



UNIVERSITÀ  
DICAMERINO

Camerino 6 marzo 2014

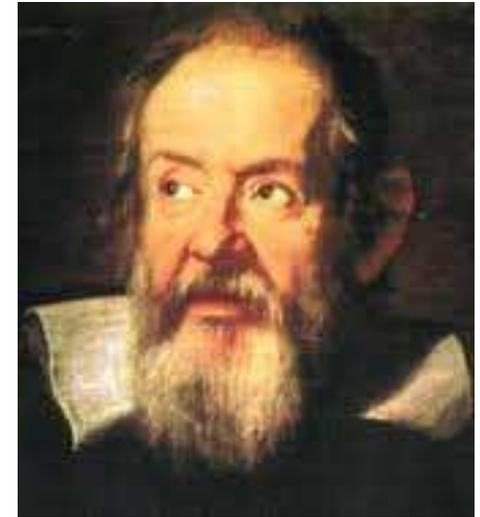
*SCUOLA DI SCIENZE E TECNOLOGIE*

# Didattica delle strumentazioni e analisi dati - 1

Prof. Angelo Angeletti  
Liceo Scientifico "G.Galilei" - Macerata

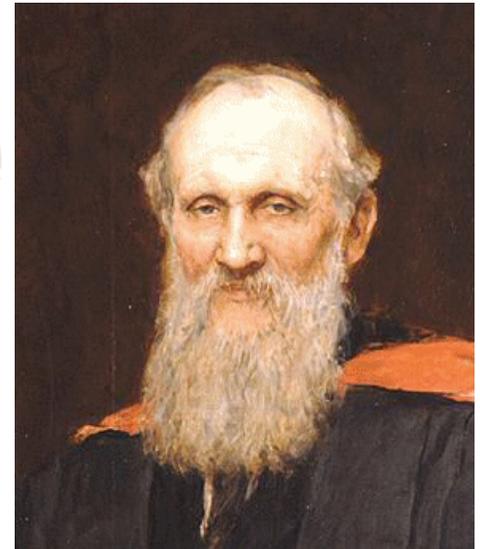
[www.angeloangeletti.it](http://www.angeloangeletti.it) - [angelo.angeletti@virgilio.it](mailto:angelo.angeletti@virgilio.it)

**La natura è scritta in  
linguaggio matematico**



Galileo Galilei

**“La nostra conoscenza è soddisfacente  
soltanto quando è possibile esprimerla  
numericamente.**

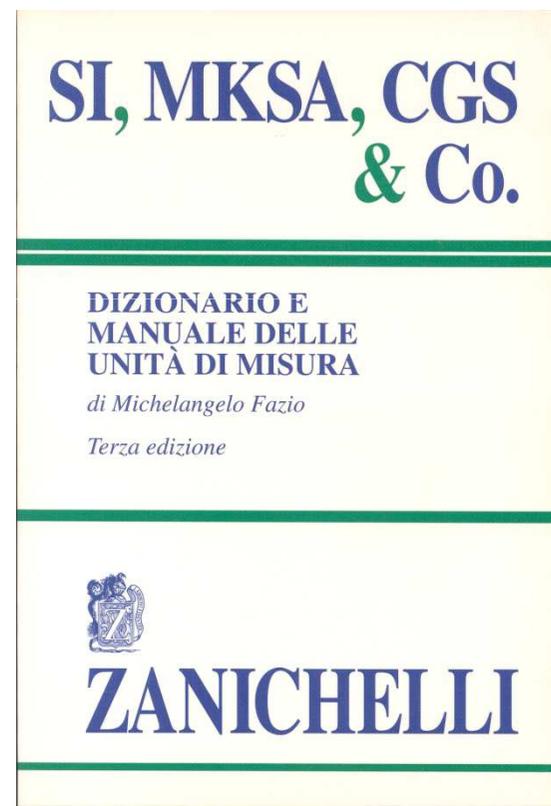


William Thomson  
(Lord Kelvin)

***Per conoscere la natura dobbiamo  
quindi poterne capire il linguaggio,  
ossia esprimerla numericamente,  
quindi MISURARE.***

# MISURARE = CONFRONTARE

## Il Sistema Internazionale



# Cenni Storici

## ➤ **Sistema metrico francese (1789)**

- Il 7 aprile 1795 per volere dell'Assemblea Nazionale fu pubblicata la tabella ufficiale del sistema metrico decimale (universalità dell'unità di misura, riproducibilità). Il suo punto di forza è l'introduzione della decimalizzazione dell'unità.

## ➤ **Trattato della convenzione metrica (1875)**

- 17 Nazioni aderiscono alla convenzione del sistema metrico (vengono ufficialmente stabiliti come unità di misura metro e grammo) e istituiscono la CGPM (Conférence Générale des Poids et Mesures = Conferenza Generale dei Pesi e delle Misure, organismo collegato con il Bureau International des Poids et Mesures, BIPM, Ufficio internazionale dei Pesi e delle Misure“)

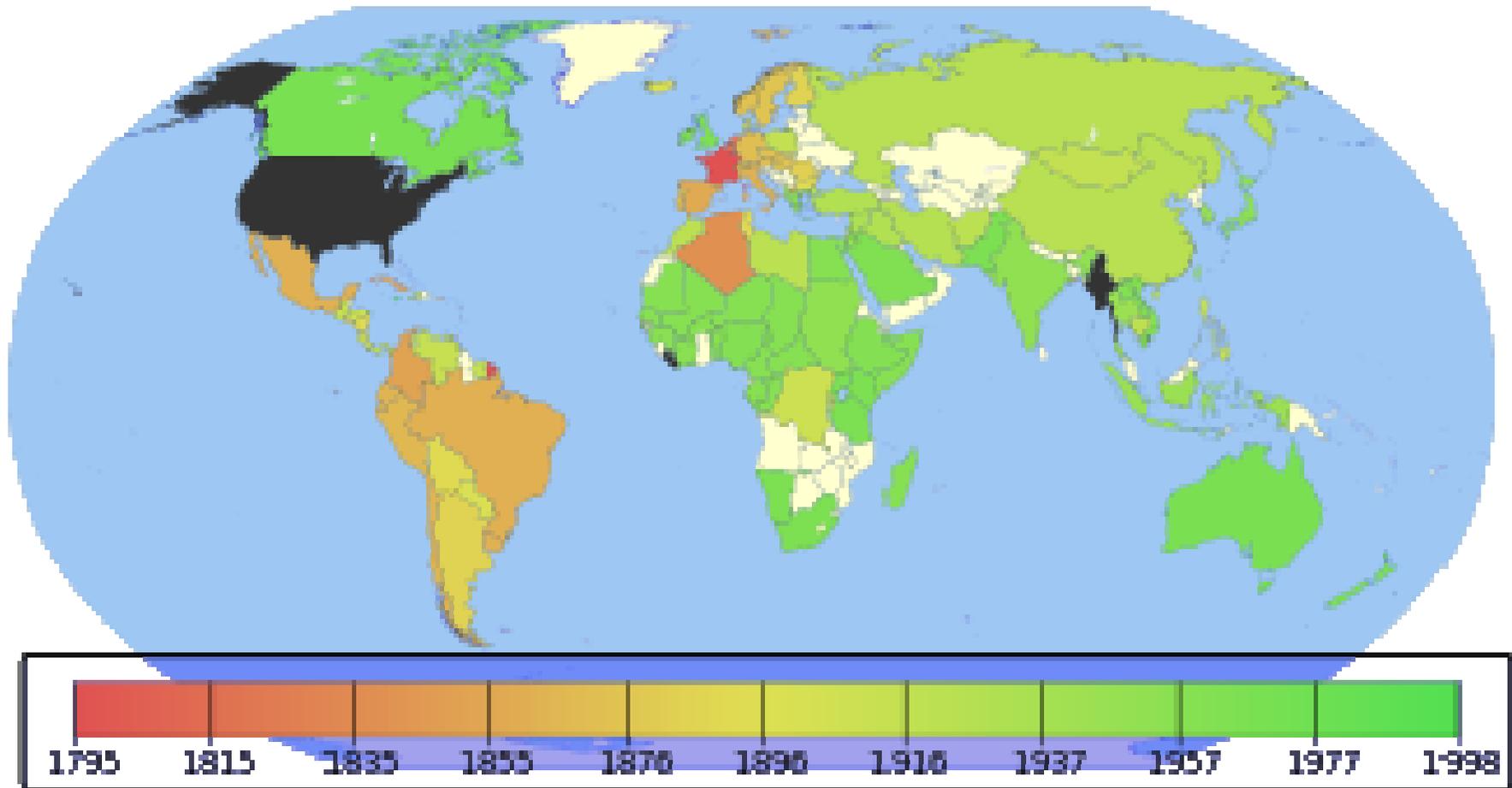
## ➤ **Sistema Giorgi (1938)**

- sistema mks (metro, kilogrammo, secondo)
- sistema mksA

## ➤ **SI (1960)**

- Il sistema internazionale nasce dall'esigenza di semplificare gli scambi commerciali e le collaborazioni scientifiche.
- In Italia il SI è stato ufficialmente recepito con il DPR numero 802/1982.

# Cenni Storici



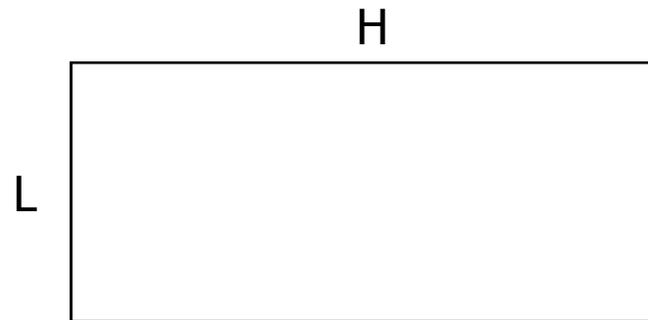
In nero gli stati in cui il SI non è adottato come unico o principale sistema di misurazione: gli Stati Uniti d'America, la Liberia e la Birmania.

# Sistema coerente

- La definizione di una determinata grandezza non può avvenire in maniera arbitraria.

Esempio: l'unità di superficie non deve essere definita ma derivata dato che è data dal prodotto di 2 lunghezze.

$$A = L \cdot H = [m] \cdot [m] = [m^2]$$



# Sistema internazionale

Le sette grandezze fondamentali

GRANDEZZA	DIMENSIONE	UNITA' DI MISURA	SIMBOLO
Lunghezza	[L]	metro	m
Massa	[M]	kilogrammo	kg
Tempo	[T]	secondo	s
Corrente elettrica	[I]	ampere	A
Temperatura termodinamica	[ $\theta$ ]	kelvin	K
Intensità luminosa	[J]	candela	Cd
Quantità di sostanza		mole	mol

GRANDEZZA	DEFINIZIONE	UNITA' DI MISURA	SIMBOLO
Lunghezza	Spazio percorso dalla luce nel vuoto in un tempo di $1/299792458$ s	metro	m
Massa	massa del campione platino-iridio, conservato nel Museo Internazionale di Pesì e Misure di Sèvres (Parigi)	kilogrammo	kg
Tempo	durata di 9192631770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo di cesio-133	secondo	s
Corrente elettrica	quantità di corrente che scorre all'interno di due fili paralleli e rettilinei, di lunghezza infinita e sezione trascurabile, immersi nel vuoto ad una distanza di un metro, induce in loro una forza di attrazione o repulsione di $2 \cdot 10^{-7}$ N per ogni metro di lunghezza	ampere	A
Temperatura termodinamica	valore corrispondente a $1/273.16$ della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua	kelvin	K
Intensità luminosa	intensità luminosa di una sorgente che emette una radiazione monocromatica con frequenza $540 \cdot 10^{12}$ Hz e intensità energetica di $1/683$ W/sr.	candela	Cd
Quantità di sostanza	quantità di materia di una sostanza tale da contenere tante particelle elementari quante ne contengono $0.012$ kg di carbonio-12.	mole	mol

# Unità derivate del SI

Tutte le unità derivate del SI possono ottenersi mediante la relazione:

$$u_{SI} = m^{\alpha} \cdot kg^{\beta} \cdot s^{\gamma} \cdot A^{\delta} \cdot K^{\varepsilon} \cdot mol^{\zeta} \cdot cd^{\eta}$$

# Sistema internazionale

Alcune grandezze derivate dal SI

GRANDEZZA	DIMENSIONE	UNITA'	SIMBOLO
Velocità	$[LT^{-1}]$	metro/secondo	m/s
Accelerazione	$[LT^{-2}]$	metro/secondo quadrato	$m/s^2$
Forza	$[MLT^{-2}]$	newton	$1N=1kg/s^2$
Energia, Lavoro, Calore	$[ML^2T^{-2}]$	joule	$1J=1Nm$
Potenza	$[ML^2T^{-3}]$	watt	$1W=1J/s$
Pressione	$[ML^{-1}T^{-2}]$	pascal	$1Pa=1N/m^2$
Volume	$[L^3]$	metro cubo	$m^3$
Volume specifico	$[L^3/M]$	metro cubo/kilogrammo	$m^3/kg$
Densità (massa volumica)	$[ML^{-3}]$	kilogrammo/metro cubo	$kg/m^3$
Entalpia	$[L^2T^{-2}]$	joule/kilogrammo	J/kg
Entropia	$[L^2T^{-2}\theta^{-1}]$	joule/(kilogrammo·kelvin)	J/kgK
Portata volumetrica	$[L^3T^{-1}]$	metri cubi/secondo	$m^3/s$
Portata massica	$[MT^{-1}]$	kilogrammi/secondo	kg/s
Conduttività termica	$[MLT^{-3}\theta^{-1}]$	watt/(metro·kelvin)	W/mK
Conduttanza superficiale	$[MT^{-3}\theta^{-1}]$	watt/(metro quadro·kelvin)	W/m <sup>2</sup> K

# Multipli e sottomultipli

MULTIPLI			SOTTOMULTIPLI		
Prefisso	Simbolo	Fattore	Prefisso	Simbolo	Fattore
deca	da	$10^1$	deci	d	$10^{-1}$
etto	h	$10^2$	centi	c	$10^{-2}$
kilo	k	$10^3$	milli	m	$10^{-3}$
mega	M	$10^6$	micro	$\mu$	$10^{-6}$
giga	G	$10^9$	nano	n	$10^{-9}$
tera	T	$10^{12}$	pico	p	$10^{-12}$
peta	P	$10^{15}$	femto	f	$10^{-15}$
exa	E	$10^{18}$	atto	a	$10^{-18}$
zetta	Z	$10^{21}$	zepto	z	$10^{-21}$
yotta	Y	$10^{24}$	yocto	y	$10^{-24}$

# Norme di scrittura

Per uniformare la grafia ed evitare errori di interpretazione il SI prevede alcune norme per la scrittura delle unità di misura e dei relativi simboli.

## **Scrittura delle unità**

Le unità di misura devono essere scritte per esteso se inserite in un testo discorsivo; la scrittura deve essere in carattere tondo minuscolo e si devono evitare segni grafici come accenti o altro.

Ad esempio si deve scrivere ampere e non ampère o Ampere.

# Norme di scrittura

## Scrittura dei simboli

I simboli devono essere indicati con l'iniziale minuscola ad eccezione di quelli in cui l'unità di misura deriva dal nome di uno scienziato.

Ad esempio il chilogrammo si scrive kg e non Kg, mentre il simbolo dell'unità di misura della pressione, dedicato a Blaise Pascal, è Pa, invece l'unità di misura viene scritta per esteso in minuscolo pascal.

Il secondo è s e non sec, il grammo è g e non gr.

L'unica eccezione è per il litro il cui simbolo può essere sia l che L.

A differenza delle abbreviazioni, i simboli del SI non devono essere seguiti dal punto (per il metro: m e non m.); essi devono inoltre stare dopo il valore numerico (ad esempio si scrive 20 cm e non cm 20) con uno spazio tra il numero e il simbolo:  
2,21 kg, 7,3 × 10<sup>2</sup> m<sup>2</sup>.

# Norme di scrittura

## Scrittura dei simboli

Nelle unità di misura composte (ad esempio il newton metro: N m) i simboli delle unità devono essere separati da uno spazio o da un punto a mezza altezza (detto anche punto mediano) .

Non è ammesso l'uso di altri caratteri, come il trattino: ad esempio si può scrivere N m o N·m, ma non N-m.

In caso di divisione fra unità di misura, si può usare il carattere / , o la barra orizzontale o un esponente negativo: ad esempio J/kg o J kg<sup>-1</sup> o J·kg<sup>-1</sup>.

Qualora necessario, gruppi di unità di misura possono essere messi tra parentesi: J/K mol o J/K·mol o J·K<sup>-1</sup>·mol<sup>-1</sup> o J (K·mol)<sup>-1</sup>.

Per i simboli è opportuno evitare il corsivo e il grassetto allo scopo di differenziarli dalle variabili matematiche e fisiche (ad esempio *m* per la massa ed *l* per la lunghezza).

# Norme di scrittura

## **Scrittura delle cifre**

Per raggruppare le cifre della parte intera di un valore a tre a tre partendo da destra bisogna utilizzare lo spazio. Ad esempio 1 000 000 o 342 142 (in altri sistemi si scrive 1,000,000 o 1.000.000).

Come separatore tra parte intera e parte decimale si usa la virgola, ad esempio 24,51.

Nel 2003 il CGPM concesse di usare il punto nei testi in inglese.

## **Disposizioni di legge**

Il SI è un riferimento per molti Stati, come l'Italia, dove l'uso è stato adottato per legge nel DPR numero 802/1982 ai sensi della Direttiva del Consiglio CEE del 18 ottobre 1971 (71/354/CEE), modificata il 27 luglio 1976 (76/770/CEE).

Il suo uso è obbligatorio nella stesura di atti e documenti con valore legale, tant'è che in difetto gli atti potrebbero essere invalidati.

# Unità non SI accettate

Queste unità vengono accettate accanto a quelle ufficiali del SI in quanto il loro uso è ancora molto diffuso in tutta la popolazione. Il loro uso è tollerato per permettere agli studiosi di far capire le loro ricerche a un pubblico molto ampio.

Questa categoria contiene soprattutto unità di tempo e di angoli.

<b>Nome</b>	<b>Simbolo</b>	<b>Equivalenza in termini di unità fondamentali SI</b>
minuto	min	$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$
ora	h	$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3\,600 \text{ s}$
giorno	d	$1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$
grado	°	$1^\circ = (\pi/180) \text{ rad}$
minuto primo	'	$1' = (1/60)^\circ = (\pi/10\,800) \text{ rad}$
minuto secondo	"	$1'' = (1/60)' = (\pi/648\,000) \text{ rad}$
ettaro	ha	$1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10^4 \text{ m}^2$
litro	l, L	$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$
Tonnellata	t	$1 \text{ t} = 10^3 \text{ kg} = 10^6 \text{ g}$

# Unità non SI accettate

Queste unità sono accettate perché quelle previste dal SI sono ricavate mediante relazioni fisiche che includono costanti non conosciute con precisione sufficiente.

In questo caso si tollera l'uso di unità non ufficiali per la maggiore precisione.

<b>Nome</b>	<b>Simbolo</b>	<b>Equivalenza in termini di unità fondamentali SI</b>
elettronvolt	eV	$1 \text{ eV} = 1,602\ 176\ 53(14) \times 10^{-19} \text{ J}$
unità di massa atomica	u	$1 \text{ u} = 1,660\ 538\ 86(28) \times 10^{-27} \text{ kg}$
unità astronomica	ua	$1 \text{ ua} = 1,495\ 978\ 706\ 91(6) \times 10^{11} \text{ m}$

# Unità non SI accettate

Queste unità sono usate in ambiti commerciali e legali e nella navigazione.  
Queste unità dovrebbero essere definite in relazione al SI in ogni documento in cui vengono usate.  
Il loro uso è scoraggiato.

Nome	Simbolo	Equivalenza in termini di unità fondamentali SI
angstrom	Å	$1 \text{ Å} = 0,1 \text{ nm} = 10^{-10} \text{ m}$
miglio nautico	nm	$1 \text{ miglio nautico} = 1\,852 \text{ m}$
nodo	kn	$1 \text{ nodo} = 1 \text{ miglio nautico all'ora} = (1\,852/3\,600) \text{ m/s}$
barn	b	$1 \text{ b} = 100 \text{ fm}^2 = 10^{-28} \text{ m}^2$
bar	bar	$1 \text{ bar} = 0,1 \text{ MPa} = 100 \text{ kPa} = 1\,000 \text{ hPa} = 10^5 \text{ Pa}$
millimetro di mercurio	mmHg	$1 \text{ mmHg} \approx 133,322 \text{ Pa}$
Neper	Np	$1 \text{ Np} = e$ qualsiasi unità fondamentale del SI
bel	B	$1 \text{ B} = (\ln 10)/2 \text{ Np} = 10$ qualsiasi unità fondamentale del SI

# Sistema di misura anglosassone

- Temperatura [°Fahrenheit, Rankine]
- Pressione [psi]
- Volume [gal, cu in]
- Massa [lb, oz]
- Energia [Btu]
- Potenza [HP]

Unità derivata: Pressione [psi] =[libbra forza/pollici quadri]

# Sistema Tecnico di misura (Sistema degli Ingegneri)

- Temperatura [°C]
- Pressione [atm]
- Volume [l]
- Peso [ $\text{kg}_f$  - kp]
- Energia termica [cal]
- Energia meccanica [ $\text{kg}_f \cdot \text{m}$ ]
- Potenza [CV]

# Esempi

Esempio di unità di misura appartenente al SI

1 metro = 10 decimetri = 100 centimetri

1 centimetro = 0.1 decimetri = 0.01 metri

Esempio di unità di misura non appartenente al SI

1 yard = 3 foot = 12 inch

1 inch = 0.083 foot = 0.027 yard

# Principali fattori di conversione

Grandezza fisica	Unità di misura	Simbolo	→ Moltiplicare → ← Dividere ←	Unità di misura	Simbolo
Lunghezza	Inch	in	$2.54 \cdot 10^{-2}$	metro	m
Volume	gallone UK	gal	$4.546 \cdot 10^{-3}$	metri cubi	m <sup>3</sup>
Massa	libbra	lb	$4.536 \cdot 10^{-1}$	kilogrammo	kg
Pressione	Kilopond/ metro quadro	kp/m <sup>2</sup>	9.807	Pascal	Pa
Energia	Kilocaloria	kcal	$4.187 \cdot 10^3$	joule	J
Forza	kilopond	kg <sub>f</sub>	9.807	newton	N
Potenza	horse power	HP	$7.45 \cdot 10^2$	watt	W

# Cifre significative

- Le cifre significative forniscono una indicazione sul grado di precisione della misura (ad esempio i numeri 3 - 3,0 – 3,00 non sono necessariamente uguali)
- Qualunque numero può essere espresso nella forma

$$N_1, N_2, N_3, \dots, N_h, \dots, N_{n-1}, N_n \cdot 10^{\pm k} \quad (\text{es } 1,574 \cdot 10^{-2})$$

$$\text{con } 1 \leq N_1 \leq 9$$

$$0 \leq N_2, N_3, \dots, N_n \leq 9$$

$$k \geq 0$$

Posto in questa forma il numero si dirà a n cifre significative

Esempio:

$$537569 = 5.37569 \cdot 10^5 \quad 6 \text{ cifre significative}$$

$$0.00514 = 5,14 \cdot 10^{-3} \quad 3 \text{ cifre significative}$$

$$4 = 4 \cdot 10^0 \quad 1 \text{ cifra significativa}$$

$$1,574 \cdot 10^{-2} \quad 4 \text{ cifre significative}$$

# Approssimazione

Un numero formato da  $m$  cifre significative può essere approssimato ad un numero con  $k$  cifre significative, sempre che  $k$  sia minore di  $m$ .

Le convenzioni adottate sono le seguenti:

a) se risulta per la cifra  $(k+1)$ -esima

$$0 \leq N_{k+1} \leq 4$$

la cifra  $d_k$  rimane inalterata e l'approssimazione è *per difetto*

b) se risulta per la cifra  $(k+1)$ -esima

$$5 \leq N_{k+1} \leq 9$$

la cifra  $d_k$  deve essere incrementata di una unità e l'approssimazione è *per eccesso*

Esempio:

4.562 approssimato alla 1<sup>a</sup> cifra 5

4.562 approssimato alla 2<sup>a</sup> cifra 4.6

4.562 approssimato. alla 3<sup>a</sup> cifra 4.56

# Omogeneità dimensionale

- Tutte le relazioni tra grandezze fisiche devono essere dimensionalmente omogenee
- Errori grossolani nella scrittura delle relazioni possono essere messi in evidenza dall'analisi dimensionale
- Una relazione dimensionalmente omogenea è certamente errata. Tale condizione è sicuramente necessaria, ma non sufficiente.
- **Esempio:**

la relazione seguente è dimensionalmente omogenea?

$$E = 7,0 \text{ N}\cdot\text{m} + 2,05 \text{ W}\cdot\text{h} + 25,4 \text{ J/kg}$$

# MISURA $\Rightarrow$ INCERTEZZA

In ogni processo di misura è insita un'incertezza.

Nel 1984 l'ISO (International Organization for Standardization) ha pubblicato la prima edizione del *International Vocabulary of basic and general terms in metrology* (VIM) dove vengono definiti i termini utilizzati in metrologia.

La terza edizione, del 2008, è stata pubblicata anche in italiano nel 2010 (norma UNI-CEI 70099).

Nel 1993 l'ISO pubblica la *Guide to the expression of Uncertainty in Measurement* (GUM) dove sono state stabilite le regole generali per determinare e gestire le incertezze.

# ERRORE $\neq$ SBAGLIO

Nella scienza la parola “errore” non sempre implica il solito significato di “sbaglio” o “svista”.

Secondo il (VIM) del 2008, “errore di misura è il valore misurato di una grandezza meno un valore di riferimento di una grandezza”, mentre “l’incertezza di misura è un parametro non negativo che caratterizza la dispersione dei valori che sono attribuiti a un misurando, sulla base delle informazioni utilizzate”

Come tali gli errori non sono sbagli; non si possono evitare neanche operando con molta cura perché insiti nel concetto di misurazione.

Il meglio che si possa fare è di assicurarsi che gli errori siano i più piccoli possibile e di avere qualche stima realistica del loro valore.

# VALOR VERO

Il valor vero di una grandezza è il valore di una grandezza coerente con la definizione della grandezza.

Il valor vero di una grandezza può essere considerato unico e, nella pratica, inconoscibile.

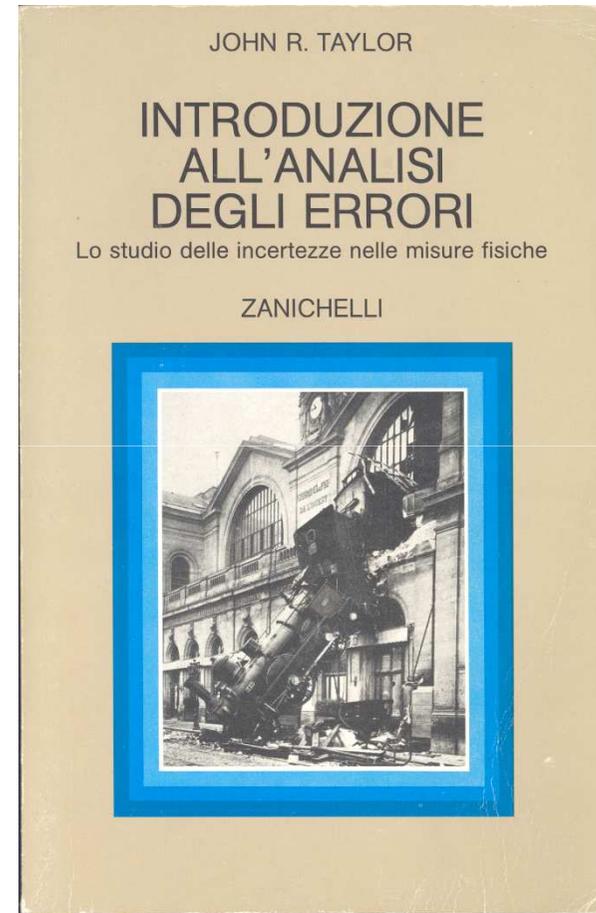
Oppure, a causa della quantità intrinsecamente incompleta di dettagli nella definizione di qualsiasi grandezza, non esiste un unico valor vero, bensì un insieme di valori veri, tutti coerenti con la definizione della grandezza. Tuttavia, tale insieme di valori risulta inconoscibile tanto in teoria quanto nella pratica. Altri punti di vista prescindono dal concetto di valor vero e si basano sul concetto di compatibilità metrologica per valutare la validità dei risultati di misura.

# FONTI DI ERRORE

Strumento

Metodo

Operatore



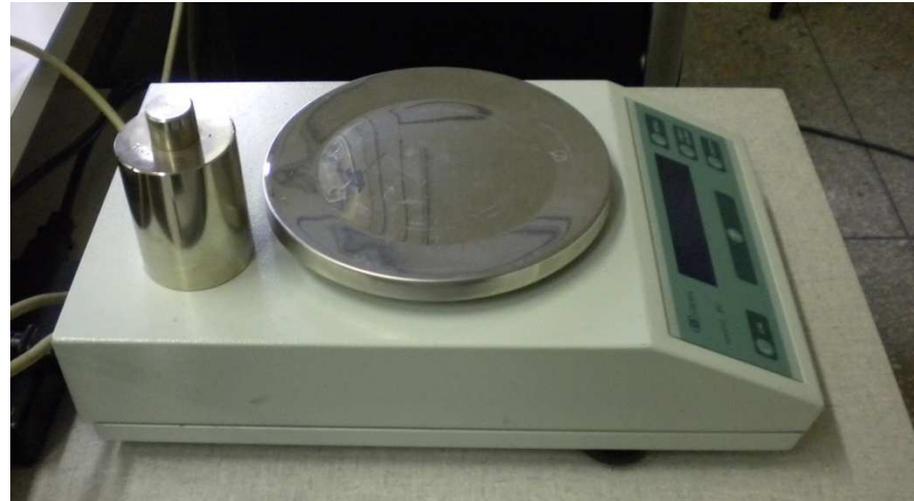
# STRUMENTI

Taratura

Portata

Sensibilità

Affidabilità

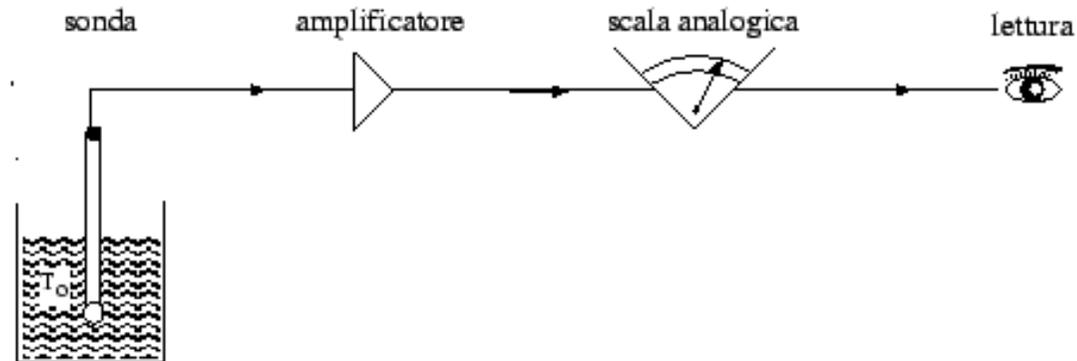


# STRUMENTI DI MISURA

La definizione più generale di strumento di misura è quella di un dispositivo destinato ad essere utilizzato per effettuare delle misure, solo o associato ad altri dispositivi.

In genere si può parlare di un sistema di misura come insieme di più strumenti di misura, oltre ad accessori addizionali che completano il sistema.

Sia lo strumento che il sistema di misura si possono presentare come una catena di misura che comprende una serie di elementi che costituiscono il cammino del segnale dall'ingresso all'uscita.



In figura è mostrato il percorso compiuto dal segnale di misura nei diversi stadi di un termometro. L'occhio dello sperimentatore non è l'ultimo stadio di questo processo di misura, ma è seguito dalla trasmissione attraverso le connessioni nervose fino al cervello, dove avviene l'elaborazione finale dell'informazione. È importante abituarsi a pensare che nella maggior parte dei casi lo sperimentatore sia parte integrante del sistema di misura

# STRUMENTI DI MISURA

Si parla di misura materializzata (campioni di misura) per indicare strumenti che rappresentano uno specifico valore o una serie di valori del misurando, per esempio una unità, con multipli e/o sottomultipli. Questo è il caso di righelli per misure di lunghezze, di cilindri graduati, o anche di resistenze campione, pesi campione, etc.  
In questo caso il valore nominale della grandezza corrisponde all'indicazione su di essa.

L'elemento di uno strumento o di una catena di misura che è direttamente affetto dalla grandezza che si intende misurare è chiamato sensore. Esso rappresenta il primo stadio del processo di misura. Molto spesso è associato ad esso un trasduttore, il quale ha il compito di produrre come conseguenza della grandezza di ingresso (stimolo) un segnale di misura, tipicamente elettrico (tensione o corrente). Esempi di trasduttori sono le termocoppie, cristalli piezoelettrici, elettrodi di pH, e così via.

# STRUMENTI DI MISURA

Seguono poi uno o più stadi intermedi per il trattamento (analogico o digitale) del segnale ed infine un elemento finale (uscita) per l'indicazione oppure la registrazione del valore misurato.

Più in generale, l'uscita dello strumento o della catena può essere classificata come diretta o indiretta a seconda che essa sia o meno direttamente percepibile dai sensi umani.

Alla categoria degli strumenti ad uscita indiretta appartengono tutti i moderni strumenti che registrano le informazioni direttamente su una memoria di un calcolatore, su dischi magnetici o ottici.

Ad esempio un barografo è uno strumento di registrazione che consente anche una lettura diretta dei valori misurati.

Quando si entra nel campo dei computer queste classificazioni diventano un po' oziose, ad esempio un computer che legge un segnale di misura tramite un'interfaccia complicata a piacere, lo converte "istantaneamente" in un valore della grandezza e lo mostra immediatamente su uno schermo si comporta come uno strumento a lettura diretta con indicazione e registrazione simultanee.



# STRUMENTI DI MISURA

## Strumenti a indicazione diretta

Per quanto riguarda gli strumenti con indicazione leggibile dallo sperimentatore questa può essere del tipo analogica e digitale.

Nel primo caso un ago si posiziona, in genere con continuità, su una posizione lungo una scala graduata.

Se invece l'indicazione è digitale l'uscita è data da un numero che rappresenta il valore della grandezza di interesse.

A differenza degli strumenti analogici, gli strumenti digitali non hanno una scala leggibile con continuità.

Ciascuna di queste indicazioni ha i suoi vantaggi e svantaggi.

In particolare, la scala digitale produce una lettura dell'indicazione meno soggetta ad interpretazioni personali. Quella analogica fornisce la lettura a colpo d'occhio e può essere più appropriata per strumenti di controllo, quali un contagiri o un tachimetro di una moto.

# STRUMENTI DI MISURA

## Strumenti a indicazione diretta

Negli strumenti con indicazione analogica la scala consiste in un insieme ordinato di segni (tacche) per lo più equidistanziati e numerati. Un indice permette di leggere sulla scala il valore indicato dallo strumento. Esso può essere costituito ad esempio da una lancetta, un fascetto di luce o la superficie di un liquido.

Spesso, negli strumenti di precisione, l'ago è particolarmente sottile e una superficie speculare lungo la scale serve a ridurre l'errore di parallasse.

Le tacche dividono l'estensione della scala in divisioni. È importante notare che le scale analogiche sono fatte per una indicazione continua dei valori misurati, ovvero è lecito e doveroso interpolare fra le tacche se la qualità della misura lo richiede. Infatti la spaziatura della scala, ovvero la distanza fra due tacche, è generalmente scelta in modo tale da poter permettere la stima dei decimi di divisione.

In corrispondenza alla variazione di una divisione della posizione dell'ago l'indicazione della grandezza varia di una quantità chiamata intervallo di scala. A volte questo parametro è usato come quantità caratteristica di alcuni strumenti, come ad esempio nel caso di termometri a liquido, strumenti per misure di lunghezze, cilindri graduati, e altri. Si parla quindi di un righello da un millimetro per divisione, di un termometro da  $0.2\text{ }^{\circ}\text{C}$  per divisione e così via.

# STRUMENTI DI MISURA

## Strumenti a indicazione diretta

Nel caso di strumenti ad uscita digitale la scala è digitale e fornisce ovviamente una indicazione discontinua del valore della misura.

Comunque tale discontinuità diventa insignificante quando l'incremento digitale (cioè la differenza fra due valori numerici successivi dovuti ad una variazione della cifra meno significativa) è minore dell'incertezza di misura.

Per intervallo di scala di strumenti digitali si intende la variazione della grandezza fisica che corrisponde all'incremento digitale della scala.

# STRUMENTI DI MISURA

## Caratteristiche degli strumenti

Analizziamo ora alcune caratteristiche degli strumenti che riguardano più propriamente le grandezza misurate.

Per brevità si parlerà nel seguito sempre di "strumento", intendendo anche, più in generale, un sistema o una catena di misura.

- **Campo di misura e condizioni di lavoro**
- **Dipendenza della risposta dallo stimolo**
- **Errori degli strumenti di misura**

# STRUMENTI DI MISURA

## **Campo di misura e condizioni di lavoro**

In uno strumento l'insieme dei valori del misurando per i quali la deviazione fra valori misurati e valori veri è compresa entro dei limiti specificati è chiamato estensione di misura, o campo di lavoro. Esso rappresenta quindi il campo di valori per i quali lo strumento si comporta conformemente alle caratteristiche dichiarate dal costruttore. L'estensione nominale si riferisce invece all'intervallo di indicazioni ottenibili con una particolare posizione dei comandi dello strumento (si pensi ad esempio ad un multimetro nel quale è possibile variare il fondo scala mediante dei commutatori).

Affinché uno strumento possa soddisfare le caratteristiche metrologiche attese deve essere utilizzato entro condizioni (prestabilite) di funzionamento (o di lavoro).

Queste condizioni si riferiscono sia al misurando che alle grandezze di influenza. Ad esempio un dispositivo elettronico può lavorare correttamente soltanto se utilizzato fra 0 e 80 °C. In particolare, esso non deve essere esposto a condizioni estreme (condizioni limite) che ne possono causare la rottura o compromettere le caratteristiche quando sarà successivamente utilizzato nelle condizioni prestabilite. Le condizioni limite si possono riferire non soltanto al funzionamento ma anche al trasporto e all'immagazzinamento. Ad esempio un oscilloscopio a raggi catodici può essere danneggiato sia a causa di sovratensioni che di condizioni ambientali estreme.

# STRUMENTI DI MISURA

## **Campo di misura e condizioni di lavoro**

Più vincolanti delle condizioni di funzionamento sono le condizioni di riferimento, prescritte per controllare le prestazioni di uno strumento o per confrontare i risultati con quelli ottenuti da altri strumenti. Ad esempio righelli, calibri e cilindri graduati sono tarati a 20 °C.

Lo stesso dicasi per i multimetri analogici, per i quali è anche generalmente prescritto un uso in posizione orizzontale.

Uno strumento è stabile se mantiene costanti le sue caratteristiche metrologiche nel corso del tempo. Se invece queste cambiano lentamente con il tempo si dice che le caratteristiche dello strumento hanno una deriva (temporale).

# STRUMENTI DI MISURA

## Dipendenza della risposta dallo stimolo

Al variare dello stimolo cambia "in genere" la risposta dello strumento. Il più delle volte il cambiamento dell'uscita non è istantaneo, ma richiede un tempo di risposta, definito come l'intervallo di tempo fra l'istante in cui il segnale di ingresso ha avuto un ben definito cambiamento improvviso e l'istante in cui il segnale di uscita raggiunge, entro determinati valori, e conserva il suo valore finale a regime. In alcuni strumenti in cui la risposta raggiunge il valore finale tramite una legge esponenziale del tipo

$$U(t) = U_{new} + [U_{old} - U_{new}] e^{-t/\tau},$$

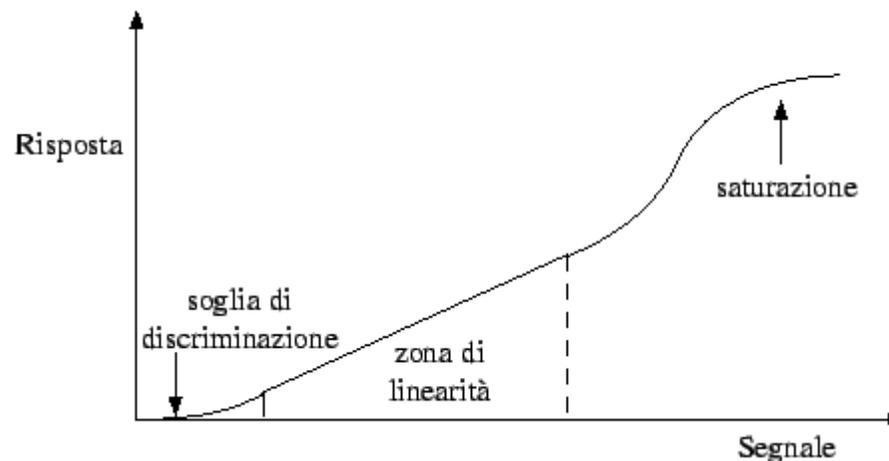
la costante  $\tau$ , che ha le dimensioni del tempo, viene chiamata costante di tempo. Ponendo  $t = \tau$  si verifica che essa rappresenta il tempo necessario affinché la differenza iniziale  $U_{old} - U(t)$  si riduca di  $1/e \approx 0.37$  di quella iniziale. Un esempio di strumento che si comporta in questo modo è il termometro. La velocità di adeguamento dello strumento alla nuova situazione è legata alla caratteristica di prontezza. Mentre è ovvio che uno strumento esageratamente lento è inadeguato, non è detto che una prontezza elevatissima ( $t \rightarrow 0$  in un modello di risposta esponenziale) sia una qualità desiderabile. A volte è preferibile uno strumento lento, in quanto esso "filtra" fluttuazioni rapide di indicazione che non sono interessanti ai fini della misura.

# STRUMENTI DI MISURA

## Dipendenza della risposta dallo stimolo

Per quanto riguarda invece la dipendenza della risposta dallo stimolo, essa è data dalla caratteristica di trasferimento (o di risposta), esprimibile mediante una relazione matematica, una tabella numerica o un grafico.

Essa può dipendere anche dalle condizioni di lavoro.



Caratteristica di risposta di uno strumento

# STRUMENTI DI MISURA

## Dipendenza della risposta dallo stimolo

Il rapporto fra il cambiamento di risposta diviso il corrispondente cambiamento dello stimolo (sufficientemente piccolo) definisce la sensibilità dello strumento. Dal punto di vista matematico la risposta è legata alla derivata della curva caratteristica di risposta. Per esempio un voltmetro analogico il cui ago si sposta lungo la scala di una divisione su una scala avente una spaziatura di 1 mm al variare di 10 mV della tensione ha una sensibilità di

$$S = \frac{ds}{dV} \approx \frac{\Delta s}{\Delta V} = \frac{1 \text{ mm}}{10 \text{ mV}} = 0.1 \frac{\text{mm}}{\text{mV}} = 10^2 \frac{\text{mm}}{\text{V}} .$$

La sensibilità può dipendere dal valore del misurando e quindi in generale occorre specificare a quale valore si riferisce. Ad esempio il multimetro analogico utilizzato con un certo settaggio nella configurazione ohmetro ha una sensibilità che decresce con il valore del valore ("le tacche si infittiscono").

# STRUMENTI DI MISURA

## Dipendenza della risposta dallo stimolo

Nei tratti in cui la sensibilità è costante l'andamento della curva di risposta è lineare. Negli strumenti con scala lineare la sensibilità è pari al rapporto fra la spaziatura della scala (espressa in mm) e l'intervallo di scala (espresso in unità di misura della grandezza fisica). Ad esempio consideriamo un termometro clinico a mercurio la cui colonnina si alza di 10 cm (la lunghezza di scala) quando l'indicazione varia fra la temperatura minima di 35 °C e la massima di 42 °C (estensione di scala di 7 °C).

Poiché la curva di risposta è lineare, la sensibilità del termometro è di 1.43 cm/°C.

Non sempre una variazione dello stimolo si ripercuote in una variazione della risposta. A volte, ad esempio a causa di attriti, l'ingresso può variare senza produrre variazioni della risposta.

Si definisce allora *soglia di discriminazione* la più grande variazione di segnale di ingresso che non provoca variazione percepibile della risposta, a condizione che la variazione sia lenta e monotona.

Quando invece si considera l'intervallo massimo all'interno del quale si può far variare il segnale di ingresso nei due sensi senza provocare variazione della risposta si parla di zona morta.

# STRUMENTI DI MISURA

## Dipendenza della risposta dallo stimolo

A volte si aumenta volontariamente la zona morta per evitare la variazione di risposta dovuta a piccole variazioni dell'ingresso.

Un buon esempio, anche se non direttamente legato alle misure, è quello del volante di un'auto. Lo stimolo è la rotazione del volante. La risposta è il cambiamento di direzione delle ruote. Per evitare variazioni continue di direzione dovuto a piccoli movimenti delle mani viene appositamente progettata una zona morta tale che una piccola rotazione iniziale del volante non provoca alcun cambiamento di direzione delle ruote.

A volte invece non si osserva una variazione della risposta dello strumento, anche se essa può essersi verificata, in quanto non percepibile.

La caratteristica dello strumento legata a questa eventualità è la risoluzione.

Essa è definita come la più piccola differenza di indicazione di un dispositivo che può essere percepito in maniera significativa.

Mentre nel caso di scale digitali la risoluzione è uguale all'incremento digitale, nel caso di scale analogiche essa dipende dall'osservatore, dalla spaziatura della scala e dalle condizioni di lavoro ed è generalmente dell'ordine "dei decimi" di intervallo di scala (ovvero della variazione di valore corrispondente ad una divisione).

# STRUMENTI DI MISURA

## Dipendenza della risposta dallo stimolo

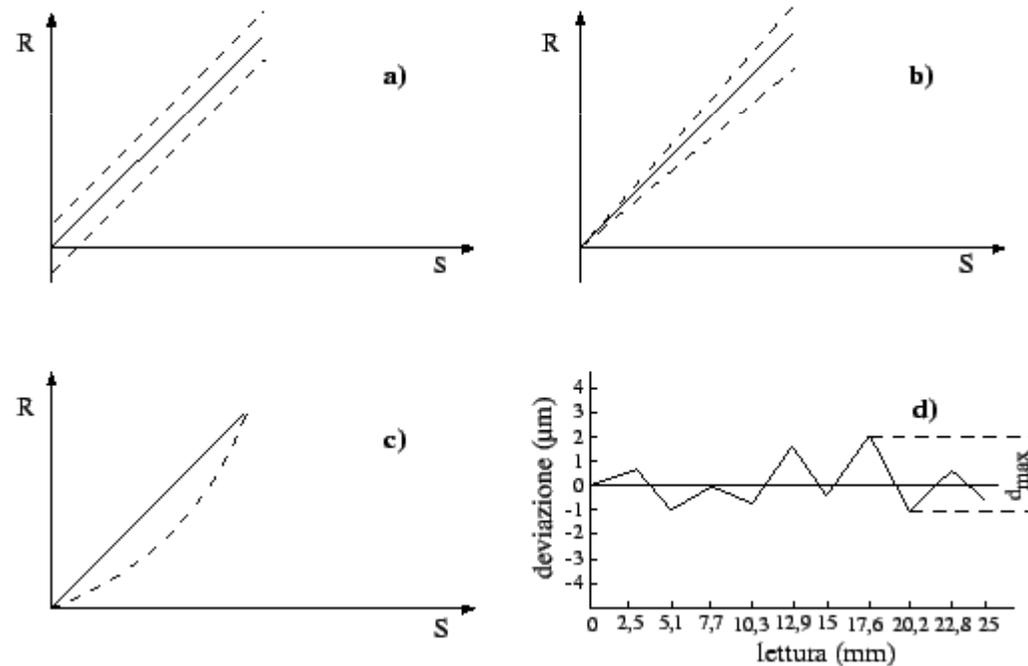
Ad esempio viene comunemente accettato che uno sperimentatore possa risolvere la posizione di una divisione con una risoluzione di  $1/5$  di divisione, ovvero che egli possa decidere con la "quasi certezza" se l'ago è all'interno di un intervallino di larghezza  $0.2$  divisioni. È quindi raccomandabile di provare a stimare i decimi e di dare successivamente alla lettura un'incertezza che dipende dalla propria capacità di stima.

È da notare inoltre l'uso del termine risoluzione, analogo a quello di precisione: minore è la grandezza che si riesce a risolvere, maggiore è la risoluzione dello strumento. Ad esempio, un microscopio elettronico ha una risoluzione molto maggiore di un microscopio ottico.

# STRUMENTI DI MISURA

## Errori degli strumenti di misura

Alcuni tipi di errori sistematici di strumenti: a) errore di zero; b) errore di scala; c) deviazione dalla linearità; d) caso di più difficile modellizzazione



Tutti i concetti relativi agli errori di misura si applicano agli strumenti, intendendo che gli errori di misura degli strumenti costituiscono il contributo dello strumento all'errore globale.

# Il cronometro

Un cronometro (dal greco chrónos, χρόνος: tempo e métron, μέτρον: misura) è un orologio progettato per avere elevata accuratezza e precisione.

Il termine cronometro viene assegnato ad un orologio dalla Contrôle Officiel Suisse des Chronomètres, una prestigiosa società di certificazione svizzera, dopo averlo sottoposto a prove da cui risulti un errore massimo compreso tra -3 e +6 secondi al giorno, per almeno quindici giorni di funzionamento in diverse condizioni di temperatura ed orientamento.

Il termine si riferisce anche ai cronometri di elevata precisione usati per determinare intervalli di tempo nelle gare sportive, anche se tecnicamente sarebbe più corretto in questo caso il termine cronografo.



# Il cronometro

La nascita del cronometro deve essere ricondotta alla necessità di orientamento durante la navigazione. Fino al 1750 circa i viaggi per mare erano problematici poiché i naviganti non potevano determinare la loro longitudine per la quale serviva un orologio di precisione.

Per determinare la longitudine è necessario leggere l'ora segnata dall'orologio (che porta l'orario del punto di partenza) al mezzogiorno locale (che si determina osservando quando il Sole raggiunge la sua altezza massima).

Tramite appositi almanacchi e tavole trigonometriche, è quindi possibile determinare la propria longitudine con un cronometro e osservando la posizione del Sole, della Luna, dei pianeti visibili o di 57 stelle visibili in ogni ora della notte.



# Il cronometro

L'orologiaio inglese John Harrison (1693 – 1776) costruì una serie di strumenti la cui versione H4 risolse il problema della longitudine.

L'H4 fu costruito tra il 1755 e il 1759 e Harrison vi lavorò ancora prima di finire l'H3.

L'orologio era diverso dagli altri che aveva costruito in precedenza perché pesava “solo” 1,45 chilogrammi e aveva un diametro di 13 cm.

La “prova del fuoco” fu fatta nel 1761 quando fu imbarcato su una nave diretta in Giamaica, che partì il 18 novembre e arrivò a destinazione il 19 gennaio. L'errore fu di solo cinque secondi.

Per quest'orologio lo Stato diede a Harrison 10.000 sterline, cioè la metà del premio pattuito. Come scusa venne detto ad Harrison che avrebbe avuto il resto solo se avesse costruito due orologi uguali all'H4.

L'H4 rimase in uso fino a quando i più precisi orologi al quarzo divennero economici.



H4 con manovella di ricarica

# Il cronometro

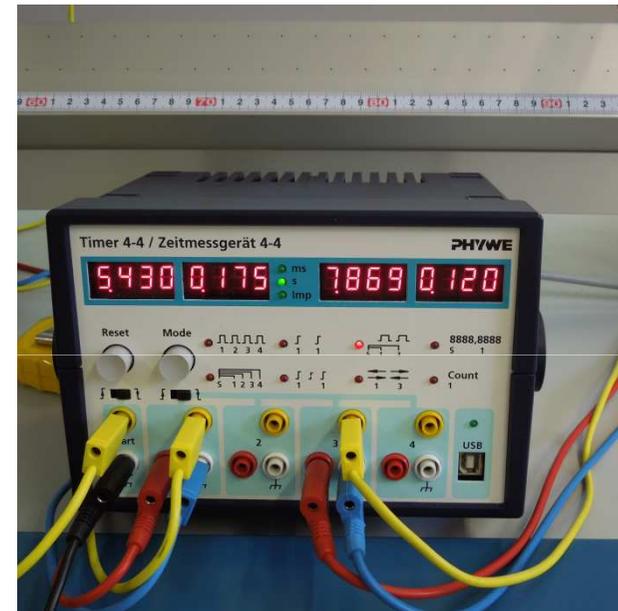
I cronometri sportivi e scientifici sono progettati per misurare il tempo a partire da un istante zero corrispondente all'inizio della gara.

L'avvio e l'arresto del cronometro possono essere effettuati manualmente agendo su pulsanti oppure automaticamente.

Quest'ultima soluzione, che elimina il ritardo umano, è indispensabile quando si ha necessità di misurare con precisioni superiori al decimo di secondo.

Il sistema di avvio può essere attivato da un opportuno dispositivo (una pistola nelle gare di atletica, un semaforo negli sport motoristici, il cancelletto dello sci, la sirena nel nuoto). Il segnale di arresto in genere è fornito dall'interruzione del un fascio di luce di una fotocellula, dal passaggio su di un pressostato nel ciclismo ed in alcune discipline automobilistiche o da una piastra nel nuoto.

Gran parte dei cronometri utilizzati nel rilevamento dei tempi in manifestazioni sportive offrono la possibilità di rilevare tempi intermedi, essere collegati ad un tabellone per la visualizzazione ed essere collegati ad un computer per l'elaborazione delle classifiche.



Cronometro da laboratorio

# La bilancia

Una bilancia (anche detta bilancia graduata o bilancia da laboratorio) è utilizzata per la misura della massa di un oggetto.

Nella sua accezione standard confronta l'oggetto, posizionato in uno dei piatti di misura, e sospeso tramite una leva, con una massa di riferimento o combinazione di masse nel piatto opposto (peso di riferimento).

Per pesare un oggetto nel piatto di misura, una serie di pesi standard viene aggiunta al piatto di riferimento finché il braccio si trova il più possibile vicino alla sua posizione di equilibrio meccanico.



Bilancia analitica



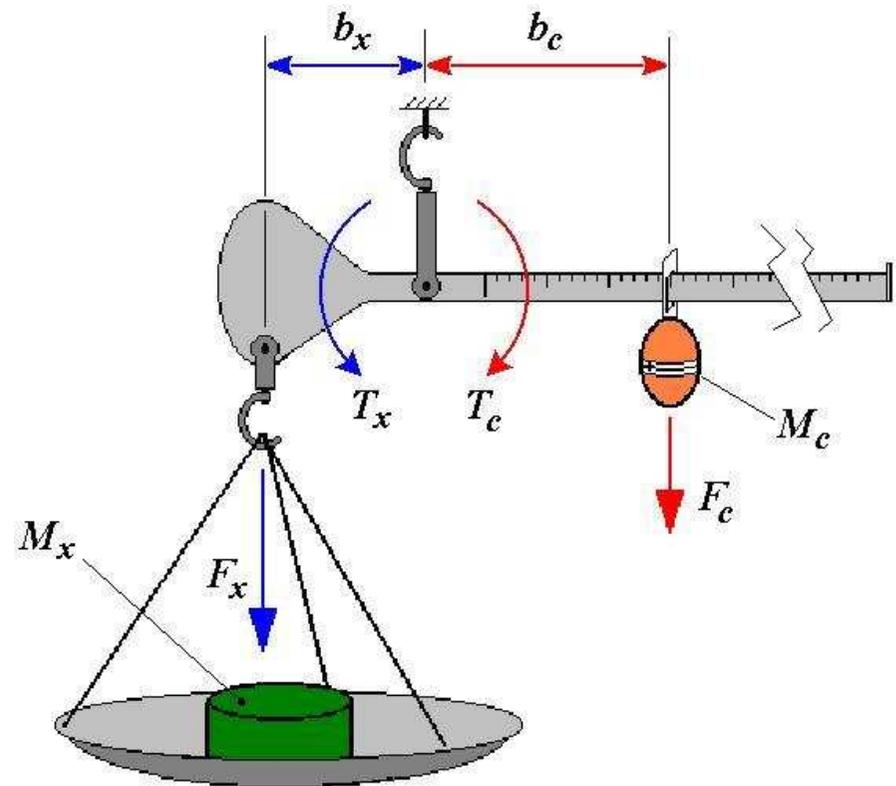
# La bilancia

Un notevole aumento nella precisione della misura si ottiene accertandosi che il fulcro del braccio sia in condizioni di attrito minimo (in genere si utilizza uno spigolo a lama di coltello), e avendo sul braccio stesso un indicatore che mostri la deviazione della posizione di equilibrio, e per ultimo utilizzando il principio della leva che consente l'aggiunta di pesi frazionari tramite il semplice movimento di un piccolo peso lungo il braccio.

Anche se si usano normalmente termini come peso o pesi, o pesare, una bilancia a bracci misura la massa, che non dipende dalla forza di gravità.

Il momento angolare è applicato su entrambi i lati dello strumento, e l'effetto dell'accelerazione di gravità viene cancellato essendo anch'esso applicato su entrambi i lati.

In questo modo un cambiamento locale della forza di gravità non influenza la misura del peso.



# La bilancia

Per scongiurare l'utilizzo di pesi di riferimento eccessivamente grandi, viene utilizzato un braccio con fulcro non posizionato al proprio centro. Una bilancia con punto di fulcro fuori centro può essere precisa quasi quanto una bilancia con fulcro centrale, ma la sua costruzione richiede una precisione ancora maggiore.

Per ricercare l'equilibrio perfetto, invece che utilizzare pesi di dimensioni infinitesime, si utilizza un cursore che possa liberamente scorrere lungo il braccio, sopra una scala graduata.

L'interferenza di questo peso nel sistema di misura consente la determinazione dell'ulteriore massa necessaria al perfetto equilibrio del braccio.

Talune bilance hanno una precisione superiore ad  $1/10000$  della loro portata massima.



# La bilancia

Nel peso di oggetti particolarmente ingombranti si utilizza una piattaforma "flottante" su un sistema di leve che moltiplichi la forza verso un sistema rotante.

Ciò consente la trasmissione di una forza inferiore e l'utilizzo di un braccio ragionevolmente più piccolo.

Tale disegno si può notare nelle "bilance portatili" con portata da 500 g a 500 kg, normalmente utilizzate ovunque non vi sia disponibilità di energia elettrica nonché nelle bilance pesa-persone semi-meccaniche.

Il leveraggio addizionale rende però più complessa la calibrazione e riduce la precisione.

I sistemi meccanici più costosi mostrano direttamente su un display numerico il valore del peso, unendo, tramite un design ibrido, i vantaggi di una meccanica più semplice con una lettura più facile ed immediata.



bascula

# La bilancia

Il **dinamometro** non misura la massa, ma la forza peso.

Tale strumento utilizza una molla avente una costante elastica nota (vedi Legge di Hooke) e misurano l'allungamento della molla stessa causato dalla forza che le viene impressa.

La forza, che può provenire da qualunque direzione e meccanismo, fornisce una stima della equivalente forza di gravità applicata dall'oggetto.

L'oggetto della misura viene fissato alla molla usando un gancio e questo sistema viene spesso utilizzato per convertire un movimento lineare in una equivalente lettura numerica.

I dinamometri non hanno un utilizzo su scala commerciale dato che le molle devono avere una compensazione in temperatura oppure devono venire utilizzate a temperatura costante.

I dinamometri destinati all'uso commerciale sono calibrati per fornire una misura estremamente precisa solamente nell'ambiente in cui verranno usati.



$$F = k \cdot x$$

# La bilancia

Ciascun Paese dispone di normative riguardanti la progettazione, la costruzione e l'utilizzo delle bilance commerciali. Le leggi ed i regolamenti prevedono che personale qualificato faccia ispezioni periodiche tramite l'uso di sistemi di calibrazione rilasciati da laboratori certificati.

Le bilance ad uso occasionale possono essere prodotte, ma devono riportare per legge l'etichetta "**Non destinato ad un uso commerciale**", per evitarne un utilizzo improprio.

Tra i diversi luoghi della Terra la gravità varia dello 0,5%, quindi la differenza tra **forza peso e massa** diventa rilevante nella taratura di bilance ad uso commerciale; il problema viene risolto comparando la massa con un campione conosciuto.

Talune bilance commerciali necessitano di una calibrazione immediatamente dopo l'installazione in un determinato luogo.



# La bilancia

## Fonti di errori

- Spinta dell'aria causata dalla spinta di Archimede. Bilance ad alta precisione spesso operano nel vuoto.
- Errate masse di riferimento (usate per ingannare la misura).
- Raffiche d'aria, anche se di piccola entità, possono aumentare o abbassare il peso rilevato.
- L'attrito di tutte le parti in movimento che ostacola il raggiungimento dell'equilibrio.
- La polvere statica, che contribuisce al peso.
- Scala non calibrata o mal-calibrata. La calibrazione dei circuiti elettronici tende alla deriva nel corso del tempo, o a causa della variazione di temperatura.
- Allineamento approssimato delle parti meccaniche, ad esempio:
  - Il fulcro che viene agganciato da un sistema quadrato-quadrato invece che un cerchio-punto (usato per ingannare la misura).
  - Accorciando il braccio spostando la catena dal piatto al bilanciante (usato per ingannare la misura).
- Disallineamenti meccanici causati da dilatazione o contrazione termica dei componenti la bilancia.
- L'azione del campo magnetico terrestre sui componenti metallici della bilancia.
- L'azione di campi magnetici sulle parti metalliche della bilancia, originati sia da magneti, sia dalla corrente elettrica nei cavi. Ad esempio posizionando un magnete sotto l'oggetto di massa incognita (metodo usato per ingannare la misura).

# La bilancia

## Fonti di errori

- Disturbi magnetici verso bobine ed altri sensori.
- Forze indotte da campi elettrici dovuti ad esempio allo sfregamento delle scarpe sul terreno in una giornata particolarmente secca.
- Reazione chimica tra l'aria e la sostanza oggetto della misura (o la bilancia stessa) sotto forma di corrosione.
- Condensa del vapore acqueo atmosferico su un corpo freddo.
- Evaporazione dell'acqua da un corpo caldo.
- Moto convettivo dell'aria da un corpo caldo o freddo.
- La rotazione terrestre sotto forma di forza di Coriolis.
- Anomalie gravitazionali (ad esempio nell'uso di una bilancia nei pressi di una catena montuosa, oppure nella mancata ricalibrazione dopo lo spostamento dello strumento da un luogo ad un altro).
- Vibrazioni o disturbi sismici. Ad esempio, la vicinanza di una strada ad alto traffico.
- Bilance posizionate su superfici troppo morbide, tappeti o moquette. (Questo effetto si può rilevare anche con una bilancia pesa-persone).

# IL CALIBRO



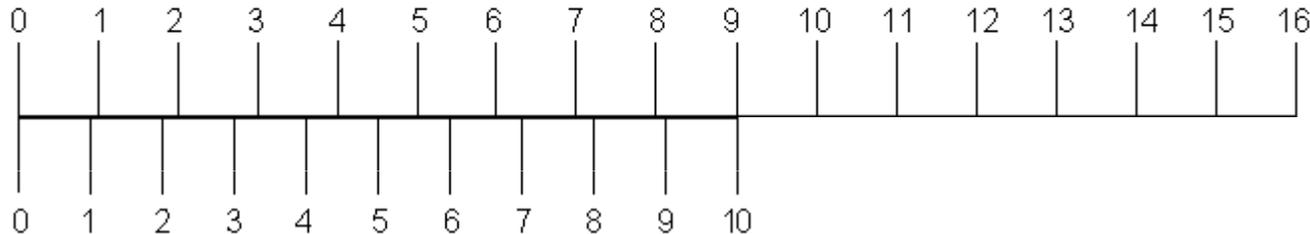
Il calibro è costituito da un'asta graduata fissa e da un cursore, con le quali si può stringere un oggetto.

Sulla parte fissa c'è una scala in centimetri, con divisioni di un millimetro, mentre sulla parte mobile detta **nonio** c'è un'altra piccola scala che serve ad aumentare di molto la sensibilità di lettura, anche di qualche decimo di millimetro.

# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE

Nel nonio decimale 9 unità della scala superiore vengono divise in 10 parti.

Questo permette di poter ottenere i decimi dell'unità della scala superiore.



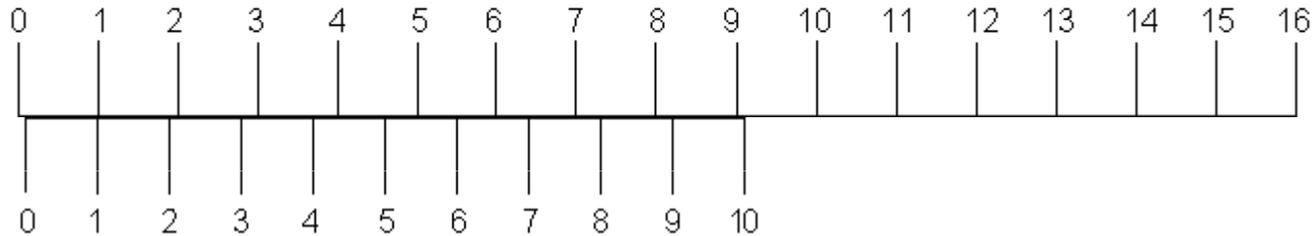
Dividendo 9 unità in dieci parti la distanza tra due tacche del nonio è pari a 0,9 unità della scala superiore.

Se la scala superiore fosse in cm, la distanza tra due tacche del nonio sarebbe  $9:10 \text{ cm} = 0,9 \text{ cm} = 9 \text{ mm}$ .

Il nonio avrebbe quindi la sensibilità di 1 mm.

# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE

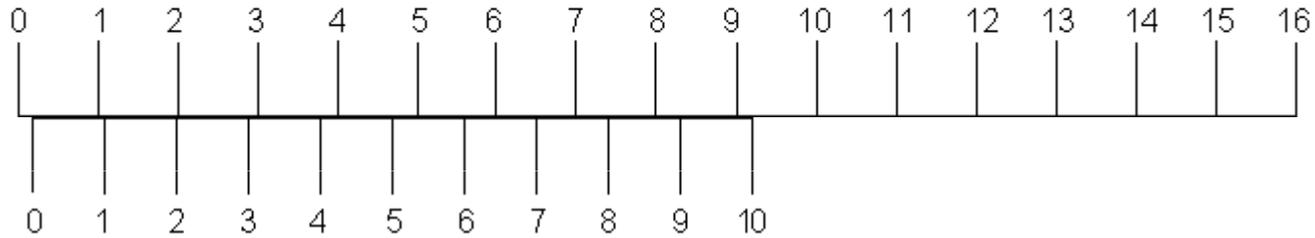
Facendo in modo che l'1 del nonio coincida con l'1 della scala superiore i due zeri distano . . .



. . .0,1 unità della scala superiore

# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE

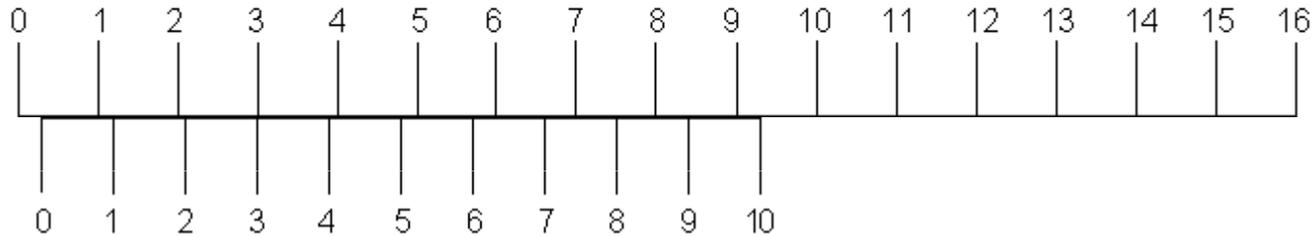
Facendo in modo che il 2 del nonio coincida con il 2 della scala superiore i due zeri distano . . .



. . .0,2 unità della scala superiore

# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE

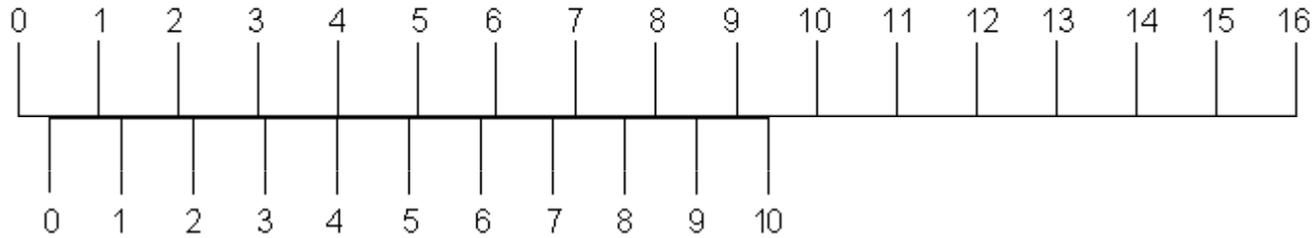
Facendo in modo che il 3 del nonio coincida con il 3 della scala superiore i due zeri distano . . .



. . .0,3 unità della scala superiore

# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE

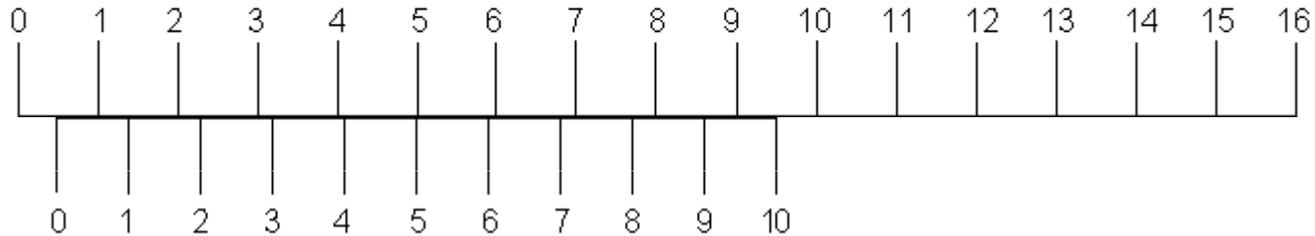
Facendo in modo che il 4 del nonio coincida con il 4 della scala superiore i due zeri distano . . .



. . .0,4 unità della scala superiore

# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE

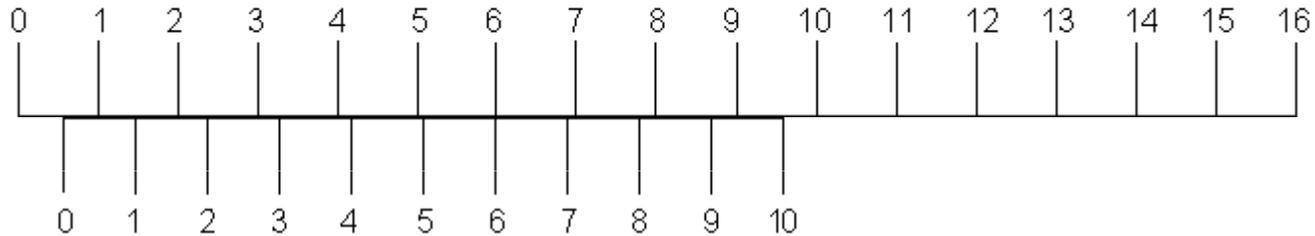
Facendo in modo che il 5 del nonio coincida con il 5 della scala superiore i due zeri distano . . .



. . .0,5 unità della scala superiore

# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE

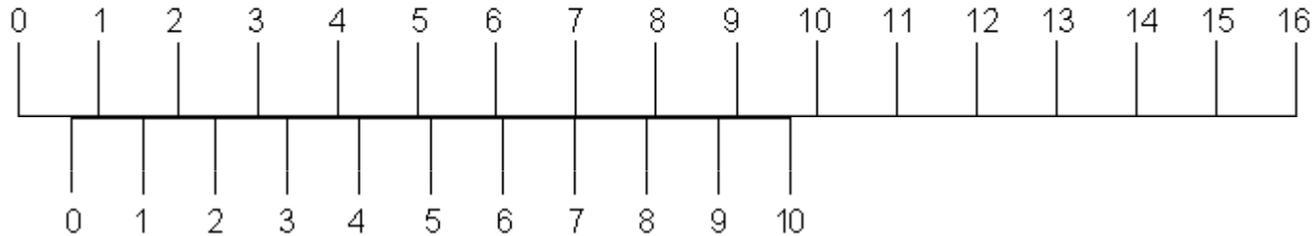
Facendo in modo che il 6 del nonio coincida con il 6 della scala superiore i due zeri distano . . .



. . .0,6 unità della scala superiore

# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE

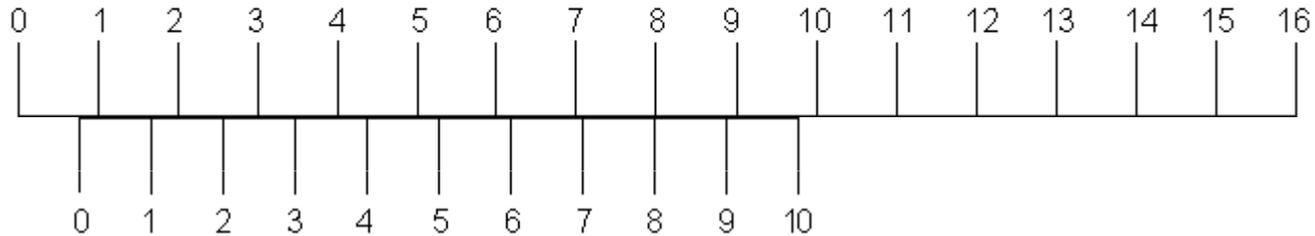
Facendo in modo che il 7 del nonio coincida con il 7 della scala superiore i due zeri distano . . .



. . .0,7 unità della scala superiore

# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE

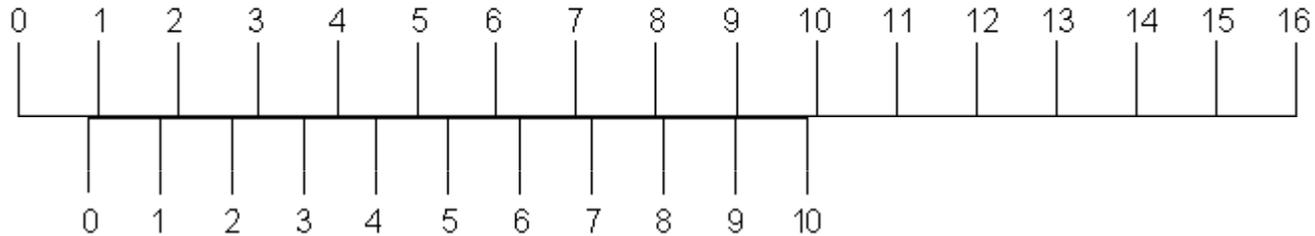
Facendo in modo che il 8 del nonio coincida con il 8 della scala superiore i due zeri distano . . .



. . .0,8 unità della scala superiore

# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE

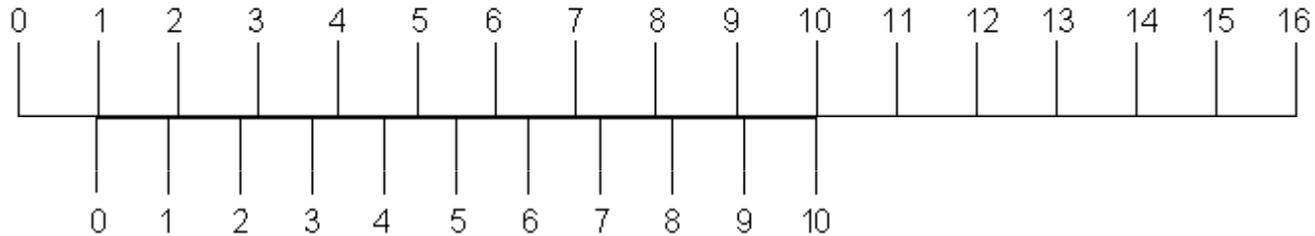
Facendo in modo che il 9 del nonio coincida con il 9 della scala superiore i due zeri distano . . .



. . .0,9 unità della scala superiore

# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE

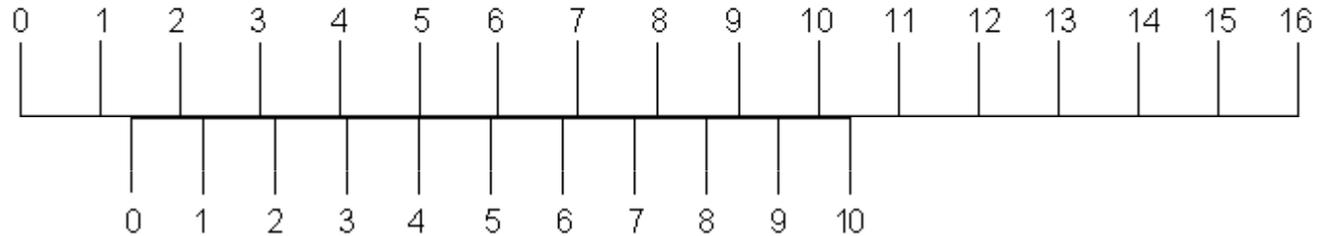
Se lo 0 del nonio coincide con l'1 della scala superiore, allora anche 10 delle due scala devono coincidere



In questo caso la distanza dei due zeri è pari ad una unità.

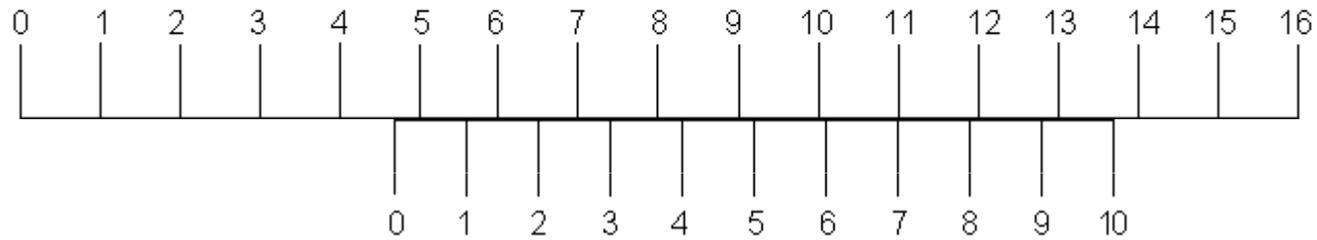
# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE

In questo esempio lo 0 del nonio si trova tra l'1 e il 2 della scala superiore, ciò significa che la distanza tra i due zeri è maggiore di 1, ma minore di 2.



Osservando il nonio possiamo vedere che il 4 coincide con il 5, ciò significa che lo 0 del nonio è spostato di 0,4 unità rispetto all'1, quindi la distanza tra i due 0 è di 1,4

# IL CALIBRO CON NONIO DECIMALE



La distanza degli zeri è 4,7 unità

# IL CALIBRO



In un calibro con nonio ventesimale 39 mm vengono divisi in 20 parti.

La distanza tra due tacche del nonio è quindi  
 $39 : 20 \text{ mm} = 1,95 \text{ mm}$ .

La sensibilità del calibro è di 0,05 mm

# IL CALIBRO

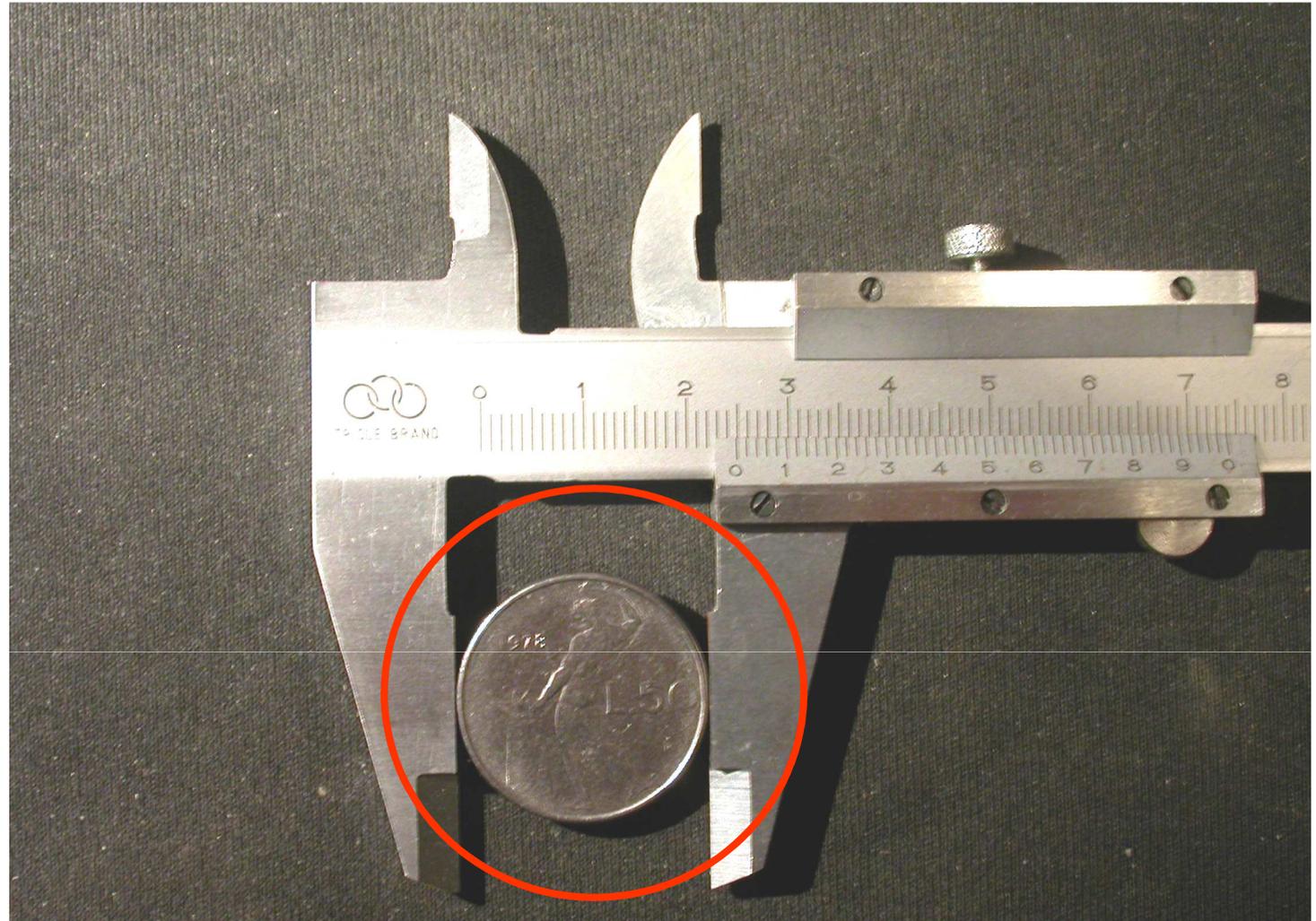


In un calibro con nonio cinquantesimo 49 mm vengono divisi in 50 parti.

La distanza tra due tacche del nonio è quindi  
 $49 : 50 \text{ mm} = 0,98 \text{ mm}$ .

La sensibilità del calibro è di 0,02 mm

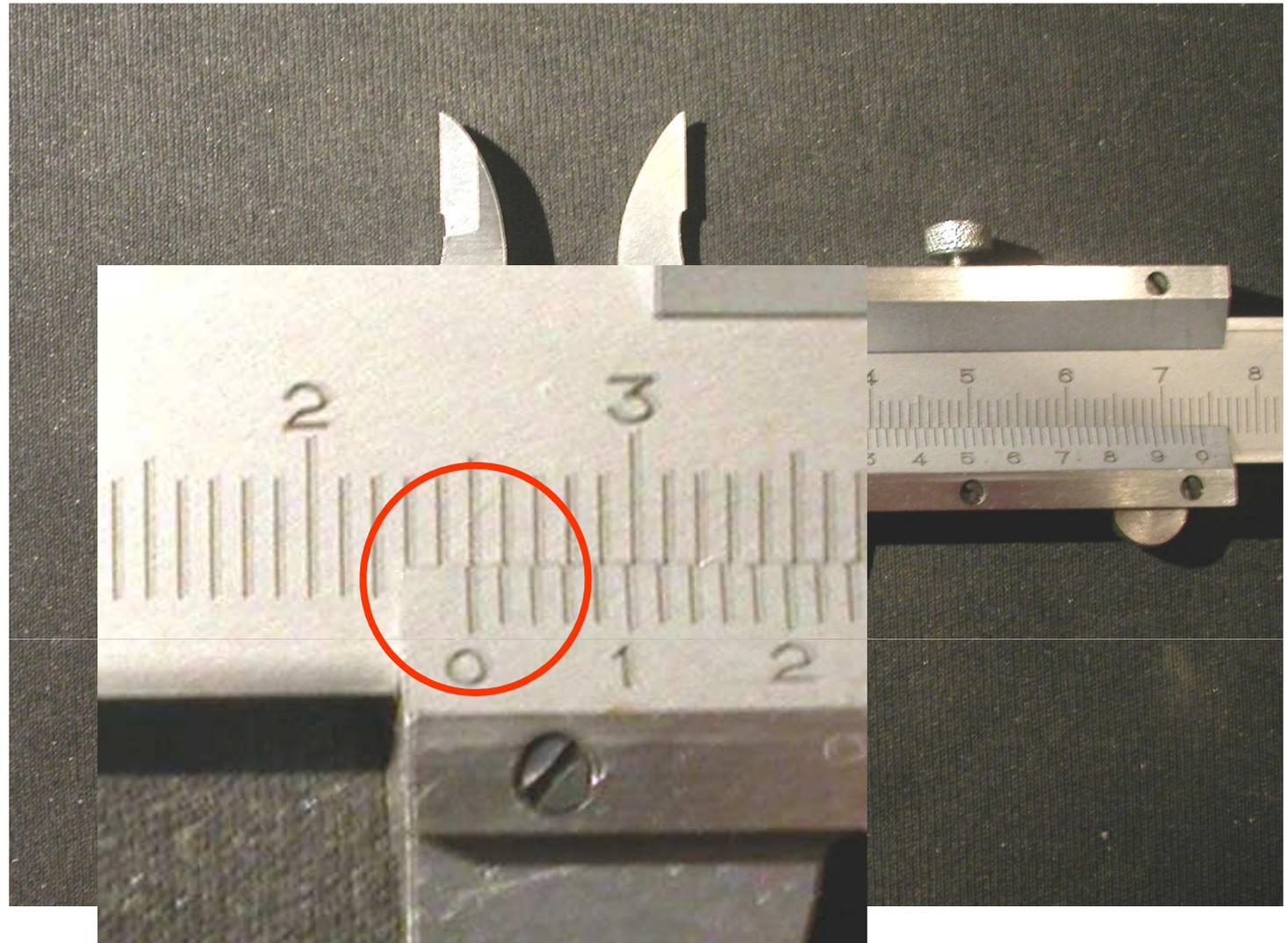
# ESEMPIO



Per fare un esempio misuriamo il diametro di una vecchia moneta da 50 lire con un nonio cinquantessimale (la distanza tra due tacche è 0,02 mm).

Stringiamo la moneta tra le due ganasce, facendo scorrere la parte mobile.

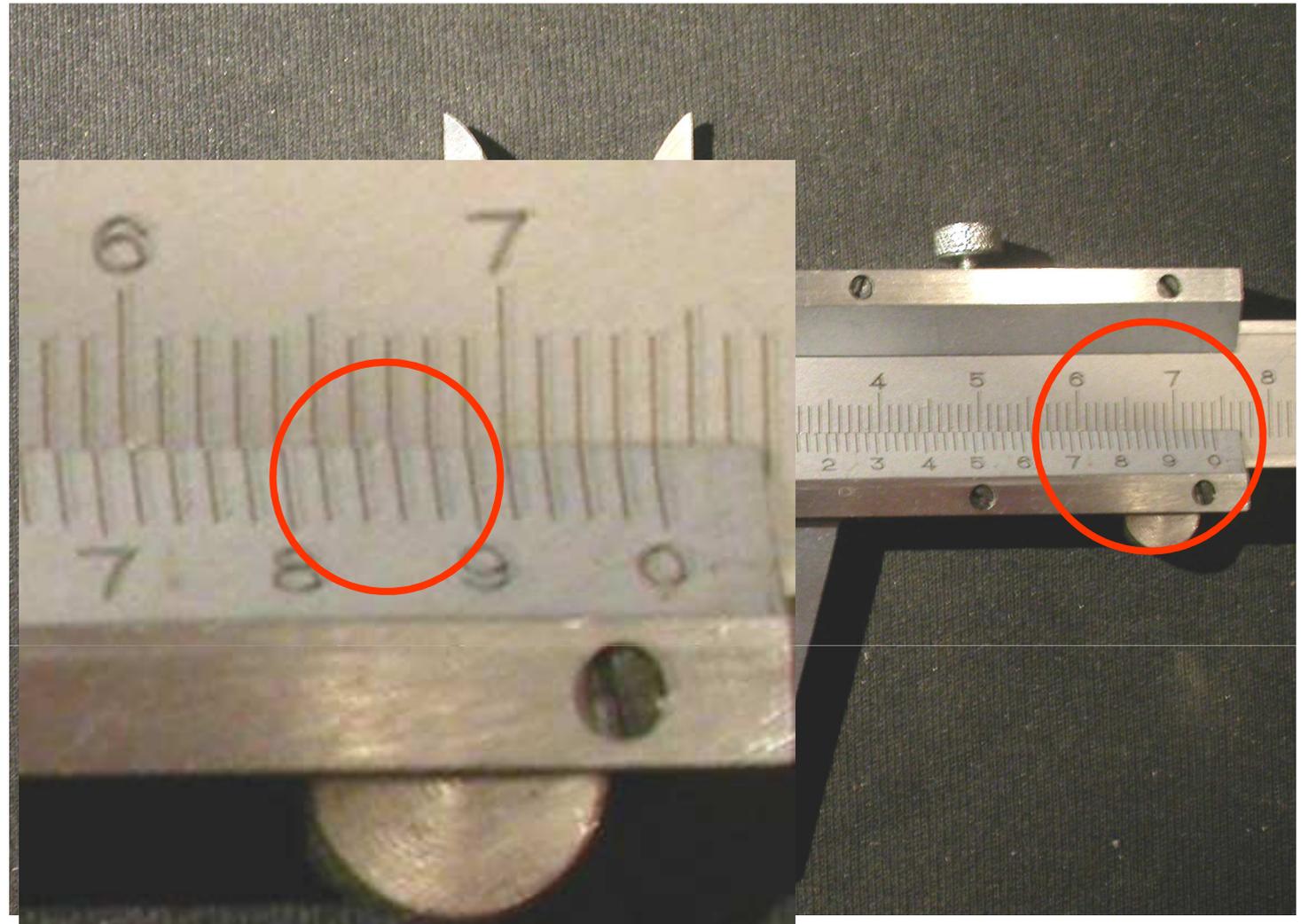
# ESEMPIO



Leggiamo la posizione dello 0 del nonio rispetto alla scala superiore.

Nel nostro caso si colloca tra la tacca dei 24 mm e quella dei 25 mm, quindi la nostra misura è 24,... mm.

# ESEMPIO



Se osserviamo il nonio vediamo che c'è una tacca che coincide con una della scala fissa.

Nel caso del nonio in figura è la terza tacca di quelle comprese tra 8 e 9. Ciò significa che la moneta misura 24,86 mm.

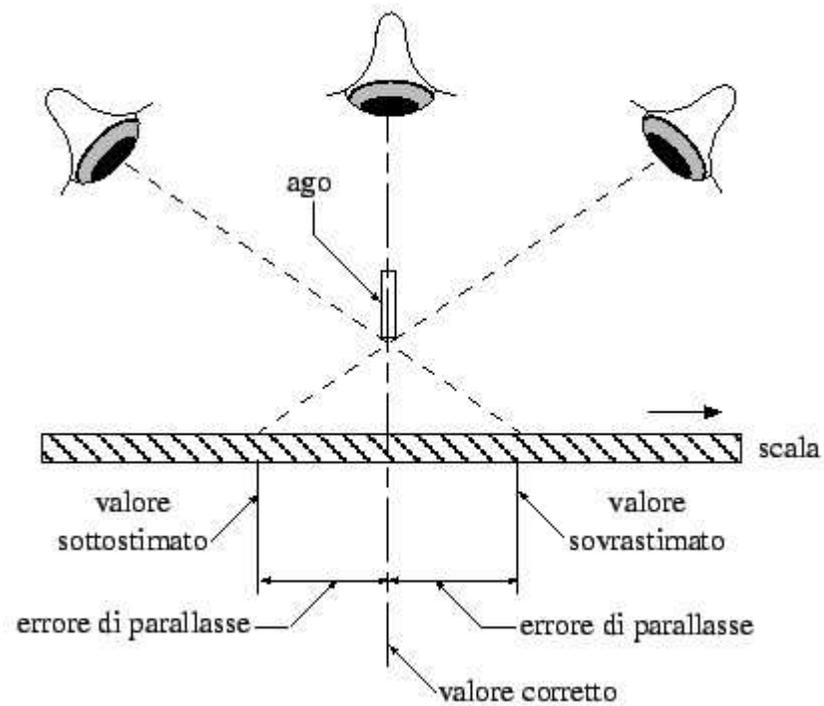
# METODO

Non sempre la misura si ottiene tramite un confronto diretto tra la grandezza da misurare e lo strumento .

Il metodo può introdurre degli errori.

# OPERATORE

Il più comune è l'errore di parallasse.



# TIPI DI ERRORE

Gli errori vengono generalmente suddivisi in due categorie: ***errori casuali*** ed ***errori sistematici***.

Gli ***errori casuali*** sono dovuti a influenze non controllabili e non unidirezionali (cioè a media nulla) che intervengono durante una serie di misure. Essi sono responsabili della *variabilità* dei valori misurati intorno ad un certo valor medio a parità di delle condizioni sperimentali.

Sono chiamati invece ***errori sistematici*** le deviazioni dal valor vero che durante la misura sono costanti in entità e mantengono lo stesso segno. Ad esempio, un micrometro può fornire indicazioni di lunghezza che differiscono fra di loro leggermente a causa di errori casuali dovuti a piccoli attriti, all'irregolarità delle superfici e alla valutazione dell'indicazione da parte dello sperimentatore. Ma il valore medio delle misure può differire dal valore vero molto di più di quanto ci si aspetta ragionevolmente dalla distribuzione di probabilità della media se lo strumento è *scalibrato*. In questo caso si dirà che è la misura è affetta da un errore sistematico.

Gli errori sistematici possono variare con il tempo. Ciò implica che un fattore di influenza può produrre un errore da considerare sistematico o casuale a seconda delle condizioni di lavoro. Ad esempio la temperatura ambiente, tipica causa di errori sistematici, può produrre errori casuali se si effettuano diverse misure a distanza di tempo in un ambiente in cui la temperatura non è costantemente.

Non è ha senso una separazione netta fra errore casuale ed errore sistematico.

# TIPI DI ERRORE

## ERRORI SISTEMATICI:

strumenti di cattiva qualità

buoni strumenti usati male

inadatti

imperizia o negligenza

imperfetta taratura

difetti di funzionamento

montaggi errati

Influiscono sempre nello stesso senso.

SI POSSONO ELIMINARE

# TIPI DI ERRORE

ERRORI ACCIDENTALI o CASUALI:

inevitabile e imprevedibile imperfezione dei sensi dello sperimentatore e degli strumenti

fluttuazioni casuali dei fattori esterni

natura stessa del fenomeno

Influiscono in un senso o nell'altro.

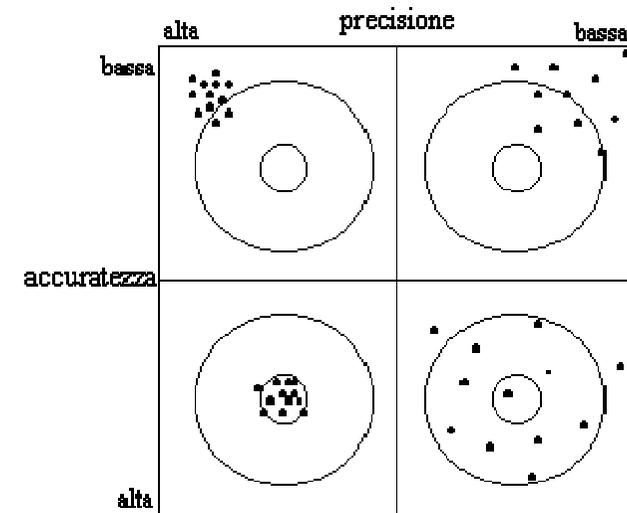
NON SI POSSONO ELIMINARE

# TIPI DI ERRORE

Nella misura si parla di **accuratezza** e di **precisione**.

L'accuratezza di una misura è il grado di concordanza tra il valore misurato e un valore vero di un misurando.

La precisione di una misura è il grado di concordanza tra indicazioni o valori misurati ottenuti da un certo numero di misurazioni ripetute dello stesso oggetto o di oggetti simili, eseguite in condizioni specificate .



# VALOR MEDIO ed ERRORE ASSOLUTO

In molti casi la misura può essere ripetuta molte volte, ciò permette di ridurre statisticamente l'errore.

Siano  $x_i$  i valori di  $N$  misure della stessa grandezza  $x$ :

Valor medio  $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$   $\Delta x = \frac{x_{MAX} - x_{MIN}}{2}$  Errore massimo

$$\Delta x = \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

Deviazione standard

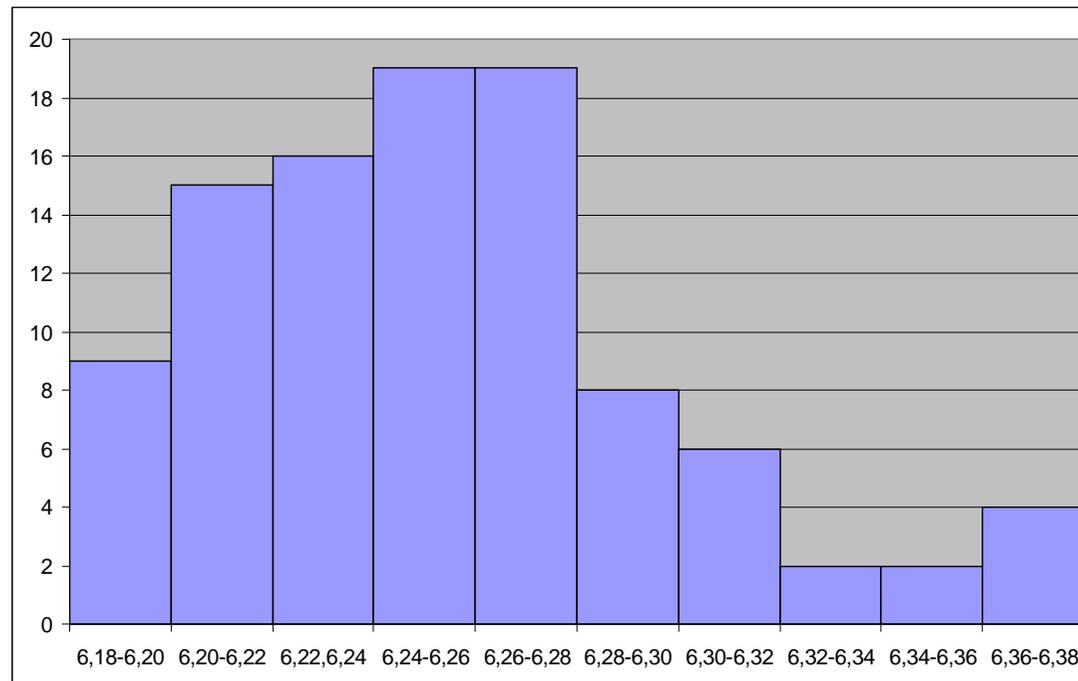
$$\Delta x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

Deviazione standard della media o  
errore standard

# LA DISTRIBUZIONE NORMALE

Quando le misure possono essere ripetute per la loro analisi è comodo ricorrere ad un istogramma di frequenza.

Molto spesso si osserva che l'istogramma presenta un andamento particolare, uno dei valori ha maggior frequenza degli altri hanno frequenze che diminuiscono man mano che ci si allontana da questo.



# LA DISTRIBUZIONE NORMALE

Quando le misure possono essere ripetute per la loro analisi è comodo ricorrere ad un istogramma di frequenza.

Quando, all'aumentare del numero di misurazioni (per meglio dire quando il numero delle misurazioni tende all'infinito) le distribuzioni di frequenza prima risultano crescenti, raggiungono un massimo e poi cominciano a decrescere fino ad arrivare allo zero, si può parlare di variabili che tendono a distribuirsi "normalmente", ossia che seguono un andamento secondo la curva di Gauss la cui espressione analitica è:

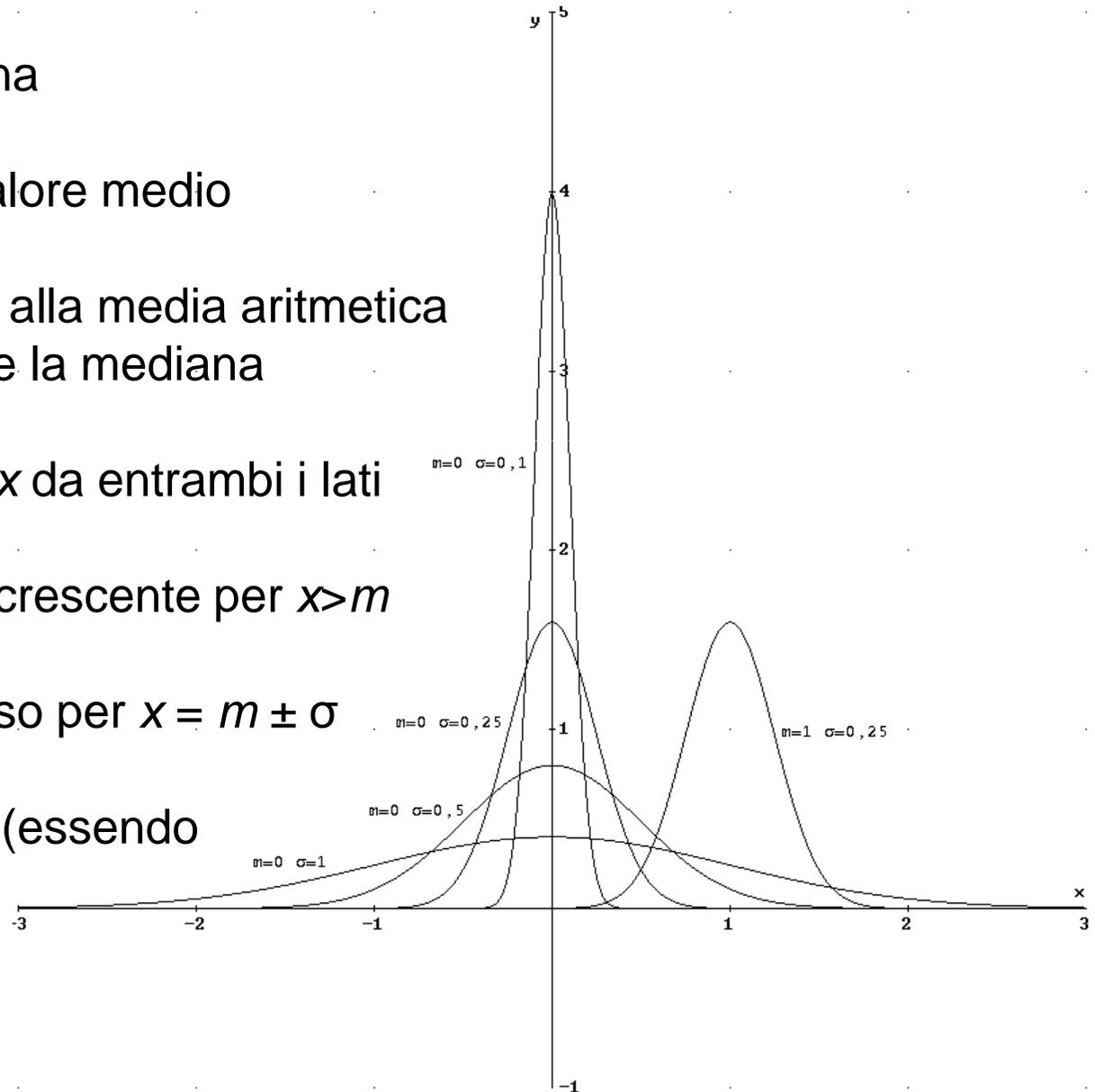
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

Dove  $\sigma$  è la deviazione standard e  $m$  è la media.

# LA DISTRIBUZIONE NORMALE

Caratteristiche della gaussiana

- 1 - è simmetrica rispetto al valore medio
- 2 - il valore di  $x = m$  oltre che alla media aritmetica coincide anche con la moda e la mediana
- 3 - è asintotica all'asse delle  $x$  da entrambi i lati
- 4 - è crescente per  $x < m$  e decrescente per  $x > m$
- 5 - possiede due punti di flesso per  $x = m \pm \sigma$
- 6 - l'area sotto la curva è  $= 1$  (essendo la probabilità che si verifichi un qualsiasi valore di  $x$ ).



# LA DISTRIBUZIONE NORMALE

È la curva degli errori accidentali

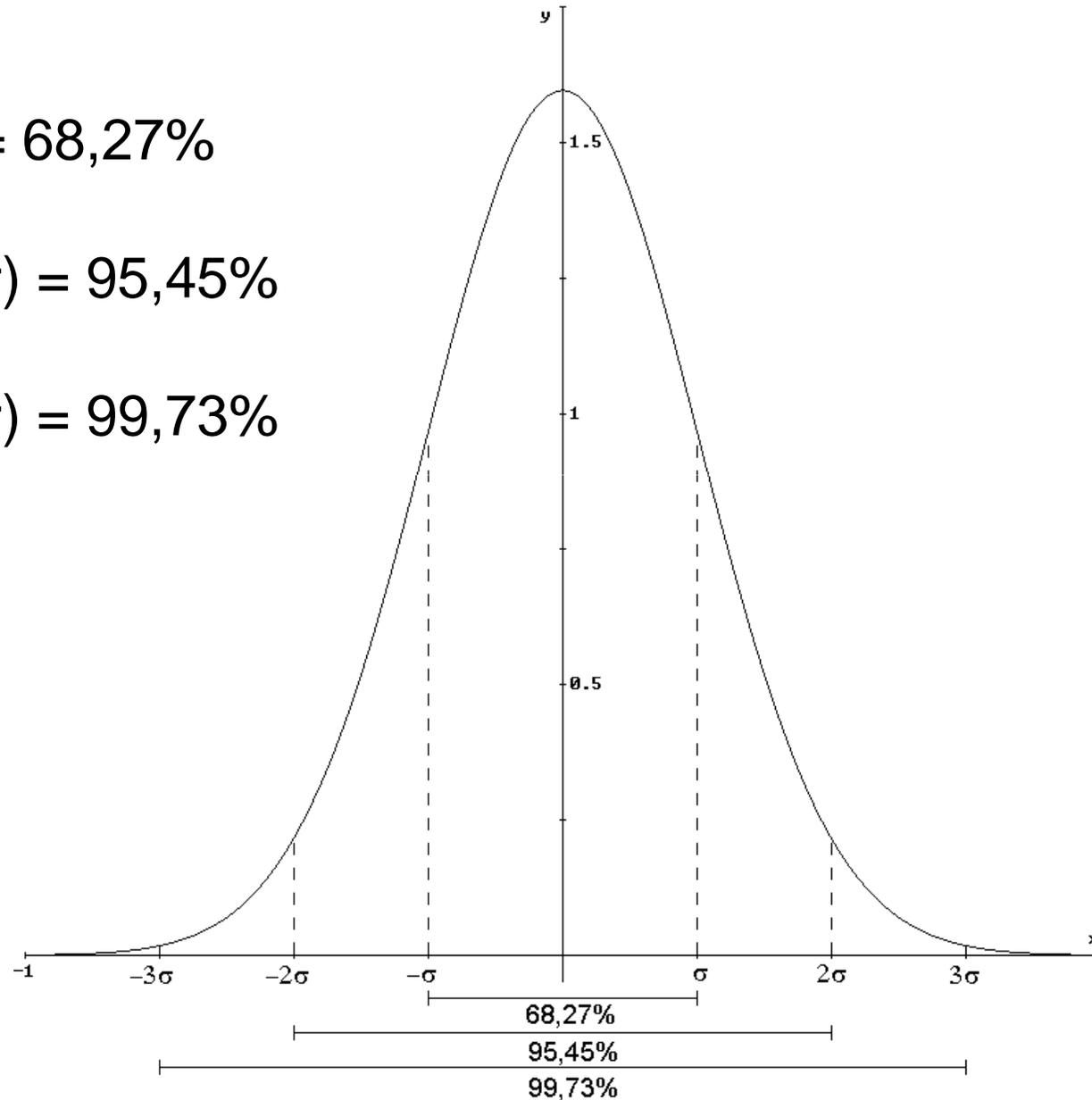
- Gli errori accidentali mediamente si annullano
- La probabilità di un errore di segno positivo è uguale alla probabilità di un errore di segno negativo
- All'aumentare dell'entità dell'errore, la probabilità di commetterlo si riduce. Al limite, la probabilità di commettere un errore infinitamente grande è uguale a zero.

# LA DISTRIBUZIONE NORMALE

$$P(-\sigma < x < \sigma) = 68,27\%$$

$$P(-2\sigma < x < 2\sigma) = 95,45\%$$

$$P(-3\sigma < x < 3\sigma) = 99,73\%$$



# VALOR MEDIO ed ERRORE ASSOLUTO

Se non è possibile ripetere la misura allora si prende come errore la sensibilità dello strumento.

Anche nel caso nel misure ripetute, se l'errore è minore della sensibilità dello strumento allora si prende questa come errore.

# ERRORE RELATIVO E PERCENTUALE

Errore relativo

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x}$$

Errore percentuale

$$\delta x_{\%} = \delta x \cdot 100$$

# SCRITTURA DEL RISULTATO DI UNA MISURA

$$x = \left( \bar{x} \pm \Delta x \right) u$$

Ogni misura definisce un intervallo

# REGOLA PER SCRIVERE L'ERRORE

L'ERRORE (anche relativo e percentuale) VA SEMPRE SCRITTO  
CON UNA SOLA CIFRA SIGNIFICATIVA  
(al più due se questa è 1 o 2).

IL VALORE MEDIO DELLA GRANDEZZA MISURATA VA  
ACCORDATO CON L'ERRORE ASSOLUTO

$x = 12,45 \pm 0,012$  NO

$x = 12,453 \pm 0,012$  SI

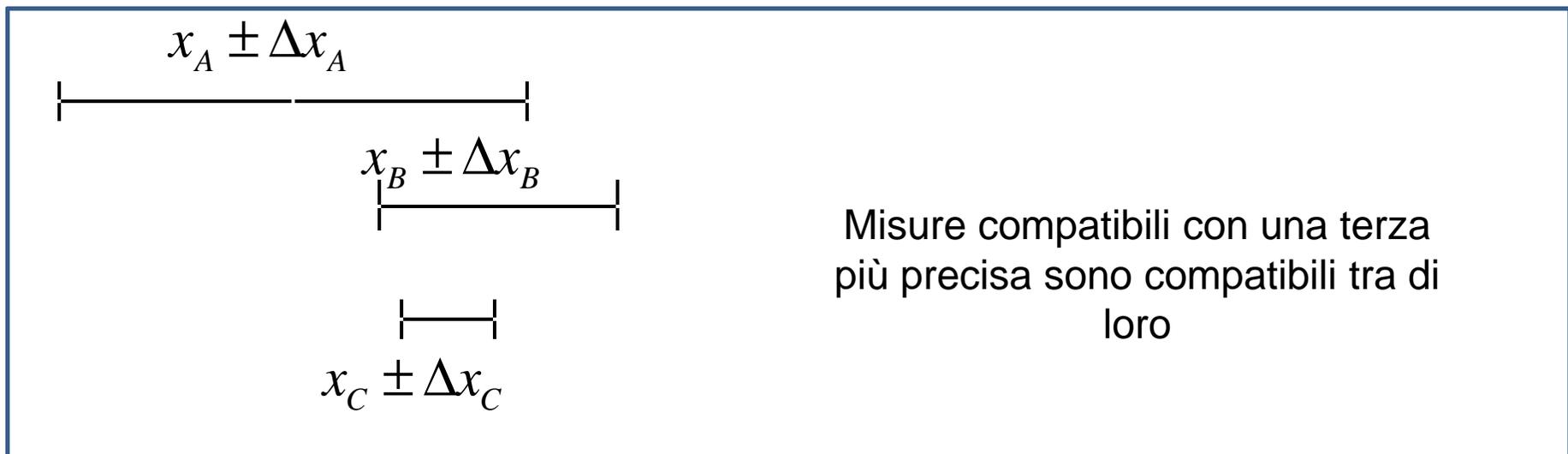
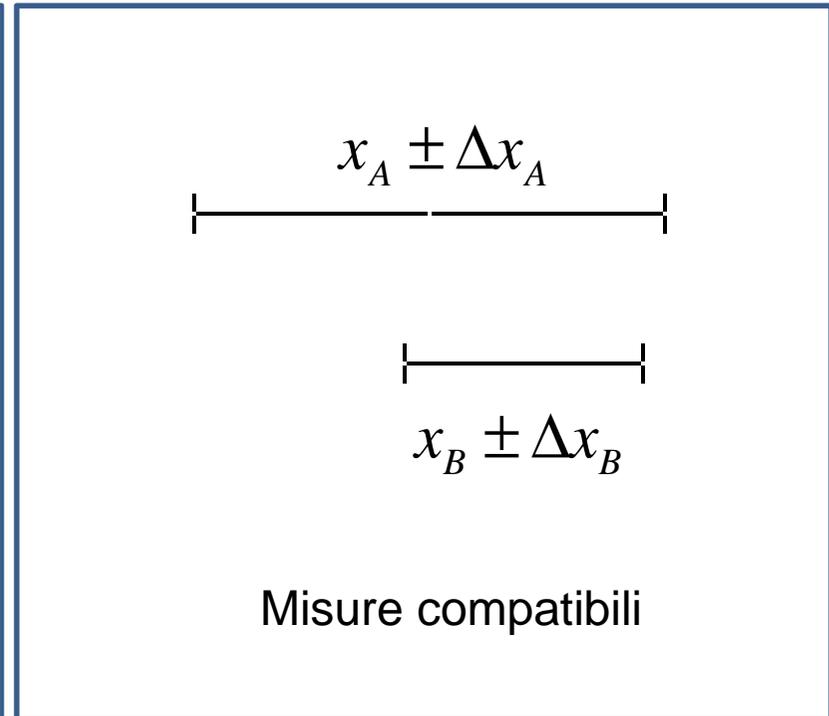
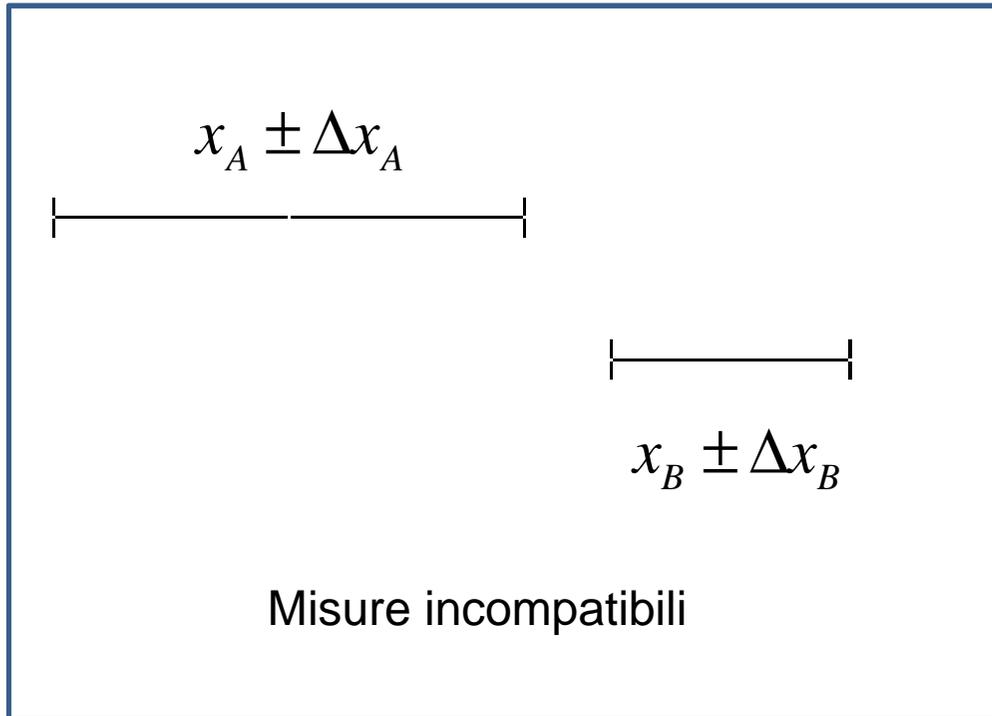
$x = 12,453421 \pm 0,012$  NO

$x = 43,18 \pm 0,075232$  NO

$x = 43,18 \pm 0,08$  SI

$x = 43,183421 \pm 0,08$  NO

# COMPATIBILITA'



# PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Se  $a$  e  $b$  sono due grandezze espresse con il loro errore, nella loro somma il valore medio è uguale alla somma dei valori medi e l'errore assoluto è uguale alla somma degli errori assoluti delle grandezze.

$$a = (\bar{a} \pm \Delta a) \qquad b = (\bar{b} \pm \Delta b)$$

$$c = a + b = (\bar{c} \pm \Delta c)$$

$$\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$$

$$\Delta c = \Delta a + \Delta b$$

# PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Se  $a$  e  $b$  sono due grandezze espresse con il loro errore, nella loro differenza il valore medio è uguale alla differenza dei valori medi e l'errore assoluto è uguale alla somma degli errori assoluti delle grandezze.

$$a = (\bar{a} \pm \Delta a) \qquad b = (\bar{b} \pm \Delta b)$$

$$c = a - b = (\bar{c} \pm \Delta c)$$

$$\bar{c} = \bar{a} - \bar{b}$$

$$\Delta c = \Delta a + \Delta b$$

# PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Se  $a$  e  $b$  sono due grandezze espresse con il loro errore, nel loro prodotto il valore medio è uguale al prodotto dei valori medi e l'errore relativo è uguale alla somma degli errori relativi delle grandezze.

$$a = (\bar{a} \pm \Delta a) \qquad b = (\bar{b} \pm \Delta b)$$

$$c = a \cdot b = (\bar{c} \pm \Delta c)$$

$$\bar{c} = \bar{a} \cdot \bar{b} \qquad \delta c = \delta a + \delta b \qquad \Delta c = \delta c \cdot \bar{c}$$

# PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Se  $a$  e  $b$  sono due grandezze espresse con il loro errore, nel loro rapporto il valore medio è uguale al rapporto dei valori medi e l'errore relativo è uguale alla somma degli errori relativi delle grandezze.

$$a = (\bar{a} \pm \Delta a) \qquad b = (\bar{b} \pm \Delta b)$$

$$c = a / b = (\bar{c} \pm \Delta c)$$

$$\bar{c} = \bar{a} / \bar{b} \qquad \delta c = \delta a + \delta b \qquad \Delta c = \delta c \cdot \bar{c}$$

# PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Più in generale se una grandezza  $y$  è funzione di più grandezze affette da errore:

$$y = f(a, b, c)$$

Allora l'errore massimo è dato da:

$$\Delta y = \left| \frac{\partial f}{\partial a} \right| \Delta a + \left| \frac{\partial f}{\partial b} \right| \Delta b + \left| \frac{\partial f}{\partial c} \right| \Delta c$$

# PROPAGAZIONE DELL'ERRORE

Quando invece all'incertezza complessiva  $\Delta y$  concorrono errori sistematici e accidentali, o comunque errori indipendenti  $\Delta x_i$ , allora l'errore complessivo è dato da:

$$\Delta y = \sqrt{\sum (\Delta x_i)^2}$$