

## E1.2 – Velocità della luce in un cavo coassiale

### Obiettivo

Misurare la velocità di propagazione di un segnale elettromagnetico (velocità della luce) in un cavo coassiale.

### Materiali e strumenti

- Un cavo coassiale di lunghezza 103 m (impedenza  $75\Omega$ ) aventi come terminali dei connettori BNC usati per trasportare segnali TV e internet.
- Oscilloscopio a 2 canali con banda passante di 60MHz.[\*]
- Generatore di funzioni con possibilità di produrre un'onda quadra e di modificare il *duty-cycle*, così da avere una differenza di durata tra la parte alta e quella bassa del segnale elettromagnetico. [\*]
- Cavi schermati e raccordi BNC per collegare il generatore di segnale all'oscilloscopio e al cavo coassiale.

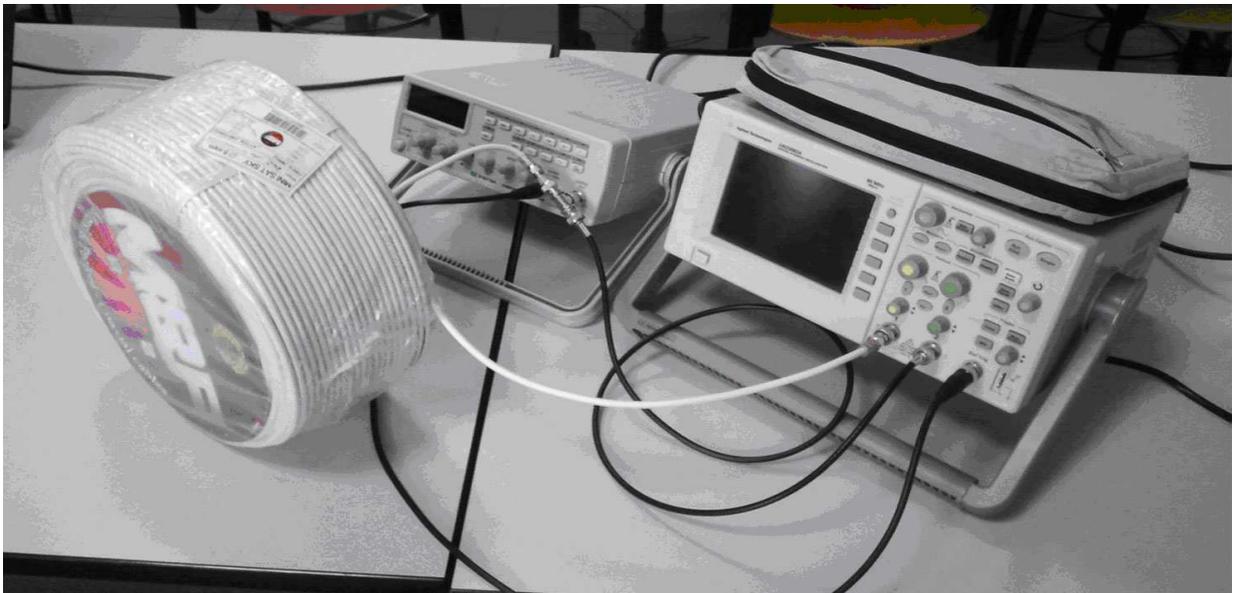


Fig. 1 Configurazione sperimentale

### Richiamo teorico

La teoria dell'elettromagnetismo prevede che tutte le onde elettromagnetiche (compresa la luce visibile, che è una particolare onda elettromagnetica con lunghezza d'onda compresa nel range 400-800 nm) si propagano con una velocità ( $v$ ) espressa dall'equazione:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

dove  $\epsilon$  e  $\mu$  sono rispettivamente la costante dielettrica assoluta e la permeabilità magnetica assoluta del mezzo. Nel vuoto questa velocità diventa uguale alla costante universale:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

dove  $\epsilon_0$  e  $\mu_0$  sono rispettivamente la costante dielettrica assoluta e la permeabilità magnetica assoluta del vuoto. Quando un'onda elettromagnetica viaggia in un mezzo subisce un rallentamento e si propaga con una velocità inferiore ( $v$ ), esprimibile mediante la relazione:

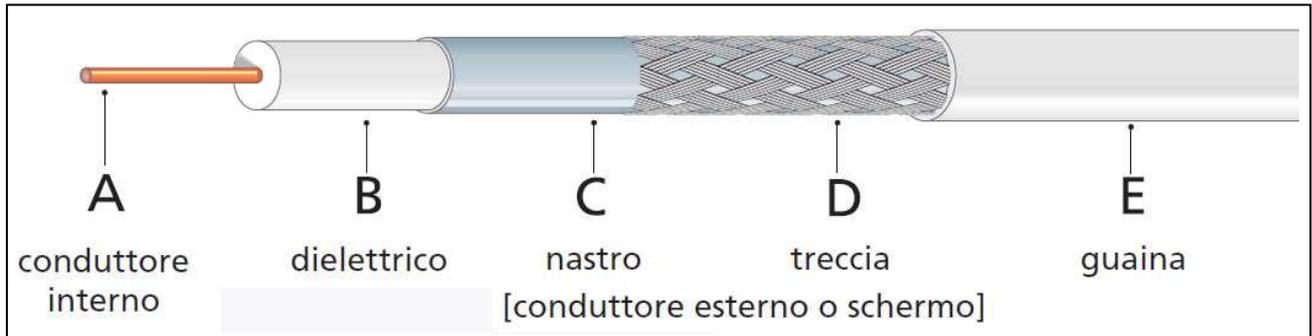
---

[\*] NB. Il generatore di funzione e l'oscilloscopio potrebbero non essere esattamente quelli riportati nelle figure.

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$$

dato che  $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$ ,  $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ , dove  $\epsilon_r$  e  $\mu_r$  sono rispettivamente la costante dielettrica relativa e la permeabilità magnetica relativa del mezzo.

Un cavo coassiale è composto da un conduttore di rame posto al centro del cavo, da un dielettrico (generalmente in polietilene o polietilene espanso) che isola elettricamente il conduttore interno da quello esterno, che è costituito da un nastro metallico e da un maglia intrecciata di fili metallici intrecciati; il nastro e la treccia costituiscono uno schermo che protegge il segnale elettromagnetico trasportato dal cavo dalle interferenze esterne. Una guaina in materiale plastico racchiude il cavo per isolarlo elettricamente e fisicamente dall'ambiente esterno.



**Fig. 2 Rappresentazione schematica di un cavo coassiale**

Il segnale si propaga nel cavo sotto forma di onda elettromagnetica tra il conduttore interno e lo schermo esterno ad una velocità  $v$  espressa dalla precedente equazione  $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$ .

### Esecuzione dell'esperimento e analisi dati

Il metodo che verrà adottato per misurare la velocità di propagazione è chiamato TDR (*Time Domain Reflectometry*): esso consiste nell'inviare lungo un cavo di lunghezza nota un impulso elettromagnetico di breve durata e misurarne il tempo di "ritorno", determinando quindi la velocità come rapporto tra spazio percorso e tempo impiegato.

Nella prima parte della prova, un'estremità del cavo verrà lasciata libera, con l'accortezza che rimanga isolata, in modo da avere in quel punto impedenza infinita: si genererà così un'onda riflessa che ritornerà indietro lungo il cavo con la stessa polarità dell'onda incidente.



**Fig. 3 Il generatore di funzioni**

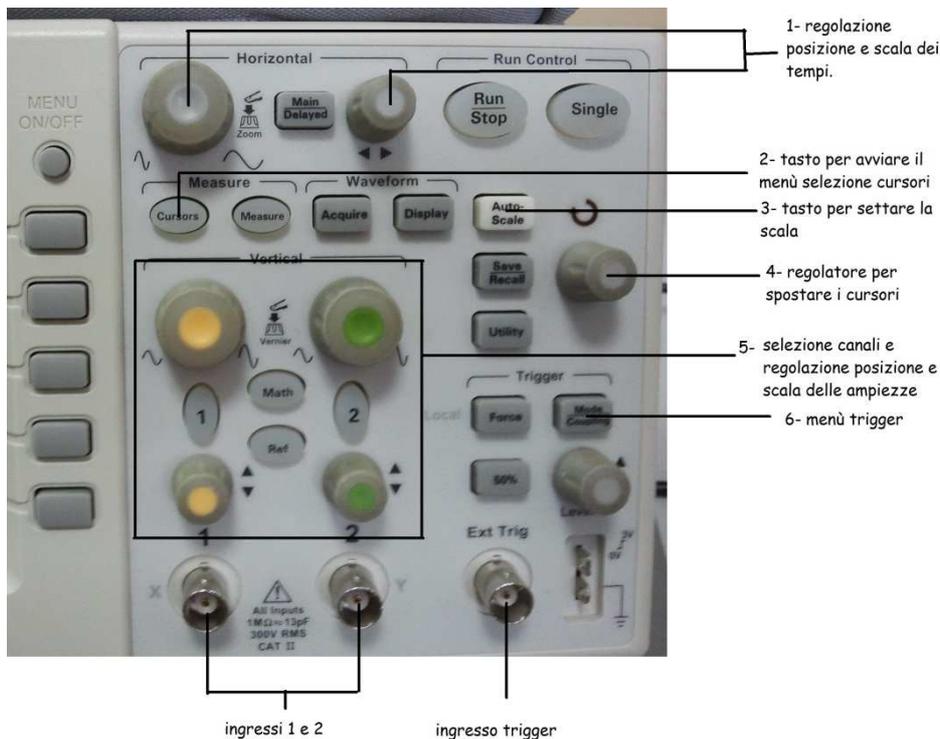


Fig. 4 Il pannello comandi dell'oscilloscopio

### Prima parte dell'esperimento

- Inserire nell'uscita del generatore di funzioni "Output 50 Ω"(D, vedi fig. 3) un raccordo BNC a T (vedi fig. 5), poi collegare un'estremità del cavo coassiale ad un'uscita del raccordo a T (lasciando l'altra estremità libera e isolata in modo da avere impedenza infinita).



Fig. 5 Raccordo BNC a T

- Collegare mediante un cavo BNC l'altra uscita del raccordo a T all'ingresso 1 dell'oscilloscopio. In questo modo all'oscilloscopio arrivano sia l'impulso "diretto" proveniente direttamente dal generatore sia quello "riflesso" che prima ha percorso il cavo fino all'estremità aperta, poi è stato riflesso indietro verso l'oscilloscopio.
- Collegare mediante un cavo BNC l'uscita del generatore con scritto "OUTPUT TTL/CMOS" (E, vedi fig. 3), all'ingresso trigger dell'oscilloscopio ("Ext Trig", vedi fig. 4). Questo serve per sincronizzare generatore di funzioni ed oscilloscopio e poter vedere il segnale in modo nitido e stabile.
- Accendere il generatore di funzioni e selezionare come segnale la tipologia ad onda quadra (B, vedi fig. 3). L'onda quadra è un'onda elettromagnetica periodica formata da una parte alta (livello 1) dove la tensione elettrica ha una certa ampiezza e da una parte bassa dove la tensione è pari a zero (livello 0). Un impulso di durata  $\tau$  può essere considerato come un'onda quadra in cui il tempo ( $\tau$ ) di durata del livello 1 è più piccolo di quello del livello 0. Il rapporto tra la durata dell'impulso ( $\tau$ ) e il periodo ( $T$ ) dell'onda si chiama *duty cycle*:  $d = \tau / T$  (*duty cycle*) e si può regolare sul generatore di funzioni estraendo e ruotando la manopola *DUTY* (C, fig. 3). Regolare il duty cycle in modo che l'impulso abbia durata  $\tau$  minima (fig. 6).

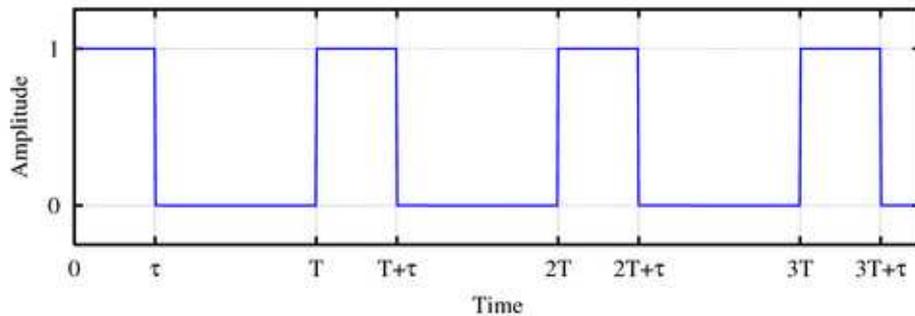


Fig. 6 Segnale impulsivo costituito da un'onda quadra con un certo duty cycle

- Impostare sul generatore una frequenza di circa 400 kHz mediante la manopola “*FREQUENCY*” e i tasti in alto a destra per regolare l’ordine di grandezza (vedi fig.3)
- Accendere l’oscilloscopio e impostare il trigger esterno, premendo il tasto “*I*”, poi “*mode/coupling*” e selezionare come fonte “*EXT*”.
- Regolare l’altezza dei segnali e la loro linea di base mediante le manopole che si trovano nella sezione *Vertical* e *Horizontal* sopra e sotto i tasti 1 e 2 (Fig. 4).
- Sul display dovrebbero comparire compaiono i due segnali: l’impulso diretto (più squadrato e più alto) e quello riflesso (più attenuato in ampiezza), in ritardo di un certo tempo  $\Delta t$  (fig. 7).

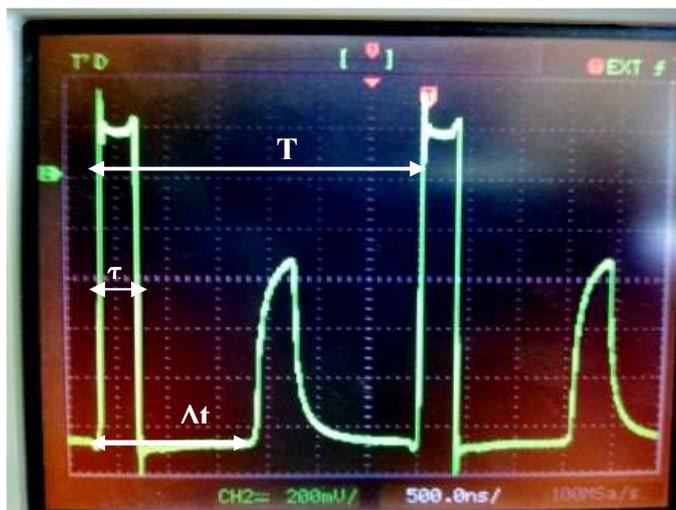


Fig. 7 Impulsi diretti (alti e squadrati) e riflessi (più attenuati in ampiezza) visibili sull’oscilloscopio

### Riflessioni.

Per effettuare una buona misura del ritardo di tempo  $\Delta t$  tra il segnale inviato e quello riflesso bisogna che i due impulsi siano stretti e ben separati sull’asse dei tempi; per ottenere questo occorre considerare e confrontare tre fattori importanti: il valore  $\Delta t$  da misurare, il duty cycle e la frequenza del segnale.

### Il ritardo di tempo $\Delta t$ .

Sapendo che la velocità di propagazione ( $v$ ) del segnale nei più comuni cavi coassiali è compresa nel range  $0.66c \leq v \leq c$ , la lunghezza del cavo è  $L = 103$  m, il tempo  $\Delta t$  di ritardo con cui l’impulso riflesso arriva all’oscilloscopio è:

$$\Delta t \geq 2L/c \rightarrow \Delta t_{\min} = 6.87 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

$$\Delta t \leq 2L/0.66c \rightarrow \Delta t_{\max} = 1.04 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

dove lo spazio percorso è  $2L$  perché l’impulso riflesso ha percorso il cavo sia all’andata che al ritorno.

### Il duty cycle.

Il generatore di funzioni in dotazione ha un duty cycle minimo  $d = \tau / T = 15\%$ , quindi per avere impulsi di breve durata  $\tau$  bisogna usare onde con un breve periodo  $T$  e quindi con una elevata frequenza  $f$ . In particolare per evitare che l'impulso riflesso si sovrapponga a quello diretto deve essere  $\tau < \Delta t_{\min} = 6.87 \cdot 10^{-7}$  s (altrimenti il segnale riflesso arriva all'oscilloscopio prima che sia finito quello diretto); usando un duty cycle minimo  $d = 15\%$  si ha  $\tau = 0.15 T$ , quindi il periodo deve rispettare la condizione  $0.15 T < 6.87 \cdot 10^{-7}$  s da cui  $T < 4.58 \cdot 10^{-6}$  s, per cui la frequenza  $f = 1 / T$  deve rispettare la condizione  $f > f_{\min} \approx 200$  kHz.

### La frequenza.

Per evitare che l'impulso riflesso non si sovrapponga al successivo impulso diretto, l'intervallo di tempo tra due impulsi successivi (cioè il periodo dell'onda  $T$ ) deve essere  $T > \Delta t_{\max} = 1.04 \cdot 10^{-6}$  s, quindi la frequenza deve essere  $f < f_{\max} \approx 1000$  kHz.

In sintesi la frequenza dovrebbe essere compresa nel range  $200 \text{ kHz} \leq f \leq 1000 \text{ kHz}$ .

- Regolare la frequenza, l'altezza dei segnali e la scala dei tempi in modo ottimale per ottenere due segnali ben visibili come quelli mostrati nella seguente figura 7.



Fig. 7 Impulso diretto e riflesso sul display dell'oscilloscopio

- Premere il tasto "cursors", selezionare il modo "manuale", quindi selezionare "cur A" e ruotare la manopola che si illumina, (4 - regolatore dei cursori, fig. 4), fino a sovrapporre la linea blu sul display col punto di inizio dell'impulso diretto; ripetere le stesse operazioni selezionando "cur B" e sovrapponendo la linea blu col punto di inizio dell'impulso riflesso.
- Sul display compaiono le coordinate *curA* e *curB* dei picchi dei due segnali e la distanza orizzontale tra i due segnali  $\Delta X = \dots$  ns, che rappresenta proprio l'intervallo di tempo  $\Delta t$  da misurare (fig. 7).
- Calcolare quindi la velocità di propagazione in questa prima parte dell'esperimento ( $v_1$ ) con la formula:

$$v_1 = \frac{2L}{\Delta t}$$

## Seconda parte dell'esperimento

- Collegare l'estremità libera del cavo coassiale all'ingresso 2 dell'oscilloscopio e, se non è illuminato, premere il tasto 2.
- Sul display dovrebbe comparire un nuovo segnale intermedio, che corrisponde all'impulso che ha viaggiato solo una volta nel cavo dal generatore all'ingresso 2 dell'oscilloscopio.
- L'impulso riflesso, che percorre il cavo due volte, è presente anche in questo caso perché l'oscilloscopio ha un'alta impedenza d'ingresso ( $1\text{ M}\Omega$ ), e quindi riflette il segnale comportandosi come un'estremità aperta.
- Regolare l'altezza dei segnali e la loro posizione sulla linea di base mediante le manopole che si trovano nella sezione *Vertical* sopra e sotto i tasti 1 e 2 (Fig. 8).
- Ripetere le operazioni precedenti per misurare l'intervallo di tempo  $\Delta t_2$  tra l'inizio dell'impulso diretto e quello che ha viaggiato una sola volta nel cavo (dovrebbe essere  $\Delta t_2 \approx \frac{1}{2} \Delta t$ ).
- Calcolare quindi la velocità di propagazione in questa seconda parte dell'esperimento ( $v_2$ ) con la formula:

$$v_2 = \frac{L}{\Delta t_2}$$

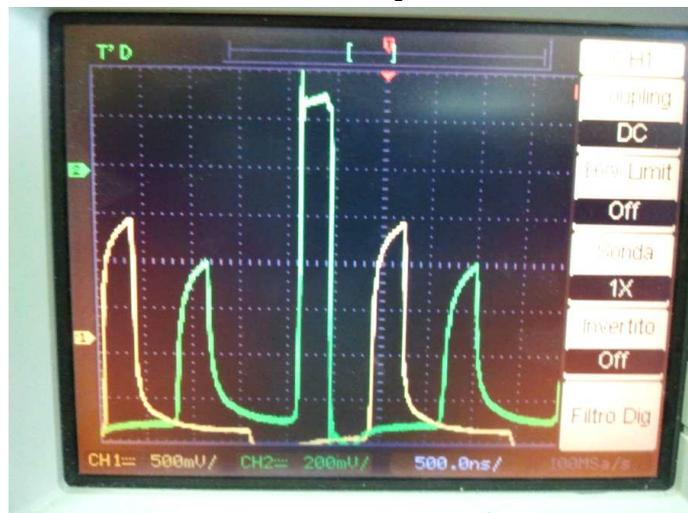


Fig. 8 Impulso diretto (alto e squadrato), impulso che ha percorso una volta il cavo (colore giallo) e impulso riflesso (colore verde più attenuato in ampiezza) che ha percorso due volte il cavo.

## Conclusioni

- Calcolare la velocità di propagazione  $v$  del segnale elettromagnetico come media aritmetica dei valori  $v_1$  e  $v_2$  precedentemente calcolati, e determinare il fattore di velocità del cavo coassiale:

$$\frac{v}{c} = \dots\%$$

- Considerando che la costante di permeabilità magnetica del dielettrico è  $\mu_r \approx 1$ , determinare la sua costante dielettrica relativa del polietilene espanso del cavo coassiale:

$$\epsilon_r = \left(\frac{c}{v}\right)^2$$

e confrontarla, entro gli errori di misura, col valore teorico  $\epsilon_r$  (polietilene espanso)  $\approx 1.4 - 1.5$ .