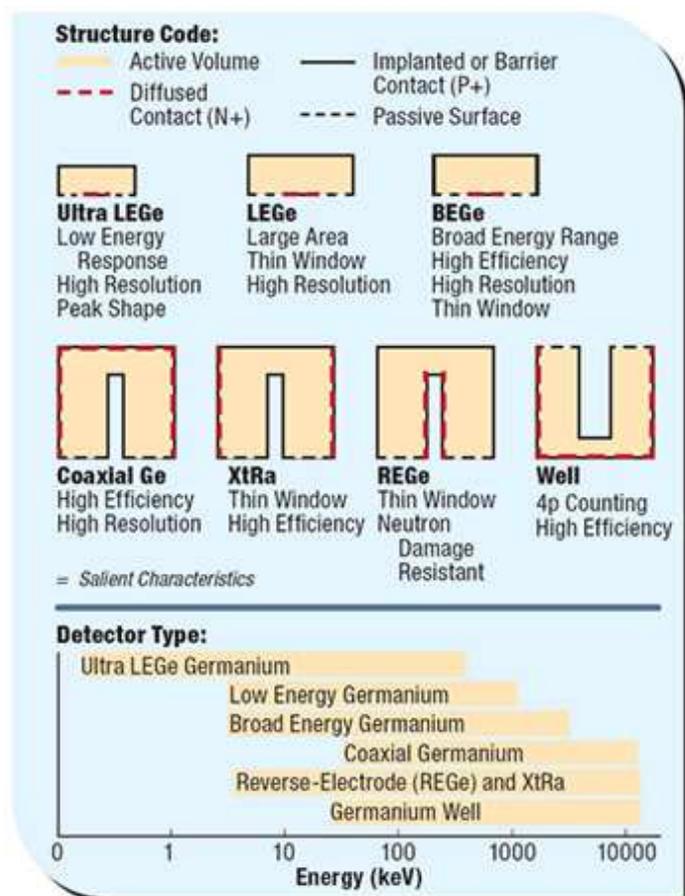


Fig. 3.36 Configurazioni a confronto per HPGe coassiali.

Per creare la giunzione $p-n$, si deve porre il contatto n^+ sulla superficie esterna, nel caso di cristalli di tipo p , mentre si dovrà porre il contatto di p^+ nel caso di cristalli di tipo n .

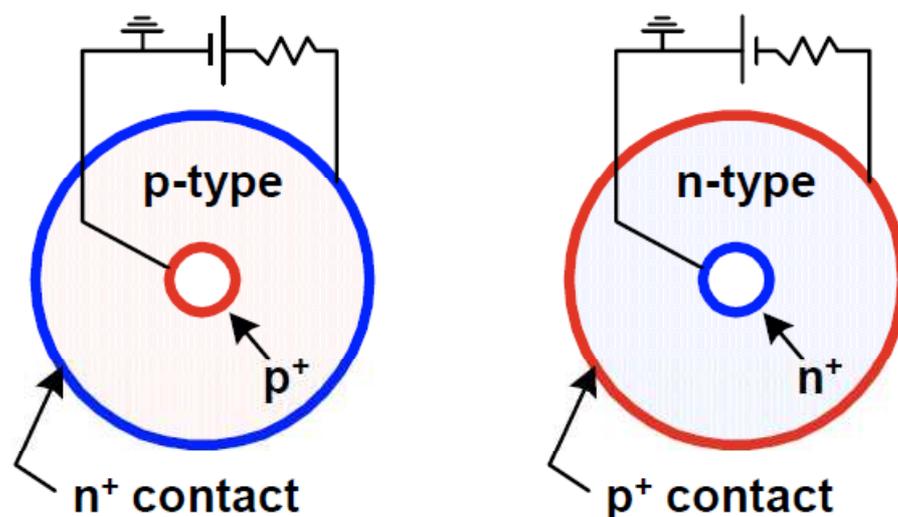


Fig. 3.37 Disposizione degli elettrodi negli HPGe coassiali.

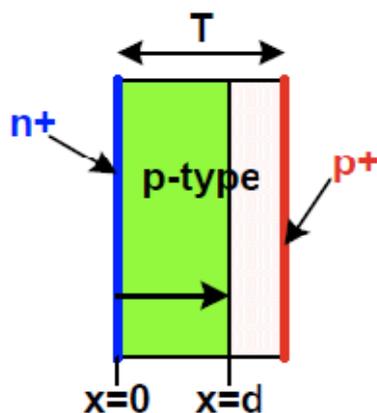
Per questo motivo, Il *tipo n* di rivelatori coassiali spesso è denominato *rivelatori d'inversione dell'elettrodo*. La polarizzazione richiede quindi un potenziale esterno positivo per un *tipo p* e un potenziale negativo per un *tipo n*. Indipendentemente dal tipo di cristallo, un rivelatore coassiale può essere usato per la spettroscopia con i raggi γ . Per i raggi γ di energia inferiore a 100 KeV , una quantità significativa di fotoni viene assorbita, nei rivelatori di *tipo p*, dallo spesso strato del contatto di *litio n⁺*. Quindi, i rivelatori coassiali di *tipo p*, sono normalmente impiegati sino a 50 KeV . Poiché invece lo spessore dello strato *p⁺* di *boro* nei rivelatori di *tipo n*, è molto più piccolo, questo tipo di rivelatori è efficace per i raggi γ di energia molto più bassa (*frazioni di KeV*), una volta dotati di una finestra di ingresso della radiazione molto sottile. Di conseguenza, i rivelatori di *tipo n* hanno una finestra di efficienza energetica molto più ampia dei rivelatori di *tipo p*.

Campo elettrico e capacità di un rivelatore HPGe

Il campo elettrico nei rivelatori *HPGe* determina il meccanismo di raccolta della carica. La forma del segnale di tensione e l'eventuale problema della sincronizzazione di 2 rivelatori, dipendono di conseguenza dalle variazioni del campo elettrico nel rivelatore. Come discusso nelle proprietà generali dei rivelatori a semiconduttore, l'equazione che definisce tale campo è quella di *Poisson*:

$$\nabla^2 \phi = \frac{\rho}{\epsilon} \quad \text{con } \rho = \begin{cases} -e \cdot N_A & \text{per un cristallo di tipo } p \\ e \cdot N_D & \text{per un cristallo di tipo } n \end{cases}$$

più avanti considereremo per praticità solo cristalli di *tipo p*. Facendo riferimento alle seguente figura



Il campo elettrico nella zona di svuotamento, per un *HPGe* di tipo planare, sarà quindi dato da

$$E(x) = \frac{d\phi}{dx} = \frac{V}{d} + \frac{e \cdot N_A}{\epsilon} \cdot \left(\frac{d}{2} - x \right)$$

Fig. 3.38 Regione di svuotamento in un *HPGe* planare.

Per una tensione di polarizzazione fissata (con $V < V_d$, *tensione di svuotamento totale*), la soluzione è definita solo nella regione di svuotamento e il campo elettrico fuori della regione è zero. Per un rivelatore planare di HPGe è indicato la tensione di svuotamento totale per $N_A = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ e $T = 1 \text{ cm}$ è $V_d = 565 \text{ V}$.

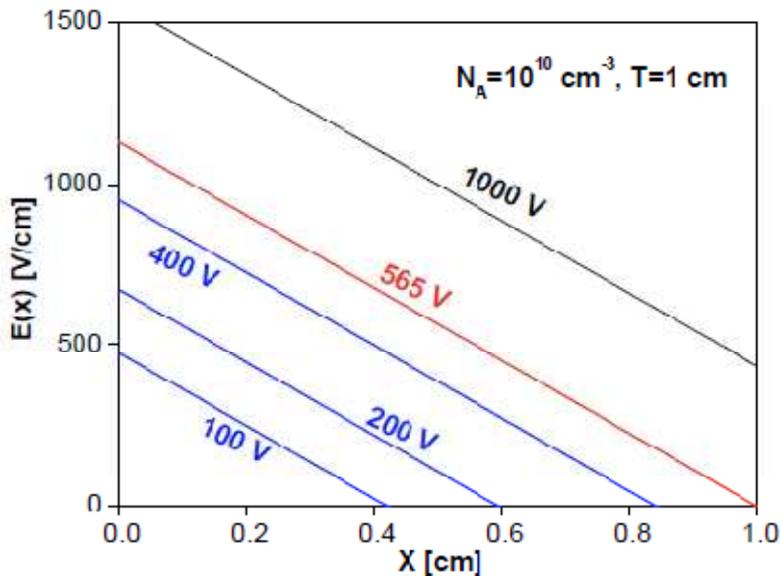


Fig. 3.39 Campo elettrico in un HPGe planare.

La *capacità per unità di superficie* per uno svuotamento parziale è

$$C = \frac{\epsilon}{d} = \sqrt{\frac{e \cdot N_A \cdot \epsilon}{2 \cdot V}}$$

Una volta che la polarizzazione V supera V_d , la capacità del rivelatore rimane costante e indipendente dalla tensione di polarizzazione.

Nel caso di un rivelatore coassiale invece, l'*equazione di Poisson* è un po' più complessa

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{d\phi}{dr} = \frac{e \cdot N_A}{\epsilon}$$

Per stati parziali di svuotamento, risolvere l'equazione è molto complicato, supporremo pertanto che la tensione di polarizzazione sia più grande della *tensione di svuotamento*. Il campo elettrico nel rivelatore, in questo modo, ha una forma del tipo

$$E(r) = -\frac{e \cdot N_A}{2 \cdot \epsilon} - \frac{V - (e \cdot N_A / 4 \cdot \epsilon) \cdot (r_s^2 - r_c^2)}{r \cdot \text{Log}[r_s / r_c]}$$

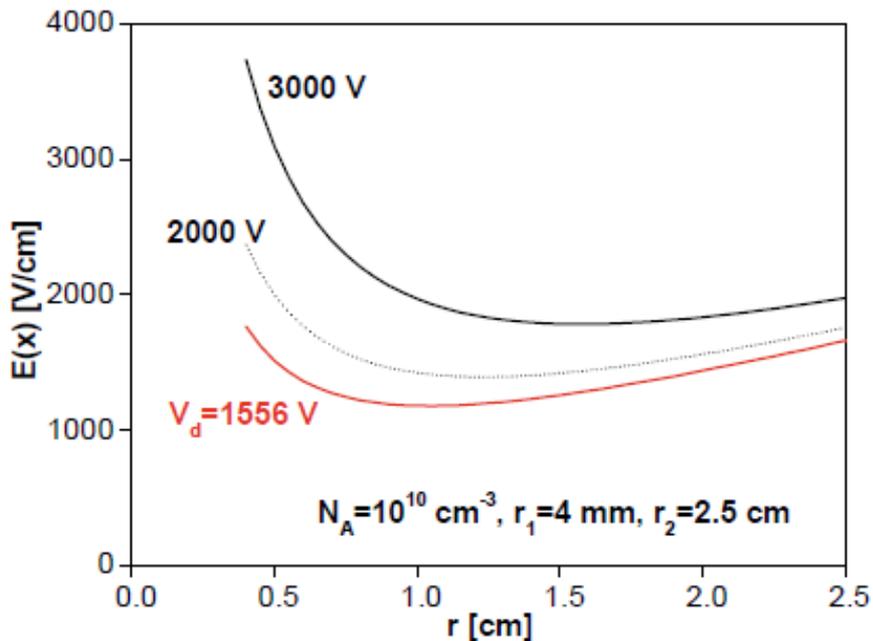


Fig. 3.40 Campo elettrico in un HPGe coassiale.

La tensione di svuotamento totale può essere calcolata utilizzando la seguente espressione

$$E(r_c) = 0 \Rightarrow V_d = \frac{e \cdot N_A}{2 \cdot \epsilon} \cdot \left\{ \frac{r_s^2 - r_c^2}{2} - r_c^2 \cdot \text{Log}[r_s/r_c] \right\}$$

La capacità per unità di lunghezza di un rivelatore coassiale completamente svuotato è

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon}{\text{Log}[r_s/r_c]}$$

Per rendere la capacità più piccola possibile, il raggio r_c è ridotto al minimo. Per i rivelatori coassiali di tipo *closed-ended*, l'equazione di *Poisson* è difficilissima da risolvere analiticamente e quindi si preferisce utilizzare metodi numerici, alle differenze finite. La seguente figura illustra l'andamento del potenziale e del campo elettrico nel rivelatore

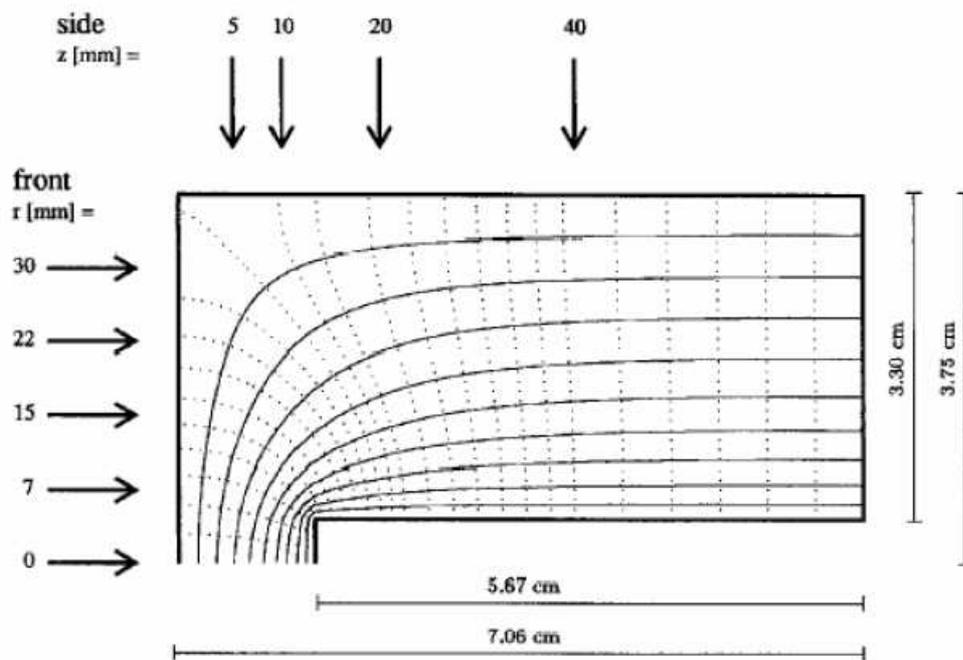
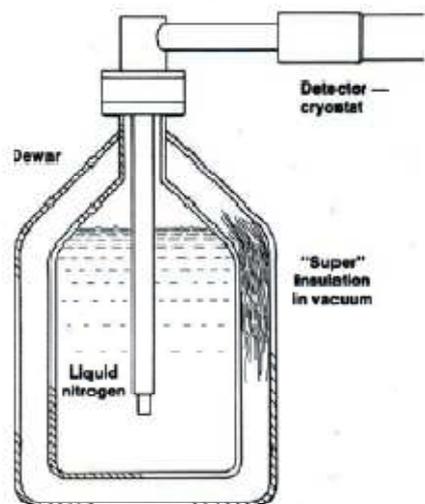


Fig. 3.41 Distribuzione del campo elettrico e del potenziale in un HPGe coassiale.

Caratteristiche operative di un rivelatore a semiconduttore

Criostato e dewar

Anche se i rivelatori al silicio possono essere utilizzati, in linea di principio, a temperatura ambiente, lavorare con i rivelatori al germanio a temperatura ambiente è impensabile, a causa della piccola energia di *bandgap*, la quale determinerebbe una intollerabile corrente inversa. Di conseguenza, i cristalli del germanio devono essere sempre raffreddati per ridurre il rumore termico. I rivelatori HPGe possono essere mantenuti a temperatura ambiente, nel periodo di non funzionamento, prima di metterli in funzione è sempre necessario portarli alla temperatura del LN_2 . Il *cristallo di Ge* è incassato in uno stretto contenitore sotto vuoto (*criostato*) per ridurre la conduzione termica tra il cristallo e l'aria. La funzione di base di un criostato è di raffreddare rivelatore al germanio alla temperatura del LN_2 . La *preamplificazione* del rivelatore al germanio è normalmente posta all'interno del criostato, dato che essa dovrebbe essere il più vicino possibile alla giunzione, per ridurre la capacità totale. In questo modo, si ha anche il vantaggio di raffreddare le componenti elettroniche del preamplificatore, riducendo di fatto il rumore termico.



Preamplifier Rate Limit

Charge carriers produced by Ge per unit energy deposited = $1/2.98$

$$\text{Detector Current} = \text{Energy Rate} \left(\frac{\text{eV}}{\text{s}} \right) \times \frac{\text{charge (Q)}}{\text{energy (eV)}} \times 1.6 \times 10^{-19} \frac{\text{Coulombs}}{\text{Q}}$$

$$\text{Detector Current (A)} = 10^6 \times \frac{1.6 \times 10^{-19}}{2.98} \times \text{Energy Rate (MeV/s)}$$

$$= 5 \times 10^{-14} = 0.05 \text{ pA/(MeV/s)}$$

Charge per charge carrier

The energy rate limit of RC preamplifiers is a function of feedback resistor value (R_f) and dynamic range.

$$V_{op} = I_o \times R_f$$

Assuming $V_{op} = 20 \text{ V (max)}$

$$\text{Energy Rate Limit (MeV/s)} = \frac{400\,000}{R \text{ (Gigohms)}} \text{ MeV/s}$$

For 2 Gigohms - limit is 200 000 MeV/s
For 0.5 Gigohms - limit is 800 000 MeV/s

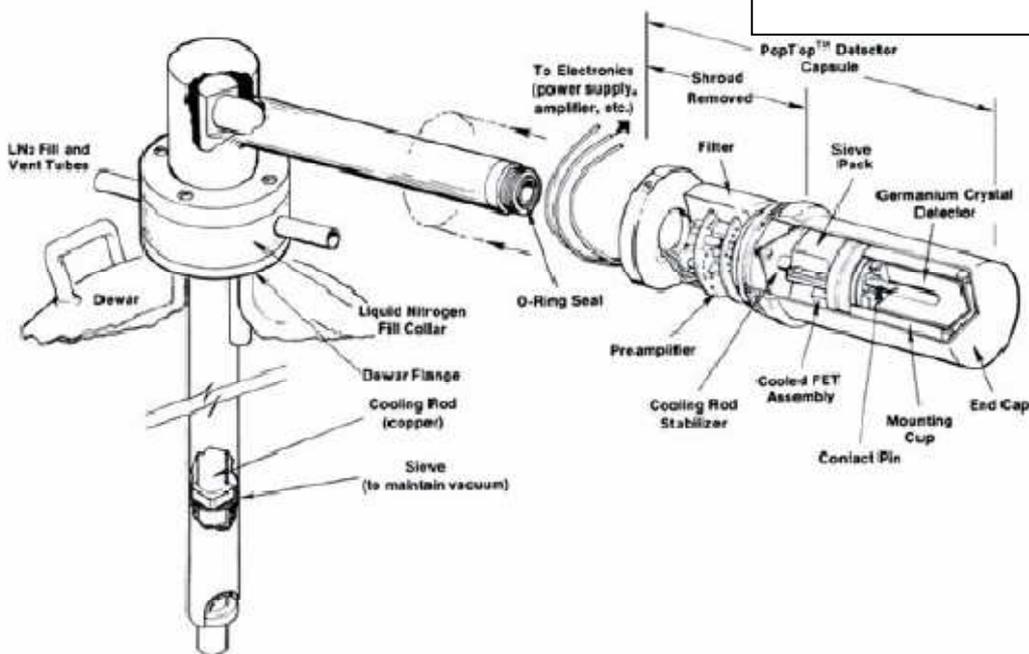


Fig. 3.42 Schema di un rivelatore HPGe coaxiale. Si può notare come il criostato contenga, oltre al cristallo di germanio, anche il preamplificatore.

Tutta la parte fredda del rivelatore è mantenuta in uno stato di *alto vuoto* ($P = 10^{-6} \text{ mbar}$) sia per isolamento termico sia per proteggere l'interno del rivelatore da contaminazioni esterne. Tutti materiali del criostato attorno al rivelatore dovrebbero avere una Z più bassa possibile, per ridurre le attenuazioni dei γ . Quindi, sono usati, quando possibile, materiali come l'alluminio, il magnesio, il berillio, il teflon o il mylar. Esistono in commercio vari tipi di dewars, che permettono di selezionare la geometria del rivelatore a seconda dell'applicazione. Per sorgenti radioattive di laboratorio o campioni emettenti neutroni, vengono di solito utilizzati i rivelatori verticali.

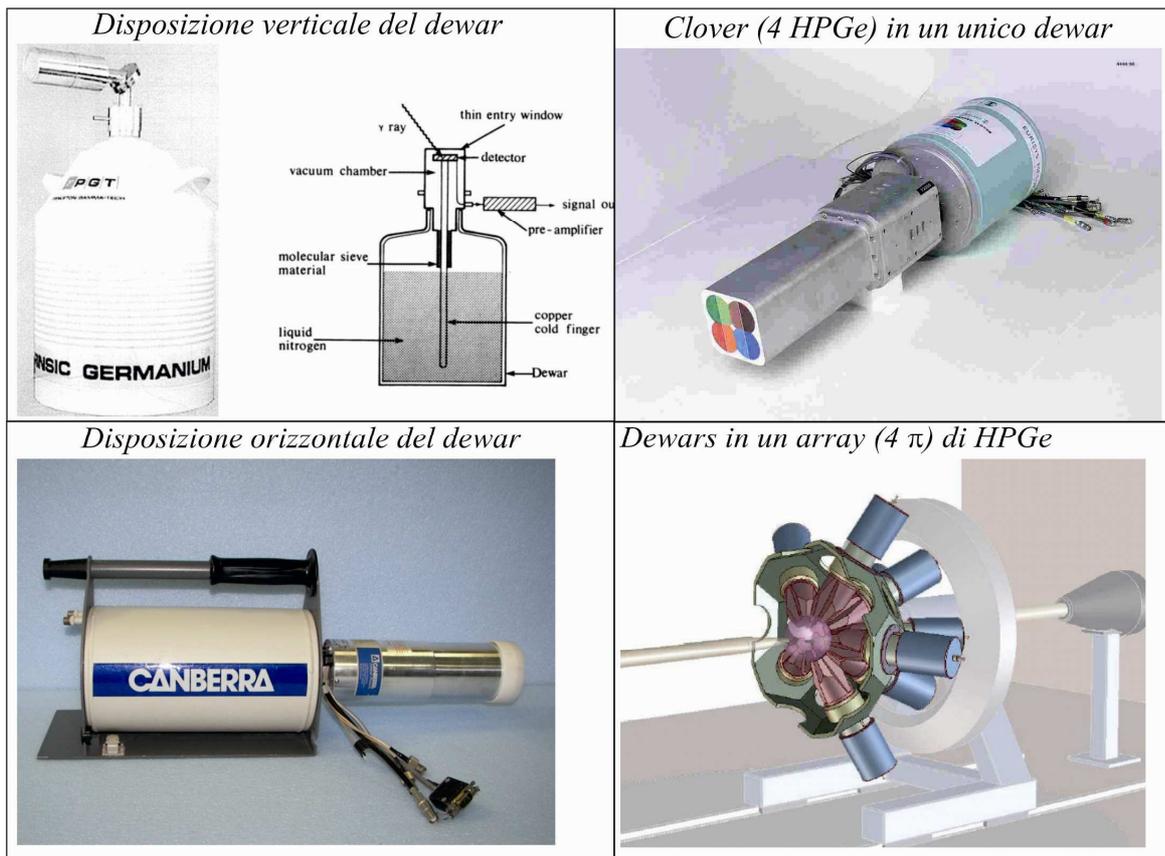


Fig. 3.43 *Differenti geometrie per i dewar negli HPGe.*

Per la spettroscopia *in-beam*, sono invece preferibili le configurazioni orizzontali o di tipo *side-looking*. Dewars portatili sono inoltre disponibili per misurazioni sul campo.

Risoluzione di energia

La caratteristica più importante dei rivelatori *HPGe* è la loro eccellente risoluzione di energia. Nella figura seguente, vi sono due spettri, di cui uno preso da un *HPGe* e l'altro da *NaI(Tl)*, di una sorgente di ^{60}Co .

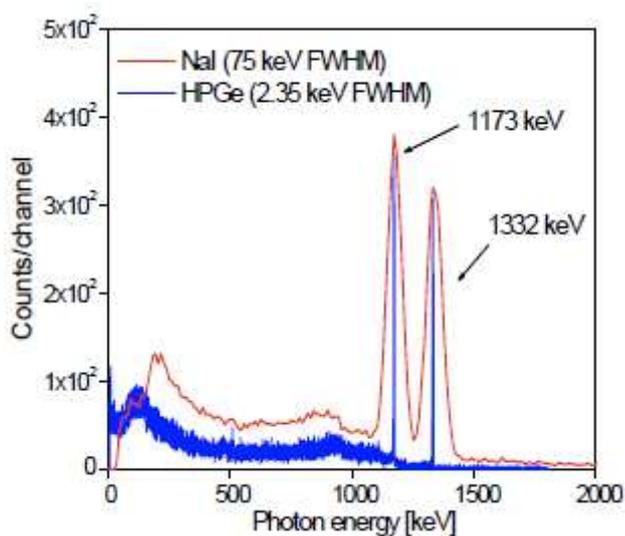


Fig. 3.43 *Confronto tra gli spettri di HPGe e di uno scintillatore di NaI per il ^{60}Co*

La risoluzione superiore del rivelatore *HPGe* consente di poter distinguere righe γ anche molto vicine ed è essenziale nella spettroscopia sotto fascio. La risoluzione di energia del sistema di spettroscopia γ basato su un *HPGe* è determinata dal numero dei portatori di carica, dal processo di raccolta della carica e dal rumore elettronico. Quindi, la *FWHM* di un picco nello spettro può essere rappresentato come una somma di 3 termini

$$W_T^2 = W_D^2 + W_X^2 + W_E^2$$

dove i 3 valori di W dal lato destro sono rispettivamente le *FWHM* dovute alla variazione statistica nel numero dei portatori di carica, alle fluttuazioni statistiche nella processo di raccolta della carica e al rumore elettronico. La variazione del numero dei portatori di carica è definita come

$$\frac{W_D}{E_\gamma} = 2.355 \cdot \frac{\sqrt{F} \cdot \delta n}{n} = 2.355 \cdot \sqrt{\frac{F}{n}} \Rightarrow W_D^2 = 5.54603 \cdot \frac{F}{n} \cdot E_\gamma^2 = 5.54603 \cdot F \cdot w \cdot E_\gamma$$

dove E_γ è l'energia del fotone, la n è il numero delle coppie elettrone-lacuna che si creano, F è il *fattore di Fano* e w è l'energia richiesta per la generazione di una coppia. Se il *fattore di Fano* si pone pari a 0.1, l'equazione mostra un valore di W_D di 1.3 KeV per il fotone γ di 1.33 MeV del ^{60}Co , se utilizziamo un valore di w pari a 3 ev. Il secondo termine è dovuto alla raccolta incompleta della carica elettrica prodotta dal passaggio di un fotone γ diventa importante per rivelatori di grande volume o i rivelatori che hanno un campo elettrico interno molto piccolo. L'ultimo termine invece è quello che costituisce il contributo di tutta la catena elettronica a valle del rivelatore. Questa componente può essere misurata con la precisione utilizzando come riferimento il segnale, di ampiezza costante, emesso da un *pulser*.

L'uscita del *pulser* viene mandata direttamente nell'amplificatore e quindi in tutta la catena elettronica che segue. La figura seguente mostra il contributo di ciascuno componente in funzione dell'energia del fotone.

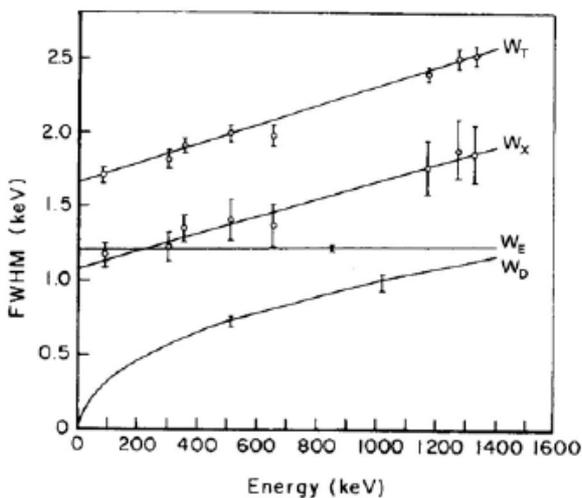


Fig. 3.43 Fattori che determinano la *FWHM* di un *HPGe* a confronto

Alle energie basse, il rumore elettronico e la raccolta della carica sono relativamente importanti, mentre il rumore dovuto alla statistica nella generazione della carica, diventa significativo alle alte energie.

Pulse shape e timing di un HPGe

La forma del segnale di tensione in uscita da un *HPGe* contiene in se 2 informazioni di fondamentale importanza: l'altezza del segnale è proporzionale all'energia del γ rilevato e dal fronte di salita si può determinare l'istante in cui il γ ha attraversato il rivelatore.

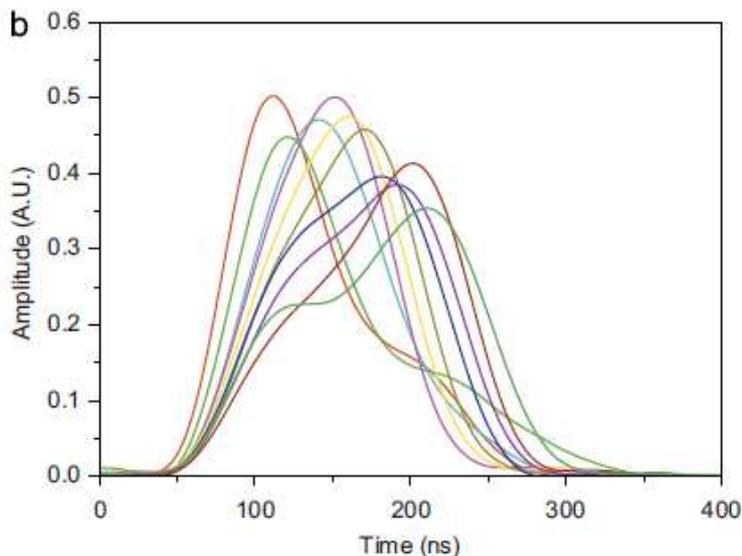


Fig. 3.44 Segnale di tensione in uscita da un *HPGe*

In ultima istanza, la risoluzione temporale di un *HPGe* dipende sia dal tempo medio di salita del segnale che dall'altezza del segnale di tensione (cioè dall'energia del γ rilevato). Due fattori limitano la risoluzione di tempo dei rivelatori di un *HPGe*. Il primo fattore è il lento processo di accumulazione dei portatori di carica. Se il campo elettrico è abbastanza forte, le *velocità di drift* dell'elettrone e delle lacune sono saturate. Le *velocità di drift* in saturazione per un elettrone è dell'ordine di $\sim 10^5$ m/s, cioè di 100 ns/cm. I tempi di salita tipici per l'impulso saranno di questo ordine di grandezza e questo è molto più lungo di quelli dei rivelatori a scintillazione organici. Il secondo il fattore è la grande variazione di altezza degli impulsi in uscita. L'istante di tempo in cui il segnale ha inizio cambia sostanzialmente da evento a evento secondo la posizione cui viene creata la coppia.

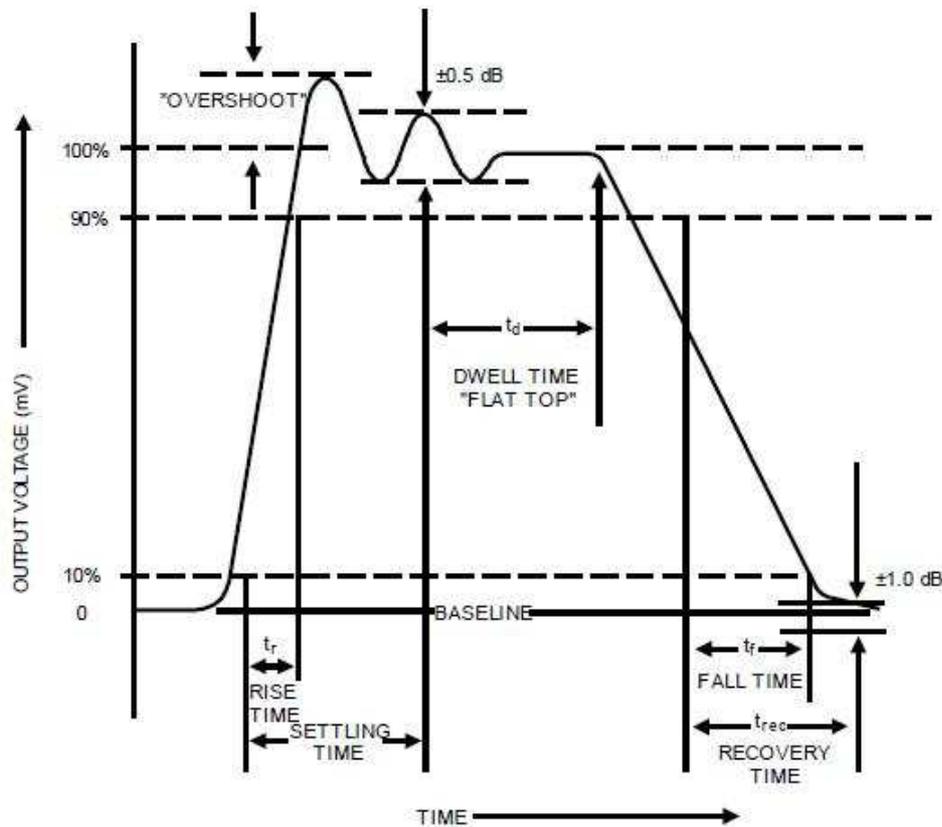


Figure 6. Pulse Characteristics

Fig. 3.44 Caratteristiche generali di un segnale di tensione

La forma di impulso dei rivelatori planari può essere descritta attraverso il bilancio energetico nel modo seguente. La carica indotta infinitesimale è definita attraverso l'espressione

$$dW = V \cdot dQ$$

dove dW è il lavoro compiuto dalle forze del campo elettrico del rivelatore, V la tensione applicata e dQ la frazione infinitesima di carica indotta. Sul singolo portatore di carica q_0 che si sposta, all'interno del rivelatore, tra un punto x e uno $x+dx$, il lavoro svolto è

$$dW = q_0 \cdot [V(x+dx) - V(x)] \Rightarrow dW = q_0 \cdot E(x) \cdot dx \Rightarrow \frac{dW}{dx} = q_0 \cdot E(x)$$

da cui si ricava:

$$\frac{dW}{dx} \approx q_0 \cdot \frac{V}{T}$$

dove T è lo spessore della *zona di svuotamento*. Così il lavoro necessario a spostare la carica q_0 dal punto x_0 al punto x è

$$\Delta W = q_0 \cdot \int_{x_0}^x \frac{V}{T} \cdot dx = \frac{q_0 \cdot V}{T} \cdot (x - x_0)$$

La presenza di questo lavoro, genera una carica indotta pari a:

$$\Delta Q = \frac{\Delta W}{V} = q_0 \cdot \frac{(x - x_0)}{T} = q_0 \cdot \frac{v_d \cdot t}{T}$$

dove v_d è la *velocità di drift* dei portatori di carica. Il segnale di tensione generato, sarà allora dato da:

$$\Delta V_R = \frac{\Delta Q}{C} = q_0 \cdot \frac{v_d}{C \cdot T} \cdot t$$

In realtà, la carica indotta ha due componenti: una generata dal movimento degli elettroni, l'altra delle buche. Supponiamo che le coppie vengano create ad una distanza x dall'elettrodo n^+ , dopo un'interazione con un γ secondo le indicazioni della seguente figura. Nella fase iniziale del processo di raccolta della carica, sia gli elettroni che le lacune andranno alla deriva

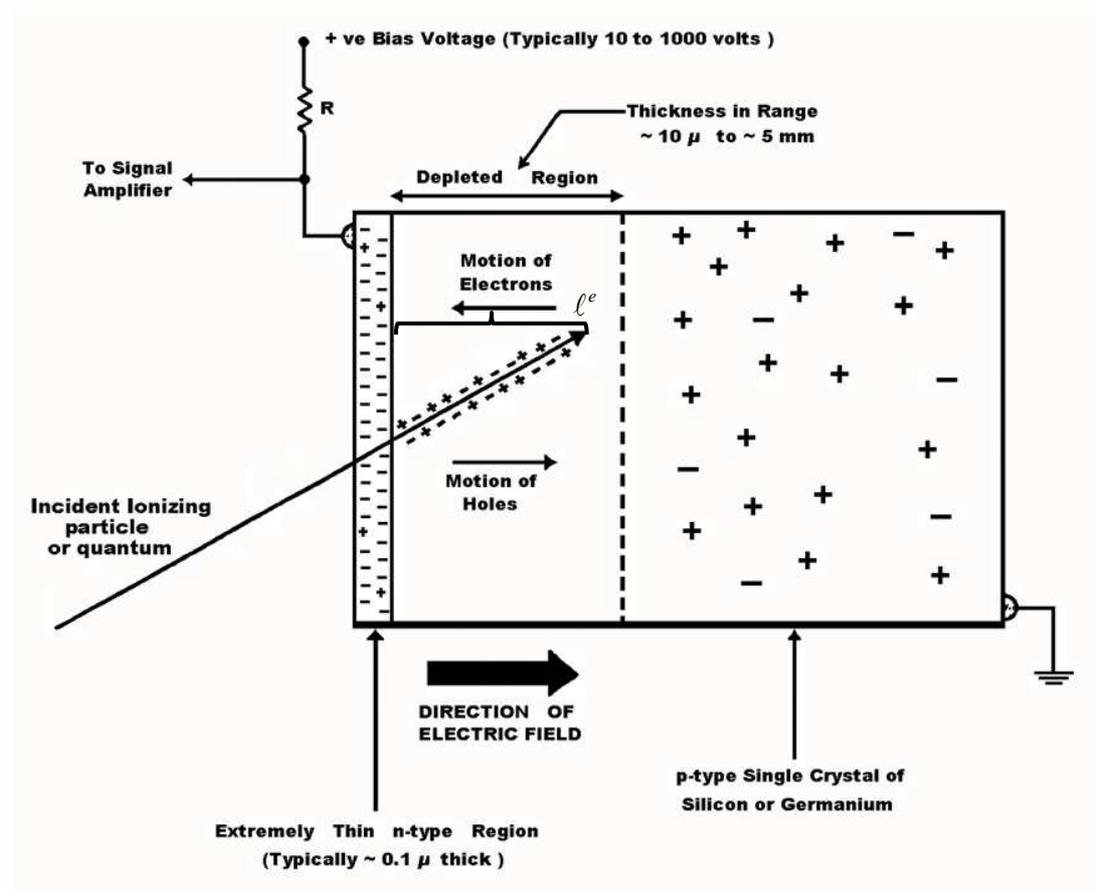


Fig. 3.45 Generazione di una coppia elettrone-lacuna in un HPGe planare

$$\Delta Q = \frac{\Delta W}{V} = \frac{q_0}{T} \cdot (v_d^e + v_d^h) \cdot t$$

Se fossimo nel caso in cui tutti gli elettroni fossero stati raccolti, ma le lacune fossero ancora presenti nel rivelatore, avremo:

$$\Delta Q(t) = \frac{\Delta W}{V} = q_0 \cdot \left(\frac{\ell^e}{T} + \frac{v_d^h \cdot t}{T} \right)$$

nel caso opposto

$$\Delta Q(t) = \frac{\Delta W}{V} = q_0 \cdot \left(\frac{v_d^e \cdot t}{T} + \frac{T - \ell^e}{T} \right)$$

Una volta che tutte le cariche siano stato raccolte, avremo:

$$\Delta Q(t) = q_0$$

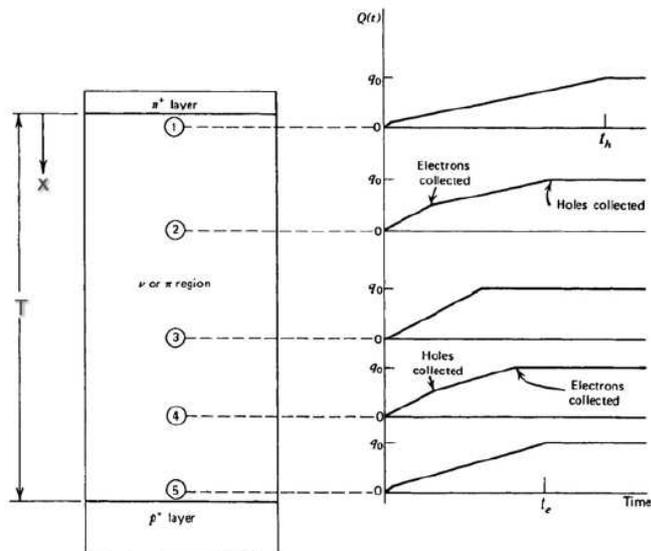


Fig. 3.46 Formazione del segnale di tensione in un HPGe planare

Acquisizione i spettri con un HPGe

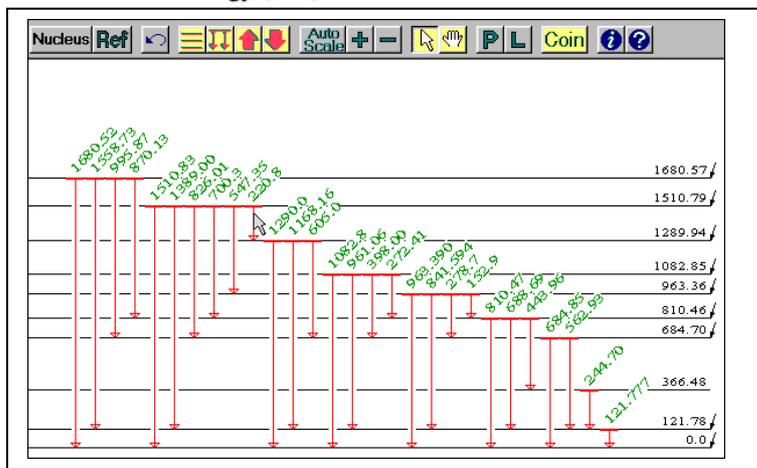
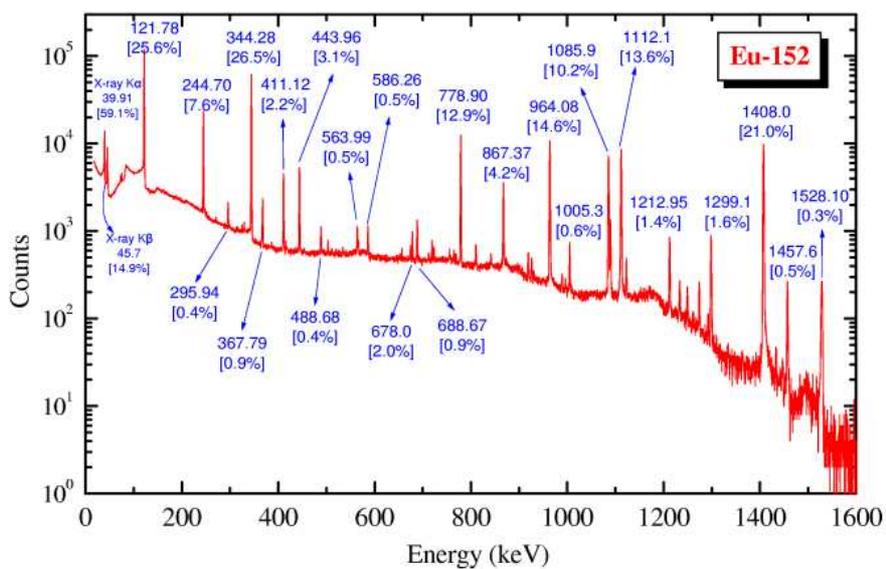


Fig. 3.47 Spettro di ^{152}Eu acquisito con un HPGe coassiale

La precedente figura mostra lo spettro di una sorgente di ^{152}Eu , presa con un HPGe coassiale. La risposta di un rivelatore HPGe per un singola emissione γ è indicata nella seguente figura, che si riferisce al decadimento di una sorgente di ^{137}Cs

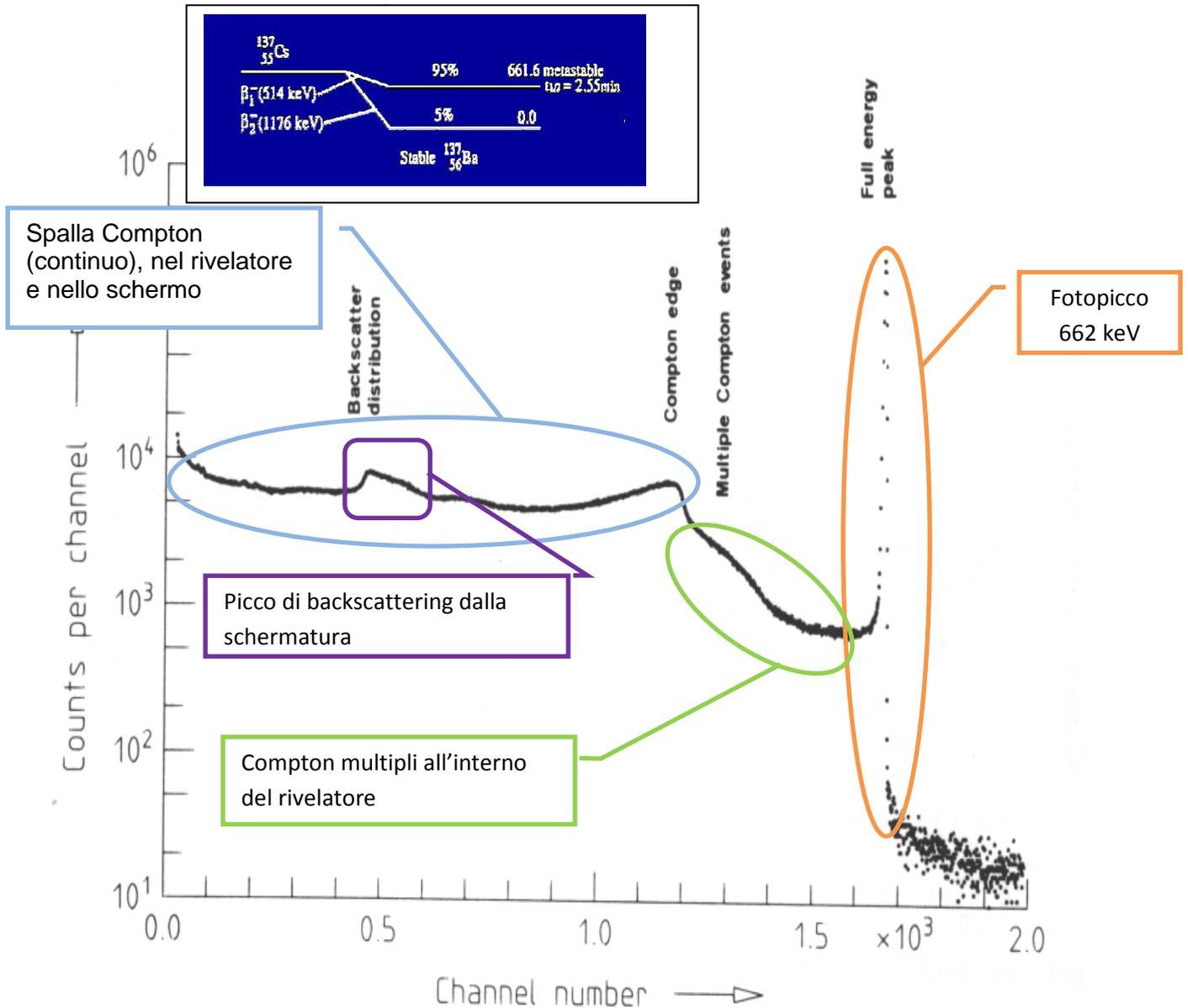


Fig. 3.48 Spettro di ^{137}Cs acquisito con un HPGe coassiale

I processi di assorbimento, della radiazione γ all'interno del rivelatore, che più contribuiscono alla formazione dello spettro sono quelli multipli, quegli eventi cioè in cui il fotone γ perde la sua energia in 2 + 3 eventi successivi, come ad esempio una dispersione Compton seguita da un assorbimento fotoelettrico del fotone diffuso. L'assorbimento di energia del fotone in un singolo processo fotoelettrico è abbastanza raro. La tabella sotto ricapitola un risultato di *simulazione Monte Carlo* e riporta il

numero delle interazioni che contribuiscono al picco di 1332 KeV (del ^{60}Co) per un rivelatore HPGe coassiale

Numero di interazioni					
1	2	3	4	5	6
4.2%	17.8%	27.0%	25.1%	15.4%	7.0%

Tab. 3.1 Probabilità di interazione multipla all'interno di un HPGe coassiale

Se l'energia del fotone γ aumenta al di sopra di $2 \cdot m_e \cdot c^2 = 1.022 \text{ MeV}$, la produzione di coppie diventa dominante ed i picchi di uscita degli elettrone diventano importanti. Gli spettri nella seguente figura mostrano a confronto i *fotopicchi*, il *single escape* e il *double escape peaks*, in una sorgente di ^{88}Y

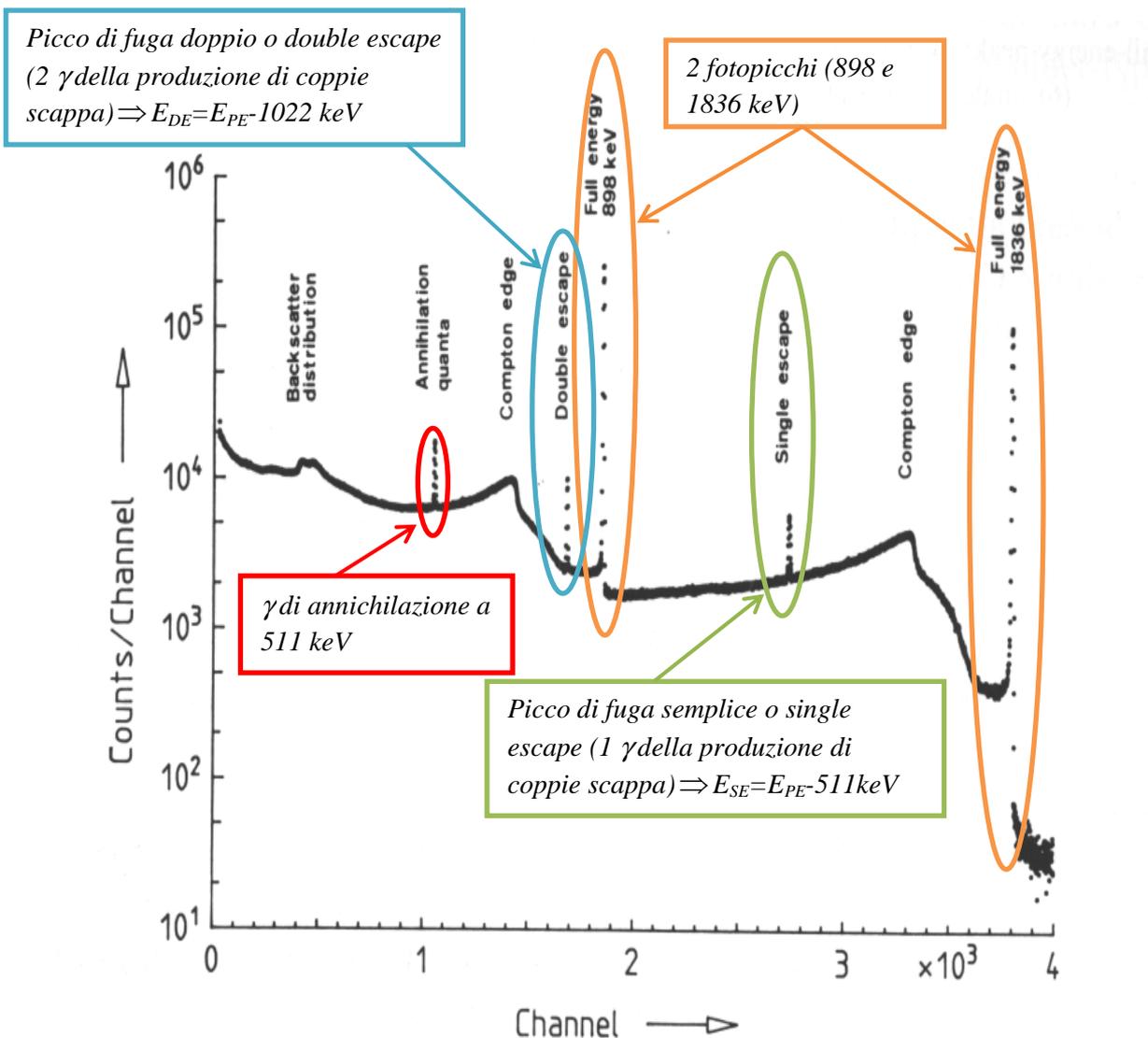


Fig. 3.49 Spettro di ^{88}Y acquisito con un HPGe coassiale, possiamo notare il double escape e il single escape peaks.

Calibratura di energia

Il sistema di rivelazione deve essere preventivamente tarato in energia ed efficienza per poter identificare con esattezza i radioisotopi prodotti nel bersaglio ed eseguire le misure dell'attività ad essi relativa. La taratura in energia viene effettuata, prima dell'inizio di ogni esperimento, con una sorgente puntiforme di ^{152}Eu , il cui ampio range di energie per i γ emessi permette di eseguire un buon fit di taratura. Nella seguente tabella sono riportati i valori utilizzati, quali l'energia di riferimento della sorgente di ^{152}Eu ed i canali corrispondenti, per costruire la retta di taratura in energia, mostrata poi nella stessa figura

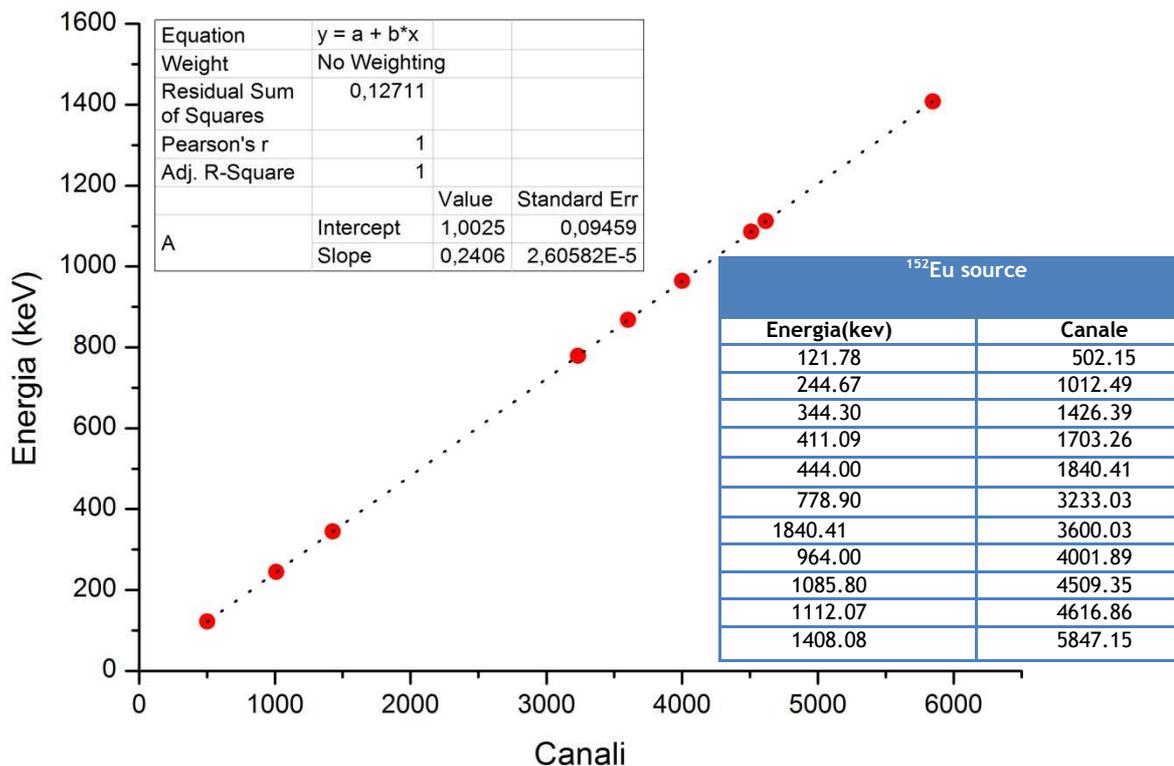


Fig. 3.50 Calibrazione di energia attraverso una sorgente di ^{152}Eu .

Calibratura di efficienza

L'efficienza relativa di un rivelatore è convenzionalmente definita come rapporto tra l'efficienza del rivelatore e quella di uno scintillatore di NaI(Tl) da $3'' \times 3''$ in corrispondenza della riga da 1332 KeV del ^{60}Co , cioè

$$\varepsilon_{rel}^{\text{HPGe}} = \frac{\text{efficienza HPGe @ } 1332 \text{ keV}}{\text{efficienza NaI(Tl) da } 3'' \times 3'' \text{ @ } 1332 \text{ keV}}$$

La distanza *sorgente-rivelatore* viene posta convenzionalmente a 25 cm, alla cui distanza abbiamo che l'efficienza assoluta dello scintillatore è dello 0.12%, nella geometria 3"×3". La seguente figura mostra gli andamenti delle efficienze assolute per un HPGe di tipo *p coassiale* e di tipo *n coassiale*

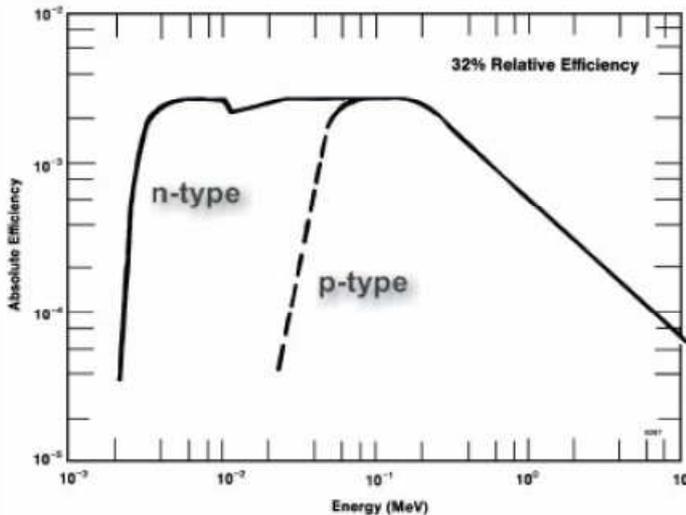


Fig. 3.51 Efficienze assolute per un HPGe coassiale di tipo *p* e di tipo *n*.

Come si può notare, nell' HPGe di tipo *p* l'efficienza comincia cadere attorno a ~100 KeV, a causa dello spesso strato di *Li* del contatto n^+ , mentre nel caso del tipo *n* l'efficienza cade a ~5 KeV. Per dare una stima precisa dell'efficienza relativa di un rivelatore HPGe, si utilizzano di solito 2 sorgenti: l' ^{152}Eu e il ^{133}Ba . Questo perché il ^{133}Ba emette γ tra 81 keV e 386 keV che si prestano meglio a valutare la curva di efficienza nell'intervallo in cui essa presenta il flesso, mentre l'utilizzo della sorgente di ^{152}Eu , ci permette di arrivare ad energie molto più alte (~1.5 MeV). Dal rapporto tra l'area di un picco corrispondente ad una *transizione* γ della sorgente e l'intensità relativa di quella stessa riga otteniamo l'efficienza relativa a quella determinata energia. Ovviamente, visto che le 2 sorgenti di ^{133}Ba e ^{152}Eu non avranno la stessa attività, per cui le intensità delle 2 sorgenti andranno in qualche raccordate. Solitamente si calcola l'efficienza delle righe 244 keV e 344 keV del ^{152}Eu e la retta che passa per questi 2 valori e poi si normalizza l'efficienza delle righe del ^{133}Ba , utilizzando come coefficiente il valore

$$\Lambda = \frac{\varepsilon(303 \text{ keV})_{\text{fit } ^{152}\text{Eu}}}{\varepsilon(303 \text{ keV})_{\text{fit } ^{133}\text{Ba}}}$$

Dopodiché non ci resta che fittare i punti così trovati attraverso una funzione che approssimi il più possibile l'andamento previsto per l'efficienza del rivelatore. Di solito, si utilizza una funzione polinomiale di tipo *Log-Log*, cioè della forma:

$$\varepsilon(E_{keV}) = e^{\sum_{n=0}^3 \{a_n \cdot \text{Log}[E_{keV}]\}^n}$$

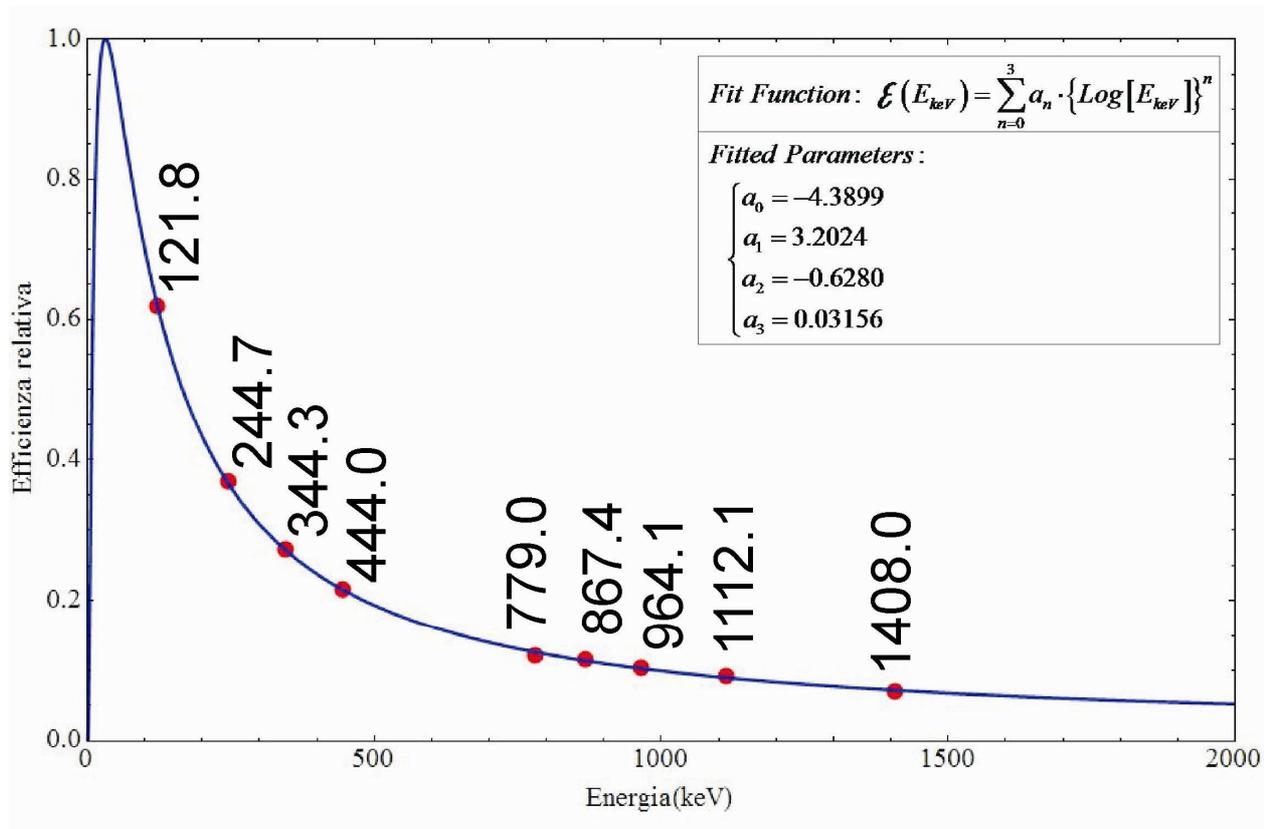


Fig. 3.51 Calibrazione di efficienza ottenuta attraverso le righe dell' ^{152}Eu .

Capitolo 4-Effetti biologici della radiattività

Introduzione

Da quando le radiazioni ionizzanti sono presenti nei reattori e virtualmente in ogni apparato che utilizza l'energia nucleare, i progettisti di questi sistemi devono includere nei relativi progetti le schermature e la protezione dalla radiazioni sia per il personale addetto al loro funzionamento che per la popolazione nel suo insieme. La sorveglianza e il monitoraggio continuo dei livelli di radiazione sono responsabilità dei fisici sanitari, che devono garantire la sicurezza degli operatori e del pubblico in modo che nessuno riceva una dose pericolosa o non necessaria per esposizione alle radiazioni. I criteri per il progetto delle schermature e l'applicazione delle misure di sicurezza sono basate sulle conoscenze aggiornate dei rischi dovuti alle radiazioni ionizzanti e degli effetti che esse provocano sull'uomo. Vale la pena di osservare che nel corso degli anni, con l'aumentare delle conoscenze in questo campo, la *pericolosità* delle radiazioni è andata aumentando e le norme di sicurezza adottate su scala mondiale sono diventate sempre più restrittive. Il genere umano è da sempre esposto a varie forme di radiazione naturale costituite, come già visto, dai raggi cosmici e da tutti gli elementi radioattivi naturali (^{40}K , radon, uranio, torio, radio, ecc.). Comunque i livelli di radiazione naturali sono troppo deboli per mettere in luce gli effetti dannosi delle radiazioni, che non divennero evidenti prima della fine dell'800, quando in seguito alla scoperta dei raggi X da parte di Roentgen e della radioattività da parte di Bequerel furono disponibili intense sorgenti di radiazione. Non era ancora passato un mese dall'annuncio della scoperta dei raggi X da parte di Roentgen (gennaio 1896) che un costruttore e sperimentatore di tubi sotto vuoto mostrò lesioni alla cute e alle mani che oggi indicherebbero come dermatite subacuta da raggi X. Quelle lesioni erano il risultato di esposizioni ad alte dosi avvenute manipolando apparecchi a raggi X. Le osservazioni cliniche di questo genere si moltiplicarono rapidamente. Nel 1901 Bequerel mostrò eritema della cute in corrispondenza della tasca del vestito nella quale aveva tenuto per qualche tempo una fiale di vetro contenente sali di radio. Poco dopo Pierre Curie si provocò intenzionalmente un eritema da radio sulla cute del braccio ed ebbe l'idea che le radiazioni potessero avere proprietà terapeutiche. Molti malcapitati ricevettero come ricostituente iniezioni di materiali contenenti radio e torio e furono successivamente colpiti da tumore. Nel 1903 fu scoperto che l'esposizione ai raggi X poteva indurre sterilità negli animali da laboratorio; pochi anni dopo fu annunciato che gli embrioni di uova di rospo fertilizzate con sperma irradiato con raggi X presentavano anomalie. Nel 1904 furono segnalate le prime anemie e le prime leucemie indotte da raggi X e già nel 1902 si constatò che un carcinoma cutaneo si era sviluppato su precedente dermatite da raggi. A proposito della correlazione tra esposizione alle radiazioni ed insorgenza di cancro, già nel 1911 furono messi in evidenza 94 casi di tumori indotti da raggi X, 50 dei quali in radiologi. Nel 1922 fu stimato che almeno 100 radiologi morirono come risultato di cancro indotto da radiazioni.

Così entro circa dieci anni dalla scoperta di *Roentgen* e *Bequerel* una gran parte delle patologie da dosi elevate ed intense di esposizione a radiazioni ionizzanti era stata riconosciuta e sommariamente descritta. Le lesioni da incorporazione di sostanze radioattive furono scoperte più tardi, attorno agli *anni '20* quando si manifestarono necrosi e tumori ossei al mascellare di operaie che durante la prima guerra mondiale erano state addette a dipingere le lancette ed il quadrante di orologi luminescenti con vernici contenenti *sali di radio*: esse avevano ingerito le vernici facendo la punta ai piccoli pennelli inumidendoli con le labbra, in un gesto frequentemente ripetuto durante il lavoro. Inoltre si notò che i minatori che lavoravano nelle miniere di *cobalto* della *Sassonia* e nelle miniere di *pechblenda* in *Cecoslovacchia*, entrambe contenenti grosse percentuali di *uranio*, soffrivano di cancro ai polmoni con una percentuale trenta volte più elevata che il resto della popolazione: oggi è noto che questi lavoratori erano vittime di esposizione interna al *gas radon* ed ai suoi figli, prodotti di decadimento dell'uranio: la concentrazione di *radon* emesso dalle pareti dei tunnel nell'aria respirata, soprattutto a causa della scarsa ventilazione, è estremamente elevata in miniera. Oggi per legge è imposta una ventilazione forzata delle miniere e turni di lavoro limitati per i minatori. Un altro genere di effetti cominciò ad essere noto verso la fine degli *anni '20*: durante i suoi studi di genetica *Müller* mostrò che *raggi X* e *raggi γ* producono mutazioni genetiche e cromosomiche nel moscerino dell'aceto, mutazioni che vengono trasmesse ai discendenti secondo le leggi dell'ereditarietà biologica. La radioprotezione comunque si occupò in maniera rilevante degli effetti genetici solo dopo la seconda guerra mondiale, quando questi furono considerati come i più gravi ed insidiosi dell'esposizione alle radiazioni. In questi anni viene approfondito anche il capitolo dei cosiddetti *effetti tardivi* (costituiti in gran parte da tumori maligni) che compaiono in una piccola frazione delle persone di una popolazione sottoposta a dosi anche non elevate di radiazioni. Alla *International Conference on Pacific Uses of Atomic energy* (Ginevra, 1955) *Tzuzuki* riportò la notizia che tra i sopravvissuti di *Hiroshima* e *Nagasaki* erano stati osservati circa 200 casi di leucemia, un numero enormemente più alto di quello atteso in base alle caratteristiche endemiche della malattia. Negli anni seguenti fu annunciato l'aumento di frequenza di altre forme tumorali maligne nei sopravvissuti, mentre venivano resi noti i risultati di indagini epidemiologiche sull'incremento di tumori maligni tra i pazienti curati con radiazioni per forme morbose non tumorali. *Court, Brown e Dale* nel 1957 poterono dimostrare un aumento della frequenza di leucemie nelle cause di morte di pazienti trattati con *roentgenterapia* per dolori dovuti ad artrosi vertebrale. A cavallo del 1960, a causa delle ricadute radioattive (*fallout*) conseguenti alle esplosioni nell'atmosfera di ordigni bellici nucleari di prova iniziò purtroppo anche il fenomeno di piccole dosi annue ricevute costantemente da vastissime popolazioni di interi continenti e si cominciò a parlare di *dose collettiva* ricevuta da un insieme di persone esposte. Già negli *anni '50* era stato studiato un altro campo di effetti delle radiazioni: i danni riguardanti lo sviluppo embrionale e fetale. Furono soprattutto le ricerche sistematiche dei *coniugi Russel* che mostrarono

le capacità lesive delle radiazioni sulla organogenesi che si verifica nell'embrione umano nei primi mesi dal concepimento, anche per dosi non elevate.

Nasce così una speciale protezione alle donne durante la gravidanza ed in generale alle donne in età fertile.

4.1 Elementi di biologia cellulare

L'effetto delle radiazioni sugli organismi viventi è dovuto alla loro interazione con le molecole contenute nelle cellule di cui è composto l'organismo: diamo qui brevemente e qualitativamente qualche cenno sulla biologia delle cellule (soprattutto umane). Una persona adulta possiede circa $4 \cdot 10^{13}$ cellule che differiscono tra loro sia per la funzione che per le dimensioni. La maggior parte delle cellule è piccola (avendo dimensioni dell'ordine di 10^{-3} cm), mentre ad esempio le cellule nervose possono arrivare a lunghezze dell'ordine del metro. Le cellule possono essere divise in due categorie: *cellule somatiche* e *cellule germinali*. Quasi tutte le cellule del corpo sono *cellule somatiche* le quali costituiscono i vari organi, i tessuti e le altre strutture del corpo. Le *cellule germinali* o *gameti* funzionano solo nella riproduzione della specie. L'unione tra due gameti di differenti sessi è il punto di partenza per un nuovo individuo della specie. I gameti inoltre portano con sé il patrimonio ereditario della specie.

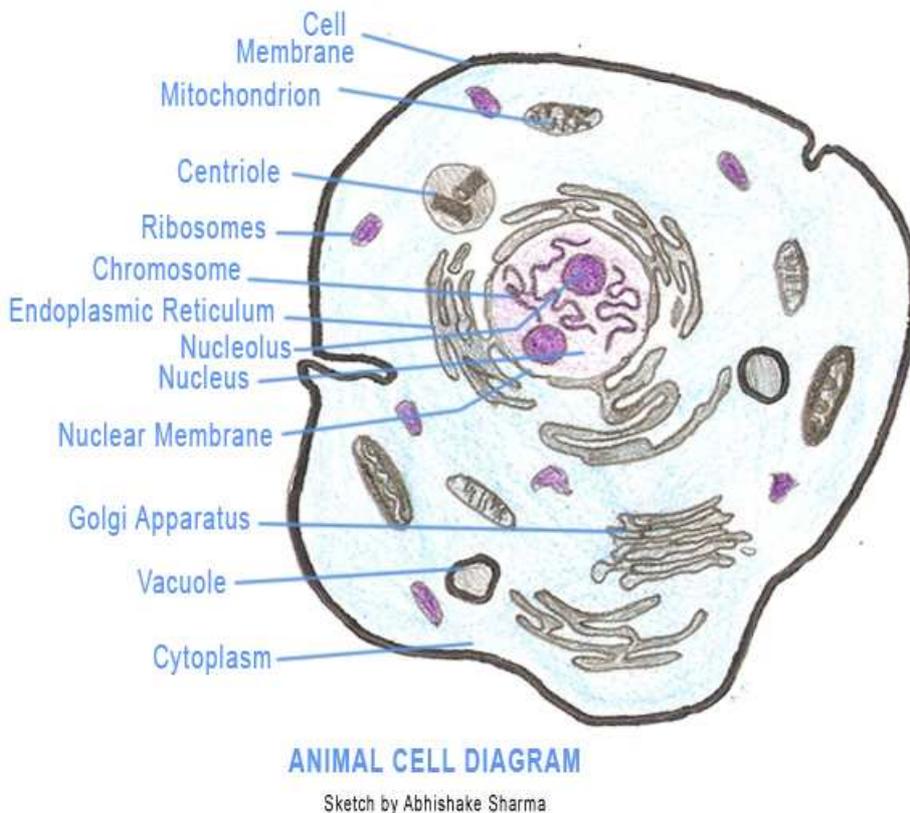


Fig. 4.1 Schema tipico della struttura di una cellula somatica.

Come si vede dalla figura la cellula contiene un numero di strutture diversificate, ciascuna delle quali ha una funzione specifica: tali strutture sono chiamate *organelli* e sono sospese nel *citoplasma*, una sostanza liquida, trasparente, formata prevalentemente da acqua ma anche da molecole varie ed elettroliti che ha lo scopo di secernere enzimi, controllare i processi di assorbimento e di secrezione della cellula, ecc. Le parti principali della cellula sono elencate qui di seguito:

- *nucleo*, il grande corpo centrale di forma generalmente sferica che è il centro di controllo della cellula, che contiene la *cromatina*.
- *Cromatina*: materiale genetico della cellula, la *cromatina* è definita come tale soltanto durante il periodo quiescente della cellula, quando cioè non si sta dividendo. In questo stadio appare come una massa confusa di trecce di molecole di *acido desossiribonucleico (DNA)* e di *proteine*. La *cromatina* controlla la sintesi delle proteine che danno alla cellula le sue caratteristiche distintive. Quando inizia la *mitosi* queste trecce vengono districate e si attorcigliano in un numero fisso di avvolgimenti chiamati *cromosomi*. Il numero dei cromosomi varia da specie a specie. Nell'uomo vi sono *46 cromosomi* in ogni cellula eccetto che nelle cellule germinali che ne contengono *23*, cioè la esatta metà. Nella mitosi ciascun cromosoma duplica esattamente se stesso, in modo che le nuove cellule formate contengono ancora *46 cromosomi*. Poiché il *DNA cromosomico* controlla la produzione di proteine da parte della cellula, le due nuove cellule sono esatte repliche della cellula originaria. Dopo la *mitosi*, i *cromosomi* si disattorcigliano e tornano alla loro forma filamentosa. La struttura delle cellule germinali è molto diversa da quella delle cellule somatiche: vi sono cellule germinali diverse per i due sessi e nella riproduzione ciascuna di loro porta i propri *23 cromosomi* per dare origine allo *zigote*, la prima cellula del nuovo individuo, anch'esso contenente *46 cromosomi*. La *mitosi dello zigote* produce l'accrescimento dell'individuo appena generato. Per molti anni si pensò e che le caratteristiche dell'ereditarietà dipendessero dalle azioni dei geni, descritti come particelle individuali situate lungo i cromosomi. Oggi si sa che i geni sono in pratica segmenti delle molecole del *DNA* che forniscono il codice specifico che controlla la sintesi delle proteine. Tuttavia il termine è ancora usato e i cambiamenti nei cromosomi che risultano in nuove caratteristiche ereditabili sono chiamate mutazioni genetiche.
- *Nucleoli*: corpi sferici (possono essere fino a quattro) situati all'interno del nucleo. Essi sono importanti nel metabolismo di certe sostanze chimiche.
- *Reticolo Endoplasmatico*: è una complessa rete di tubercoli che serve al trasporto dei materiali all'interno della cellula. Esso è anche una sorgente di importanti enzimi metabolici.

- *Apparato del Golgi*: un *organello* le cui funzioni non sono ancora del tutto state spiegate. Esso apparentemente concentra e modifica certe sostanze chimiche.
- *Lisosomi e Perossisomi*: organelli che contengono enzimi per la produzione di vari prodotti chimici.
- *Mitocondri*: sono piccoli organelli presenti a migliaia nella cellula e responsabili del suo metabolismo.
- *Centrosoma*: questa struttura contiene due *centrioli*, che hanno un ruolo fondamentale nella mitosi della cellula; *Ribosomi*: sono localizzati nel reticolo endoplasmatico, sulla superficie del nucleo e nel citoplasma. Sono i centri di produzione delle proteine.

4.1 Effetto biologico delle radiazioni

Quando una particella ionizzante interagisce con le molecole di un tessuto organico, essa perde energia attraverso interazioni coulombiane con gli elettroni degli atomi. Anche particelle non direttamente ionizzanti come fotoni o neutroni interagiscono con la materia attraverso cessione di energia agli elettroni degli atomi. Quando un elettrone viene strappato ad un atomo, lo ionizza. Inoltre, a causa della energia cinetica acquistata, lungo il suo percorso interagisce e ionizza altri atomi del tessuto. Questi ioni, estremamente instabili, si combinano con gli altri atomi e molecole del tessuto dando luogo ad una vera e propria reazione a catena. A seguito di questo fenomeno vengono create nuove molecole, differenti da quelle originarie di cui è composto il tessuto, e vengono messi in moto dei *radicali liberi*.

Questi ultimi possono interagire tra loro o con altre molecole e, attraverso processi che tutt'oggi non sono ben noti, possono indurre cambiamenti biologicamente significativi nelle molecole stesse che possono essere causa di un loro malfunzionamento. Questi cambiamenti, che si manifestano nel giro di pochi *millesimi di secondo* successivi all'irraggiamento, possono uccidere le cellule o alterarle al punto di generare l'insorgenza di tumori o mutazioni genetiche, a seconda che le cellule colpite sono somatiche o germinali.

Sintetizzando, vi sono due meccanismi fondamentali mediante i quali la radiazione può danneggiare le cellule: *effetto diretto* ed *effetto indiretto*. Nel primo caso la radiazione può portare alla rottura di una molecola a seguito del meccanismo di ionizzazione. Nel secondo caso invece la radiazione, sempre a causa di ionizzazione, può produrre nuovi elementi chimici come il radicale O^+ o il radicale OH che interagiscono chimicamente con la cellula dando luogo a nuove alterazioni.

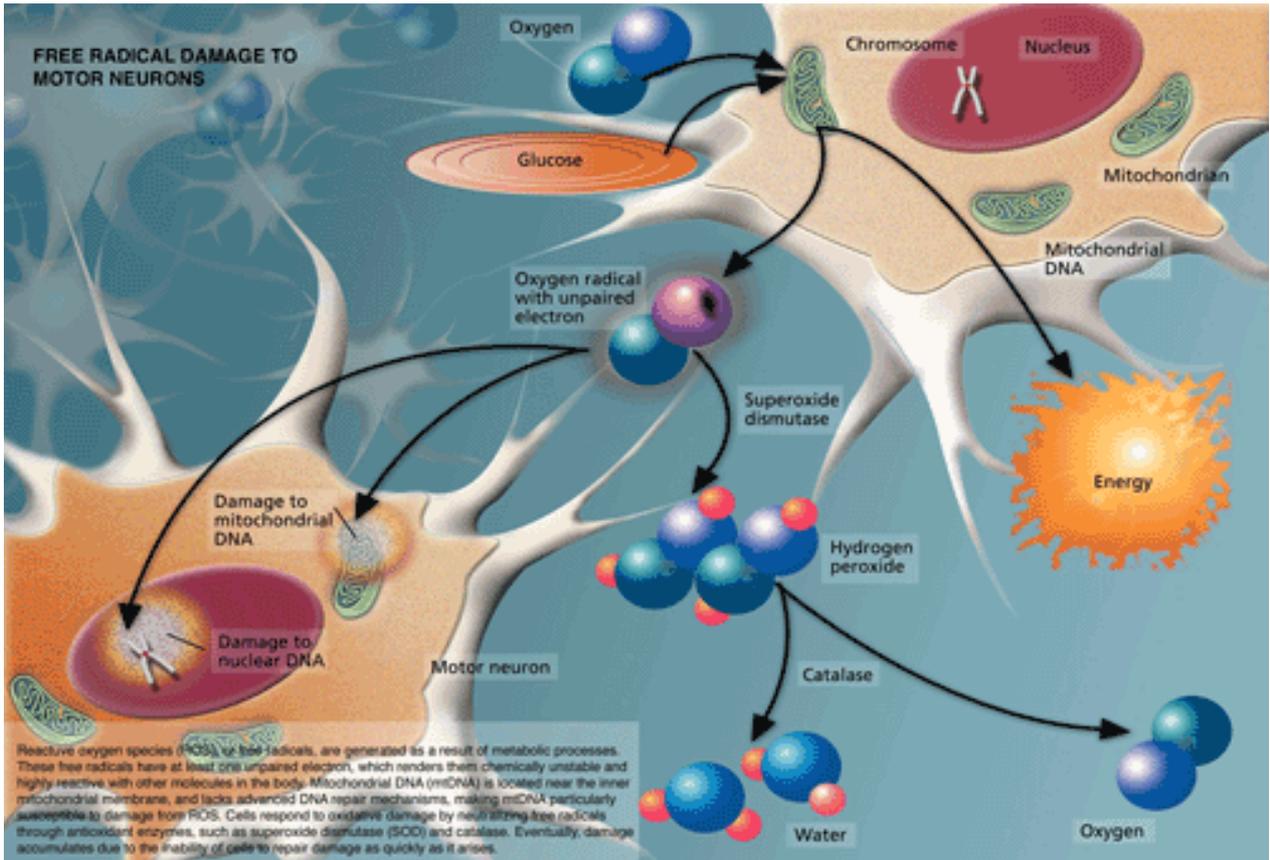


Fig. 4.2 Effetti sulle cellule dei radicali liberi.

Per quanto detto, l'effetto biologico delle radiazioni non è sostanzialmente diverso da un qualsiasi altro effetto chimico. Il risultato della trasformazione chimica dipende dalla molecola sulla quale la radiazione ha agito. Se ad esempio la molecola fa parte di un *mitocondrio*, essendo presenti nella cellula moltissimi di questi oggetti, il malfunzionamento di uno di essi non pregiudica il funzionamento dell'intero sistema cellulare. Se invece la radiazione distrugge direttamente o indirettamente una *molecola di DNA* in un *cromosoma*, il risultato è una mutazione.

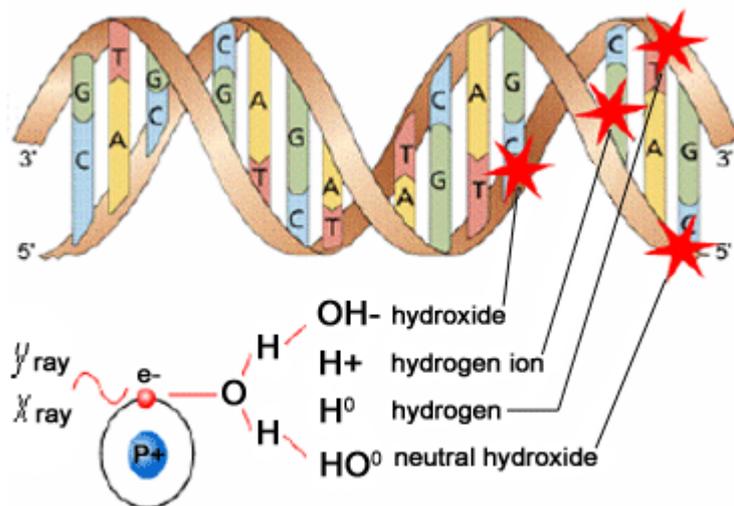


Fig. 4.3 Effetti sul DNA cellulare dei radicali liberi.

Se questa mutazione avviene in una cellula somatica di un individuo adulto, non si ha alcun effetto macroscopico, a meno che il numero di molecole di *DNA* danneggiate non sia enorme (il ruolo del *DNA* è la produzione di proteine necessarie al funzionamento e alla vita delle cellule): semplicemente la cellula non è più in grado di riprodursi e muore. Se invece la mutazione avviene in una *cellula germinale*, la cellula in questione in genere non è più in grado di essere fertilizzata (questo è in fondo un meccanismo di autodifesa) ma se lo è, la mutazione si trasferisce allo zigote e alla progenie. Un altro effetto della radiazione sulle cellule somatiche è l'insorgenza del cancro, che possiamo schematizzare come una divisione rapidissima ed incontrollata delle cellule.

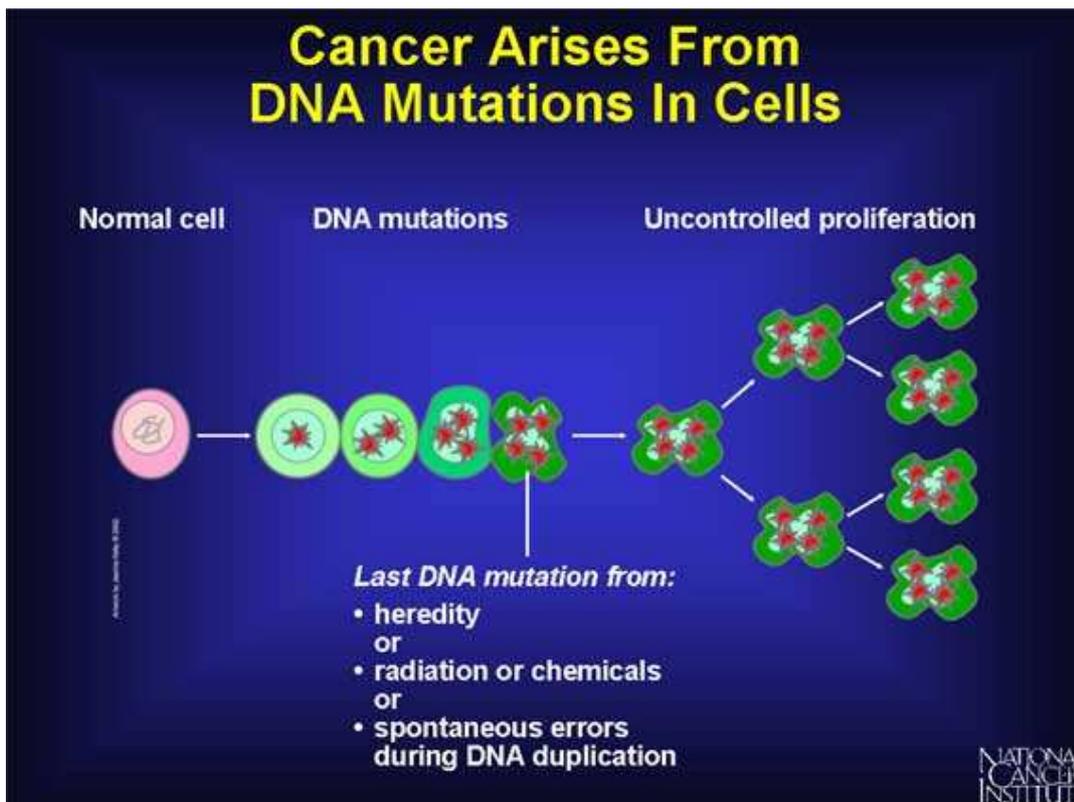


Fig. 4.4 Proliferazioni di cellule tumorali.

Anche se l'origine del cancro a tutt'oggi non è nota, l'ipotesi più accettata è che sia dovuto ad un virus che è normalmente presente ed inattivo nelle cellule, ma che ad un certo punto diventa attivo distortendo il normale processo di mitosi. Vi sono migliaia di prodotti chimici oggi riconosciuti responsabili dell'insorgenza del cancro, detti pertanto cancerogeni: non sorprende quindi che anche le radiazioni possano avere questo effetto. L'aspetto inusuale di questo tipo di danno somatico è che può manifestarsi molto tempo dopo che la radiazione ha agito, potendo addirittura iniziare dopo che le cellule si sono rinnovate per molte generazioni. Poiché le cellule differiscono sia nella composizione che per il metabolismo ad esse associato, il loro comportamento (ed il danno subito) nei confronti delle radiazioni è diverso da tipo a tipo. Consideriamo per esempio l'irradiazione dell'intestino. Le pareti dell'intestino, a continuo contatto con le scorie dei cibi e delle bevande, devono essere

periodicamente rinnovate mediante frequenti processi di mitosi. Come effetto dell'esposizione alle radiazioni, per dosi relativamente basse la riproduzione è rallentata ma non si ha alcun effetto grave. Se però la dose è superiore ad un valore di soglia, la superficie dell'intestino non è più in grado di riprodursi e rinnovarsi in tempo e si hanno quindi lesioni ai tessuti, tali che i fluidi contenuti nell'intestino possono fuoriuscire: batteri ed altri materiali tossici entrano in circolo nel sangue e inducono gravi infezioni in tutto il corpo. A questo proposito aggiungiamo che da tutta una serie di osservazioni è noto che la radiosensibilità delle cellule è direttamente proporzionale alla loro velocità di riproduzione: esse infatti sono particolarmente vulnerabili proprio durante il processo di mitosi. Per questo motivo il midollo osseo, i tessuti linfatici e gli organi di riproduzione sono tra i più radiosensibili mentre il muscolo, le ossa ed il sistema nervoso sono tra i meno radiosensibili. Va però detto che le cellule nervose per esempio, proprio a causa della lentezza con la quale si rinnovano, se danneggiate non vengono più riparate.

4.3 Effetti delle radiazioni su particolari organi

Midollo osseo e sangue

All'interno delle ossa si trova il *midollo* che può essere di due tipi: giallo, che serve per l'accumulo dei grassi e rosso che è deputato alla formazione del sangue. Il sangue è composto di tre tipi principali di cellule: gli *eritrociti* (*globuli rossi*), i *leucociti* (*globuli bianchi*) e le *piastrine*. I globuli rossi sono i responsabili della alimentazione e ossigenazione delle altre cellule del corpo e alla rimozione dei prodotti di rifiuto. I globuli bianchi hanno azione di difesa contro le infezioni e le piastrine hanno azione coagulante. In caso di irraggiamento i primi ad essere danneggiati sono i globuli bianchi, che diminuiscono in numero (*leucopenia*). In caso di forte irraggiamento si ha anche una riduzione di piastrine (*emorragie*) e successivamente di globuli rossi (*anemia*). Se non si è verificato contemporaneamente un grave danno al midollo osseo, è possibile un recupero da parte dell'organismo in quanto il midollo osseo può produrre nuove cellule che sostituiscono quelle distrutte. In caso contrario il danno sarà permanente ed ovviamente irreversibile.

Sistema linfatico

Il *sistema linfatico* è costituito da una rete fittissima di capillari all'interno dei tessuti, nei quali scorre un fluido (*linfa*) simile al plasma ma con minore contenuto proteico. Nella linfa si raccolgono i prodotti di rifiuto dei tessuti che vengono convogliati verso le ghiandole (*linfonodi*) dove sono eliminati per filtrazione: la linfa ripulita passa di nuovo nel sangue. La *milza* ha la funzione principale di eliminare per filtrazione le cellule morte del sangue e produrre *leucociti*. Gli effetti di irraggiamento si manifestano con infezione dei linfonodi e danneggiamento dei *linfociti*.

Apparato digerente

Per apparato digerente si intende quel complesso di organi che vanno dalla bocca all'intestino. Le cellule localizzate sulle pareti secernono sostanze che agiscono sul cibo in modo da renderne possibile l'assorbimento da parte del sangue. L'*intestino tenue* è abbastanza radiosensibile, lo *stomaco* e l'*esofago* lo sono molto meno. I primi effetti del danneggiamento sono secrezione anomala e produzione discontinua di cellule. Le cellule morte possono portare ad occlusioni intestinali. Si possono avere anche ulcerazioni delle pareti con conseguente processo infettivo.

Apparato genitale

Il danneggiamento da radiazioni può avere effetti sia somatici che ereditari. Come effetto somatico si ha la sterilità, permanente o meno (le femmine sono più sensibili dei maschi). Come effetto genetico si possono avere, come già detto, mutazioni che possono essere trasmesse alla specie nelle generazioni future.

Sistema nervoso

La colonna vertebrale ed i nervi periferici sono più radiosensibile del cervello. L'effetto delle radiazioni sul cervello è di tipo diretto, cioè altera le funzioni piuttosto che la struttura. Per dosi molto elevate si può verificare anche un danno strutturale attraverso una carenza di rifornimento sanguigno (*ischemia*) conseguente al danno subito dai vasi adduttori.

Tiroide e ghiandole pituitarie e surrenali

Esse regolano il metabolismo basale e sono responsabili del meccanismo della crescita e dello sviluppo del corpo. Il danno alla tiroide o alle altre ghiandole ha quindi conseguenze su tutto l'organismo. La tiroide presenta scarsa radiosensibilità, tranne che allo iodio che, per meccanismi metabolici, si fissa su tale organo.

Occhio

Il cristallino è suscettibile di un danno irreversibile conseguente a radiazioni in quanto le sue cellule non si rigenerano. La retina invece è molto meno radiosensibile. Effetto somatico tardivo è la *cataratta*, che si manifesta in quanto le cellule danneggiate perdono la loro trasparenza e diventando alla fine completamente opache.

Polmoni

I polmoni sono organo costituiti da piccolissime cavità chiamate *alveoli*, che durante la respirazione si dilatano e si restringono. In danno agli *alveoli* di regola non avviene per irraggiamento esterno, bensì a seguito di contaminazione interna conseguente ad inalazione di sostanze radioattive (*radon, polveri, vapori*) tramite il meccanismo della respirazione. Un danno di questo tipo è detto funzionale e coinvolge tutto l'organismo.

Fegato

Fegato e cistifellea sono poco radiosensibili, pertanto il danneggiamento può essere causato solo da radioisotopi che si concentrano nel fegato (ad esempio *iodio*, *litio*, *cobalto*) per irraggiamento interno. Anche in questo caso tutto l'organismo viene coinvolto essendo il danno di tipo funzionale.

Reni

In caso di irradiazione al corpo intero non sembrano sussistere pericoli di gravi alterazioni di funzionamento dei reni.

Cuore e vasi sanguigni

Sono organi molto resistenti alle radiazioni, e possono essere danneggiati solo a seguito di dosi elevatissime.

Cute

I vari strati della pelle mostrano una differente radiosensibilità: il danno è tanto più elevato quanto meno penetranti sono le radiazioni. Di solito comunque la capacità di riparazione del danno nel caso della pelle è elevata. Un leggero danno può portare solo ad un arrossamento, una forte irradiazione può portare invece a *neoplasia epiteliale*.

Capelli

L'irradiazione può portare ad una perdita temporanea dei capelli, che dopo poche settimane ricominciano a crescere, spesso con caratteristiche diverse.

Ossa

Le cellule delle ossa sono relativamente poco radiosensibili. Alte dosi possono portare ad *osteoporosi*. Alcuni radioisotopi come lo *stronzio* ed il *plutonio*, se introdotti nell'organismo si fissano nel midollo e nel tessuto osseo: in tal caso il danno può essere molto maggiore, con l'insorgenza di *leucemia* o di *osteoneoplasia*.

4.4 Elementi di dosimetria delle radiazioni

Tutti gli effetti ed i danni biologici (di origine fisica o chimica) indotti dalle radiazioni direttamente o indirettamente ionizzanti si manifestano quando avviene una cessione di energia alla materia. Per questo motivo si introduce una grandezza, la dose assorbita, che, come vedremo più avanti, coincide sostanzialmente con l'energia assorbita nel mezzo irradiato per unità di massa. Allo scopo di descrivere le varie fasi di trasferimento di energia dalle radiazioni alla materia sono state introdotte anche alcune grandezze fisiche che vengono denominate *grandezze dosimetriche*. Per descrivere invece il campo di radiazione sono state introdotte le *grandezze radiometriche*. Vediamo adesso le definizioni e le proprietà fondamentali delle principali grandezze fisiche usate, nonché le unità di misura adottate dal *Sistema Internazionale SI*. Poiché però tali unità sono state introdotte soltanto di recente,

presenteremo anche le vecchie unità, il cui uso è tuttora molto diffuso (e ancora lo sarà probabilmente per parecchi anni).

Attività

L'attività di una sorgente è definita, come già sappiamo, come il numero di disintegrazioni per unità di tempo:

$$a(t) = \frac{dN(t)}{dt} \Rightarrow a(t) = \lambda \cdot N(t)$$

dove $N(t)$ è il numero di nuclidi presenti nella sorgente e λ la sua *costante di decadimento*. L'unità di misura è il *Bequerel* (simbolo *Bq*)

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ s}^{-1}$$

La vecchia unità di misura era il *Curie* (simbolo *Ci*)

$$1 \text{ Ci} = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ disintegrazioni al secondo} = 3.7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

Attività specifica

E' definita come il *numero di disintegrazioni per unità di tempo e per unità di massa*.

$$a_m(t) = \frac{d^2 N(t)}{dt \cdot dm}$$

si misura in *Bq/kg*, ma unità altrettanto usate sono il *Bq/gr* o il *Ci/gr*. Per un dato nuclide allo stato puro si ha:

$$a_m(t) = \frac{N_A}{PA} \cdot \lambda \cdot N(t)$$

dove N_A è al solito il *numero di Avogadro* ed PA il *peso atomico*.

Fluenza (o flusso) di radiazione

E' definita come il numero di particelle che attraversa una sezione unitaria.

$$\Phi = \frac{dN}{dA}$$

si esprime in particelle per *metro quadro* e la sua unità di misura è: m^{-2}

Intensità di fluenza (o intensità di flusso) di radiazione

E' definita come il numero di particelle che attraversa una sezione unitaria nell'unità di tempo:

$$\dot{\Phi} = \varphi = \frac{d^2 N}{dA \cdot dt}$$

si esprime in *particelle per metro quadro per secondo*, l'unità di misura è: $m^{-2} \cdot s^{-1}$.

Fluenza (o flusso) di energia

E' definito come l'energia totale che attraversa una sezione unitaria. Dove dE rappresenta l'energia totale trasportata dalla radiazione, esclusa l'energia a riposo delle particelle che attraversano la sezione dA

$$\Psi = \frac{dE}{dA}$$

si esprime in *Joule su metro quadro* e la sua unità di misura è: $J \cdot m^{-2}$

Intensità di fluenza (o intensità di flusso) di energia

E' definito come l'energia totale che attraversa una sezione unitaria nell'unità di tempo

$$\dot{\Psi} = \psi = \frac{d^2 E}{dA \cdot dt}$$

dove dE rappresenta l'energia totale trasportata dalla radiazione, esclusa l'energia a riposo delle particelle che attraversano la sezione dA . Si esprime in *Joule su metro quadro per secondo*, oppure in *Watt per metro quadro* e la sua unità di misura è: $W \cdot m^{-2}$.

4.5 Grandezze dosimetriche

Vediamo ora di definire alcune grandezze dosimetriche che ci saranno utili nel seguito per quantificare i rischi dovuti alle radiazioni ionizzanti e fare calcoli di radioprotezione. I processi di ionizzazione ed eccitazione degli atomi e delle molecole associati al passaggio delle radiazioni ionizzanti nella materia sono all'origine degli effetti indotti osservati nei mezzi attraversati. Nel caso dell'organismo vivente il trasferimento di energia dalle particelle ionizzanti ai vari tessuti ed organi irradiati può concludersi con la manifestazione di un certo effetto biologico. Poiché tutti gli effetti fisici, chimici e di conseguenza anche biologici, indotti dalle radiazioni si manifestano soltanto quando avviene una cessione di energia alla materia, si è tentato di risolvere il problema nel modo più elementare mediante l'introduzione di una quantità, la *dose assorbita*, che coincide praticamente con l'*energia assorbita per unità di massa del mezzo irradiato*. La misura o il calcolo della dose assorbita costituiscono il principale obiettivo della dosimetria. Allo scopo

di descrivere le varie fasi dei processi di trasferimento di energia delle particelle alla materia sono state introdotte in dosimetria altre grandezze fisiche, comunemente dette grandezze dosimetriche, che vedremo nel seguito. Tutte le misure delle grandezze dosimetriche devono essere effettuate in particolari condizioni sperimentali: deve essere rispettata cioè la condizione di equilibrio di radiazione.

Si parla di equilibrio di radiazione in un certo punto di un mezzo irradiato quando il valore dell'energia radiante che entra in un volumetto infinitesimo centrato attorno al punto è uguale a quello dell'energia radiante che ne esce. La condizione di equilibrio di radiazione è fondamentale per quanto illustrato nella figura seguente

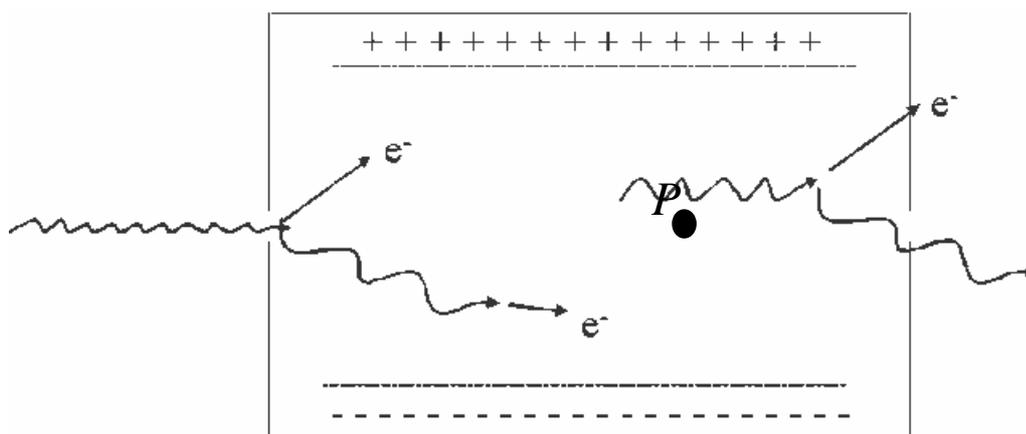


Fig. 4.5 Condizione di equilibrio elettronico

Una misura della dose assorbita in P viene eseguita con uno strumento il cui volume sensibile ha necessariamente dimensioni finite e non deve perturbare il campo di radiazione che sta misurando. Questo avviene solo se in media l'energia depositata all'interno del volumetto da parte di particelle secondarie generate al di fuori del volumetto è compensata dall'energia che particelle generate all'interno del volumetto depositano all'esterno. In caso contrario la lettura dello strumento fornisce evidentemente un valore errato, che non corrisponde alla dose dovuta al campo radiante imperturbato attorno al punto P .

4.5 Esposizione

L'esposizione è la più antica delle grandezze dosimetriche e fu a suo tempo introdotta per descrivere la capacità dei raggi X di produrre ionizzazione in aria.

Essa è definita come:

$$X = \frac{dQ}{dm}$$

dove dQ è il valore assoluto della carica totale degli ioni di una stesso segno prodotti in aria quando tutti gli elettroni liberati dai fotoni nell'elemento di massa dm sono completamente fermati in aria. L'esposizione è definita solo per fotoni, non per

particelle cariche o neutroni. Nel SI l'unità di misura dell'esposizione è il $C \cdot Kg^{-1}$. Questa unità è tuttavia scarsamente usata in pratica, dove si preferisce servirsi ancora della vecchia unità, il *Röntgen* (simbolo R) il cui valore esatto è:

$$1 R = 2.58 \cdot 10^{-4} C \cdot kg^{-1}$$

L'intensità di esposizione è a sua volta definita come:

$$\dot{X} = \frac{d^2Q}{dm \cdot dt}$$

e si esprime in $A \cdot Kg^{-1}$ nel SI, ma più comunemente in $R \cdot s^{-1}$ oppure in $R \cdot h^{-1}$ con i suoi sottomultipli il più usato dei quali è il $mR \cdot h^{-1}$. Quando si effettuano misure di esposizione è sempre necessario che nel volume di misura siano verificate le condizioni di equilibrio delle particelle cariche. Siccome tali condizioni si riescono in pratica ad ottenere solo per fotoni di energia non troppo elevata (il *range* degli elettroni secondari aumenta con l'energia dei fotoni), è fissato convenzionalmente a 3 MeV la massima energia di fotone per la quale ha senso parlare di esposizione. L'esposizione è quindi una grandezza utilizzabile in un ambito assai limitato, riguardando solo un tipo di radiazione (*raggi X e fotoni*) per di più in un *range* ristretto di energia.

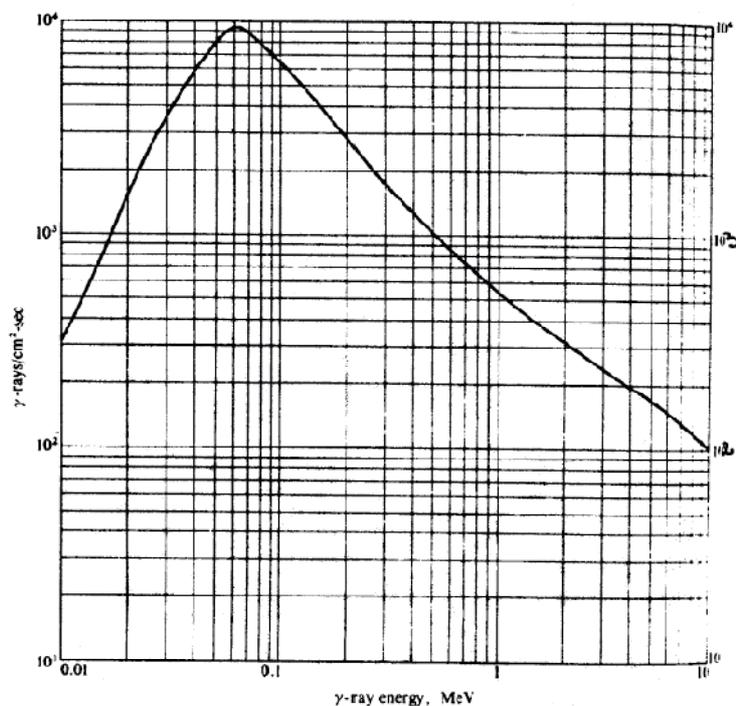


Fig. 4.6 Intensità di fluena di fotoni ($cm^{-2} \cdot s^{-1}$) di energia E_{γ} corrispondente ad una intensità di esposizione pari ad 1 mR/h

Tuttavia, a causa della sua enorme diffusione, dovuta ad abitudini ormai radicate tra gli operatori di radioprotezione e alla semplicità concettuale della strumentazione di misura, l'*esposizione* è una delle grandezze dosimetriche più utilizzate. Supponiamo di avere un fascio di fotoni di *fluenza* $\Phi = dN/dA$ e di energia $h \cdot \nu$. Vediamo ora di ricavare l'*esposizione* $X = dQ/dm$. Possiamo porre $dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot dx \cdot dA$, essendo A l'area del fascio e x lo spessore del volume d'aria. Se immaginiamo che nel volumetto dm interagiscano dN fotoni e che ciascuno depositi una energia dE , la carica dQ generata è data da:

$$dQ = \frac{e \cdot dN \cdot dE}{w}$$

dove dE rappresenta l'energia impartita dal fascio di fotoni agli elettroni secondari e w l'energia media spesa per ionizzare una molecola d'aria. Sostituendo otteniamo:

$$X = \frac{dQ}{dm} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{e}{w} \cdot \frac{dN}{dA} \cdot \frac{dE}{dx}$$

Ma, come si è visto, la percentuale p di fotoni assorbiti nel passaggio attraverso un mezzo di spessore x è descritta, in funzione del *coefficiente di attenuazione lineare*, dalla seguente espressione:

$$p = 1 - e^{-\mu(E) \cdot x}$$

Di contro, l'energia persa nello spessore x sarà:

$$E(x) = h \cdot \nu \cdot e^{-\mu_{aria} \cdot x} = E_{\gamma} \cdot e^{-\mu_{aria} \cdot x}$$

dove μ_{aria} è il *coefficiente di attenuazione dell'aria*. Da qui otteniamo:

$$\bullet \left| \frac{dE}{dx} \right| = \mu_{aria} \cdot E$$

$$\bullet \Phi = \frac{dN}{dA}$$

e quindi

$$X = \frac{dQ}{dm} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{e}{w} \cdot \mu_{aria} \cdot \Phi \cdot E$$

Se deriviamo rispetto al tempo, otteniamo ora:

$$\dot{X} = \frac{e}{w} \cdot \frac{\mu_{aria}}{\rho} \cdot \dot{\Phi} \cdot E = \frac{e}{w} \cdot \frac{\mu_{aria}}{\rho} \cdot \dot{\varphi} \cdot E$$

dove φ è il numero di fotoni per unità di tempo e di superficie. In base a questa relazione è stata ricavata la curva riportata nella figura precedente. Questa rappresenta, per varie energie, il numero di fotoni per cm^2 e per *secondo* (*intensità di fluenza*) necessario per ottenere l'esposizione di $1 mR/h$. Poiché w per l'aria è $34 eV$, se esprimiamo l'energia dei fotoni in MeV , la *fluenza* in $cm^{-2} \cdot s^{-1}$ e il *coefficiente di attenuazione di massa* μ_{aria}/ρ in cm^2/gr , si ottiene la seguente utile relazione:

$$\dot{X} = 0.0659 \cdot \frac{\mu_{aria}}{\rho} \cdot \varphi_{\gamma} \cdot E_{\gamma} \quad \text{in } mR/h$$

Un caso particolare è costituito dalle *sorgenti* γ . In questo caso si fa uso della cosiddetta *costante gamma* specifica Γ , definita tramite la seguente relazione:

$$\dot{X} = \Gamma \cdot \frac{A}{d^2}$$

dove A è l'*attività della sorgente* e d la *distanza dalla sorgente*. L'intensità di esposizione risulta infatti proporzionale all'attività e inversamente proporzionale alla distanza. La *costante* Γ , caratteristica per ogni radionuclide, si esprime in $R \cdot m^2 \cdot h^{-1} \cdot Ci^{-1}$ oppure in $R \cdot m^2 \cdot h^{-1} \cdot Bq^{-1}$. Nella seguente tabella sono riportati i valori della *costante* Γ per i principali radionuclidi espressi nelle nuove (*SI*) e nelle vecchie unità di misura. Si verifica facilmente che, per un certo radionuclide emettitore di fotoni di energie $E_i (MeV)$, ciascuna con probabilità p_i , il valore di Γ è dato dalla relazione:

$$\Gamma = 19.54 \cdot \sum_i \frac{\mu_{aria}(E_i)}{\rho} \cdot p_i \cdot E_i$$

coefficiente di attenuazione di massa è espresso in cm^2/gr .

Radio-nuclide	Tempo di dimezzamento	Energia dei fotoni (MeV)	Probabilità di emissione	$\Gamma \left(10^{-13} \frac{Cm^2}{kg s Bq} \right)$	$\Gamma \left(\frac{Rm^2}{hCi} \right)$																																																										
22-Na	2,6 anni	0,511	1,800	2,30	1,192																																																										
		1,275	1,000			41-A	1,83 ore	1,293	0,990	1,27	0,660	54-Mn	297 giorni	0,835	1,000	0,90	0,468	60-Co	5,23 anni	1,173	1,000	2,50	1,298	1,332	1,000	85-Kr	10,15 anni	0,514	0,0041	0,0023	0,0012	137-Cs	29,9 anni	0,662	0,858	0,62	0,323	113-Xe	5,36 giorni	0,081	0,370	0,027	0,0142	198-Au	2,70 giorni	0,412	0,950	0,44	0,231	0,676	0,010	1,088	0,002	226-Ra	1608 anni	0,186	0,040	0,0073	0,0038	0,260	0,00007	226-Ra + prodotti di decadimento (incapsulato con 0,5 mm di platino)	
41-A	1,83 ore	1,293	0,990	1,27	0,660																																																										
54-Mn	297 giorni	0,835	1,000	0,90	0,468																																																										
60-Co	5,23 anni	1,173	1,000	2,50	1,298																																																										
		1,332	1,000			85-Kr	10,15 anni	0,514	0,0041	0,0023	0,0012	137-Cs	29,9 anni	0,662	0,858	0,62	0,323	113-Xe	5,36 giorni	0,081	0,370	0,027	0,0142	198-Au	2,70 giorni	0,412	0,950	0,44	0,231	0,676	0,010	1,088	0,002	226-Ra	1608 anni	0,186	0,040	0,0073	0,0038	0,260	0,00007	226-Ra + prodotti di decadimento (incapsulato con 0,5 mm di platino)				1,59	0,825 $\left(\frac{Rm^2}{hg} \right)$																
85-Kr	10,15 anni	0,514	0,0041	0,0023	0,0012																																																										
137-Cs	29,9 anni	0,662	0,858	0,62	0,323																																																										
113-Xe	5,36 giorni	0,081	0,370	0,027	0,0142																																																										
198-Au	2,70 giorni	0,412	0,950	0,44	0,231																																																										
		0,676	0,010																																																												
		1,088	0,002																																																												
226-Ra	1608 anni	0,186	0,040	0,0073	0,0038																																																										
		0,260	0,00007																																																												
226-Ra + prodotti di decadimento (incapsulato con 0,5 mm di platino)				1,59	0,825 $\left(\frac{Rm^2}{hg} \right)$																																																										

Tab. 4.1 Costante gamma specifica per alcuni radionuclidi

4.6 Dose assorbita

Questa è la più importante grandezza dosimetrica. La sua definizione è la seguente:

$$D = \frac{d\mathcal{E}}{dm}$$

dove dm è la massa di materia alla quale la radiazione cede l'energia $d\mathcal{E}$.

\mathcal{E} rappresenta l'energia media impartita, definita nel modo seguente. Se consideriamo un volumetto di un mezzo irradiato da particelle direttamente o indirettamente ionizzanti che lo attraversano, abbiamo: $\mathcal{E} = \mathcal{R}_{in} - \mathcal{R}_{out} + \Sigma Q$, dove \mathcal{R}_{in} rappresenta l'energia radiante incidente nel volume considerato, cioè la somma delle energie cinetiche (escluse quindi le energie di quiete) di tutte le particelle direttamente ed indirettamente ionizzanti che entrano nel volume considerato, \mathcal{R}_{out} rappresenta l'energia radiante uscente dal volume considerato, cioè la somma di tutte le energie cinetiche (escluse quelle di quiete) di tutte le particelle direttamente ed indirettamente ionizzanti che ne escono, e ΣQ la somma di tutte le energie liberate, diminuita della somma di tutte le energie consumate in ogni trasformazione di nuclei e particelle elementari avvenuta in tale volume (in pratica ΣQ rappresenta l'energia spesa per aumentare la massa del sistema). L'energia impartita è una grandezza stocastica, soggetta a fluttuazioni casuali ed ha quindi senso considerarne il *valore medio*. Accanto alla dose assorbita si definisce l'*intensità di dose assorbita*:

$$\dot{D} = \frac{dD}{dt}$$

Nel SI la dose assorbita si misura in gray (Gy), dove $1 \text{ Gy} = 1 \text{ J}/1 \text{ Kg}$ e l'intensità di dose in Gy/s. Tuttavia ancora molto usata è la vecchia unità di misura, il rad. Il rad era definito pari a $100 \text{ erg}/\text{gr}$, pertanto:

$$1 \text{ rad} = 100 \text{ erg}/\text{gr} = 10^{-2} \text{ Gy} \quad \text{e viceversa } 1 \text{ Gy} = 100 \text{ rad}$$

Senza scendere nei dettagli, vediamo ora come si calcola la dose assorbita nel caso di particelle cariche (non elettroni, in quanto le perdite di energia per irraggiamento complicano il calcolo della energia depositata) e di fotoni in due semplicissimi esempi, cioè nel caso di fluenze uniformi di particelle monocromatiche. L'elemento di massa dm si può al solito esprimere nel seguente modo: $dm = \rho_{\text{mat}} \cdot dV = \rho_{\text{mat}} \cdot dA \cdot dx$. Nel caso di particelle cariche, nel volumetto incidono dN/da particelle per unità di superficie, ciascuna di energia E . Ognuna di esse depositerà in media nello spessore dx una energia pari a $dE = (dE/dx) \cdot dx$. Pertanto l'energia totale $d\mathcal{E}$ depositata dal fascio di particelle sarà data da $d\mathcal{E} = dE \cdot dN$ e in conclusione:

$$\left\{ \begin{array}{l} D = \frac{d\mathcal{E}}{dm} = \frac{dE \cdot dN}{\rho_{\text{mat}} \cdot dA \cdot dx} = \frac{1}{\rho_{\text{mat}}} \cdot \frac{dE}{dx} \cdot \Phi \\ \dot{D} = \frac{d\mathcal{E}}{dt \cdot dm} = \frac{1}{\rho_{\text{mat}}} \cdot \frac{dE}{dx} \cdot \dot{\Phi} = \frac{1}{\rho_{\text{mat}}} \cdot \frac{dE}{dx} \cdot \varphi \end{array} \right.$$

Nel caso di fotoni monocromatici di energia E_γ si ha ancora che: $d\mathcal{E} = dE \cdot dN$ dove questa volta $dE = \mu_{\text{mat}} \cdot E_\gamma \cdot dx$. Sostituendo si ottiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} D = \frac{d\mathcal{E}}{dm} = \frac{dE \cdot dN}{\rho \cdot dA \cdot dx} = \frac{\mu_{\text{mat}} \cdot E_\gamma}{\rho_{\text{mat}}} \cdot \Phi \\ \dot{D} = \frac{d\mathcal{E}}{dt \cdot dm} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dE}{dx} \cdot \dot{\Phi} = \frac{\mu_{\text{mat}} \cdot E_\gamma}{\rho_{\text{mat}}} \cdot \varphi \end{array} \right.$$

Numericamente, se esprimiamo Φ in cm^{-2} , φ in $\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ e E_γ in MeV, abbiamo:

$$\left\{ \begin{array}{l} D = 1.6 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{\mu_{mat} \cdot E_{\gamma}}{\rho_{mat}} \cdot \Phi_{\gamma} \text{ [Gy]} \\ \dot{D} = 5.76 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\mu_{mat} \cdot E_{\gamma}}{\rho_{mat}} \cdot \phi_{\gamma} \text{ [mGy/h]} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} D = 1.6 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\mu_{mat} \cdot E_{\gamma}}{\rho_{mat}} \cdot \Phi_{\gamma} \text{ [rad]} \\ \dot{D} = 5.76 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\mu_{mat} \cdot E_{\gamma}}{\rho_{mat}} \cdot \phi_{\gamma} \text{ [mrad/h]} \end{array} \right.$$

Se le particelle incidenti non sono monocromatiche si avrà rispettivamente:

$$\left\{ \begin{array}{l} D = \frac{d\mathcal{E}}{dm} = \int_{\text{Spettro}} \frac{\mu_{mat}(E_{\gamma}) \cdot E_{\gamma}}{\rho_{mat}} \cdot \frac{d\Phi}{dE_{\gamma}} \cdot dE_{\gamma} \quad \text{per i fotoni} \\ D = \frac{d\mathcal{E}}{dm} = \int_{\text{Spettro}} \frac{1}{\rho_{mat}} \cdot \frac{dE}{dx} \cdot \frac{d\Phi}{dE} \cdot dE \quad \text{per le particelle cariche} \end{array} \right.$$

Per quanto riguarda invece la relazione tra *esposizione* e *dose assorbita*, in aria la essa è molto semplice. Infatti, essendo:

$$D_{aria} = \frac{\mu_{aria} \cdot E_{\gamma}}{\rho_{aria}} \cdot \Phi_{\gamma} \quad e \quad X = \frac{e}{w_{aria}} \cdot \frac{\mu_{aria}}{\rho_{aria}} \cdot E_{\gamma} \cdot \Phi_{\gamma} = \frac{e}{w_{aria}} \cdot D_{aria}$$

si ha quindi $D_{aria} = w_{aria} / e \cdot X$.

Numericamente avremo $1 R \Leftrightarrow 0.87 \text{ rad}$ o anche $1 R \Leftrightarrow 8.7 \cdot 10^{-3} \text{ Gy} = 8.7 \text{ mGy}$

Quindi si avrà in definitiva:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_{aria} \text{ [Gy]} = 8.74 \cdot 10^{-3} \cdot X \text{ [R]} \\ \dot{D}_{aria} \text{ [mGy/h]} = 8.74 \cdot 10^{-3} \cdot X \text{ [mR/h]} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} D_{aria} \text{ [rad]} = 0.874 \cdot X \text{ [R]} \\ \dot{D}_{aria} \text{ [rad/h]} = 0.874 \cdot X \text{ [mR/h]} \end{array} \right.$$

Se si ha lo stesso fascio in due mezzi diversi:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_1 = \frac{\mu_{mat_1} \cdot E_{\gamma}}{\rho_{mat_1}} \cdot \Phi \\ D_2 = \frac{\mu_{mat_2} \cdot E_{\gamma}}{\rho_{mat_2}} \cdot \Phi \end{array} \right. \Rightarrow D_2 = \frac{\mu_{mat_2} \cdot \rho_{mat_1}}{\mu_{mat_1} \cdot \rho_{mat_2}} \cdot D_1$$

Quest'ultima relazione è utilissima quando, da una misura di esposizione (necessariamente in aria) si vuol passare ad una misura di dose in un materiale M qualsiasi:

$$D_{mat} = \frac{\mu_{mat} \cdot \rho_{aria}}{\mu_{aria} \cdot \rho_{mat}} \cdot D_{aria} = \frac{\mu_{mat} \cdot \rho_{aria}}{\mu_{aria} \cdot \rho_{mat}} \cdot \frac{w_{aria}}{e} \cdot X$$

E quindi numericamente

$$\begin{cases} D_{mat} [Gy] = 8.74 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\mu_{mat} \cdot \rho_{aria}}{\mu_{aria} \cdot \rho_{mat}} \cdot X [R] \\ D_{mat} [rad] = 0.874 \cdot \frac{\mu_{mat} \cdot \rho_{aria}}{\mu_{aria} \cdot \rho_{mat}} \cdot X [R] \end{cases}$$

con le analoghe relazioni per le intensità di dose. In generale si può scrivere $D_{mat} = f_{mat}(E) \cdot X$, dove in $f_{mat}(E)$ è contenuta tutta la dipendenza dal materiale. Nella seguente figura vengono riportati gli andamenti di $f_{mat}(E)$ per i diversi tessuti umani:

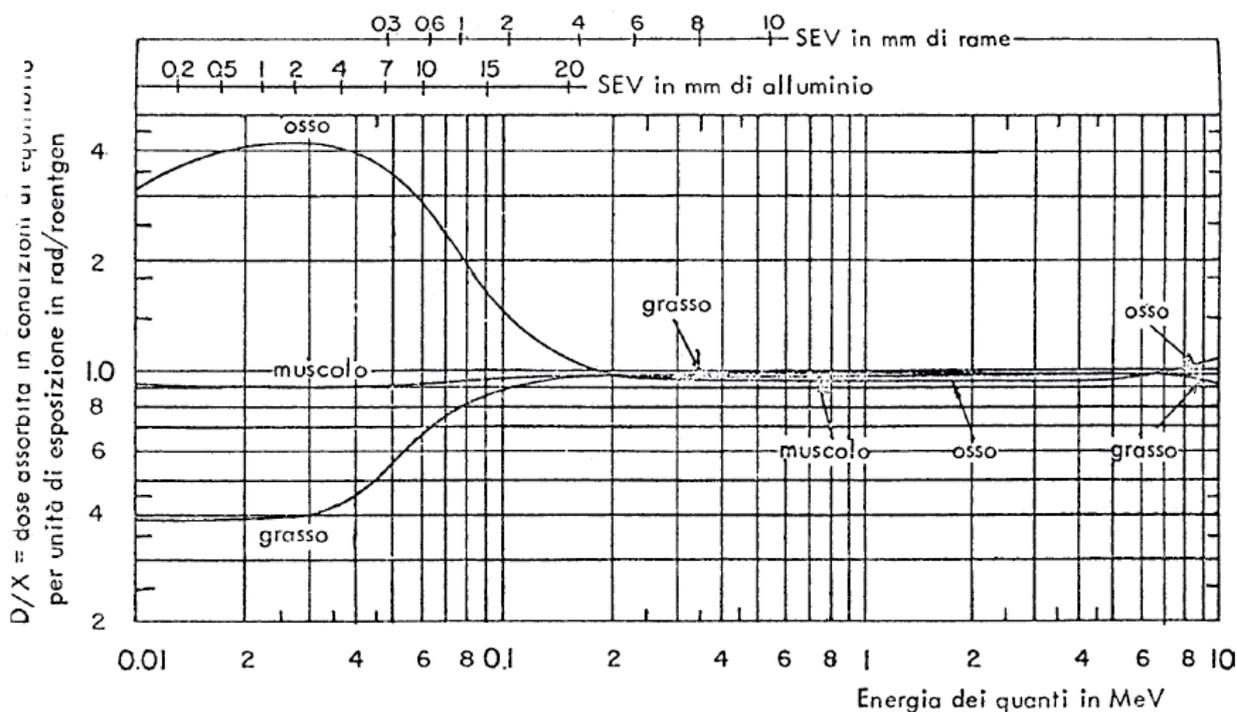


Fig. 4.7 Andamento di f_{mat} per i principali tessuti organici in funzione dell'energia

4.7 Il kerma

Il processo di trasferimento di energia al mezzo da parte delle radiazioni indirettamente ionizzanti avviene sostanzialmente in due fasi successive. Nella prima la radiazione primaria mette in moto i secondari carichi. Nella seconda questi ultimi depositano l'energia attraverso le collisioni che subiscono nel mezzo. La dose assorbita è stata introdotta per tener conto dell'effetto finale di questi processi.

Per descrivere invece solo la prima fase, si introduce un'altra grandezza, il *kerma*, il cui nome significa *kinetic energy released in matter*. Il *kerma* è definito come $K = dE_{tr}/dm$ (e la relativa intensità di *kerma* come $\dot{K} = dK/dt$), dove dE_{tr} è la somma di delle energie cinetiche iniziali di tutte le particelle cariche prodotte da particelle indirettamente ionizzanti in un volumetto di massa dm . Nel termine dE_{tr} è anche compresa l'energia che le particelle cariche secondarie irradiano sotto forma di *bremstrahlung*. Abbiamo in questa sede introdotto il *kerma* essenzialmente perché

rappresenta una utile grandezza che descrive il *campo di radiazione neutronico*. Le interazioni dei neutroni con la materia in letteratura sono descritte in termini appunto di *kerma*. Senza scendere in maggior dettaglio aggiungiamo solo che, in condizioni di equilibrio di radiazione, risulta $K = D$. Ossia il *kerma* coincide con la dose assorbita. Nei grafici seguenti è riportata schematicamente la relazione tra *esposizione*, *kerma* e *dose assorbita* nel caso di fotoni in funzione della profondità nel tessuto: nella figura di sinistra si trascura l'attenuazione del fascio nel mezzo, mentre in quella di destra se ne tiene conto. Dopo una zona iniziale nella quale, in mancanza di equilibrio di radiazione, *kerma* e *dose assorbita* sono notevolmente diversi, le due grandezze essenzialmente coincidono. Da notare che la zona di non equilibrio, indicate nelle figure con il termine *buildup*, è dell'ordine del *range* delle particelle cariche secondarie prodotte dai fotoni incidenti e vale quindi, al più, *qualche millimetro*.

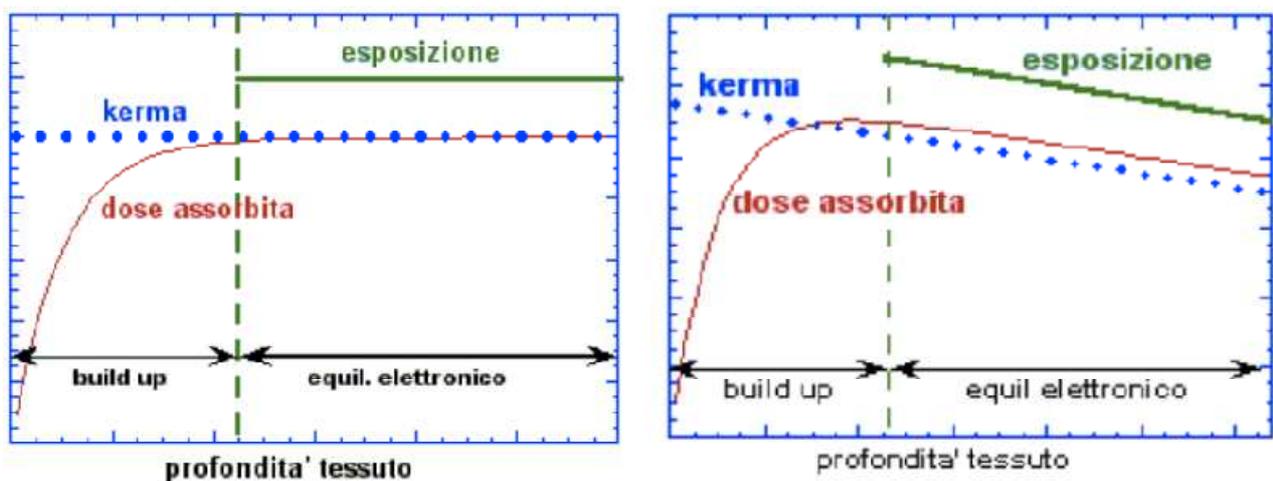


Fig. 4.8 Relazione tra esposizione, kerma e dose assorbita nel caso di fotoni

4.7 Gli indicatori del rischio da radiazioni ionizzanti

Finora abbiamo definito e descritto le grandezze dosimetriche in forma del tutto generale, senza mai tentare di legare la dose assorbita all'eventuale danno biologico ad essa associato. Abbiamo anche visto all'inizio di questo capitolo come l'esposizione alle radiazioni ionizzanti comporti rischi di effetti sanitari per gli esseri viventi: dobbiamo quindi definire una grandezza dosimetrica che in qualche modo sia rappresentativa di questi rischi. Gli effetti sanitari indotti sull'uomo vengono distinti in effetti somatici ed effetti genetici, a seconda che si manifestino sull'individuo esposto o sui suoi discendenti. Gran parte degli effetti somatici sono di tipo non stocastico. La loro gravità è in relazione alla dose assorbita nell'organo o tessuto di interesse e per ciascun effetto esiste un valore di soglia della dose assorbita soltanto superato il quale esso si manifesta. I valori delle dosi corrispondenti alle varie soglie sono sempre piuttosto elevati e conosciuti in genere con accettabile accuratezza. Tutti gli effetti genetici ed i più importanti effetti somatici (leucemia, carcinogenesi) hanno invece un carattere stocastico. Essi sono cioè caratterizzati da una probabilità di

accadimento funzione della dose ricevuta, e dall'assenza di un valore di soglia sotto il quale l'effetto non si manifesta. Allo scopo di assicurare la protezione degli individui esposti, della loro progenie e del genere umano nel suo insieme dagli eventuali danni che potrebbero derivare dallo svolgimento delle attività con rischio da radiazioni ionizzanti si è andata sviluppando, parallelamente all'uso delle tecnologie nucleari, una disciplina relativamente nuova, la *radioprotezione*. Un ruolo fondamentale nella formulazione dei principi generali cui si ispira la *radioprotezione* viene svolto dalla *International Commission on Radiation Protection*, l'*ICRP*, un organismo sovranazionale sorto in occasione del II° congresso Internazionale di Radiologia tenutosi a Stoccolma nel 1928. L'autorevolezza di questa organizzazione è tale che le legislazioni di tutti i paesi del mondo finiscono sempre con l'adeguarsi alle sue raccomandazioni. Anche le direttive della *Comunità Europea* sono formulate sulla base delle periodiche raccomandazioni dell'*ICRP*.

4.8 L'equivalente di dose

Nessuna delle grandezze dosimetriche presentate finora (*dose assorbita*, *kerma*, *esposizione*) è per sua natura idonea ad interpretare in modo completo gli effetti provocati dal trasferimento di energia dalle radiazioni ionizzanti alla materia vivente. Esse non consentono di tener conto della diversità degli effetti biologici indotti da radiazioni di diversa qualità. La più importante delle grandezze *radioprotezionistiche* è l'equivalente di dose, per mezzo del quale la dose assorbita viene ponderata con un opportuno fattore correttivo per tener conto della qualità della radiazione.

L'equivalente di dose, H , in un certo punto di un tessuto irradiato è definito come $H = D \cdot Q$ e $\dot{H} = \dot{D} \cdot Q$, dove D è la dose assorbita e Q il *fattore qualità della radiazione*. Quest'ultimo serve a tener conto della distribuzione dell'energia assorbita a livello microscopico ed è quindi il parametro per mezzo del quale si prende in considerazione la diversa qualità della radiazione. Poiché tale distribuzione dipende dalla natura e dalla velocità delle particelle cariche che liberano la dose, essa può essere caratterizzata attraverso la grandezza fisica denominata *LET*. Il *LET* (*Linear Energy Transfer*) è definito soltanto per particelle cariche e rappresenta l'energia dE dissipata dalle particelle nel tratto $d\ell$ mediante collisioni che comportano trasferimenti di energia inferiori ad un determinato valore prefissato Δ . Si scrive pertanto:

$$L_{\Delta} = \left(\frac{dE}{d\ell} \right)_{\Delta}$$

Ovviamente se si prendono in considerazione tutte le perdite di energia possibili da parte della particella, Δ coincide con l'energia cinetica della particella: il *LET* si indica (impropriamente) con il simbolo L_{∞} e coincide con il potere frenante lineare da collisione di una particella carica:

$$L_{\infty} = \left(\frac{dE}{dx} \right)_{coll}$$

finora l'ICRP ha raccomandato i valori di Q servendosi del LET e, più precisamente del L_{∞} in acqua. I valori numerici prescelti sono riportati nella seguente tabella:

L_{∞} in acqua ($keV \cdot \mu m^{-1}$)	Q
< 3.5	1
7	2
23	5
53	10
>175	20

Tab. 4.2 Definizione del fattore di qualità

Per valori intermedi i dati possono essere interpolati come riportato nel grafico della prossima figura. Nel caso in cui le cessioni di energia avvengano con un certo spettro di valori di L_{∞} , in luogo di Q si dovrà calcolare un opportuno valore efficace \bar{Q} dato da:

$$\bar{Q} = \frac{1}{D} \cdot \int Q(L_{\infty}) \cdot D(L_{\infty}) \cdot dL_{\infty}$$

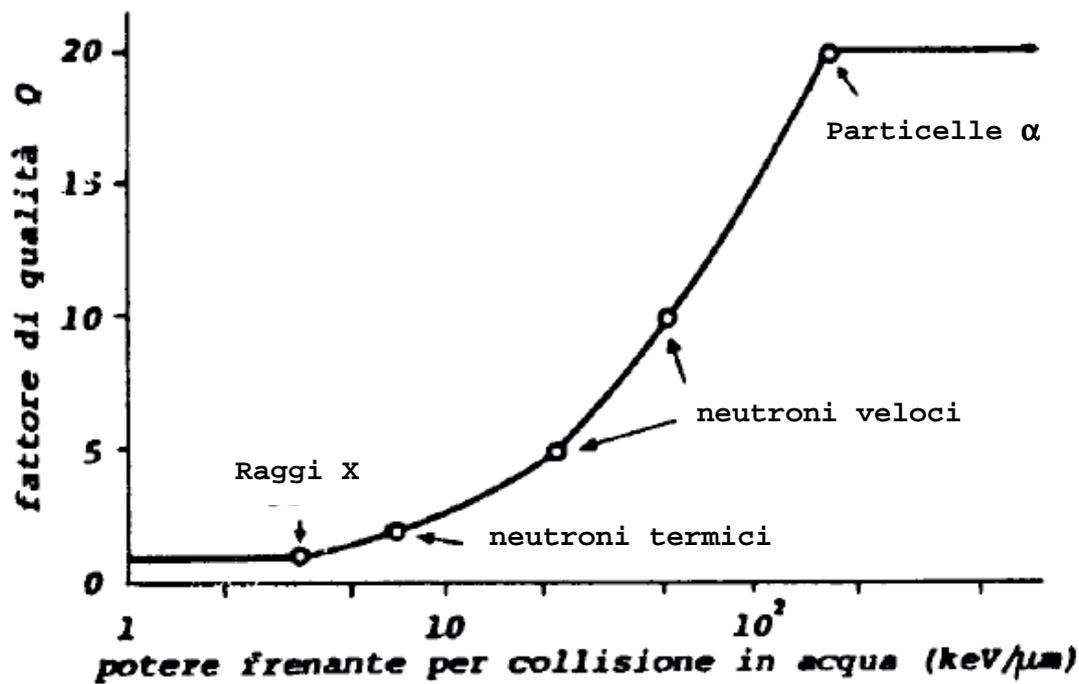
Tipo di radiazione	\bar{Q}
Raggi X, raggi γ ed elettroni	1
Neutroni, protoni e particelle con $Z=1$ e massa $M > 1$ amu	10
particelle α , particelle con $Z > 2$	20

Tab. 4.2 Definizione del fattore di qualità per le diverse radiazioni

Una difficoltà pratica nell'applicazione del calcolo integrale sta nel fatto che solo raramente sono disponibili informazioni sulla distribuzione della dose assorbita in funzione del L_{∞} . In questo caso sono di aiuto la tabella ed i grafici sotto riportati.

L'unità di misura dell'equivalente di dose è il Sievert (Sv): $1 Sv = 1 Gy \cdot Q$

La vecchia unità era il rem: $1 rem = 1 rad \cdot Q$. In pratica per l'equivalente di dose valgono le stesse relazioni trovate per la dose assorbita se il valore di quest'ultima è moltiplicato per il fattore qualità Q .



Fattore di qualità in funzione del potere frenante

Fig. 4.9 Relazione tra potere frenante e fattore qualità Q per varie radiazioni

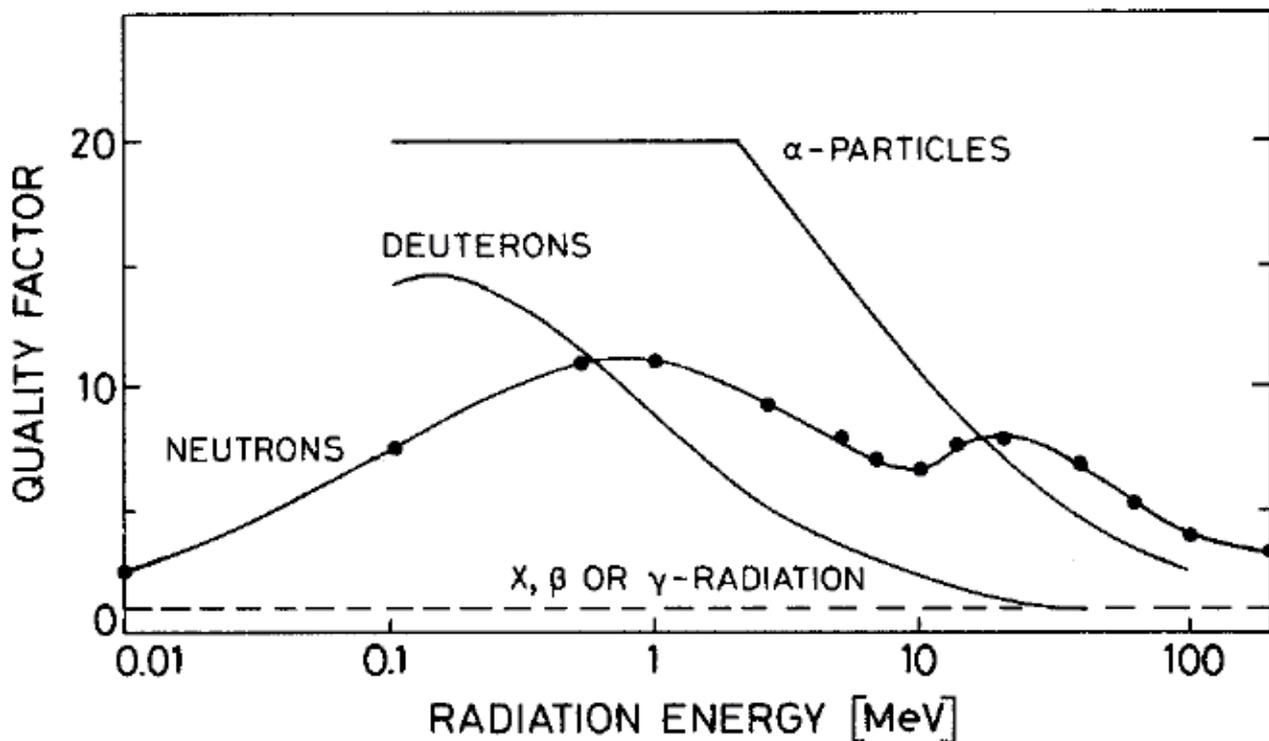
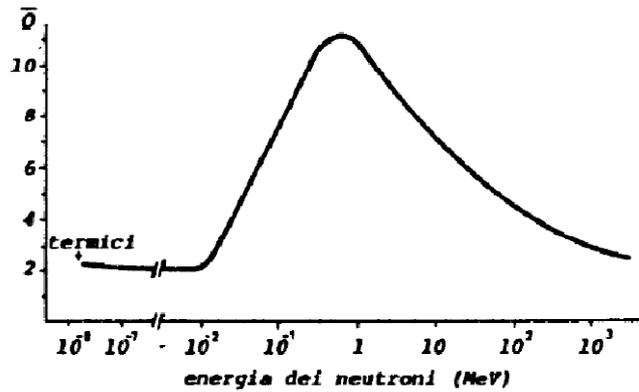


Fig. 4.10 Fattore qualità Q per varie radiazioni in funzione dell'energia

Nella figura seguente è riportato invece il *kerma* in tessuto biologico in funzione dell'energia per unità di *fluenza dei neutroni*. Se ipotizziamo di essere in condizioni di equilibrio della radiazione, sappiamo che il *kerma* coincide con la dose assorbita e

quindi $D = K$. L'equivalente di dose risulterà allora $H = D \cdot Q = K \cdot Q$. Nota l'intensità di fluensa Φ dei neutroni, per ottenere l'intensità di equivalente di dose è sufficiente moltiplicare per Φ il valore del *kerma unitario* dato dalla figura seguente.



Energia dei neutroni (MeV)	Fattore di qualità efficace
$2.5 \cdot 10^{-8}$ (termici)	2.3
da $1 \cdot 10^{-7}$ a $1 \cdot 10^{-2}$	2
$1 \cdot 10^{-1}$	7.4
$5 \cdot 10^{-1}$	11
1	10.6
2	9.3
5	7.8
10	6.8
20	6.0
50	5.0
$1 \cdot 10^2$	4.4
$2 \cdot 10^2$	3.8
$5 \cdot 10^2$	3.2
$1 \cdot 10^3$	2.8

Fig. 4.10 Fattore qualità Q per neutroni in funzione dell'energia

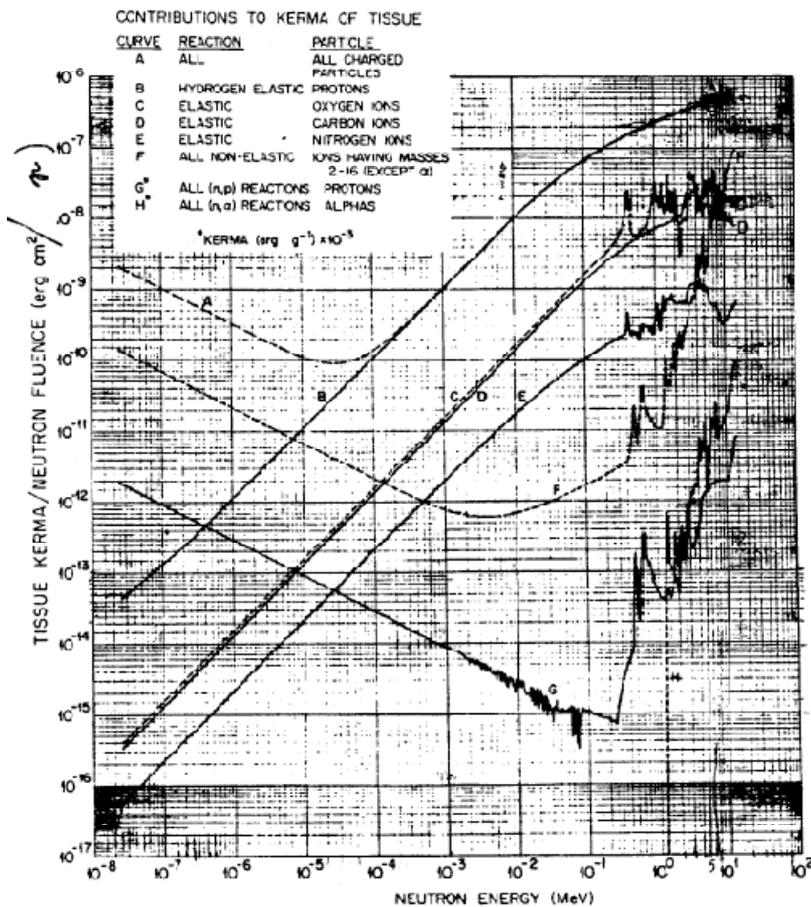


Fig. 4.11 K/Φ kerma al tessuto per unità di fluensa neutronica

Il grafico seguente invece fornisce direttamente, nota l'energia dei neutroni, l'intensità di fluenza (in $\text{neutroni} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) corrispondente ad un equivalente di dose \dot{H} di 1 mrem/h . Se si conosce la vera intensità di fluenza si può determinare il corrispondente valore di \dot{H} .

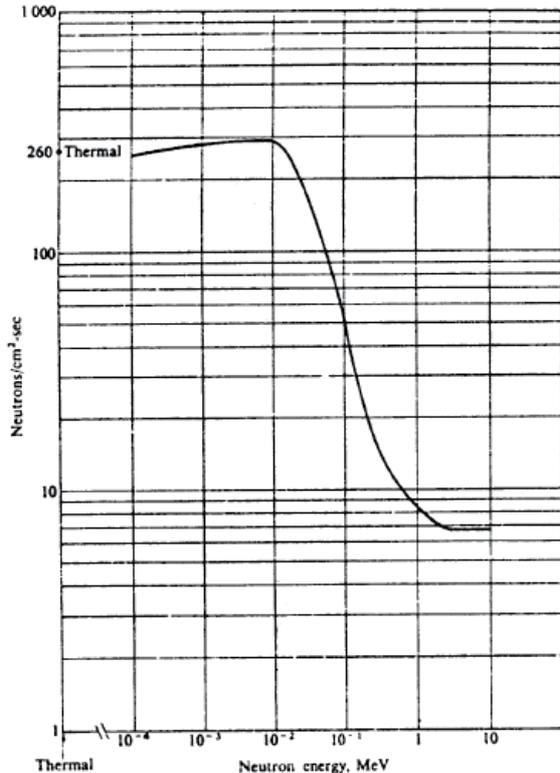


Fig. 4.11 Intensità di fluenza neutronica corrispondente ad $\dot{H} = 1 \text{ mrem/h}$

4.8 Le principali sorgenti di radiazione

Negli ultimi anni è stato compiuto un considerevole sforzo per determinare gli effetti delle radiazioni sul corpo umano. Poiché non è possibile ovviamente effettuare esperimenti diretti sulla popolazione, la attuale conoscenza degli effetti delle radiazioni è basata sui dati raccolti in occasione di incidenti (*Chernobyl* per esempio), sui dati che provengono da studi epidemiologici effettuati sui sopravvissuti al bombardamento di *Hiroshima* e sulle popolazioni esposte alle esplosioni nucleari effettuate a scopi militari, su studi ed esperimenti effettuati su animali da laboratorio. Lo stato attuale di conoscenza in questo campo può essere riassunto come segue:

- esiste una informazione ben documentata sugli effetti di esposizione acuta (cioè limitata nel tempo) ad alte dosi;
- poiché gli effetti, se davvero esistono, sono estremamente rari, esiste una limitata conoscenza per quanto concerne:
 - dosi acute non troppo elevate e non ripetute;
 - basse dosi acute ripetute occasionalmente;
 - bassissime dosi croniche.

Le assunzioni conservative che vengono fatte nel campo della radioprotezione sono le seguenti:

- esiste una relazione lineare dose-effetto per qualsiasi esposizione, da quelle acute a quelle croniche, indipendentemente dalla intensità della dose ricevuta: il danno è proporzionale alla dose integrale assorbita;
- Non vi è alcuna soglia sulla dose da radiazione, al di sopra della quale l'effetto si manifesta, ma al di sotto no;
- tutte le dosi assorbite da un organo sono completamente additive, indipendentemente dal ritmo di assunzione e dagli intervalli temporali tra una assunzione e le successive;
- non vi è alcun meccanismo di recupero o riparo biologico alla radiazioni.

Noi sappiamo che nessuna delle affermazioni precedenti è strettamente corretta, ma esse tuttavia formano un base conservativa su cui stabilire degli standard di radioprotezione. Abbiamo già detto che esistono organismi di controllo, il più importante dei quali è lo *ICRP (International Commission on Radiation Protection)* che periodicamente stabiliscono gli standard di radioprotezione a cui attenersi.

Questi sono basati sul bilancio esistente tra rischi e benefici che derivano dall'uso pacifico dell'energia nucleare. Ricordiamo le varie sorgenti cui l'uomo è abitualmente esposto:

- ✓ sorgenti naturali (raggi cosmici, radionuclidi cosmogenici, radionuclidi primordiali);
- ✓ sorgenti naturali modificate dalla tecnologia (materiale da costruzione, viaggi in aereo ad alta quota, combustione del carbon fossile, ecc.);
- ✓ sorgenti di alcuni prodotti di consumo (orologi luminescenti, apparecchi televisivi, talune protesi dentarie, taluni vetri per lenti, ecc.);
- ✓ sorgenti impiegate in medicina (tubi a raggi X, acceleratori, radioisotopi per diagnostica, *radiofarmaci*, ecc.);
- ✓ sorgenti di ricadute di bombe atomiche (*fallout*);
- ✓ sorgenti associate con la produzione di energia nucleare (estrazione e ritrattamento del combustibile, rilasci delle centrali, riprocessamento del combustibile, rifiuti, ecc.);
- ✓ sorgenti presenti sui luoghi di lavoro.

Sorgente	Equivalente di dose efficace (mSv/anno)		
	Irradiazione esterna	Irradiazione interna	Totale
Raggi cosmici			
Componente dirett. ionizz.	0.30		0.30
Neutroni	0.055		0.055
Radionuclidi cosmogenici		0.015	0.015
Radionuclidi primordiali			
K-40	0.15	0.18	0.33
Rb-87		0.006	0.006
U-238 (serie)	0.10	1.24	1.34
Th-232 (serie)	0.16	0.18	0.34
TOTALE (arrotondato)	0.8	1.6	2.4

Tab. 4.3 Equivalente di dose annuale dovuto al fondo naturale

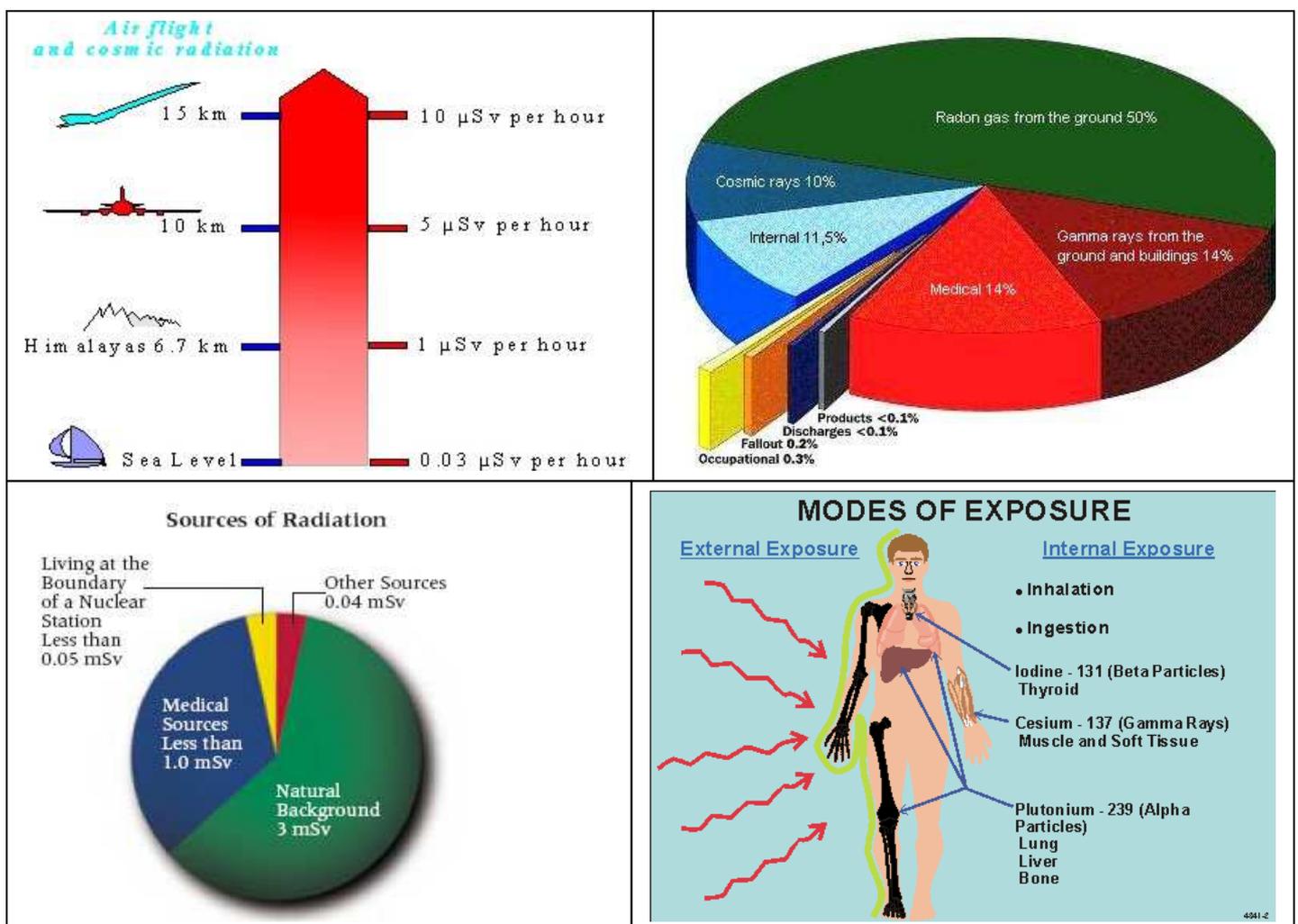


Fig. 4.12 Principali sorgenti di radiazioni

Nelle categorie sopra elencate si identificano radionuclidi che danno luogo ad irradiazione esterna ed altri che originano invece irradiazione interna.

La più importante fonte di esposizione per gli esseri umani è certamente il fondo naturale, il cui contributo medio (che varia comunque considerevolmente da luogo a luogo) vale circa 3 mSv/anno . La seconda sorgente di irradiazione della popolazione

per ordine di importanza è costituita dalle applicazioni mediche (diagnostica e terapia). A parte le dosi ricevute dai pazienti sottoposti a radioterapia, un contributo notevole all'equivalente di dose globale deriva, specie nei paesi industrializzati, dalle pratiche radiografiche. Tutte le altre sorgenti elencate contribuiscono in modo più modesto alle dosi collettive individuali.

Esame	Dose nell'organo (mGy)					
	Tiroide	Midollo osseo attivo	Polmone	Gonadi		Mam- mella
				♂	♀	
Torace	0.065	0.04 (0.03)	0.19 (0.20)	-	-	0.14
Cranio	2.22	0.31	0.02	-	-	-
Rachide cervicale	4.04	0.11	0.14	-	-	-
Costole	1.54	0.49 (0.42)	3.24 (2.96)	-	0.004	4.11
Spalla (una proiezione)	0.58	0.06	0.39 (0.27)	-	-	0.77
Rachide dorsale	0.75	0.43 (0.32)	2.63 (2.65)	-	0.006	2.76
Colecistogramma	0.01	0.66	1.76	-	0.06	-
Rachide lombare	0.003	1.26	1.33	0.07	4.05	-
Porzione sup. tratto G-I	0.07	1.17 (1.14)	5.32 (4.76)	0.004	0.45	0.53
Rene, uretere, vescica	-	0.48	0.12	0.16	2.12	-
Clisma	0.002	2.98	0.48	0.58	7.87	-
Rachide lombosacrale	-	2.24	0.35	0.43	6.40	-
Pielografia intravenosa	-	1.16	0.35	0.49	6.36	-
Bacino	-	0.27	0.011	0.57	1.48	-
Anca (una proiezione)	-	0.17	-	3.68	0.78	-
Rachide in toto (chiroprassi)	2.71	0.35	1.49 (1.17)	0.10	1.00	2.34
Mammografia						
(1) Xeroradiografia	-	(-)	(-)	-	-	7.66
(2) Pellicola-schermo	-	(-)	(-)	-	-	2.12

(-) Trascurabile rispetto agli altri organi.

I dati tra parentesi si riferiscono alla donna se diversi da quelli per l'uomo.

Tab. 4.4 *Equivalente di dose associato ai principali esami radiografici*

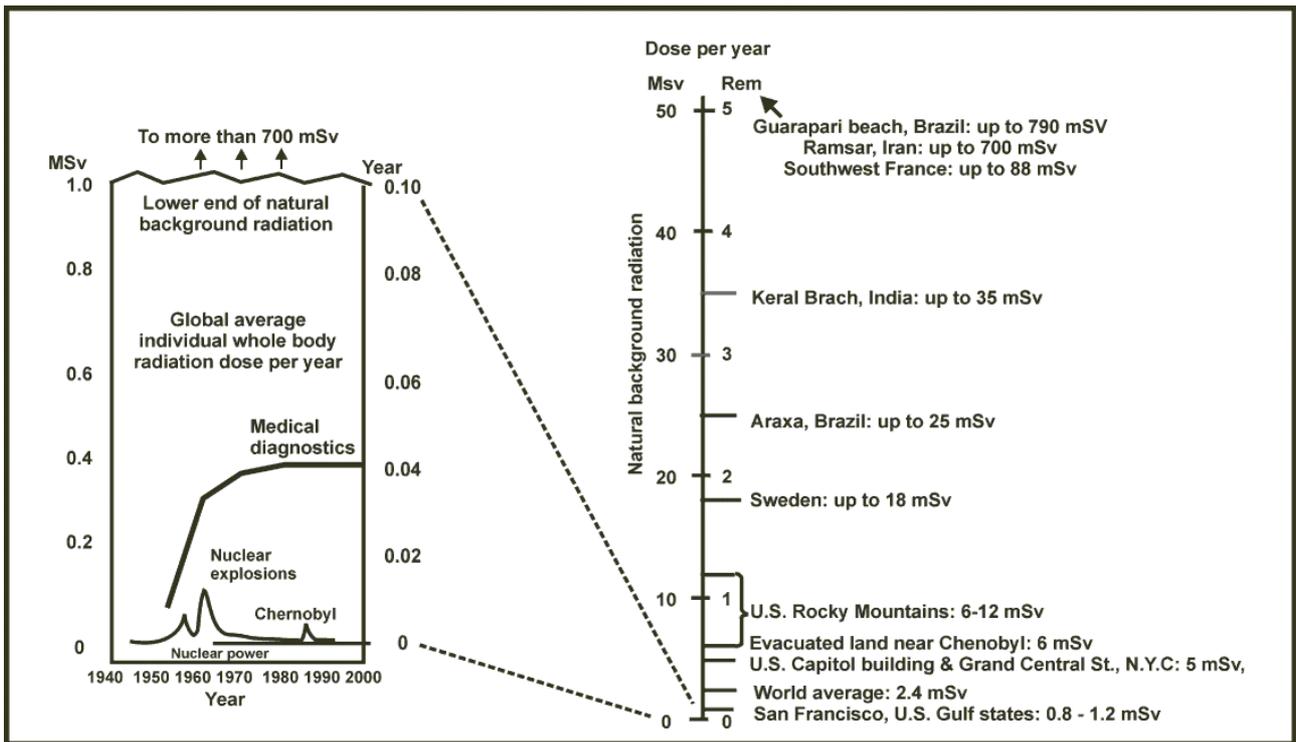


Fig. 4.13 Evoluzione temporale dei più importanti contributi alla dose collettiva