

Tabella 14.6 Costanti fisiche e astronomiche

Velocità della luce	$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm s}^{-1}$
Costante di Planck	$h = 6,625 \cdot 10^{-27} \text{ erg s}$
Costante di gravitazione	$G = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ dine cm}^2 \text{ g}^{-2}$
Carica dell'elettrone	$e = 4,803 \cdot 10^{-10} \text{ esu}$
Massa dell'elettrone	$m_e = 9,1096 \cdot 10^{-28} \text{ g}$
Massa del protone	$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-24} \text{ g}$
Massa del neutrone	$m_n = 1,6747 \cdot 10^{-24} \text{ g}$
Numero di Avogadro	$N = 6,0222 \cdot 10^{23}$
Unità di massa atomica	$u_{ma} = 1,661 \cdot 10^{-24} \text{ g}$
Costante di Boltzmann	$k = 1,380 \cdot 10^{-16} \text{ erg grado}^{-1}$
Elettrone volt	$eV = 1,602 \cdot 10^{-12} \text{ erg}$
Costante di Stefan	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2 \text{ grado}^{-4} \text{ s}^{-1} \text{ erg}$
Costante della pressione di radiazione	$a = 7,5641 \cdot 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} \text{ grado}^{-4}$
Costante dello spostamento di Wien	$C = 0,2897 \text{ cm grado}$
Caloria	$q = 4,18 \cdot 10^7 \text{ erg}$
Costante dei gas	$R = 8,3 \cdot 10^7 \text{ erg grado}^{-1} \text{ mole}^{-1}$
Atmosfera standard 760 mm	$Hg = 101,3250 \text{ dine cm}^{-2}$
Fattore di conversione dell'unità di massa atomica in MeV	$u_{ma} = 931,48 \text{ MeV}$
Energia equivalente alla massa dell'elettrone	$m_e c^2 = 0,5110 \text{ MeV}$
Un anno tropico	$= 3,156 \cdot 10^7 \text{ s}$
Unità astronomiche	$UA = 1,496 \cdot 10^{13} \text{ cm}$
Parsee	$pc = 3,08 \cdot 10^{18} \text{ cm} = 206265 UA = 3,261 \text{ a.l.}$
Anno luce	$a.l. = 9,4605 \cdot 10^{17} \text{ cm} = 6,324 \cdot 10^4 UA$
Massa del Sole	$M_\odot = 1,989 \cdot 10^{33} \text{ g}$
Raggio del Sole	$R_\odot = 6,960 \cdot 10^{10} \text{ cm}$
Luminosità del Sole	$L_\odot = 3,9 \cdot 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$
Massa della Terra	$M_T = 5,977 \cdot 10^{27} \text{ g}$
Densità media della Terra	$\rho_T = 5,517 \text{ g cm}^{-3}$
Raggio medio della Terra	$R_T = 6378 \text{ km}$
Parallasse solare	$\pi = 8'' \cdot 7942$
Costante solare	$q = 1,90 \text{ piccole cal cm}^{-2} \text{ min}^{-1}$ $= 1,36 \cdot 10^6 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ $= 1,36 \text{ kW m}^{-2}$

Parte II

ESERCITAZIONI, QUESTIONI, PROBLEMI

15 Misure di angoli

QUESTIONE *Misurare gli angoli con le mani*

La misura del diametro angolare di oggetti lontani di grandi dimensioni può essere fatta, in modo approssimato, con le mani. A braccio disteso (figura 15.1):

- A. la larghezza di un pollice di media grandezza è vista sotto un angolo di circa 1 o 2 gradi;
- B. la larghezza di un pugno chiuso è vista sotto un angolo valutabile attorno agli 8 o 10 gradi;
- C. la larghezza della mano completamente aperta (una spanna) appare sotto l'angolo di 17 o 20 gradi.

Poiché la lunghezza l del braccio e l'apertura d del dito o della mano varia da persona a persona, si può fissare questo tipo di misura angolare valutando le dimensioni del proprio braccio, del dito e della propria mano. L'angolo sotteso, espresso in gradi, ha il valore approssimato ottenuto dalla:

$$\alpha = 57^\circ \frac{d}{l}$$

Ove d è il diametro del dito o del pugno o della mano (espresso, per esempio, in centimetri) ed l la lunghezza del braccio, o meglio la distanza del dito o della mano dall'occhio, nella stessa unità di misura.

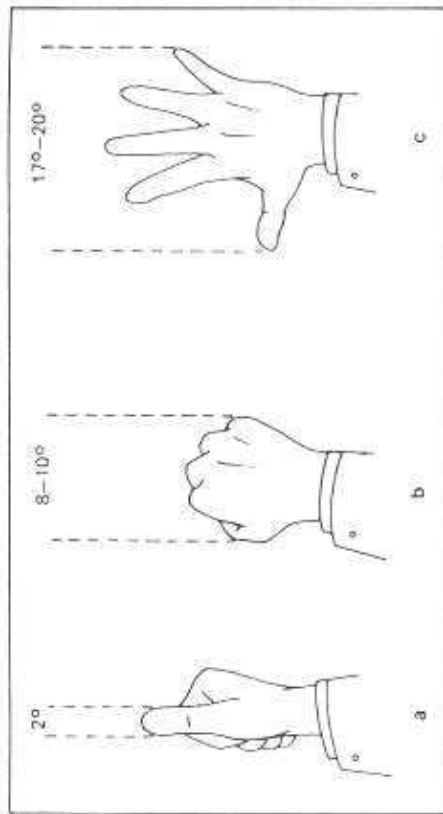


Fig. 15.1

ESERCITAZIONE 1 La balestriglia

La *balestriglia*, chiamata un tempo *bastone di Giacobbe* oppure *raggio astronomico* o *croce astronomica*, serviva per misurare l'angolo tra due direzioni convergenti sull'occhio; come per esempio la distanza angolare tra due stelle.

Costruita generalmente in legno, veniva utilizzata anche per determinare la distanza tra due punti inaccessibili o l'altezza di una torre o per effettuare altre misure topografiche.

Lo strumento (figura 15.2) era formato da un'asta rettilinea graduata, detta *freccia*, sulla quale poteva scorrere il cosiddetto *martello*, un secondo asse trasversale esattamente perpendicolare alla freccia. Alle estremità del martello erano fissate due pinnule P e P', cioè due cilindretti utilizzati come mirini; un terzo era posto in A, all'inizio della graduazione della freccia. Appoggiando l'occhio in A si spostava avanti o indietro il martello M finché le due stelle, delle quali si doveva trovare la distanza angolare, apparivano esattamente sopra le due pinnule P e P'.

Poiché la distanza PP' è sempre la stessa, esiste evidentemente una relazione tra l'angolo PAP' e la distanza tra A e il martello (dalla trigonometria si sa che se $PP' = a$, e la distanza da A al martello è x , l'angolo α si ottiene da $\alpha = 2 \arctan (a/2x)$).

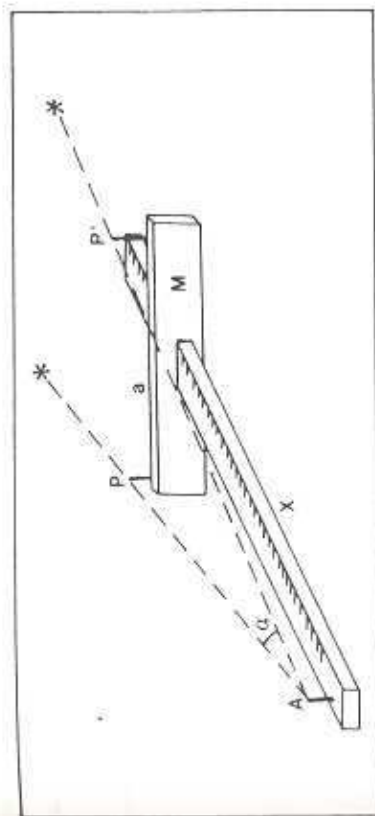


Fig. 15.2

In forma molto semplice si può costruire una balestriglia utilizzando una riga graduata, lunga circa un metro, e qualche pezzo di legno o di cartone.

La riga verrà utilizzata come freccia. Adoperando del cartone molto robusto si costruirà quindi un mirino A dotato di una fessura f, come è illustrato nella figura 15.3; questa funge da pinnula sulla quale si pone l'occhio. Il mirino verrà fissato con la colla in corrispondenza dello 0 della graduazione della riga. Utilizzando ancora il cartone si costruirà quindi il martello, cioè una striscia che verrà fissata, perpendicolarmente alla riga, su un supporto scorrevole. Una fessura conterrà la lettura della distanza del martello da A. Sul martello si taglieranno quindi due sottili fenditure che sostituiscono le pinnule P

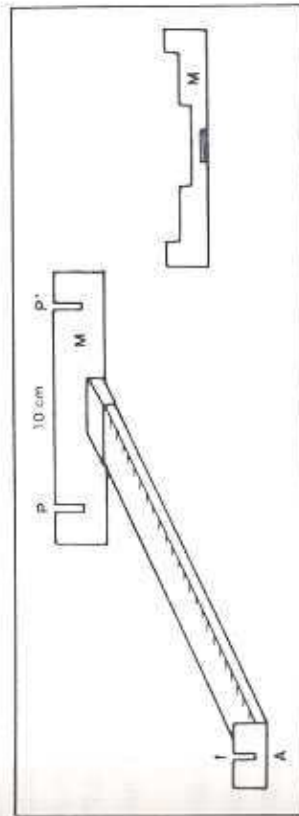


Fig. 15.3

Tabella 15.1

Angolo in gradi	cm di distanza dal martello	Angolo in gradi	cm di distanza dal martello
6,0	95,4	18,5	30,7
6,5	88,0	19,0	29,9
7,0	81,8	19,5	29,1
7,5	76,3	20,0	28,4
8,0	71,5	20,5	27,6
8,5	67,3	21,0	27,0
9,0	63,5	21,5	26,3
9,5	60,2	22,0	25,7
10,0	57,1	22,5	25,1
10,5	54,4	23,0	24,6
11,0	51,9	23,5	24,0
11,5	49,7	24,0	23,5
12,0	47,6	24,5	23,0
12,5	45,7	25,0	22,5
13,0	43,9	25,5	22,1
13,5	42,2	26,0	21,7
14,0	40,7	26,5	21,2
14,5	39,3	27,0	20,8
15,0	37,9	27,5	20,4
15,5	36,7	28,0	20,0
16,0	35,6	28,5	19,7
16,5	34,5	29,0	19,3
17,0	33,4	29,5	19,0
17,5	32,5	30,0	18,7
18,0	31,6	30,5	18,3

e P'; tali fenditure saranno poste a 10 centimetri di distanza l'una dall'altra, in modo che il punto di mezzo della loro congiungente sia esattamente sulla retta, perpendicolare al martello, passante per la fessura f della pinnula A.

Con la tabella 15.1, che fornisce l'angolo tra le due pinnule P e P' (distanti 10 cm) viste da f , in base alla distanza del martello, si può procedere alla misura di distanze angolari.

Convienne, in certi casi, costruire il martello come è indicato dalla figura 15.3; in tal modo si ha la possibilità di utilizzare diverse scale, servendosi delle due scanalature; le scale devono però essere calcolate con la semplice formula trigonometrica data poc'anzi. Le stelle in tal caso devono essere viste da A esattamente sui limiti di ogni traguardo.

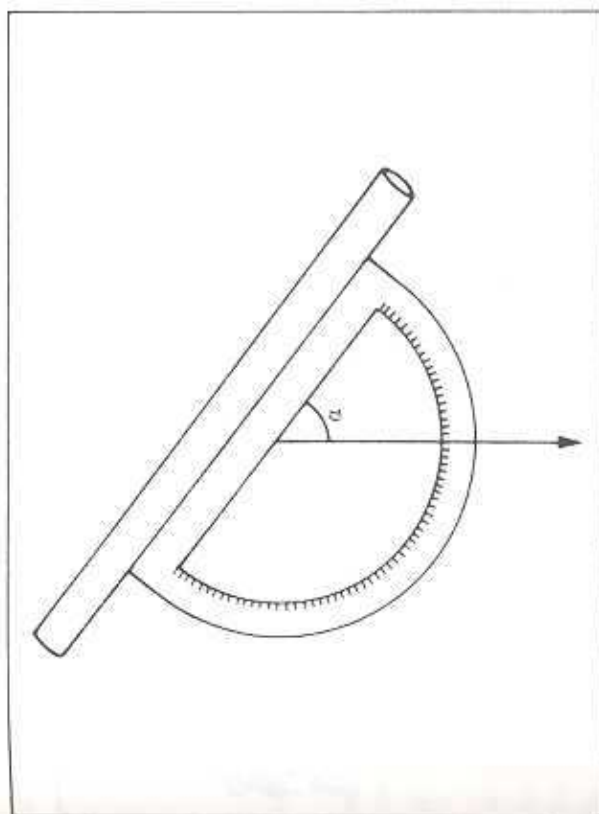


Fig. 15.4

ESERCITAZIONE 2 Un semplice altimetro

Costruito un tubicino di carta del diametro di un centimetro e lungo una ventina di centimetri lo si fissa con del nastro adesivo su un goniometro in modo che sia parallelo alla direzione $0^\circ-180^\circ$.

Al centro del goniometro si fissa un filo sull'estremità del quale è posto un piccolo peso (figura 15.4).

Per misurare l'altezza di un corpo celeste sull'orizzonte si punta su di esso il tubicino e si misura l'angolo α tra la verticale e il tubo. L'altezza del corpo celeste è data da:

$$h = 90^\circ - \alpha$$

ESERCITAZIONE 3 Archi e angoli

Utilizzando una calcolatrice che fornisca i valori del seno e della tangente costruire una tabella, ponendo in corrispondenza dei vari angoli α'' i valori dei loro seni e delle tangenti in relazione ai valori degli

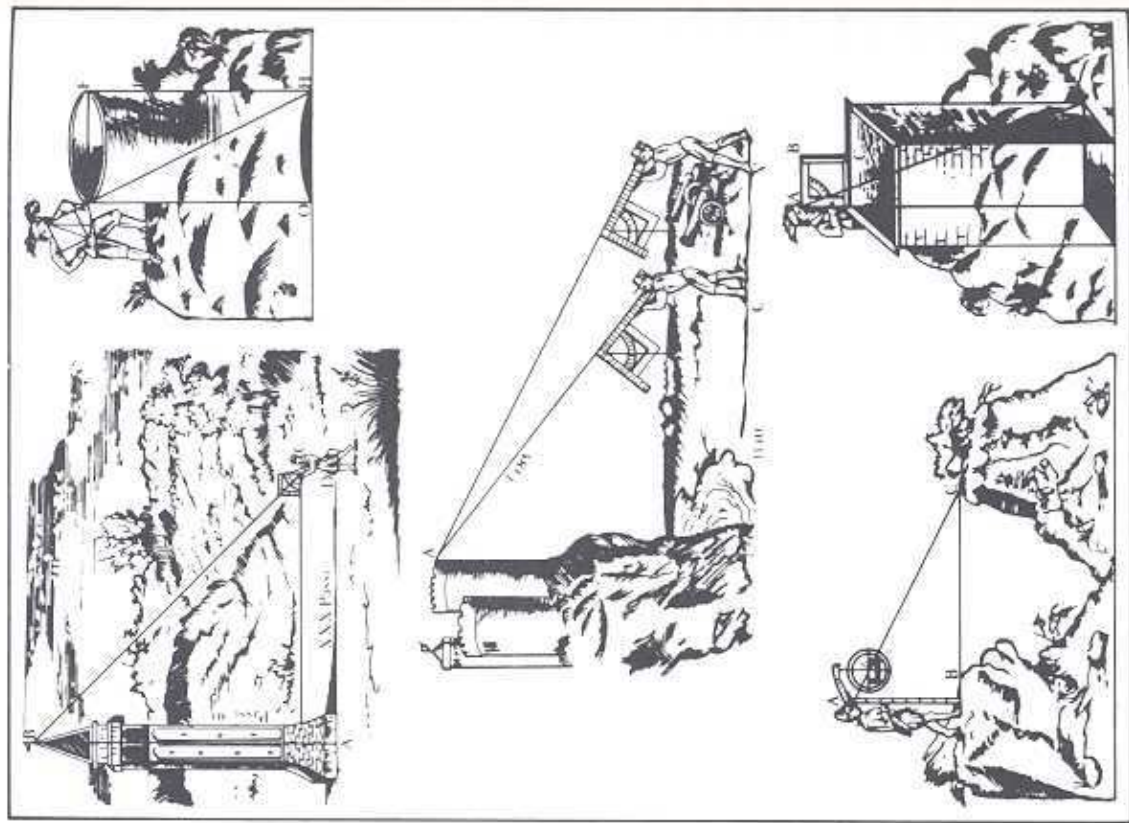


Fig. 15.5 Antichi metodi per misurare le distanze e le altezze

archi D ottenuti con la relazione:

$$D = \frac{\alpha''}{206265}$$

Il raggio della circonferenza è stato assunto unitario.

Confrontare per ogni angolo i valori del seno, della tangente e dell'arco per valutare i limiti dell'applicazione del metodo.

ESERCITAZIONE 4 Misura dell'altezza di un campanile

Trovare il metodo più facile per misurare con l'altimetro l'altezza di un campanile. Come fare se la base del campanile è inaccessibile?

ESERCITAZIONE 5 Il moto della Luna

Stabilire lo spostamento della Luna in un'ora, sulla sfera celeste, misurando con la balestriglia la sua distanza dalle stelle vicine. Stabilire anche le posizioni delle stelle di riferimento e valutare il moto della Luna in gradi all'ora.

16 Astronomia sferica

ESERCITAZIONE 6 *Una facile esperienza che rivela il moto apparente del*

Sole

Con le imposte chiuse, da un piccolo foro, possibilmente del diametro di un millimetro, entra un raggio di luce solare. A una certa distanza dal foro, due o tre metri, si pone un cartone, perpendicolarmente ai raggi solari, sul quale siano stati tracciati in precedenza due segmenti tra loro perpendicolari. Spostando il cartone si farà in modo che il disco del Sole sia tagliato esattamente a metà da uno dei due segmenti.

Aspettando qualche istante si potrà vedere da che parte si sposta il disco solare. Ruotando allora il cartone si disporrà il segmento esattamente nella direzione del movimento (figura 16.1).

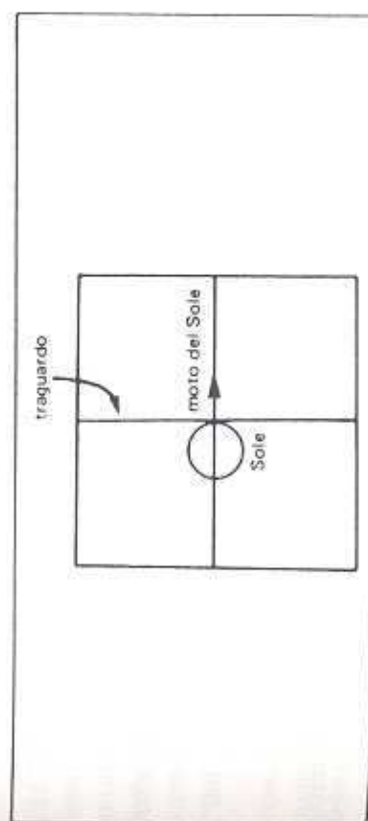


Fig. 16.1

Partendo con il disco del Sole tangente all'altro segmento si potrà cronometrare il tempo impiegato dal Sole per passare attraverso tale segmento.

Sapendo che il Sole ha circa $32'$ di diametro, qual è la velocità angolare dell'astro?

PROBLEMA 1

Quando Rigel ($D = -8^\circ 13'$) passa sul meridiano di Roma (lat. $= 41^\circ 55'$) a quale altezza si trova sull'orizzonte?

[$39^\circ 52'$]

PROBLEMA 2

A quale latitudine si trova la città dalla quale si vede Capella ($D = +45^\circ 58'$) sfiorare l'orizzonte? (Non considerare la rifrazione.)

[$44^\circ 2'$]

PROBLEMA 3

Quale latitudine ha quella città dalla quale si vede Capella a un'altezza di 10° quando passa al meridiano inferiore?

[$54^\circ 2'$]

PROBLEMA 4

Qual è la latitudine del luogo dal quale si vede a mezzodi il Sole a una altezza di $27^\circ 32'$ quando la declinazione dell'astro è $-15^\circ 17'$?

[$47^\circ 11'$]

PROBLEMA 5

Quale latitudine ha il luogo dal quale a mezzodi si vede il Sole a 30° sull'orizzonte all'equinozio di primavera?

[60°]

PROBLEMA 6

A quale altezza si trova il Sole a mezzogiorno del 22 giugno a Firenze ($\varphi = 43^\circ 46'$)?

[$69^\circ 41'$]

PROBLEMA 7

Trovare la massima e la minima altezza alla quale il Sole giunge sull'orizzonte nella vostra città.

[$h = 90^\circ - \varphi \pm \delta$]

PROBLEMA 8

Conoscendo l'altezza di un astro circumpolare alla sua culminazione superiore h_2 e inferiore h_1 , trovare la latitudine del luogo e la declinazione dell'astro.

$$\left[\varphi = \frac{h_1 + h_2}{2}; \delta = \varphi - h_2 + 90^\circ \right]$$

PROBLEMA 9

Trovare la latitudine del luogo e la declinazione di una stella le cui altezze alle due culminazioni sono $57^\circ 12' 17''$ e $33^\circ 13' 14''$.

[$\varphi = 45^\circ 12' 45''$; $D = +78^\circ 0' 28''$]

PROBLEMA 10

Qual è la minima altezza di Beta Cassiopea ($AR = 0^\circ 8'$, $D = +59^\circ$) vista dalla latitudine di 45° ?

[14°]

PROBLEMA 11

A quale latitudine la stella Arturo ($D = 19^\circ 16'$) è circumpolare?

[$70^\circ 44'$]

PROBLEMA 12

In una grande città italiana il 13 marzo a mezzodi un'asta verticale proietta un'ombra lunga quanto la sua altezza. A quale latitudine si trova questa città? La sapete individuare?

[$41^\circ 55'$; Roma]

PROBLEMA 13

Quale declinazione deve avere una stella e da quale luogo della Terra deve essere vista affinché il suo azimut non cambi dal sorgere fino al passaggio in meridiano?

[0° ; all'equatore]

PROBLEMA 14

Quali sono le coordinate orarie per un osservatore posto nell'emisfero australe (a latitudine negativa) dei quattro punti cardinali e dello zenit? (Disegnare la volta celeste e i punti cardinali.)

[S: $H = 12^h$, $D = -(90^\circ + \varphi)$; W: $H = 6^h$, $D = 0^\circ$; N: $H = 0^h$, $D = 90^\circ + \varphi$; E: $H = 18^h$, $D = 0^\circ$; Z: $H = 0^h$, $D = \varphi$]

PROBLEMA 15

In una città posta alla latitudine di 45° N c'è un muro allineato sul meridiano; su di esso in A si trova un piccolo piolo. In una giornata di Sole in un certo momento il piolo proietta una lunga ombra come è mostrato nella figura 16.2. Le misure sono $AB = 5$ m, $BC = 1,97$ m. Dire in quale ora, in quale stagione e in che giorno è accaduto il fenomeno.

[L'angolo $BAC = 21^\circ 50'$; la declinazione del Sole è $-23^\circ 5'$; siamo al solstizio d'inverno a mezzodi]

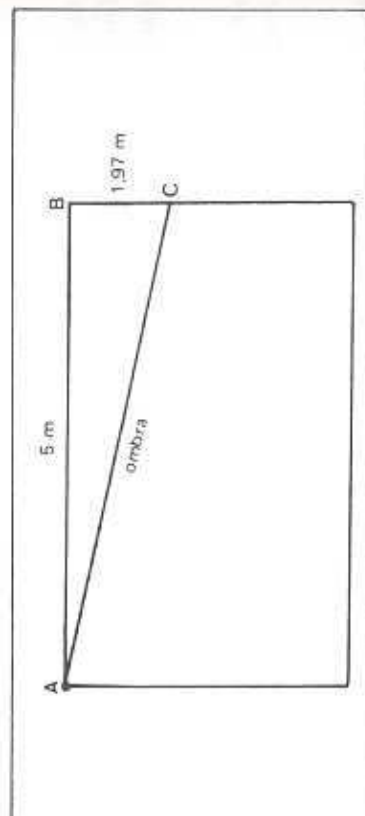


Fig. 16.2

PROBLEMA 16

Da quali zone dell'orizzonte sorgono le stelle che rimangono sopra l'orizzonte più di 12 ore per un luogo posto a latitudini boreali.

[NE]

PROBLEMA 17

Trovare l'angolo orario di Capella ($AR = 5^h 14^m 28^s$) alle ore $4^h 20^m 13^s$ di tempo siderale.

[A est del meridiano è $-0^h 54^m 15^s$]

PROBLEMA 18

In un luogo di latitudine 40° quali sono le stelle che non hanno mai l'azimut astronomico nullo?

[Quelle con $\delta > 40^\circ$]

PROBLEMA 19

Qual è l'azimut di un corpo celeste con $\delta < \varphi$ la cui altezza è massima?

[0°]

PROBLEMA 20

In quale epoca e a quale ora un'asta verticale posta sul tropico del Capricorno non proietta ombra?

[A mezzodi del solstizio invernale]

PROBLEMA 21

Come si può calcolare l'altezza di un edificio, la cui base è accessibile, spostandoci di l metri dalla base fino al punto in cui si vede la Polare scomparire dietro al tetto?

[$h = l \tan \varphi$]

PROBLEMA 22

A mezzodi, dalla lunghezza l dell'ombra di un'asta verticale di altezza h , e utilizzando le tavole delle declinazioni del Sole, trovare la latitudine del luogo.

[$\tan (90^\circ - \varphi + \delta_\odot) = h/l$]

ESERCITAZIONE 7

Disegnare approssimativamente la sfera celeste per un osservatore posto alla latitudine di 45° e su di essa rappresentare il Sole il 21 giugno alle ore 8^{tu}. Controllare quindi se una stella la cui posizione è $AR = 3^h$, $D = +30^\circ$, è sull'emisfero visibile.

PROBLEMA 23

Per un osservatore posto sull'emisfero boreale la stella Aldebaran ($AR = 4^h 34^m$) si trova sulla parte est o su quella ovest del cielo quando il punto gamma passa al meridiano superiore?

[Est]

PROBLEMA 24

Su quale cerchio si trovano le stelle la cui ascensione retta è uguale alla longitudine eclitticale?

[Coluro dei solstizi]

PROBLEMA 25

Quando la stella Rigel ($D = -8^{\circ}13'$) passa al meridiano di Roma ($\varphi = 41^{\circ}55'$) a quale altezza si trova?

[$39^{\circ}52'$]

PROBLEMA 26

Verso quale epoca dell'anno la stella Sirio ($AR = 6^{\text{h}}44^{\text{m}}$) culmina a mezzanotte?

[In inverno, all'inizio dell'anno]

PROBLEMA 27

Dimostrare con una semplice figura geometrica che di due astri che hanno declinazione opposta, e che possono essere visibili da un dato osservatore, uno sorge nella direzione diametralmente opposta a quella ove l'altro tramonta.

PROBLEMA 28

In una località posta all'equatore come sorgono gli astri che hanno uguale ascensione retta?

[Contemporaneamente]

PROBLEMA 29

Qual è la causa per la quale i crepuscoli all'equatore sono più brevi di quelli alle alte latitudini?

[Il cammino del Sole è perpendicolare all'orizzonte]

PROBLEMA 30

A quale latitudine incomincia a essere visibile la stella Canopo ($\delta = -52^{\circ}40'$) appena all'orizzonte?

[$\varphi \approx 37^{\circ}$]

PROBLEMA 31

Qual è l'epoca più favorevole per osservare un astro di $AR = 10^{\text{h}}$ verso la mezzanotte?

[Verso la fine di febbraio]

PROBLEMA 32

Se in un dato giorno una stella passa al meridiano superiore alle 23, a quale ora vi passerà un mese dopo?

[Circa alle 21]

PROBLEMA 33

Quali sono le coordinate eclitticali di una stella che ha $AR = 6^{\text{h}}$, $D = +10^{\circ}$?

[$\lambda = 90^{\circ}$, $\beta = -13^{\circ}5'$]

PROBLEMA 34

Viste dall'equatore, a quale altezza si trovano sopra l'orizzonte est le stelle con $\delta = 0^{\circ}$, che un mese prima si alzavano al tramonto del Sole?

[30°]

PROBLEMA 35

In quale istante di tempo siderale la stella Castore ($AR = 7^{\text{h}}33^{\text{m}}31^{\text{s}}$, $D = +31^{\circ}55'35''$) è alla culminazione inferiore e quale altezza ha sull'orizzonte, in quell'istante, per un osservatore posto a 65° di latitudine N?

[$t = 19^{\text{h}}33^{\text{m}}31^{\text{s}}$, $h = 6^{\circ}55'35''$]

PROBLEMA 36

Quale curva descrive l'ombra di uno stilo verticale posto al polo nord il 21 giugno? Qual è il rapporto tra la lunghezza l dell'ombra e l'altezza h dello stilo?

[Cerchio; $\tan 23^{\circ}27' = h/l$]

ESERCITAZIONE 8 *Determinare la latitudine della vostra città misurando l'altezza del Sole quando passa in meridiano.*

Si pone in posizione verticale un'asta lunga circa 50 centimetri e

un'ora prima di mezzogiorno si inizia a segnare ogni 10 minuti la posizione dell'estremità dell'ombra. Si continua questo lavoro per un'ora dopo il mezzogiorno.

L'ombra più corta indica la direzione della meridiana; la lunghezza l e l'altezza h dell'asta danno la latitudine del luogo:

$$\tan(\delta_{\odot} + 90^\circ - \varphi) = \frac{h}{l}$$

dove $\delta_{\odot}$ è la declinazione del Sole che si può trovare su un almanacco.

PROBLEMA 37

A quale latitudine nord l'eclittica può coincidere con l'orizzonte?

[Quando il polo dell'eclittica passa allo zenit $\varphi = 66^\circ 33'$]

PROBLEMA 38

Quali sono le coordinate equatoriali del polo nord dell'eclittica?

[$AR = 18^\circ$; $D = 66^\circ 51'$]

PROBLEMA 39

Quali sono le coordinate eclitticali del polo celeste nord?

[$\lambda = 90^\circ$; $\beta = 66^\circ 51'$]

PROBLEMA 40

I cinesi, nel 1100 a.C., avevano trovato che a mezzogiorno l'altezza del Sole era $79^\circ 7'$ nel solstizio estivo e $31^\circ 19'$ in quello invernale. A quale latitudine hanno fatto l'osservazione e qual era allora l'obliquità dell'eclittica?

[$\varphi = 34^\circ 47'$; $\varepsilon = 23^\circ 54'$]

PROBLEMA 41

Calcolare approssimativamente l'angolo tra l'orizzonte e l'eclittica nel momento in cui il punto gamma sorge all'orizzonte avendo l'azimut di 90° a est del nord per un luogo di latitudine 40° N.

[$26^\circ 33'$]

PROBLEMA 42

Calcolare le coordinate equatoriali del polo galattico nord sapendo che l'equatore galattico è inclinato di $+62^\circ$ rispetto a quello celeste e che uno dei due punti di incontro tra i due cerchi massimi ha $AR = 18^h 49^m$, [$AR = 12^h 49^m$; $D = +28^\circ$]

ESERCITAZIONE 9

Trovare lo spessore di uno strato di polvere che appare illuminato fino a un'altezza di α gradi sopra l'orizzonte quando il Sole si trova β gradi sotto l'orizzonte.

Soluzione Indichiamo con x l'angolo LOB (figura 16.3) e con R il raggio terrestre. Dal triangolo LOA si ha:

$$\frac{LO}{\cos \alpha} = \frac{R}{\cos(\alpha + \beta - x)}$$

ma $LO \cos x = R$, cioè:

$$\frac{R}{\cos \alpha \cos x} = \frac{R}{\cos(\alpha + \beta) \cos x + \sin(\alpha + \beta) \sin x}$$

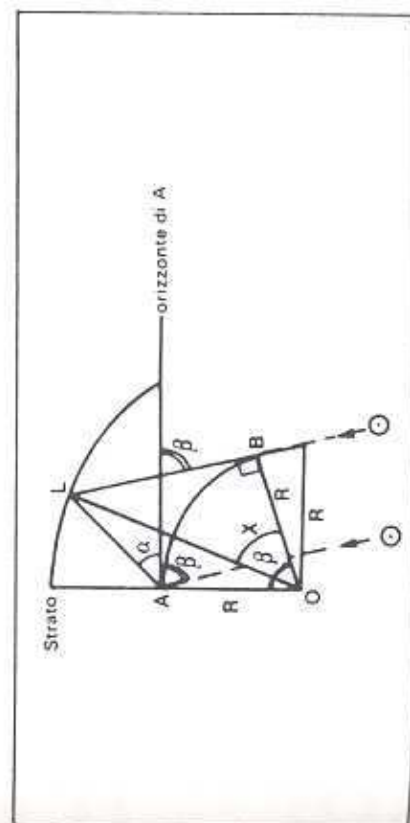


Fig. 16.3

da cui:

$$\tan x = \frac{\cos \alpha - \cos (\alpha + \beta)}{\sin (\alpha + \beta)}$$

ma

$$LO = R \sqrt{1 + \tan^2 x}$$

per cui:

$$LO = R \sqrt{1 + \left[\frac{\cos \alpha - \cos (\alpha + \beta)}{\sin (\alpha + \beta)} \right]^2}$$

e l'altezza h dello strato è $h = LO - R$.

Un esempio: il 12 ottobre 1983 è stato visto uno strato illuminato fino all'altezza di 10 gradi sopra l'orizzonte quando il Sole era a 10 gradi sotto l'orizzonte. L'altezza dello strato era di 54 km.

17 Il tempo

ESERCITAZIONE 10 *Determinazione della lunghezza del giorno sidereo dalla misura della lunghezza delle tracce delle stelle*

Dopo aver caricato una macchina fotografica del formato 24×36 mm con una pellicola da 200 ASA e averla dotata di un obiettivo aperto a $F/4$ fissiamola su un robusto cavalletto e puntiamola sul polo celeste.

Adoperando uno scatto flessibile si esegue quindi una posa di 20 o 30 minuti, in una notte serena e buia.

Sulla fotografia ottenuta si misurano gli archi descritti dalle stelle, che, a causa del movimento della sfera celeste, hanno tutte lasciato una traccia. Si determina il centro comune ai vari archi e si ottiene in tal modo la posizione del polo celeste.

Se l è la lunghezza di un arco descritto da una stella su una circonferenza di raggio r durante il tempo di posa t , la lunghezza x del giorno sidereo si ottiene dalla proporzione:

$$t : x = l : 2\pi r$$

Più lungo è il tempo di posa t , migliore è la determinazione di x .

ESERCITAZIONE 11 *Come si fotografano le stelle*

Per fotografare le stelle e avere delle immagini puntiformi senza usufruire di complicate apparecchiature, basta utilizzare una buona macchina fotografica del formato 24×36 mm, purché sia dotata di un obiettivo normale (focale 5 cm) più luminoso di $F/2$; un obiettivo aperto a $F/1.4$ può rappresentare l'optimum.

Si carica quindi la macchina con una pellicola di rapidità almeno sui 400 ASA, in bianco e nero o a colori (per diapositive). Si fissa poi la macchina su un robusto cavalletto dotato di testa panoramica.

Uno scatto flessibile potrà consentire brevi pose senza che la macchina sia turbata da oscillazioni dannose.

Puntato l'obiettivo sulla costellazione che si vuole fotografare si fa una posa di non più di 10 secondi. Si ottiene in questo modo una bella fotografia che, se il cielo è terso e senza Luna, consentirà di registrare stelle fino alla ottava o nona magnitudine, molto al di là cioè di quanto è possibile vedere a occhio nudo.

Con questo sistema, in una sola notte, si può fotografare tutto il cielo. Se si ripete poi lo stesso lavoro dopo circa sei mesi, quando le costellazioni sono cambiate, è possibile ottenere un atlante di tutto il cielo visibile dalle nostre latitudini.

Con questo semplice sistema si possono fotografare anche i pianeti; si può seguire il loro movimento notte per notte ed è anche possibile stabilire la loro traiettoria e porre quindi in evidenza i principali fenomeni dovuti al loro movimento.

Se si utilizza un piccolo movimento equatoriale, che può essere facilmente acquistato a poco prezzo da ditte specializzate, puntandolo accuratamente sul polo celeste, è possibile ottenere fotografie veramente spettacolari. Si possono registrare molte splendide nebulose estese, che sono disposte lungo la Via Lattea, molti ammassi aperti, qualche ammasso globulare e le principali e più estese galassie (M 31, M 33, ecc.).

Se la notte è perfetta e si osserva in alta montagna, con una decina di minuti di posa si possono registrare stelle anche di magnitudine 12, cioè cento volte meno luminose di quelle appena percepibili a occhio nudo.

QUESTIONE

Perché, con un obiettivo di lunghezza focale di 5 cm, è necessaria una posa di circa 10 secondi, affinché le fotografie delle stelle non appaiano mosse? La ragione è semplice: un'immagine stellare sulla pellicola fotografica per apparire di forma pressoché rotonda deve avere un diametro che non superi i 40 micrometri. Con un focale di 5 cm i 40 micrometri sottendono un arco di $165''$, come si può facilmente con-

statare con la formula che dà la lunghezza di un arco. Ma $165''$ corrispondono sull'equatore celeste a uno spostamento della sfera celeste che avviene in $165/15 = 11$ secondi di tempo. Con una posa di questa lunghezza allora una stella equatoriale lascia una traccia che è lunga 40 micrometri quindi all'apparenza quasi puntiforme.

È evidente che più grande è la declinazione della zona che si vuole fotografare, maggiore è il tempo di posa che si può adoperare. Al polo, per esempio, si può posare anche per 30 o 40 secondi.

Nota: In alcuni degli esercizi seguenti il procedimento che si deve adoperare è approssimato. Spesso per fissare i concetti fondamentali è più utile un calcolo approssimato rispetto a uno esatto ma più laborioso.

PROBLEMA 43

Alle ore 12 del 22 marzo l'ora siderale è 0. Sapendo che il giorno siderale è inferiore di circa 4 minuti (più esattamente $3^m 56^s$) rispetto a quello medio, calcolare approssimativamente l'ora siderale corrispondente alle 22 del 16 novembre.

Soluzione A mezzodì del 22 marzo sono circa le ore 0 siderali, a mezzodì del 23 marzo sono le $0^h 4^m$; un mese dopo, a mezzodì del 22 aprile, sono le ore siderali 2^h . Tra il 16 novembre e il 22 marzo intercorrono 7,96 mesi quindi, a mezzodì del 16 novembre, l'ora siderale è circa $7,96 \times 2 = 15^h 52^m$. Alle 22 di quel giorno saranno $10^h 2^m$ circa in più dell'ora di mezzodì. Dunque la risposta è $1^h 58^m$ siderali.

PROBLEMA 44

Alle 20 del 2 marzo che ora siderale corrisponde?

[Circa le $6^h 40^m$]

PROBLEMA 45

Qual è l'ora siderale approssimativa relativa alle ore 5 del fuso di un luogo A di longitudine $0^h 48^m 59^s$ a est di GW il 1 maggio?

Soluzione Adoperiamo le tavole approssimate (p. 48). A GW il 1 maggio alle ore 0 sono le $14^h 57^m 15^s$. Poiché il luogo A è a est di GW di 0^h

$48^h 59' = 0^h 816$, il suo tempo di fuso sarà spostato in avanti di 1^h rispetto a GW. Le ore 5 del tempo di fuso sono quindi le 4 di GW. Trascurando la conversione da tempo solare in siderale, alle 4 di GW corrispondono il 1 maggio le 18h,57 di TS. Ma il luogo A è a est di GW di $0^h 816$ quindi la sua ora siderale sarà: $18^h 57' + 0^h 816 = 19^h 39' = 19^h 23^m$.

PROBLEMA 46

Qual è l'ora siderale approssimata relativa al 1 gennaio alle 9 del mattino a Greenwich?

[$15^h 41^m$]

PROBLEMA 47

Adoperando un almanacco, calcolare il tempo siderale corrispondente alle $13^h 25^m$ di tempo medio (del fuso) del 14 maggio 1983 in una località la cui longitudine est è $0^h 48^m$.

[$t_s = t_0 + 0^h 48^m + \text{correz. tempo medio in siderale} = 4^h 39^m$]

ESERCITAZIONE 12 Come si possono dedurre l'ora siderale e l'ora di tempo medio dall'osservazione delle stelle

Osservando una qualunque carta celeste si può rilevare che la stella circumpolare (per le latitudini $(\varphi = 45^\circ)$ Beta della costellazione di Cassiopea ha l'ascensione retta di circa 0^h , quasi coincidente con quella del punto gamma.

Se, guardando il cielo di notte verso nord immaginiamo che vi sia una lancetta indicatrice che abbia la base sulla stella Polare e l'indice puntato sulla stella Beta di Cassiopea, si può supporre di avere di fronte la lancetta delle ore di un grande orologio (da 0^h a 12^h).

La linea PS della figura 17.1 indica il meridiano superiore. L'angolo SPB, misurato in senso antiorario, è l'angolo orario di B, cioè quello della stella Beta, o quello del punto gamma, angolo che per definizione è uguale al tempo siderale t_s .

L'ora letta sul grande orologio stellare va sottratta a 12^h e il risultato, moltiplicato per 2, dà immediatamente l'ora siderale.

Per calcolare l'ora di tempo medio si procede nel seguente modo: nota la data del giorno si calcola il tempo siderale approssimato dei mezzodì del giorno dell'osservazione, come indicato, negli esercizi

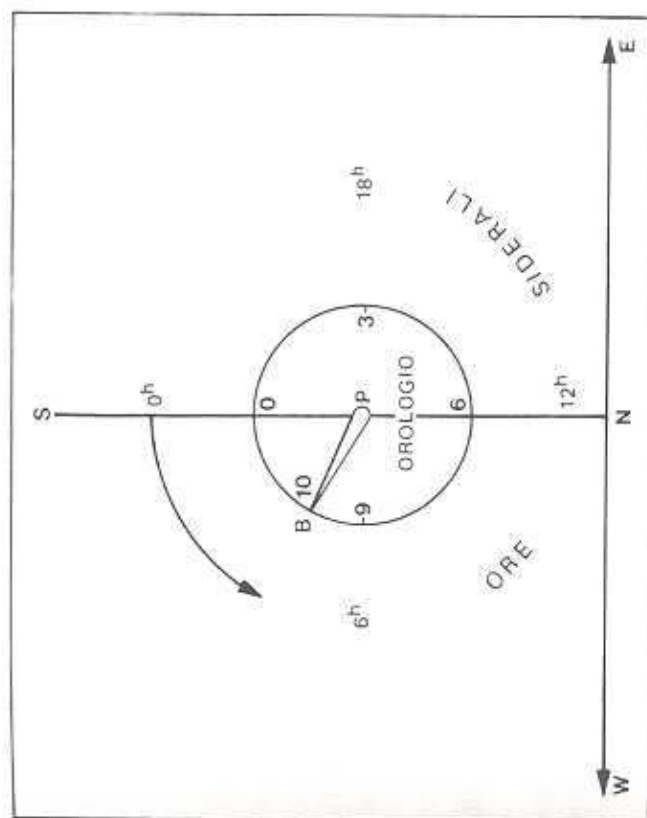


Fig. 17.1

precedenti. La differenza tra il tempo siderale segnato dall'orologio stellare e quello calcolato per il mezzodì, dà l'ora approssimata di tempo medio dell'istante di osservazione.

QUESTIONE Una questione relativa alle ore di luce al solstizio invernale. Mentre la durata delle ore di luce rimane pressoché la stessa per vari giorni attorno al solstizio invernale e le giornate incominciano ad allungarsi solo molto lentamente, l'equazione del tempo (ET) invece cala molto rapidamente ogni giorno dopo i primi 20-25 giorni, cioè circa 0,5 minuti al giorno. Il Sole quindi leva sempre più presto ma non tanto da compensare il ritardo che accumula il tempo medio in base all'ET; succede pertanto che rispetto al tempo medio il Sole in realtà pare levarsi più tardi. Per lo stesso motivo, alla sera, il tramonto viene ritardato più di quanto avviene rispetto al tempo vero.

PROBLEMA 48

Agli equinozi il Sole non sorge esattamente alle 6 e tramonta alle 18 di tempo medio, perché? E per quale ragione dopo il solstizio invernale le giornate si allungano mentre fino a metà gennaio il Sole si alza un'ora di tempo medio più tardi?

Soluzione Il Sole medio sul quale è riferita l'ora degli orologi non coincide con il Sole vero. All'equinozio di primavera il Sole medio avanza di circa 7 minuti rispetto a quello vero e in autunno invece ritarda della stessa quantità. Se poi l'ora è quella del fuso orario bisogna tenere conto della differenza tra l'ora locale e l'ora del fuso.

PROBLEMA 49

Pressappoco in quale giorno dell'anno il Sole tramonta o sorge alla stessa ora di un altro giorno?

[Il giorno la cui distanza di tempo rispetto al solstizio è simmetrica rispetto all'evento precedente]

PROBLEMA 50

In una città posta sull'equatore una piazza circolare ha il diametro di 300 m; che differenza di tempo si misura nel passaggio del Sole al meridiano visto dai due estremi della piazza?

[Circa 0,6 secondi]

PROBLEMA 51

Il 21 settembre l'orologio siderale e quello civile sono in accordo, perché?

Soluzione Alle 0^h TU del 21 settembre il punto gamma è in meridiano in direzione opposta a quella del Sole (differenza 12^h), quindi il 15, che è l'angolo orario del gamma, alle 0^h di quel giorno è 0^h. I due orologi perciò coincidono.

PROBLEMA 52

Una stella osservata a Greenwich in un certo istante ha l'angolo orario 5^h 27^m; osservata invece in una località A, nello stesso istante, ha

l'angolo orario 3^h 40^m. Qual è la longitudine di A?

[1^h 47^m W]

PROBLEMA 53

Qual è l'ora locale media (TLM) per un osservatore posto alla longitudine di 70 gradi W quando il tempo di GW segna 22^h 50^m? E qual è invece l'ora per un osservatore a long. 70° E?

[18^h 10^m; 3^h 30^m]

PROBLEMA 54

Gli antichi egiziani stabilirono l'inizio dell'anno al sorgere eliaco di Sirio (Sothis). Poiché essi adottarono l'anno vago lungo 365 giorni, ogni anno Sirio sorgerà lievemente in ritardo. Dopo quanti anni (periodo sofiaco) Sirio ritorna a sorgere nella stessa stagione?

[1461]

PROBLEMA 55

Una città A è posta alla longitudine 43° 12' E di GW. Quando in A l'orologio segna le 20^h 35^m siderali, in un'altra città B l'orologio segna le 23^h 12^m siderali. Qual è la longitudine di B?

[82° 27' E]

PROBLEMA 56

Sull'almanacco astronomico si trova che il 25 giugno 1983 vi fu una eclisse di Luna e il primo contatto dell'astro con l'ombra della Terra avvenne alle 7^h 15^m TU. Un osservatore in una certa città posta a latitudine - 20° notò che il fenomeno si era verificato alle 4^h 19^m ora locale. Qual è la longitudine e il nome della città?

[44°, Belo Horizonte]

QUESTIONE La linea di cambiamento di data

Nella figura 17.2 è rappresentata la Terra vista dal polo nord (N); il segmento N-GW è il meridiano di Greenwich (GW) e N-L è il meridiano a 12° da GW, cioè la linea di cambiamento di data. Andando da GW verso ovest le longitudini sono positive, verso est invece sono negative. Supponiamo che il 20 aprile a GW siano le ore 16. Se ci portiamo

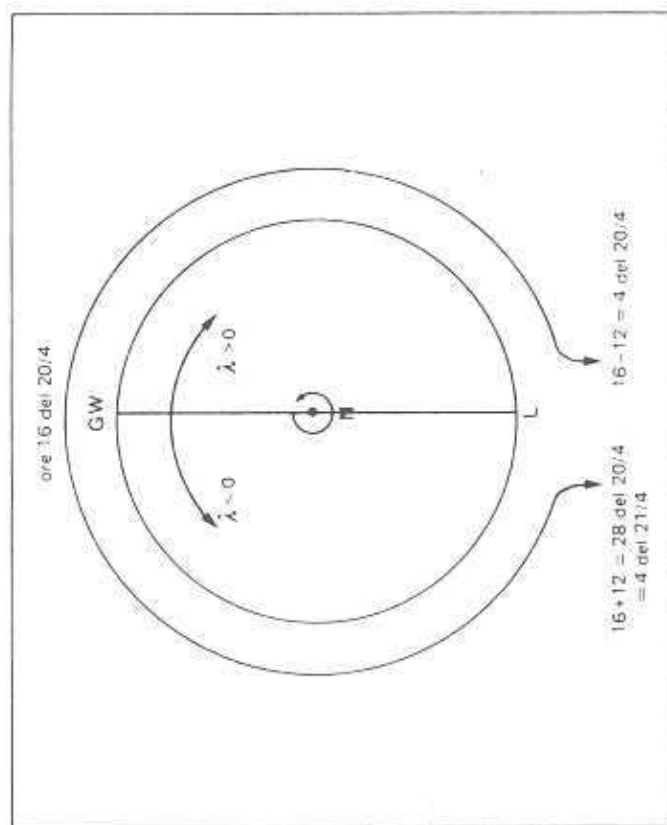


Fig. 17.2

istantaneamente a est di 12 ore di longitudine arriviamo in L, ove l'orologio segna le ore $16 + 12 = 28^h$ del 20 aprile, cioè le ore 4 del 21 aprile. Se invece ci spostiamo istantaneamente verso ovest di 12 ore: arriviamo ancora in L dove però le ore dovrebbero essere $16 - 12 = 4^h$ del 20 aprile.

Dunque, nello stesso istante, cioè alle ore 4, succede che a oriente di L è il 20 aprile, mentre a occidente è il 21.

Se navigando a est di GW (per esempio dall'Australia si va verso l'America) si attraversa la linea di data, supponiamo alle ore 8 del 5 maggio, dopo averla attraversata, la data cambia: bisogna cioè dire che sono le ore 8 del 4 maggio.

Viceversa se si viaggia verso ovest provenendo da longitudini a ovest di GW (per esempio andando dall'America verso l'Australia) e si giunge alla linea di cambiamento di data, per esempio, alle 20 del 7

agosto, dopo averla attraversata bisogna dire che in realtà sono le ore 20 dell'8 agosto.

Anche il grande navigatore Antonio Pigafetta fu assai sorpreso quando, giunto da est alle isole del Capo Verde, si accorse che la data era giovedì 10 luglio, mentre lui credeva fosse mercoledì 9 luglio. La questione del cambiamento di data rimase confusa finché Pietro Martire D'Anghiera non ne diede la ragione.

18 Le meridiane

ESERCITAZIONE 13 *L'orientamento con un orologio a lancette*

Per orientarsi con un orologio basta puntare la lancetta delle ore in direzione del Sole; quindi si considera l'angolo tra la direzione delle ore 12 e quella del Sole. La bisettrice indica molto approssimativamente il sud.

La spiegazione è immediata.

ESERCITAZIONE 14 *Una meridiana a mano*

Questo rozzo sistema per stabilire l'ora è utilizzabile alle latitudini boreali intermedie (per l'emisfero sud si deve invertire il ruolo delle mani).

Durante le ore del mattino si utilizza la mano sinistra. Tra il pollice e la mano si stringe un bastoncino o una pagliuzza in modo da formare una specie di stilo il quale dovrà essere inclinato rispetto al palmo della mano di un angolo pressappoco identico alla latitudine del luogo. Il palmo deve essere aperto, posto orizzontale e rivolto verso l'alto.

Dirigendo le dita della mano verso ovest, le varie ore del giorno sono segnate dall'ombra che giunge sulle diverse pieghe della mano e sulle dita come è indicato nella figura 18.1.

Per le ore del meriggio si opera nello stesso modo ma con la mano destra il cui indice invece dovrà essere puntato verso est. Le varie ore sono indicate dalle pieghe e dalle dita come è illustrato nella figura 18.1.

ESERCITAZIONE 15. *Un semplice strumento per misurare il tempo e per l'orientamento.*

Su un grosso foglio di cartone perfettamente orizzontale si disegnano 5 o 6 cerchi concentrici ugualmente intervallati; il più esterno dei quali abbia 15 centimetri di raggio. Al centro si ponga un'asticciola (gnomone) perfettamente verticale (si usi un filo a piombo) alta 5 cm (figura 18.2). Si fissi il tutto su una tavoletta di legno che a sua volta sarà sistemata stabilmente in un luogo ove possa essere illuminata dal Sole per diverse ore prima e dopo mezzogiorno. L'apparato potrà servire per una serie di misure e osservazioni.

1. *Tracciare la linea meridiana (NS) e la direzione est-ovest*

Qualche tempo prima di mezzogiorno, un'ora o due, l'estremità dell'ombra dello gnomone toccherà una delle circonferenze in un punto A che si avrà cura di segnare con una matita. Dopo mezzogiorno bisognerà attendere il momento in cui l'ombra toccherà la stessa circonferenza in B, punto che verrà pure segnato.

Il segmento AB indica la direzione est-ovest mentre il suo asse, che passa per O, indica la direzione della meridiana.

2. *Determinazione del mezzogiorno locale*

Con il dispositivo precedente, sempre fisso nello stesso luogo, si

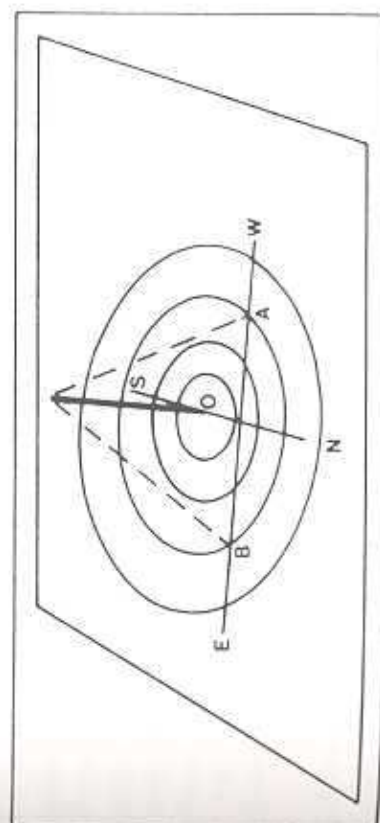


Fig. 18.2

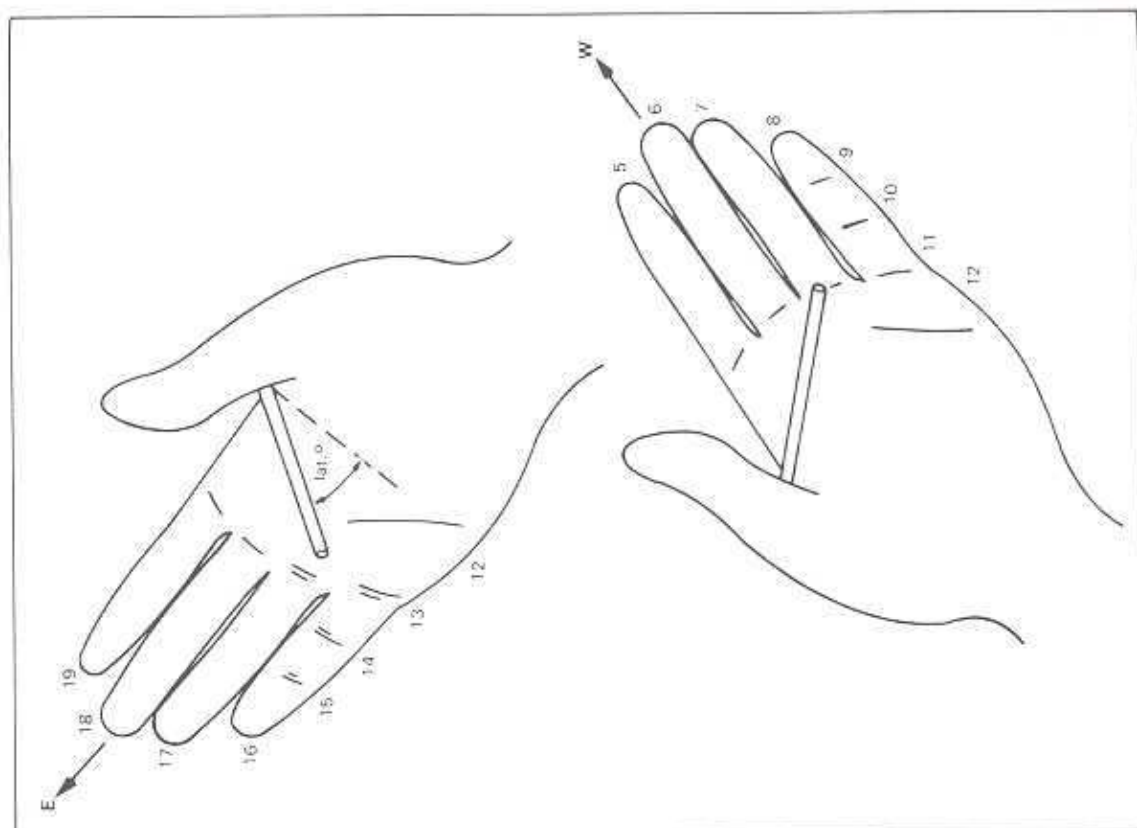


Fig. 18.1

può individuare il momento in cui cade il mezzogiorno solare locale (ML) cogliendo l'istante in cui l'ombra dello gnomone si sovrappone esattamente alla meridiana.

Per trovare il mezzodi di tempo medio (MM) bisogna correggere ML con l'equazione del tempo ET data dalla tabella:

$$MM = ML - ET$$

Una correzione più esatta sarà illustrata in seguito.

3. Determinazione della latitudine

La latitudine può essere misurata con maggior cura rilevando l'altezza del polo celeste sull'orizzonte; il metodo seguente vuole mostrare come si può giungere allo stesso risultato sfruttando l'ombra del Sole.

Misurando a mezzodi la lunghezza dell'ombra dello stilo, si può trovare la latitudine del luogo.

Su un almanacco si legge la declinazione (δ_s) del Sole in quel giorno. A mezzodi l'altezza h del Sole è: $h = 90^\circ - \varphi + \delta_s$.

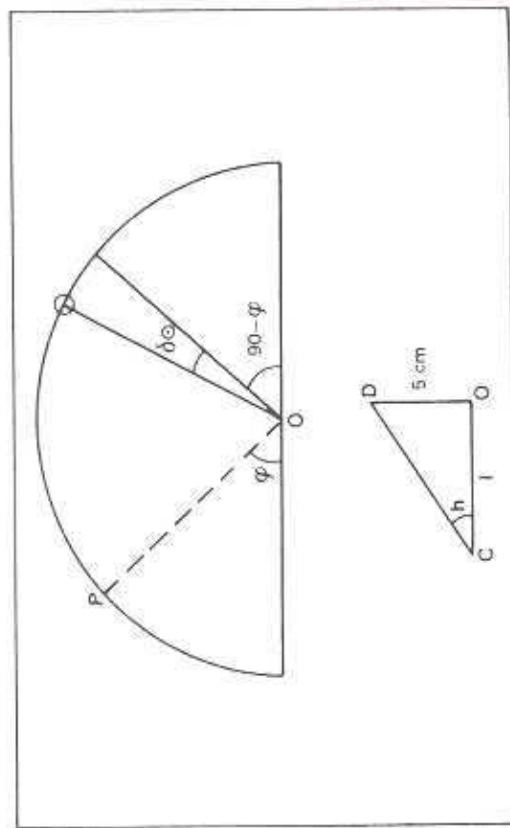


Fig. 18.3

L'angolo h non è altro che l'angolo DCO (figura 18.3) che si può misurare con un goniometro su un triangolo rettangolo disegnato su un foglio. Il triangolo deve avere come cateti l'altezza dello stilo, cioè $DO = 5$ cm, e la lunghezza $OC = l$ dell'ombra a mezzodi. Nota h dall'espressione precedente si ottiene:

$$\varphi = 90^\circ + \delta_s - h$$

4. Trovare la declinazione del Sole in qualunque giorno

Se è nota la latitudine φ del luogo, si può misurare la declinazione δ_s del Sole in una data qualunque valutando, come nel caso precedente, la lunghezza dell'ombra l dello gnomone a mezzodi. Costruendo un triangolo analogo a quello illustrato nel paragrafo precedente, si può ricavare l'altezza h del Sole e quindi dall'espressione:

$$\delta_s = h + \varphi - 90^\circ$$

si ottiene subito la declinazione dell'astro in quel giorno.

5. Trovare le date degli equinozi

Con lo stesso strumento, si possono trovare anche le date degli equinozi. Sapendo che in quei giorni la declinazione del Sole è $\delta_s = 0^\circ$, dalla precedente formula si ottiene: $h = 90^\circ - \varphi$.

Calcolato quindi l'angolo h , che dà l'altezza del Sole sull'orizzonte a mezzodi, si costruisce un triangolo rettangolo che ha per cateto $DO = 5$ cm e si fissa il vertice C in modo che l'angolo DCO sia uguale ad h . Si misura quindi il cateto $CO = l$ e sulla meridiana, partendo dal piede dello gnomone, si segna il punto corrispondente all'estremità di un segmento lungo l .

Nel giorno in cui a mezzodi l'estremità dell'ombra dello gnomone passerà per questo punto cadrà l'equinozio.

6. Le date dei solstizi

Si opera come nel caso precedente tenendo presente che la declinazione del Sole è $\delta_s = +23^\circ,5$ al solstizio estivo, e $\delta_s = -23^\circ,5$ in quello invernale. Essendo $h = 90^\circ - \varphi + \delta_s$ si può calcolare la lunghezza che

L'ombra avrà a mezzogiorno nei solstizi e si potranno quindi segnare i due punti sulla linea meridiana. L'ombra dello stilo passerà per questi due punti solamente nei solstizi.

7. L'obliquità dell'eclittica

Con l'apparato descritto è possibile misurare il valore dell'obliquità dell'eclittica (ϵ) e la declinazione del Sole nei solstizi e negli equinozi.

Dal valore massimo che assume la lunghezza dell'ombra a mezzogiorno, nell'arco dell'anno, si può dedurre sia il valore di ϵ che quello di δ : al solstizio d'inverno quando si conosce la latitudine ϕ , costruendo infatti un triangolo rettangolo avente un cateto lungo 5 cm e l'altro lungo L , cioè quanto è lunga l'ombra in questo giorno, si misura col goniometro l'angolo opposto al primo cateto (quello di 5 cm); essendo $\alpha = 90^\circ - \phi + \delta$, nel solstizio invernale si avrà $\alpha = 90^\circ - \phi - \epsilon$; espressione dalla quale noti α e ϕ si ottiene subito l'obliquità dell'eclittica ϵ .

(Chi conosce la trigonometria potrà giungere molto più rapidamente alle conclusioni senza dover fare misure angolari su disegni.)

ESERCITAZIONE 16 Una meridiana orizzontale

Iniziamo l'approccio al progetto di costruzione di una meridiana orizzontale descrivendo prima quella equatoriale che è molto più semplice e sulla quale si basa l'altra.

La meridiana equatoriale fondamentalmente è costituita da un piano, realizzato in legno, in cartone o in plastica, perpendicolare a un asse metallico (detto stilo o gnomone), puntato sul polo celeste P. Lo stilo sarà pertanto inclinato rispetto al piano orizzontale di un angolo pari alla latitudine del luogo ϕ . Se si opera in primavera o in estate, il Sole, che si trova a nord dell'equatore, determina un'ombra dello stilo PC che cambia continuamente posizione.

Prendendo come base il segmento CB, passante per il piede dello stilo e perpendicolare alla intersezione tra il piano equatoriale (quello della meridiana) e l'orizzontale, si disegnano a 15 gradi di distanza una dall'altra, corrispondenti a un'ora di tempo, le linee rette orarie che convergono in C. La linea CB sarà quella che corrisponde alle ore 12 essendo disposta in meridiano; alcune altre sono indicate nella figura 18.4.

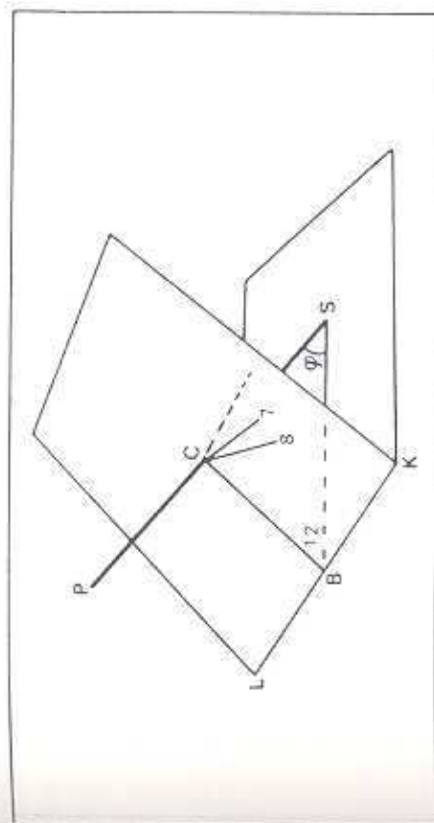


Fig. 18.4

Per costruire una meridiana orizzontale dovremo usare come gnomone il triangolo CBS della precedente meridiana. Un triangolo in legno o in metallo proietterà di ora in ora delle ombre che si disporranno esattamente sulle linee che si ottengono congiungendo i punti E, F, ecc. (figura 18.5), di intersezione delle linee orarie della meridiana equatoriale con il piano orizzontale, e il punto S.

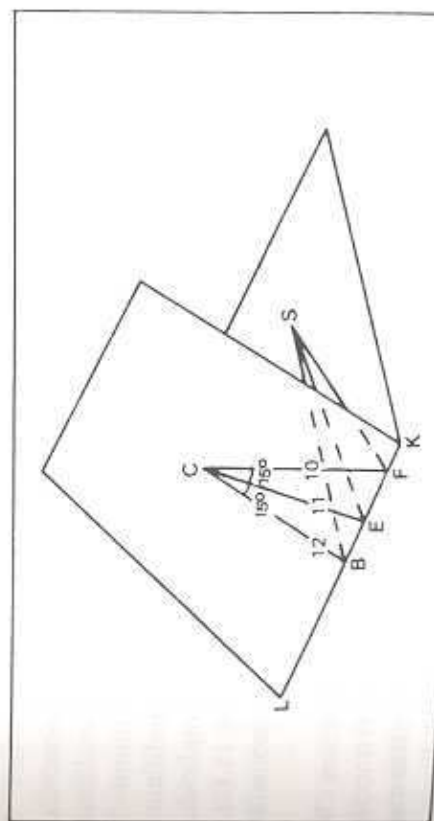


Fig. 18.5

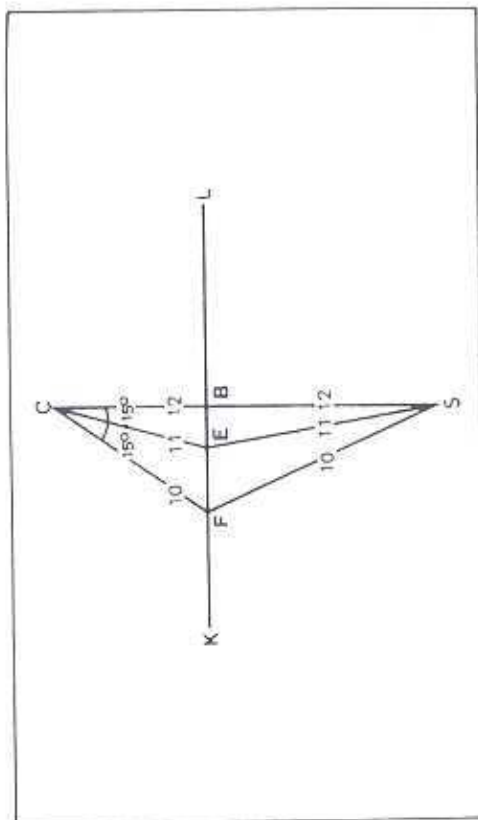


Fig. 18.6

Questo procedimento pratico per costruire le linee orarie della meridiana orizzontale può essere seguito fino a un certo punto, dopodiché il disegno diventa impossibile essendo le varie intersezioni molto lontane da B, cioè fuori dal disegno.

Visto il principio sul quale si fonda la costruzione della meridiana orizzontale vediamo ora come si possono disegnare tutte le linee orarie.

Supponiamo che il piano equatoriale sia stato ribaltato attorno alla linea LK come appare nella figura 18.6. Partendo dalla linea meridiana CB, tracciamo vari angoli consecutivi ampi 15 gradi l'uno. Unendo i punti B, E, F con S si ottengono alcune linee orarie della meridiana orizzontale, quelle vicine alle ore 12 (nella figura 18.6, per semplicità, sono state tracciate solo alcune linee, quelle indicanti le ore 10, 11, 12). Per tracciare le altre bisogna mettere in pratica il seguente procedimento che fa uso della trigonometria.

Si scelga la lunghezza del segmento BC posto sulla meridiana CS (figura 18.7). BS è dato da $BC/\sin \varphi$, essendo $BC = BA$. Da B si traccia la perpendicolare BR alla meridiana; perpendicolare che rappresenta l'intersezione del piano equatoriale con quello orizzontale. Il segmento CR sia una linea oraria della meridiana equatoriale. Se si riesce

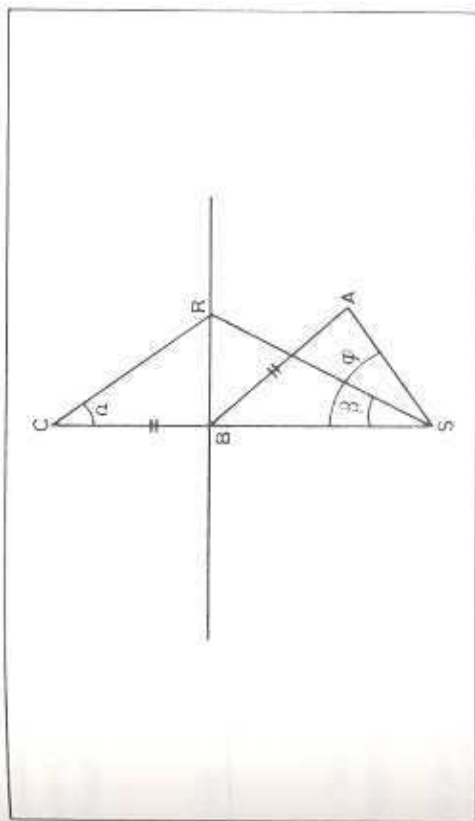


Fig. 18.7

a trovare una relazione tra l'angolo $RCB = \alpha$ e l'angolo $BSR = \beta$, sarà facile tracciare, utilizzando un goniometro, tutte le linee orarie, anche quelle che abbiamo disegnato in precedenza.

Consideriamo il triangolo rettangolo BSA nel quale il cateto BA è uguale al segmento CB e l'angolo opposto BSA è pari alla latitudine del luogo φ .

Dal triangolo (figura 18.7) si ottiene: $BS \sin \varphi = AB = CB$.

Ma dai due triangoli CBR e SBR si ottiene anche:

$$BR = BS \tan \beta$$

$$BR = CB \tan \alpha$$

da cui eliminando BR si ha:

$$BS \tan \beta = CB \tan \alpha$$

ma dalla relazione precedente:

$$BS \tan \beta = BS \sin \varphi \tan \alpha$$

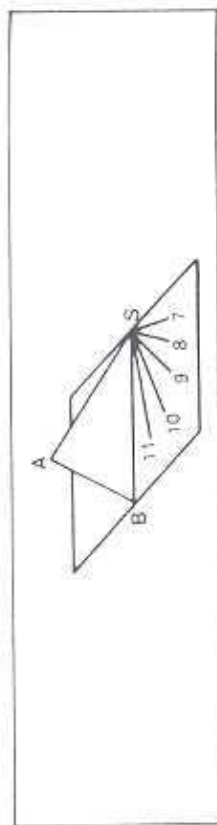


Fig. 18.8

cioè:

$$\tan \beta = \sin \varphi \tan \alpha$$

Dando quindi ad α valori di 15 in 15 gradi si ottengono i corrispondenti valori di β con i quali si possono tracciare le linee orarie cercate.

Disegnate in questo modo le linee orarie della meridiana orizzontale, si fisserà lungo il segmento BS uno gnomone formato da un triangolo rettangolo uguale al triangolo BSA e posto in modo da essere perpendicolare al piano orizzontale. Si orienta quindi la linea BS sulla meridiana del luogo facendo in modo che il punto S sia rivolto a sud (figura 18.8).

PROBLEMA 57 *Lettura dell'ora sulla meridiana*

La meridiana indica il tempo vero locale (TV). Se si desidera conoscere l'ora media locale (TV), bisogna correggere TV con l'equazione del tempo (ET) relativa a quel giorno e con la differenza tra la longitudine del luogo λ_0 e quella del meridiano del fuso λ_e , cioè:

$$TM = TV + ET + \lambda_0 - \lambda_e$$

1. Il 16 febbraio (ET = + 14^m, 1), si legge sulla meridiana: ore 12; qual è il tempo medio in quell'istante se il luogo è a 49^m di longitudine a est di GW? Poiché il meridiano del fuso è $\lambda_e = -1^h$ da GW e quello del luogo è a $\lambda_0 = -0^h$ 49^m, si ha:

$$TM = 12^h + 0^h 14^m, 1 - 0^h 49^m + 1^h = 12^h 25^m, 1$$

2. Che ora segna la meridiana (TV) quando il nostro orologio segna le ore 12 il 20 agosto in un luogo di longitudine 1^h 20^m a ovest di GW? Poiché la ET = + 3^m, 4 e il meridiano del fuso ha $\lambda_e = 1^h$, si ha:

$$TV = TM - ET - \lambda_0 + \lambda_e$$

cioè

$$TV = 12^h - 0^h 3^m, 4 - 1^h 20^m + 1^h = 11^h 36^m, 6$$

Notiamo che la ET che abbiamo usato è approssimata, infatti varia leggermente di anno in anno attorno a certi valori medi.

La precessione

PROBLEMA 58

Quanto tempo è necessario affinché il punto gamma passi da un segno zodiacale a un altro?

[2166 anni]

PROBLEMA 59

Trovare la longitudine che aveva il punto gamma nel 3000 a.C. partendo dalla sua attuale posizione.

[291°]

PROBLEMA 60

Trovare su un atlante celeste il punto ove verrà a trovarsi il punto gamma tra 13.000 anni.

[Sull'attuale punto della Libra]

ESERCITAZIONE 17 *Quadranti solari su pareti verticali non declinanti*
Gli orologi solari, spesso chiamati anche meridiane, indicano l'ora solare del meridiano del luogo. È questa la funzione che devono avere anche oggi, non quella di leggere l'ora del tempo civile che ci viene indicata invece con la massima precisione dai nostri orologi al quarzo, comandati magari via radio da qualche orologio atomico.

Calcolare un orologio solare posto su una parete inclinata rispetto

alla direzione est ovest (cioè declinante) oggi è abbastanza semplice; esistono infatti numerosissimi programmi per computer che stampano tutto il disegno che poi dovrà essere trasferito, in scala, sul muro. Qui ci limitiamo a dare gli elementi essenziali per costruirne uno con il metodo grafico.

Avvertiamo che il procedimento indicato deve essere seguito con molta precisione. È conveniente inoltre che il disegno sia in scala 1:1.

In primo luogo è necessario conoscere la latitudine del luogo che può essere ricavata facilmente da una tavoletta I.G.M. al 25.000.

Prima di iniziare il disegno del quadrante è importante eseguire due operazioni: misurare la cosiddetta "declinazione" del muro e posizionare esattamente lo stilo (o gnomone dell'orologio).

Lo stilo è formato generalmente da un'asta fatta con un tondino metallico dello spessore di 5-8 mm lungo circa un quarto della lunghezza del quadro sul quale si vuol disegnare l'orologio.

Per determinare l'orientamento della parete (la sua declinazione) non si può usare la bussola poiché è uno strumento quanto mai impreciso. Un buon metodo può essere invece il seguente.

Una tavoletta quadrata di legno, di circa 40 cm di lato, dovrà essere collocata orizzontalmente (con la bolla) di fronte al muro in modo che un suo lato (l'E, W della fig. 18.9) tocchi la parete stessa. Sulla tavoletta sia stato piantato in precedenza uno stilo metallico UM, di 20 o 30 centimetri di altezza, esattamente perpendicolare alla tavoletta, nella posizione indicata nella figura 18.9. Con centro in M si traccia una circonferenza di raggio pari all'altezza dell'asta.

Al mattino, in una giornata di Sole, si segna il punto in cui l'estremità dell'ombra dello stilo tocca la circonferenza (punto K) e nel pomeriggio si segna l'altro punto T in cui la stessa estremità dell'ombra dello stilo tocca, dall'altra parte, la stessa circonferenza. Si congiungano quindi con una retta i punti K e T.

Portando per M la perpendicolare alla retta TK si ottiene la linea "meridiana" che incontra in C il muro, il quale, nel nostro esempio, è volto lievemente verso ovest.

Sul punto A del muro, posto sulla verticale passante per C e scelto a piacere, si fissa lo stilo dell'orologio solare in modo che poggiando

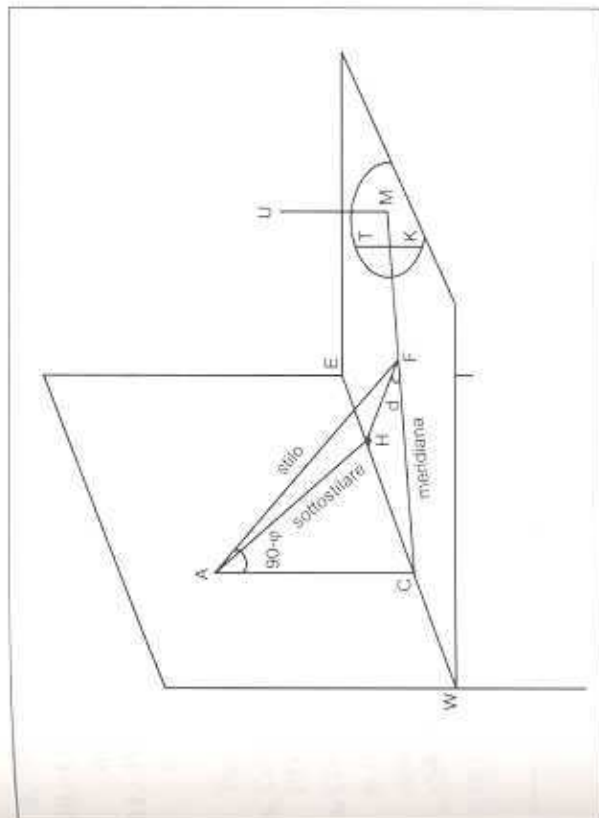


Fig. 18.9

l'altra sua estremità sulla linea meridiana tracciata sulla tavoletta, formi un angolo con la verticale AC, eguale a $90^\circ - \text{la latitudine del luogo } (\varphi)$. Il suo punto di incontro con la meridiana sia F.

Per F, sulla tavoletta, si porti la perpendicolare FH alla parete. Congiungendo A con H si ottiene il segmento detto *sottostilare*. L'angolo CFH è la "declinazione d' " del muro (termine che non deve essere confuso con la seconda coordinata astronomica del sistema equatoriale). Se la parete è leggermente rivolta ad est, il punto H evidentemente cade alla sinistra (per chi guarda) del punto C.

Ripetiamo ora tutte queste misure su un grande foglio da disegno sul quale, col procedimento che vedremo, tratteremo le linee orarie che dovranno essere poi riportate sul muro.

Il metodo grafico è il seguente.

1. Si segna il punto A.
2. Per A si traccia la verticale AS che tocca in C la linea EW (fig. 18.10).

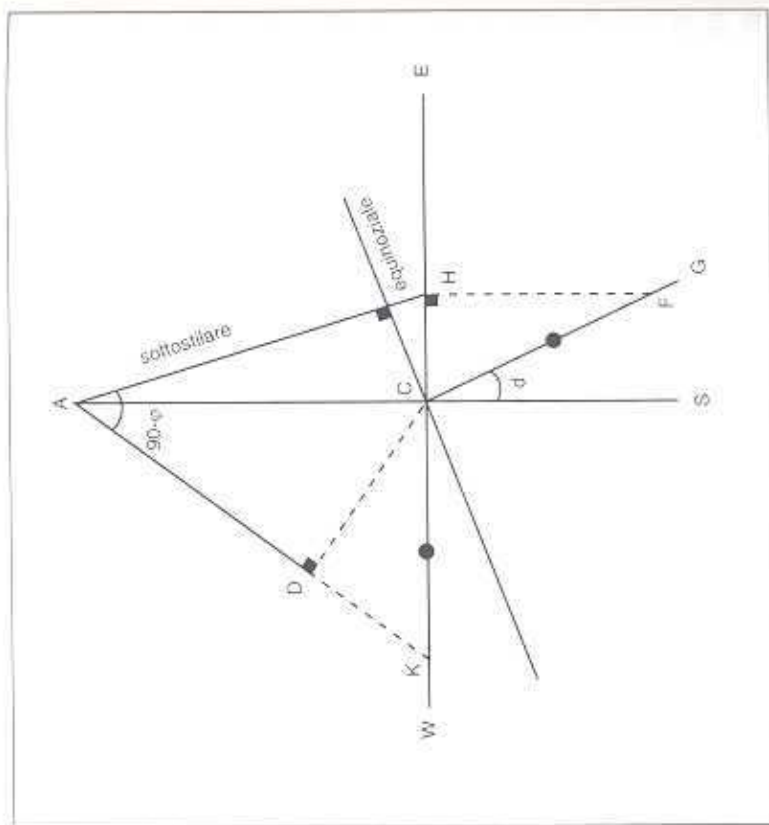


Fig. 18.10

3. Da A si disegna, come indicato nella figura, un segmento AD, lungo quanto lo sfilo dell'orologio; il segmento formi un angolo pari a 90° – latitudine del luogo, con la retta AS.
4. Si traccia poi per il punto D la perpendicolare ad AD che incontra in C la retta AS.
5. La retta EW che passa per C è, come si sa, perpendicolare alla AS (le grandezze dei segmenti che appaiono in questa figura sono le stesse della precedente).
6. Per C si disegna la retta CG in modo che con la CS formi un angolo pari alla declinazione d trovata con l'operazione precedente.
7. Si prolunga quindi AD fino a incontrare la EW in K.
8. Sulla retta CG consideriamo il segmento $CF = CK$.

9. Per F si traccia la FH perpendicolare alla EW.
10. Congiungendo A con H si ottiene la sottosilare, della quale si è detto più sopra, cioè la proiezione dello stilo sul piano del quadro.
11. Per C si conduce la perpendicolare alla sottosilare AH; questa è la cosiddetta retta "equinoziale".

Passiamo ora al tracciamento delle linee orarie.

- Con centro in C (fig. 18.11) si riporta un segmento CL lungo quanto CD fino a incontrare in L la sottostile.
- Con centro L si disegna una circonferenza di raggio qualunque e la si divide in angoli di 15° l'uno partendo dalla CL . I numeri scritti nella figura indicano le varie ore.
- Congiungendo il centro L con i punti di divisione della circonferenza corrispondenti alle diverse ore e prolungando i vari segmenti si

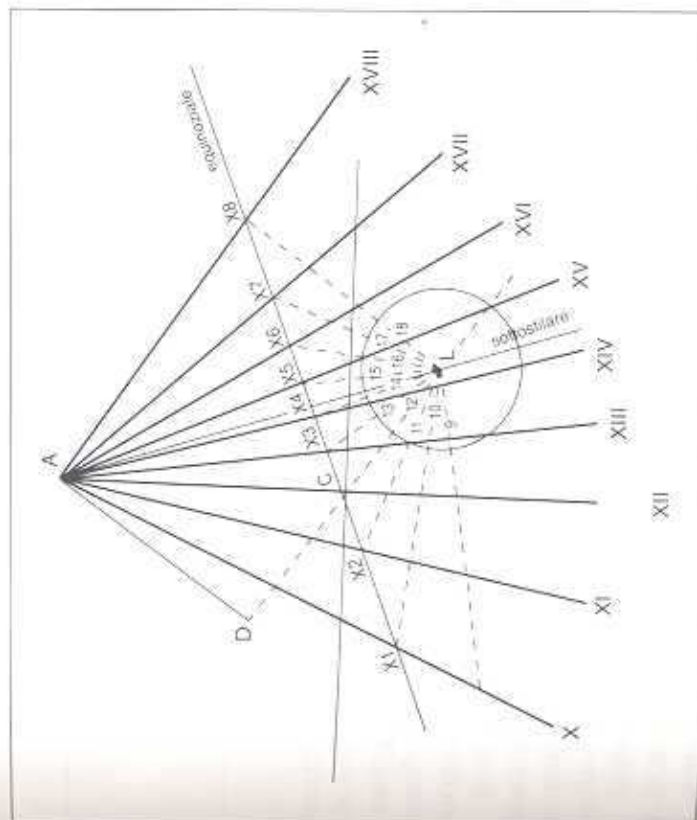


Fig. 18.11

- segnano sull'equinoziale i punti di intersezione (X1, X2, ..., X8).
- d. Con delle rette si congiunge infine il punto A con queste divisioni dell'equinoziale; queste diverse rette sono le linee orarie come è indicato nella figura 18.11.
- e. Per tracciare le linee orarie che si trovano agli estremi, oltre quelle disegnate fino ad ora, si procede nel seguente modo (fig. 18.12):
- preso un punto qualunque M sulla retta delle 1-9 (ma potrebbe essere anche qualunque altra retta di un'ora estrema), si conduce per M la parallela alla C.L. che incontra in N l'equinoziale;
 - per N si traccia la perpendicolare alla EW;
 - per M si disegna quindi una parallela alla sottostilare AH che incontra in O la retta precedente;
 - congiunto O con A si ottiene la linea delle 9;
 - lo stesso procedimento si segue per le altre linee orarie molto lontane.

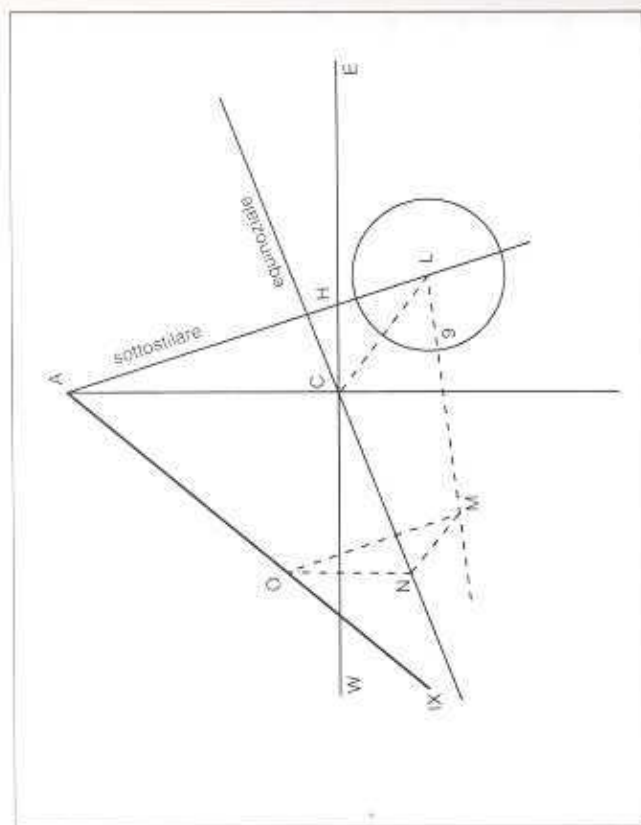


Fig. 18.12

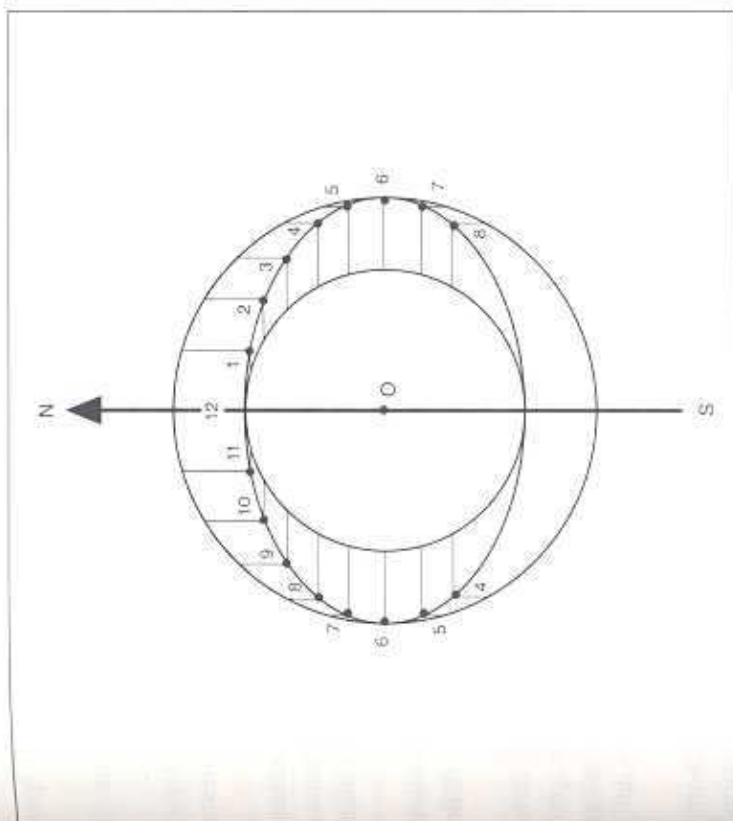


Fig. 18.13

ESERCITAZIONE 18 Orologio solare analematico

Un orologio solare molto bello, interessante e facile da costruire, è l'analematico che può essere disegnato su un piano orizzontale di cemento sul quale, col metodo che ora illustreremo, si segnano i punti sui quali l'ombra di uno stilo verticale passa ad ogni ora.

In questo orologio, se non interessa la precisione, lo stilo può essere sostituito da una persona la quale dovrà porre i suoi piedi in corrispondenza di certi punti, posti verso il centro dell'orologio ove è scritto il nome del mese corrente.

La costruzione può essere fatta nel modo seguente.

1. Si stabilisce un punto O a piacere e si costruisce, magari con il metodo del cerchio indiano (vedi esercitazione 15, 1), la linea meridiana NS passante per O.

2. Con centro in O si disegna una circonferenza di raggio R (per esempio $R = 2$ metri).
3. Si divide questa circonferenza in 24 parti (ognuna formante al centro un angolo di 15 gradi) partendo da ON.
4. Si disegna poi un'altra circonferenza concentrica con la precedente che ha per raggio: $r = R \sin(\varphi)$, ove φ è la latitudine del luogo. Questa verrà pure divisa in 24 parti come la precedente.
5. Dai punti di divisione della circonferenza maggiore si tracciano delle rette parallele alla meridiana e per quelli della circonferenza più piccola si tracciano altre rette che sono invece perpendicolari alla meridiana.
6. I punti di incontro delle rette corrispondenti alle stesse divisioni nelle due circonferenze sono quelli sui quali passa l'ombra dello stilo verticale nelle varie ore della giornata (fig. 18.13).
7. Lo stilo verticale (che può essere fatto con un tondino di ferro dorato di una base e alto 1,5 o 2 metri) deve essere mobile (può essere sostituito anche, come si diceva poc'anzi, dall'operatore stesso) e deve essere posto ogni mese su un punto particolare della cosiddetta "scala delle date".
8. La scala delle date si costruisce come segue: sulla linea meridiana, partendo da O (fig. 18.14), si segnano i punti relativi alla posizione dello stilo (o della persona) le cui distanze Z da O (positive verso nord, negative verso sud) sono determinate dalla formula seguente:

$$Z = R \cos \varphi \tan \delta$$

Ove δ è la declinazione del Sole nel primo giorno del mese.

Un esempio: sia $R = 200$ cm e la latitudine $\varphi = 45^\circ$.

Le declinazioni del Sole il primo giorno dei vari mesi ed il valore di Z sono rispettivamente mostrati nella tabella che segue.

	δ	Z		δ	Z
gennaio	$\delta = 23^\circ 3'$	$Z = -60,1$ cm	luglio	$\delta = 23^\circ 10'$	$Z = 60,5$ cm
febbraio	$\delta = 17^\circ 13'$	$Z = -43,8$	agosto	$\delta = 18^\circ 11'$	$Z = 46,4$
marzo	$\delta = 7^\circ 44'$	$Z = -19,2$	settembre	$\delta = 8^\circ 29'$	$Z = 21,1$
aprile	$\delta = 4^\circ 22'$	$Z = 10,8$	ottobre	$\delta = -3^\circ$	$Z = -7,4$
maggio	$\delta = 14^\circ 56'$	$Z = 37,7$	novembre	$\delta = -14^\circ 10'$	$Z = -36,0$
giugno	$\delta = 22^\circ$	$Z = 57,1$	dicembre	$\delta = -21^\circ 46'$	$Z = -56,4$

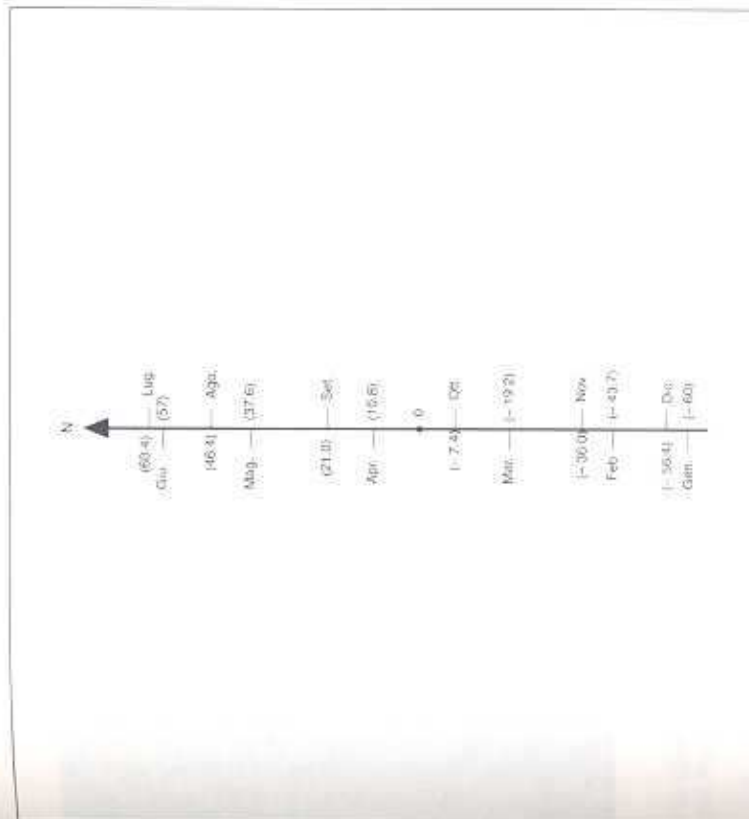


Fig. 18.14

Questo orologio di semplice concezione può essere quanto mai utile dal punto di vista didattico perché gli studenti possono realizzarlo facilmente ed utilizzarlo nelle scuole.

ESERCITAZIONE 19 Un apparecchio per disegnare orologi solari su qualunque superficie

Disegnare orologi solari su una superficie qualunque può essere di estrema difficoltà se non si ricorre al seguente apparecchio di facile costruzione.

Si acquisti (magari da un costruttore di lampadari) una sfera di plexiglass trasparente del diametro di 30-40 centimetri. Generalmente si trovano due semisfere che possono essere fissate all'equatore per formare un'unica sfera (fig. 18.15).

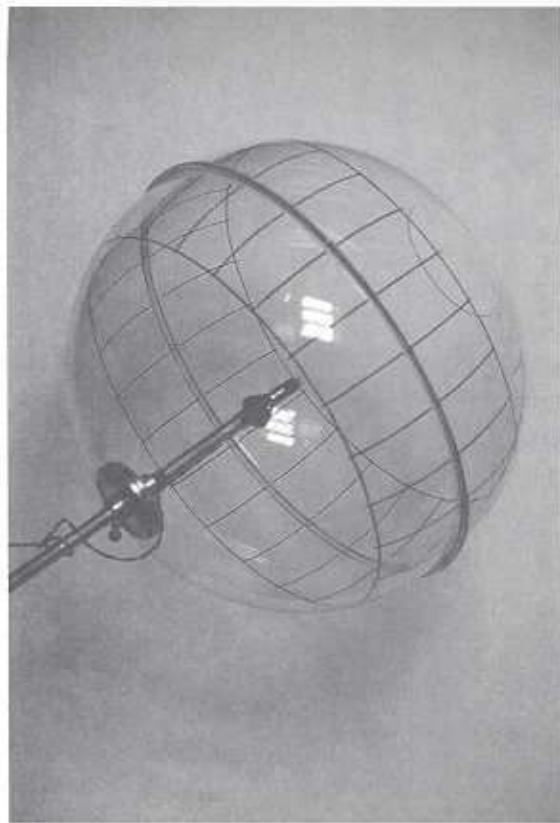


Fig. 18.15 Apparato per disegnare orologi solari su una superficie qualunque.

Con un pennarello ad inchiostro indelebile si traccino, su ognuna delle semisfere che compongono il globo, due cerchi minori paralleli all'equatore e posti a 23,45 gradi da esso. Ad intervalli eguali di 15 gradi l'uno si disegnino sulla sfera, tra i due cerchi minori, 24 archi di cerchio, i cui prolungamenti passino per i poli della sfera di plexiglass e siano distanziati tra loro di 15 gradi (se ne disegneranno quindi 24).

Sul polo della sfera (a 90 gradi dall'equatore) si pratichi un foro di grandezza opportuna affinché ci possa passare un tubicino di ottone che dovrà giungere fino al centro della sfera e che verrà convenientemente fissato. Il tubicino può essere lungo una cinquantina di centimetri o anche di più.

All'estremità del tubo che si trova entro la sfera si fissa una lampadina a filamento puntiforme (che può essere acquistata presso i negozianti di materiale elettronico) la quale deve essere posta esattamente al centro del globo (operazione molto delicata).

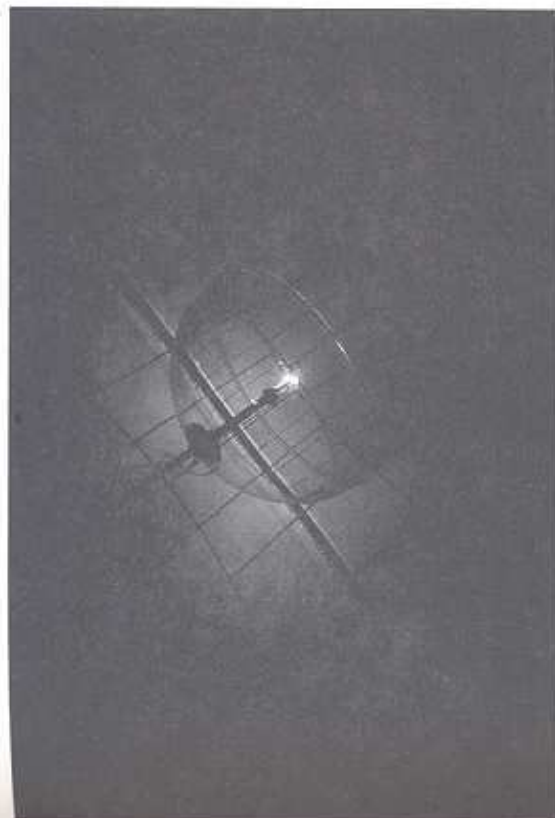


Fig. 18.16 Seguire le ombre proiettate dall'apparecchio per disegnare le meridiane si può tracciare il quadrante solare

I fili conduttori passeranno all'interno del tubicino e saranno collegati poi con una pila.

Se si riesce a puntare il tubicino esattamente sul polo celeste, in modo che la sfera sia posta verso il basso (fig. 18.16), di notte, accendendo la lampadina, si possono vedere proiettate sulla superficie dell'orologio, comunque questa sia disposta e qualunque sia la sua forma, delle linee scure (le proiezioni di quelle disegnate sulla sfera) che, orientate opportunamente, costituiscono le linee orarie, la linea equinoziale (ove passa l'ombra dello stilo agli equinozi) e le due curve solstiziali sulle quali passa l'ombra nei giorni dei due solstizi.

Per orientare l'apparecchio è necessario costruire due tavolette di legno (fig. 18.17). Una di esse, quella che dovrà essere collocata orizzontalmente vicino al quadrante dell'orologio solare, porta uno stilo perpendicolare alla tavola, lungo 20-30 centimetri, che deve

19 *L'astrolabio*

L'astrolabio, come il globo celeste, è uno strumento che può essere utilizzato per mostrare l'aspetto del cielo in un dato giorno e in una data ora per un luogo di latitudine fissata.

Lo strumento, se costruito con adeguati criteri, può essere utilizzato anche per risolvere una quantità di problemi di astronomia sferica, validi per la latitudine per la quale lo strumento è stato realizzato.

Nell'astrolabio, generalmente, la mappa stellare è orientata in modo che ponendola con il nord in alto, l'ovest appaia alla destra, come in tutte le mappe celesti.

Per il suo uso, infatti, l'astrolabio deve essere posto sopra la testa dell'osservatore, che si trova all'aperto, e orientato in modo tale che guardando la mappa celeste essa corrisponde alle stelle sulla volta celeste. Pertanto, avendo la schiena rivolta a nord, l'ovest deve rimanere alla destra dell'osservatore.

Le ascensioni rette, per chi guarda l'astrolabio, sono crescenti perciò in senso orario.

Nei globi invece, poiché le stelle sono disegnate come apparirebbero se la sfera celeste fosse vista dall'esterno, la disposizione degli astri deve essere rovesciata, contraria cioè a quella dei comuni astrolabi.

I giorni e i mesi sono scritti in corrispondenza delle varie *AR* nello stesso ordine di quest'ultime. Un esempio: se $AR = 0^\circ$ è posta in corrispondenza del 22 marzo, l'ora 1 di ascensione retta sarà disposta in corrispondenza circa del 7 aprile, e così via. La corrispondenza tra i minuti di *AR* e i giorni è tale che l'intervallo di un giorno equivale a

3^m 94 di AR, perché infatti:

$$(24^h \cdot 60^m) : 365^d,25 = A^m : 1^d$$

Gli stessi criteri valgono anche per i globi celesti.

Alcuni problemi risolvibili con l'astrolabio

Si consideri un astrolabio alla latitudine 45° N (figura 19.1).

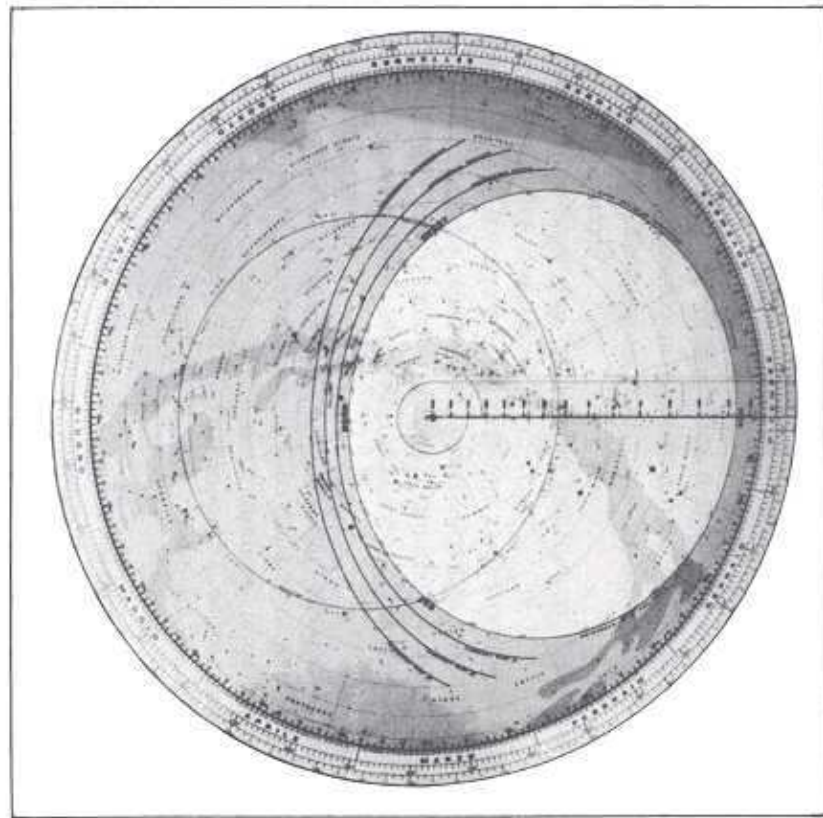


Fig. 19.1 Astrolabio (Associazione Astronomica Cortina)

1. Come si presenta il cielo a una data ora di un certo giorno (metodo approssimato)

Sulla graduazione fissa si legge la data (per esempio il 21 dicembre) e su quella mobile si legge l'ora (per esempio le 22^a 30^m). Ruotando la parte mobile si porta in corrispondenza l'ora con la data.

Posto l'astrolabio sopra la testa, in modo da poter vedere le stelle che appaiono entro la finestra dello strumento come se fossero proiettate in alto, lo si orienta secondo i punti cardinali. Si cerca quindi di individuare nel cielo, in corrispondenza alle posizioni segnate sulla mappa, le stelle più brillanti (Sirio, Procione, Aldebaran, Capella o altre, a seconda dei mesi) e poi, con molta pazienza, si cominciano a individuare anche gli astri meno luminosi.

Un esercizio di questo genere consentirà, dopo un anno di osservazioni, di riconoscere le varie costellazioni anche senza l'uso dello strumento.

2. Determinare l'azimut A e l'altezza h di una stella nell'ora dell'esempio precedente

Se l'astrolabio ha segnate nella finestra trasparente le linee che rappresentano gli almucantarati e quelle che indicano i cerchi verticali, si può leggere sia l'azimut che l'altezza di ogni stella con una certa approssimazione.

3. Determinazione dell'azimut A del punto di levata o di tramonto di una stella in una certa data

Esempio: la stella Sirio, nella data 1 ottobre, a che ora sorge e secondo quale azimut?

Per risolvere il problema si ruota la parte mobile dell'astrolabio in modo da porre la stella sull'orizzonte est della mascherina. Sulla scala fissa si cerca la data 1 ottobre e si legge in corrispondenza l'ora, che risulta essere circa le 1^h 25^m, questa è l'ora di levata di Sirio.

Sul bordo est della mascherina in corrispondenza di Sirio si legge, interpolando, l'azimut che risulta essere circa 295°.

4. Determinare l'ora del sorgere del Sole in un dato giorno

Facciamo l'esempio del 23 settembre: sul disco fisso, quello della

mappe stellare, è segnata l'eclittica, divisa in mesi e giorni. Si cerca il 23 settembre e si trova che il punto corrispondente dell'eclittica sta proprio sull'equatore celeste (è il punto $\odot$ della Libra, perché siamo nell'equinozio di autunno) al limite della costellazione della Vergine.

Ponendo questo punto in corrispondenza dell'orizzonte est si legge l'azimut del sorgere del Sole, che è 270° ; infatti l'equatore tocca l'orizzonte esattamente a est.

Sul cerchio fisso si legge la data del 23 settembre e in corrispondenza si legge sul cerchio mobile l'ora, che risulta essere circa le $5^h 53^m$.

5. *Trovare il tempo siderale di un istante espresso in tempo medio dell'Europa centrale (MEC) in un dato giorno.*

Esempio: che ora siderale corrisponde alle $5^h 53^m \text{ MEC}$ del 10 dicembre in un luogo di longitudine $\lambda_0 = -0^h 48^m 59^s$?

Il procedimento è il seguente: prima di tutto si trova il tempo locale:

$$A_1 = t_1 + \lambda_1 - \lambda_0 = 5^h 53^m - 1^h + 0^h 48^m 59^s = 5^h 41^m 59^s \approx 5^h 42^m$$

Quindi, ruotando il cerchio mobile, si pone quest'ora in corrispondenza della data (10 dicembre). Ciò fatto la mascherina mostra il cielo come si presenta esattamente in quell'istante di tempo locale. Poiché il tempo siderale non è altro che l'angolo orario del punto gamma, per conoscerlo basta leggere l'angolo, espresso in ore, tra il meridiano (indicato dalle 24^h sul cerchio mobile) e il punto gamma: si legge l'ora sul cerchio fisso più esterno, in corrispondenza delle 24^h del cerchio mobile e si trova, nel nostro caso, circa le $10^h 58^m$.

N.B. In alcuni astrolabi, per cercare l'ora siderale si deve puntare non sull'ora 0 di AR ma sull'ora 12.

6. *Trovare l'ora, in un dato giorno, del passaggio in meridiano di un astro avente l'ascensione retta nota.*

7. *Trovare la costellazione sulla quale sta il Sole in un dato giorno.*

8. *Individuare le stelle che passano in meridiano a una data ora in certi giorni.*

9. *A quale ora gli astri, con ascensione retta data, passano in meridiano in un dato giorno.*

10. *Trovare l'altezza in cui culmina una data stella. Considerare specialmente il caso di una circumpolare.*

11. *Determinare l'azimut di levata del Sole ai solstizi.*

12. *Determinare gli azimut di levata della Luna quando ha la massima e la minima declinazione.*

13. *Fissata l'ora di un certo giorno trovare quali sono gli astri che in quel momento sorgono o tramontano.*

14. *Trovare quali stelle sorgono o tramontano mentre sorge una data stella.*

15. *Trovare quali stelle sfiorano l'orizzonte (culminazione inferiore) quando sorge o tramonta il Sole in un dato giorno.*

16. *Trovare quali stelle sorgono quando in un certo giorno il Sole tramonta.*

17. *Trovare quali stelle di prima magnitudine sorgono assieme al Sole.*

18. *Dare l'azimut e l'altezza del Sole in una data ora di un certo giorno.*

19. *Trovare quando il Sole passa al primo verticale in un dato giorno.*

20. *Trovare per quante ore la facciata di una casa di dato orientamento è esposta al Sole in una certa stagione.*

21. *Trovare le stelle che a una data ora di un certo giorno hanno una prefissata altezza e un dato azimut.*

22. *Dal libro X dell'Odyssey: in quale stagione inizia il viaggio di Ulisse?*

20 Il globo celeste

Il globo materializza la sfera celeste mostrandocela come se la vedessimo dall'esterno. Potendo applicare allo strumento vari cerchi graduati, è possibile risolvere pressoché tutti i problemi di astronomia sferica. Per far questo però è necessario che il globo celeste sia stato costruito con precisione e che abbia una grandezza opportuna.

Purtroppo, i globi in commercio raramente si presentano completi sotto questo aspetto; in genere la loro costruzione rispetta più l'estetica o la spettacolarità che l'attendibilità scientifica.

Il globo celeste è costituito da una sfera sulla quale sono disposte le stelle fino alla quarta o quinta magnitudine in ordine inverso a quello che appare generalmente sugli atlanti stellari perché tutto deve apparire come se si vedesse la volta celeste dall'esterno (figura 20.1).

Il reticolato delle coordinate equatoriali (AR e D) è pure indicato sulla sfera. L'eclittica, spesso divisa in gradi oppure in giorni, è disegnata con chiarezza.

Il globo può girare su un asse, l'asse del mondo, che è fissato su un cerchio il quale può essere inclinato per poter far assumere alla sfera la posizione che corrisponde alla latitudine del luogo; inclinazione che si legge su una scala graduata.

Un cerchio orizzontale fisso sul sostegno dello strumento materializza l'orizzonte del luogo. Tale cerchio dovrebbe essere graduato in modo che su di esso si possa leggere il valore dell'azimut.

Il cerchio che sta sul meridiano generalmente manca e quindi è necessario realizzarlo in plastica trasparente, con la relativa gradua-

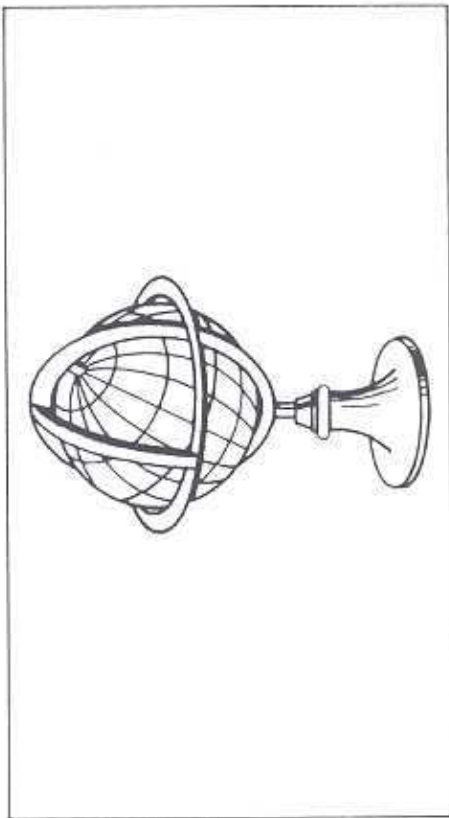


Fig. 20.1

zione. Esso dovrà essere fissato sul polo nord e posto in modo da passare per il punto sud che è segnato sul cerchio orizzontale e dovrà essere tenuto perpendicolare a esso. Sull'asse del mondo, in corrispondenza del polo nord, è fissato sulla sfera celeste un cerchio graduato che porta segnati i giorni e i mesi; se ne vedrà più avanti il suo utilizzo.

Infine, molti globi non posseggono un altro quarto di cerchio mobile che invece è essenziale per la determinazione degli azimut e delle altezze delle stelle. Volendo lo si può costruire con una fascetta di plastica flessibile trasparente e leggera, oppure una strisciolina di carta trasparente piuttosto pesante. Sulla fascia, la cui lunghezza deve poter comprendere un quarto del globo o poco più, deve essere disegnata una graduazione che la divide in 90 intervalli uguali indicati i gradi di altezza. Lo zero dovrà essere in basso. Questa striscia sarà posta di volta in volta sul globo in modo che una sua estremità, quella sulla quale sono segnati i 90°, sia in corrispondenza dello zenit. L'altra estremità, sulla quale è segnato lo 0, deve invece trovarsi in corrispondenza del circolo dell'orizzonte.

Le dimensioni relativamente modeste dei globi in commercio e la loro costruzione talvolta approssimativa, consentono misure poco

esatte. Se le graduazioni fossero perfette e i globi più grandi si potrebbero ottenere misure molto più precise.

Come si utilizza un globo celeste

La prima operazione è quella di ruotare l'asse del mondo in modo che con l'orizzonte formi un angolo uguale alla latitudine del luogo.

Vediamo ora alcuni problemi di astronomia che si possono risolvere con questo strumento.

1. Come si presenta il cielo in un dato giorno e in una data ora

Sul polo nord della sfera vi sono due graduazioni, una fissa sul cerchio sul quale è imperniato l'asse del mondo e che porta le ore del giorno, e un'altra disegnata su un cerchio solidale alla sfera e che porta incisi i mesi e i giorni dell'anno.

Se si vuol vedere come appare il cielo, per esempio, il 10 febbraio alle 21^h, basta ruotare il globo in modo che sui due cerchi detti poco anzi il 10 febbraio vada in corrispondenza dell'ora 21^h. Ciò che appare al di sopra dell'orizzonte è ciò che si vede sulla volta celeste.

2. A quale latitudine una data stella sfiora l'orizzonte

Facendo ruotare il globo sia in latitudine che attorno all'asse polare, fare in modo che la stella scelta sfiori l'orizzonte nord. Si legge quindi sul cerchio della latitudine il valore cercato.

3. Trovare dove è posto il Sole tra le stelle in un giorno scelto

Se l'eclittica è divisa in giorni è immediato trovare la costellazione nella quale viene a trovarsi il Sole nel giorno scelto.

4. Al cambiare della latitudine studiare la variazione dell'azimut di levata e di tramonto di un astro scelto

Si considerino per esempio le Pleiadi. Ruotando il globo in modo che questo gruppo di stelle appaia all'orizzonte leggere, sulla graduazione riportata sul suo cerchio, i valori che l'azimut assume al variare della latitudine.

5. Trovare l'istante del passaggio di un astro in meridiano in un dato giorno

Si pone l'astro in meridiano e sul cerchio graduato posto al polo si legge in corrispondenza del giorno dato, l'ora che è indicata.

6. Stabilire se una data stella è visibile in un dato luogo e a quale latitudine invece è invisibile.

7. Trovare le declinazioni limite per le stelle circumpolari.

8. Studiare il moto diurno ai tropici, all'equatore, al polo.

9. Nota la longitudine geocentrica di un pianeta, controllare sul globo in quale costellazione esso si trova e quando è visibile o quando passa in meridiano.

Nota. Naturalmente si possono risolvere anche i problemi elencati nel capitolo dedicato all'astrolabio.

PROBLEMA 61

A quale latitudine Sirio tramonta esattamente a sud-ovest?

[Circa -66°]

PROBLEMA 62

A quale latitudine si può vedere il Sole a mezzanotte sfiorare l'orizzonte l'1 settembre?

[$D = +18^\circ$; $\varphi = 72^\circ$]

PROBLEMA 63

A che ora nasce il Sole il 20 luglio alla latitudine di 45° ?

[Circa alle 5^h]

PROBLEMA 64

Qual è la massima altezza sull'orizzonte raggiunta dal Sole il 3 novembre alla latitudine di 50° N?

[Circa 25°]

PROBLEMA 65

Trovare la declinazione dello zenit alla latitudine 50° N.

[50°]

PROBLEMA 66

Trovare la data attuale del sorgere eliaco di Sirio per Assuan (latitudine circa 24°) e a quale azimut la stella leva.

PROBLEMA 67

Trovare l'azimut del Sole per una latitudine di 45° N al suo sorgere e tramontare ai solstizi e, senza alcuna prova, trovare l'azimut al sorgere e al tramontare negli equinozi.

21 Antichi metodi elementari per la misura del raggio terrestre

Nell'antichità furono ideati diversi metodi per la misura del raggio o della circonferenza della Terra, supposta sferica. Daremo ora un breve cenno dei più elementari sistemi utilizzati.

Il metodo di Aristotele (384-322 a.C.). Questo metodo sembra sia stato utilizzato da Archita di Taranto e poi da Archimede.

Due osservatori A e B a distanza nota e posti sullo stesso meridiano misurano le altezze h_1 e h_2 di una stessa stella quando questa passa sul meridiano del luogo. O sia il centro della Terra e $R = OB$ il suo raggio.

Dalla figura 21.1 si vede che l'angolo $AOB = h_2 - h_1$. Essendo nota la lunghezza dell'arco AB, si ha:

$$AB : (h_2 - h_1) \equiv \pi R : 180^\circ$$

da cui:

$$R = \frac{180^\circ AB}{\pi(h_2 - h_1)}$$

Il metodo di Eratostene è una versione particolare di questo procedimento.

Il metodo di Posidonio (135-51 a.C.). Concettualmente simile al precedente, il metodo di Posidonio si basa sull'osservazione della stella Canopo effettuata da Rodi e da Alessandria. Mentre a Rodi la

stella, alla sua massima culminazione, sembrava sfiorare l'orizzonte sud, ad Alessandria la sua altezza giungeva al massimo a $7^{\circ}5'$.

Poiché si pensava che la distanza tra le due città fosse di 5000 stadi, fu facile calcolare la circonferenza della Terra (240.000 stadi).

Questo metodo è assai approssimato come lo sono tutti quelli che ricorrono a osservazioni di oggetti che appaiono all'orizzonte; la rifrazione gioca in questi casi un ruolo molto importante.

Metodo ideato da Francesco Maurolico (1494-1575). Un osservatore A posto su una elevazione di altezza $AH = h$ (figura 21.2) vede un oggetto posto all'orizzonte in B a una distanza AB nota. I punti A e B siano sullo stesso meridiano, essendo i due triangoli AHB e ABC simili si ha:

$$AC : AB = AB : AH$$

cioè

$$2R + h : AB = AB : h$$

da cui:

$$R = \frac{AB^2 - h^2}{2h}$$

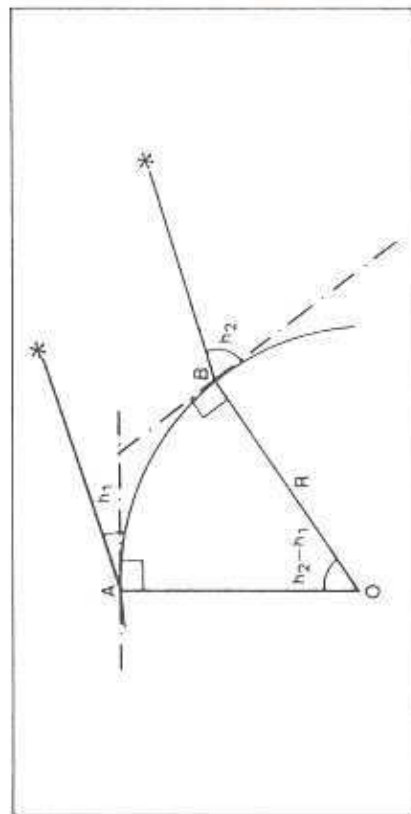


Fig. 21.1

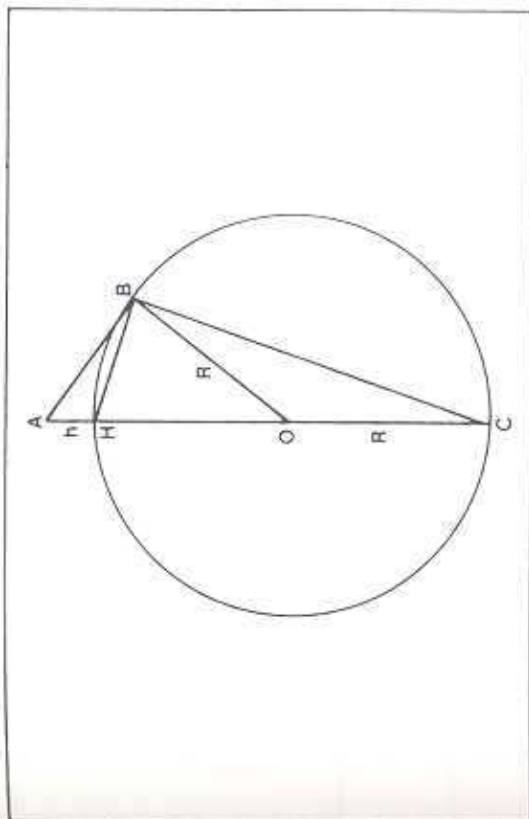


Fig. 21.2

Il califfo al-Ma'mun (786-833) ordinò ai suoi astronomi di misurare la lunghezza di un grado di meridiano.

Nella piana di Palmira due squadre di operatori, partite dallo stesso punto, dovevano spostarsi, una a nord e l'altra a sud, fino a osservare il cambiamento di un grado nell'altezza della stella Polare. Il cammino percorso fu di 56,25 miglia arabe (un miglio arabo misura 1973,2 metri). Fu facile così misurare la circonferenza della Terra.

Metodo di Massimo Ghetaldi (1566-1627). È di difficile attuazione e appare anche molto approssimativo. I luoghi A e B siano sullo stesso meridiano.

In A (figura 21.3) si pone un palo verticale LA lungo a . Dalla sua cima, L, si traguarda il punto M di un altro palo posto in B in modo che la visuale LM sfiori l'orizzonte. Si conosca l'altezza $BM = b$ e la distanza $d = LM$.

Dal triangolo LCO si ha:

$$LC = \sqrt{(R + a)^2 - R^2} = \sqrt{a^2 + 2Ra}$$

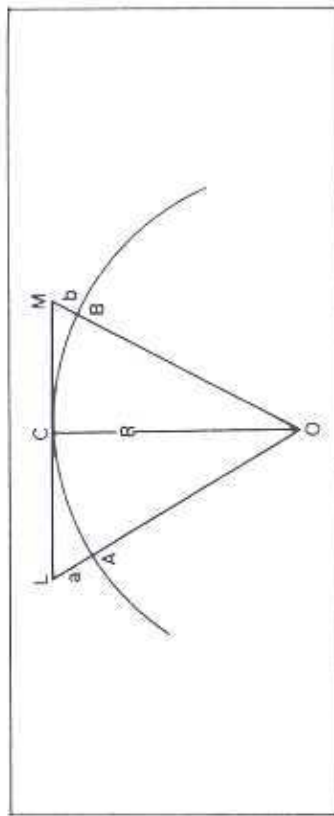


Fig. 21.3

poiché α' è trascurabile rispetto a $R\alpha$:

$$LC = \sqrt{2Ra}$$

Analogamente nel triangolo MCO si ha:

$$CM = \sqrt{2Rb}$$

Quindi:

$$d = LC + CM = \sqrt{2R}(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

da cui:

$$R = \frac{d^2}{2(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}$$

Il metodo di **Keplero** fu applicato a distanza di anni dalla sua ideazione da Riccioli.

Due osservatori A e B su due elevazioni uguali la cui distanza sulla superficie della Terra è d , e posti sullo stesso meridiano, misurano gli angoli α e β (figura 21.4). Poiché l'angolo in O è $x = \alpha + \beta - 180^\circ$ si ha:

$$x: d = 180^\circ: \pi R$$

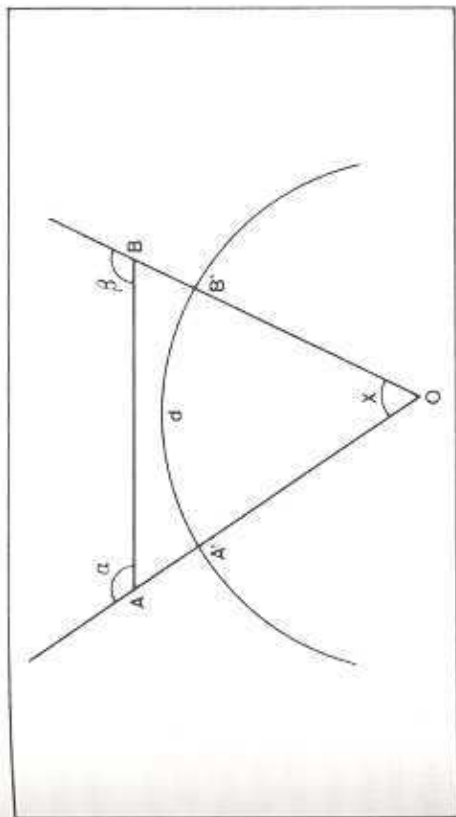


Fig. 21.4

espressione dalla quale si ottiene R .

PROBLEMA 68

Se passando dal luogo dove si vedono tutte le stelle circumpolari a quello dove non se ne vede nessuna si percorrono 10,018 km, quanti è il raggio della Terra?

[6378 km]

PROBLEMA 69

Per stabilire con sicurezza la forma della Terra, dopo la discussione suscitata dalla teoria di Newton, l'Accademia delle Scienze di Francia organizzò due spedizioni per misurare la lunghezza del grado di meridiano. Una nel 1735, composta da Bouguer, La Condamine, Godin e due spagnoli, lavorò in Perù fino al 1741; l'altra, della quale fecero parte Maupertuis, Le Monnier, Clairaut, Camus, Outhier e Celsius, fu inviata in Lapponia e terminò il suo lavoro in un solo anno, nel 1736.

I valori trovati furono i seguenti: in Perù, a latitudine 2° sud, un grado di meridiano era lungo 56.734 tese (una tesa francese è pari a 1,94904 m); in Lapponia, a latitudine $66^\circ 20'$ nord, il grado era lungo 57.438 tese.

Trovare i raggi della Terra corrispondenti a questi due valori e mostrare, con queste due misure, qual è la forma della Terra, e cioè se è schiacciata oppure a forma di limone come qualcuno allora credeva.

Soluzione: I raggi sono: 6335 km e 6414 km. Il raggio di curvatura più lungo indica che la superficie corrispondente è meno curva dell'altra. Vi è quindi minor curvatura in Lapponia che in Perù. Nel 1742, a conclusione del lavoro, in una solenne seduta dell'Accademia, il segretario Mairan pronunciò la famosa frase: "La terre est aplatie".

PROBLEMA 70

Supposta la Terra sferica con $R = 6378$ km, quale distanza intercorre tra Belluno ($\varphi = 46^\circ 8'$) e Ravenna ($\varphi = 44^\circ 25'$) che sono poste sullo stesso meridiano?

[191 km]

PROBLEMA 71

Aosta ($\varphi = 45^\circ 44'$; $\lambda = -0^\circ 29' 16''$) e Como ($\varphi = 45^\circ 47'$; $\lambda = -0^\circ 36' 20''$) stanno pressappoco sullo stesso parallelo: quanti chilometri distano in linea d'aria?

$$|r = R \cos 45^\circ 44' = 4452 \text{ km; distanza} = 137 \text{ km}|$$

PROBLEMA 72

Nel problema precedente qual è la distanza d'arco tra le due città? Fare qualche semplice considerazione.

[137 km; per archi piccoli...]

PROBLEMA 73

Se viaggiando in aereo lungo l'equatore verso ovest si inizia il viaggio al tramonto del Sole, quale velocità deve avere l'aereo per vedere il Sole sorgere a ovest, anziché tramontare da quella parte?

[$v > 1670$ km/h]

PROBLEMA 74

Fino a quale distanza si vede un faro alto 250 m sul livello del mare?

[56 km]

PROBLEMA 75

Quali sono i punti della sfera celeste verso i quali si sposta la Terra agli equinozi e ai solstizi? Darne le coordinate equatoriali.

[Al solstizio estivo si dirige verso il gamma...]

PROBLEMA 76

Quanto dovrebbe durare il giorno su un pianeta delle dimensioni della Terra in rapida rotazione affinché, a causa dell'accelerazione centrifuga, i corpi all'equatore non avessero alcun peso? Con una velocità di rotazione simile i corpi a latitudine più elevate sono ancora attratti dalla Terra?

[1^h 25^m 28^s; sì]

PROBLEMA 77

Fuori dall'atmosfera la costante solare f , cioè l'energia ricevuta sulla Terra per cm^2 e per secondo è pari a $f = 1.36 \cdot 10^6 \text{ erg/cm}^2\text{s}$. Calcolare

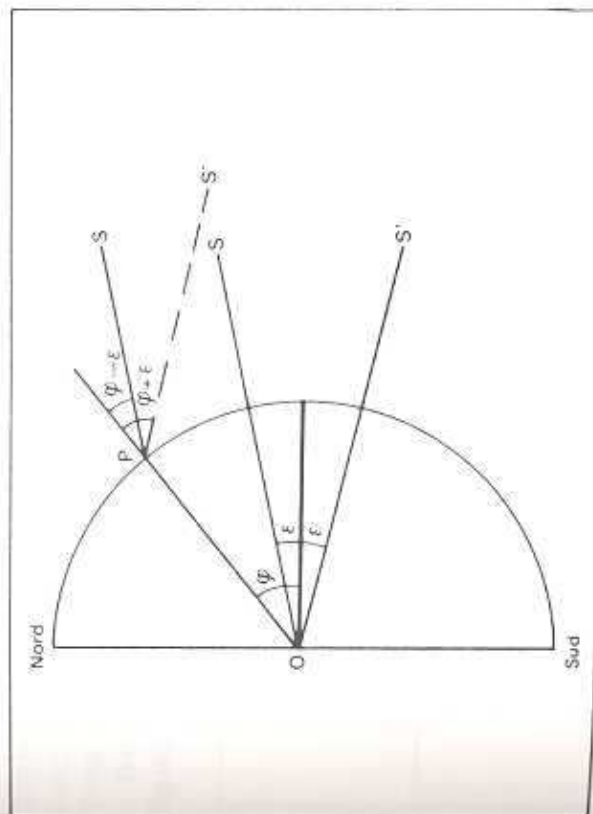


Fig. 21.5

l'energia ricevuta ai solstizi nell'unità di tempo da un centimetro quadrato di suolo (supposto nullo l'assorbimento atmosferico) posto alle latitudini 45° , 40° , 23° e all'equatore. Per ognuna di esse tracciare la curva che dà la variazione della quantità di energia ricevuta nel corso dell'anno (da un almanacco ricavare le declinazioni del Sole nei vari mesi).

Soluzione Nella figura 21.5, O è il centro della Terra, P è l'osservatore a latitudine φ . Al solstizio estivo il Sole si trova nella direzione OS e in quello invernale nella direzione OS'.

Una superficie a al suolo posta perpendicolarmente a OP equivale a una superficie a' perpendicolare ai raggi provenienti dal Sole pari a:

$$a' = a \cos(\varphi - \epsilon) \text{ al solstizio estivo}$$

$a' = a \cos(\varphi + \epsilon)$ al solstizio invernale

Le quantità di energia ricevute sono rispettivamente: $Q = f \cos(\varphi - \epsilon)$ e $Q' = f \cos(\varphi + \epsilon)$ nei due solstizi.

22 La Luna

QUESTIONE *Trovare graficamente la fase della Luna*

Il procedimento è approssimato perché sono state fatte molte semplificazioni riguardo all'orbita e al movimento della Luna.

Si sa che il periodo sinodico della Luna è $29^d 5305882$; ogni giorno la fase procede quindi di $12^\circ, 19'$. Se si vuole disegnare l'aspetto della fase lunare t giorni dopo l'inizio della lunazione, si deve considerare l'angolo $\alpha = 12^\circ, 19' - t$ contato a partire dalla direzione TS (ove T è la Terra e S il Sole) (figura 22.1).

Dal centro L della Luna, che è indicata con un piccolo cerchio nella figura, si traccia la perpendicolare LK a ST o al suo prolungamento. Si

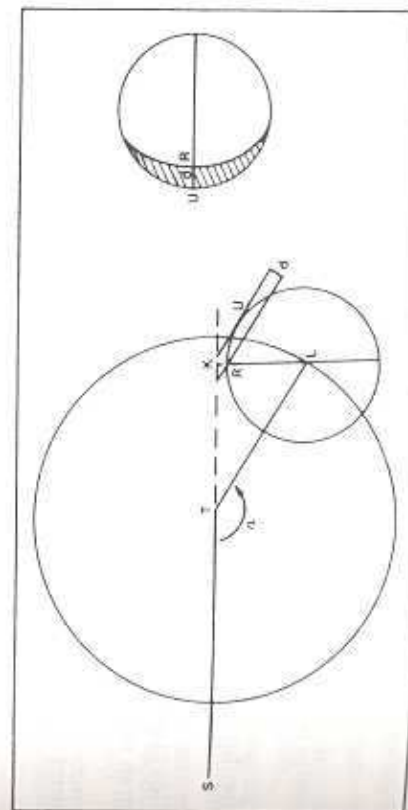


Fig. 22.1

ottiene in tal modo il limite del terminatore lunare sul disco della Luna.

Si traccia quindi una parallela a TL che sia tangente al disco della Luna nel punto U e per il punto R si traccia una seconda parallela. La distanza tra le due parallele sia d .

Disegnata poi una nuova circonferenza con lo stesso raggio LR della Luna, su un suo diametro, partendo dal bordo, si riporti un segmento lungo d ; esso indica la freccia della curva del terminatore. La semicirconferenza che passa per R e per i due poli della Luna rappresenta il terminatore, così come noi lo vediamo.

La figura che si ottiene perciò indica l'aspetto approssimativo della Luna.

PROBLEMA 78

Perché si dice: Luna crescente gobba a ponente e Luna calante gobba a levante?

PROBLEMA 79

Al primo gennaio di un certo anno cadeva la Luna nuova, alla stessa data dell'anno dopo qual era l'età della Luna?

[11 giorni; tra il primo quarto e il plenilunio]

ESERCITAZIONE 20

Procurarsi un buon atlante stellare nel quale siano riportate le stelle fino alla quinta magnitudine e un binocolo.

Stimare, con la maggior cura possibile la posizione della Luna rispetto alle stelle vicine, nelle prime ore della notte.

Rifare quindi il lavoro 3 o 4 ore dopo e valutare così il moto della Luna in gradi all'ora. Controllarlo con una nuova osservazione la sera dopo.

Calcolare poi quanto la Luna impiega per fare un giro completo attorno alla Terra (periodo siderale).

Controllare se dopo un periodo siderale la Luna assume la stessa fase.

ESERCITAZIONE 21

La Luna, nel giorno in cui sono state scattate queste foto (figura 22.2),



Fig. 22.2

aveva il diametro apparente di $31'40''$. Le due foto sono state scattate alla distanza temporale di $1^h 20^m 45^s$.

Quant'è lo spostamento della Luna tra le stelle in gradi al giorno? Quant'è il periodo siderale?

[$13^\circ 10' 35''$; $27^d 7^h 43^m$]

ESERCITAZIONE 22 Due metodi per misurare il periodo sinodico della Luna

1. Per misurare la fase della Luna si può procedere nel seguente modo: si disegni un cerchio di diametro qualunque; si divida un suo diametro in 8 parti uguali che vengono numerate. Quando la Luna apparirà come è indicato nella figura 22.3, si dirà convenzionalmente che essa è nella fase 6. Nello stesso modo si procederà per le altre fasi.

Tenendo conto di giorno in giorno della fase lunare così determinata, dopo alcuni mesi di osservazioni, si potrà fare un grafico, nel quale in ascisse sono disposte le date in giorni contati dall'inizio delle osservazioni e in ordinate i numeri corrispondenti alle fasi. Si otterrà così una curva dello stesso tipo di quella illustrata nella figura 22.3.

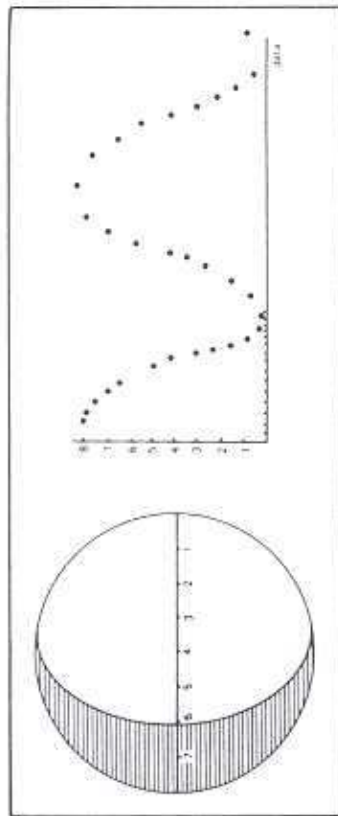


Fig. 22.3

Tracciata la curva si misuri la distanza tra un massimo e l'altro; facendo la media su più massimi si ottiene approssimativamente il periodo sinodico cercato.

2. Su un calendario qualunque contare i giorni che intercorrono tra una Luna nuova e l'altra nell'arco dell'anno.

Facendo la media di questi intervalli si può ottenere il periodo sinodico della Luna.

Per avere un dato più preciso, tenendo conto del valore precedentemente trovato, si consideri che nei giorni 7 gennaio 1951 (JD 2433654) e 4 dicembre 1983 (JD 2445673) cadeva la Luna nuova.

PROBLEMA 80 Il ciclo di Metone

Nel V secolo a.C., l'astronomo ateniese Metone calcolò dopo quanti anni ritornava nella stessa data dell'anno la stessa fase lunare.

Trovare la lunghezza di questo ciclo adottando il valore del mese sinodico che allora era noto essere $29^d,53$ e quello dell'anno tropico che è di $365^d,24$.

[19 anni o 235 lunazioni]

PROBLEMA 81

L'intervallo Luna nuova-Luna piena è più lungo di circa 1 giorno dell'intervallo Luna piena-Luna nuova. Perché?

[L'orbita è ellittica e il moto della Luna è irregolare]

PROBLEMA 82

Le fasi della Terra viste dalla Luna sono opposte a quelle della Terra? [Sì]

PROBLEMA 83

Se vi trovate sull'equatore lunare, sull'emisfero visibile, ogni quanto tempo vedete sorgere il Sole? E la Terra?

[Ogni mese; mai]

PROBLEMA 84

Qual è il diametro della Terra visto dalla Luna?

[Circa 2°]

PROBLEMA 85

Quali pianeti non possono essere occultati dalla Luna piena?

[Venere e Mercurio]

PROBLEMA 86

Come si muovono il Sole e la Terra visti dalla Luna?

PROBLEMA 87

La Luna piena è più alta al meridiano in estate o in inverno?

[In inverno]

PROBLEMA 88

A quale latitudine la Luna può passare allo zenit?

[$28^\circ,5$]

PROBLEMA 89

Pressappoco a che ora leva la Luna piena di marzo?

[18^h]

PROBLEMA 90

Qual è approssimativamente l'ascensione retta della Luna piena all'equinozio di primavera, al solstizio estivo e a quello invernale?

[$12^h, 18^h, 0^h$]

PROBLEMA 91

Pressappoco a che ora passa la Luna piena in meridiano? E quando è al primo quarto? E all'ultimo?

[0^h, 18^h, 6^h]

PROBLEMA 92

In dicembre si può vedere la Luna piena al polo nord? E se la si vede, quale altezza massima può avere sull'orizzonte?

[Sì; 28° 51']

PROBLEMA 93

La Luna alla latitudine di 28° 51' è più vicina all'osservatore quando passa allo zenit o quando si trova all'orizzonte?

PROBLEMA 94

A quale latitudine la Luna, la cui orbita è inclinata sull'eclittica di 5° 9', può diventare circumpolare e a quale latitudine può non apparire per tutta la giornata?

[61° 24']

QUESTIONE Vari metodi per misurare la distanza della Luna

1. Il metodo di Tolomeo. Ad Alessandria (A), che si supponeva avesse la latitudine $\varphi = 30^\circ 58'$, quando la Luna assumeva la sua massima declinazione nord, al passaggio in meridiano, aveva una declinazione pari a $+28^\circ 50'$; quando invece aveva la sua massima declinazione sud, al meridiano, la sua distanza zenitale era $z'' = 60^\circ 39'$. Si sapeva allora che l'obliquità dell'eclittica era $\varepsilon = 23^\circ 50'$. Qual è la distanza della Luna dal centro della Terra? Il metodo utilizzato da Tolomeo è il seguente:

Si ricava prima l'inclinazione dell'orbita della Luna. Dalla figura 22.4 si vede che $\delta_c = \varepsilon + i$ cioè:

$$i = \delta_c - \varepsilon = 28^\circ 50' - 23^\circ 50' = 5^\circ$$

Dalla figura 22.5, posto il raggio della Terra $OA = 1$, si ottiene dal triangolo OAL la lunghezza $OL = 59$. La Luna dista quindi dal centro della Terra 59 raggi terrestri (misura di Tolomeo).

Una variante del metodo è la seguente.

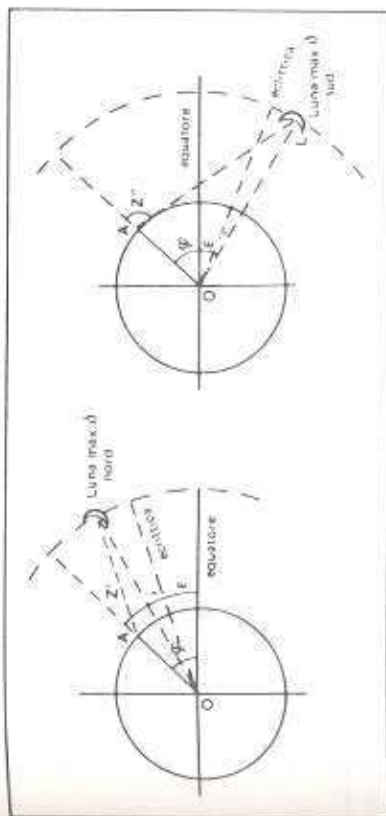


Fig. 22.4

La Luna passi al meridiano del luogo A di latitudine φ e abbia in quell'istante la distanza zenitale z e la declinazione δ_c . Dal triangolo OAL (figura 22.6) si ha:

$$z = \pi + \alpha$$

ma $\alpha = \varphi - \delta_c$; quindi la parallasse è:

$$\pi = z - \varphi + \delta_c$$

Esempio: il 22 settembre 1983 la Luna, nel suo passaggio al meridiano di una località avente $\varphi = 45^\circ 3'$, aveva la declinazione $\delta_c = -6^\circ 24'$ e una distanza zenitale pari a $z = 52^\circ 21'$. Qual era la sua distanza?

[63 raggi terrestri]

2. Un altro metodo per misurare la distanza della Luna. A parte gli effetti della rifrazione astronomica dei quali si è tenuto conto, in un certo luogo della Terra, all'equatore, quando la Luna passava allo zenit aveva il diametro di $31' 36''$ e quando era all'orizzonte aveva il diametro di $31' 4''$. Trovare la distanza della Luna e mettere in evidenza la finezza del metodo.

Soluzione L'osservatore è in A. Dè il diametro reale della Luna, d la distanza Terra-Luna, R il raggio della Terra. α il semidiametro appa-

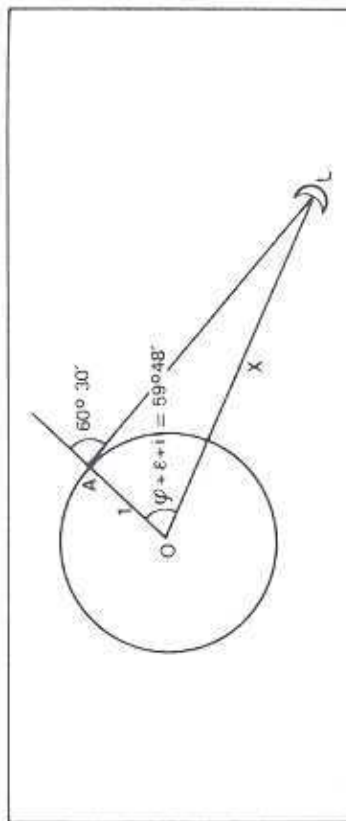


Fig. 22.5

rente della Luna allo zenit e β lo stesso ma all'orizzonte.

Dalla figura 22.7 si ha:

$$D = (d - R) \alpha$$

$$D = \sqrt{d^2 - R^2} \beta$$

da cui $(d - R) \alpha = \sqrt{d^2 - R^2} \beta$ cioè

$$d = R \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 - \beta^2} = 374734 \text{ km}$$

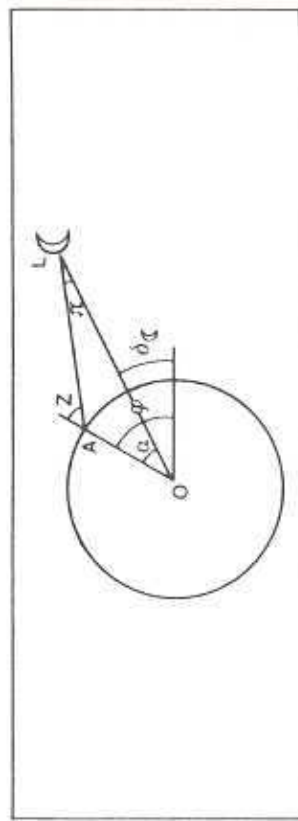


Fig. 22.6

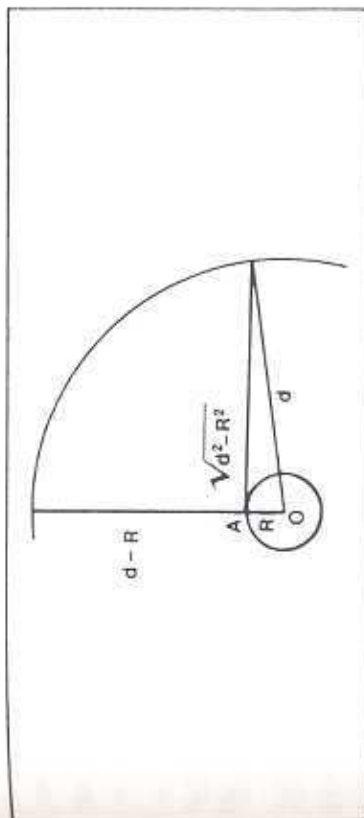


Fig. 22.7

Notate che basta sbagliare di un secondo d'arco la misura del diametro apparente della Luna per avere una grande differenza nel valore della distanza.

PROBLEMA 95

Sapendo che la distanza Terra-Sole è $149,6 \cdot 10^6$ km, che il raggio della Terra è 6378 km, che la distanza media Terra-Luna è 384.400 km, che il diametro del Sole è 700.000 km e che il periodo siderale della Luna è circa $27^{\text{d}} 8^{\text{h}}$, trovare la velocità della Luna e quanto tempo impiega in media per attraversare il cono d'ombra della Terra.

[$2^{\text{h}} 29^{\text{m}}$]

PROBLEMA 96

Calcolare l'eccentricità dell'orbita lunare sapendo che i suoi diametri apparenti massimo e minimo sono rispettivamente $33'$ e $29',6$.

[0,054]

PROBLEMA 97

A quale distanza da uno schermo deve essere posta una sfera di raggio R affinché, illuminata dal Sole, non generi ombra ma solo penombra? (Il diametro apparente del Sole sia $32'$.)

[Oltre 214,8 volte il suo raggio]

PROBLEMA 98

In un anno quante rotazioni fa la Luna attorno al suo asse?

[13,36]

PROBLEMA 99

Sapendo che la massa della Luna è $1/81$ di quella della Terra e che la distanza tra i due corpi celesti è 384.400 km trovare la distanza del baricentro del sistema dal centro della Terra.

[4688 km. Poiché è il baricentro del sistema che descrive l'orbita ellittica attorno al Sole, durante mezzo mese il centro della Terra è più vicino al Sole che non il baricentro e durante l'altra metà esso è invece più lontano.]

ESERCITAZIONE 23 Il saros

Ricordando la lunghezza del periodo saros (18 anni) e utilizzando i dati della tabella 22.1 disegnare un grafico mediante il quale sia possibile predire le eclissi che cadranno dopo il 1984. Per il grafico è consigliabile seguire lo schema illustrato nella figura 22.8.

La tabella elenca le eclissi che si sono verificate dal 1952 al 1984, sia di Sole che di Luna. I simboli indicano: P = parziale; T = totale; Pen = penombra; A = anulare.

PROBLEMA 100

In una eclisse solare qual è il lato del Sole che viene intaccato per primo, l'est o l'ovest?

[Ovest]

PROBLEMA 101

Quanto misura l'angolo al vertice del cono d'ombra della Terra?

[$10^{\circ} 31'$]

PROBLEMA 102

Sapendo che il raggio del Sole è $695 \cdot 10^3$ km, che la sua distanza dalla Terra è $149,6 \cdot 10^6$ km, che il raggio della Luna è 1738 km e la sua minima distanza dalla Terra è $356 \cdot 10^3$ km, e che il raggio della Terra

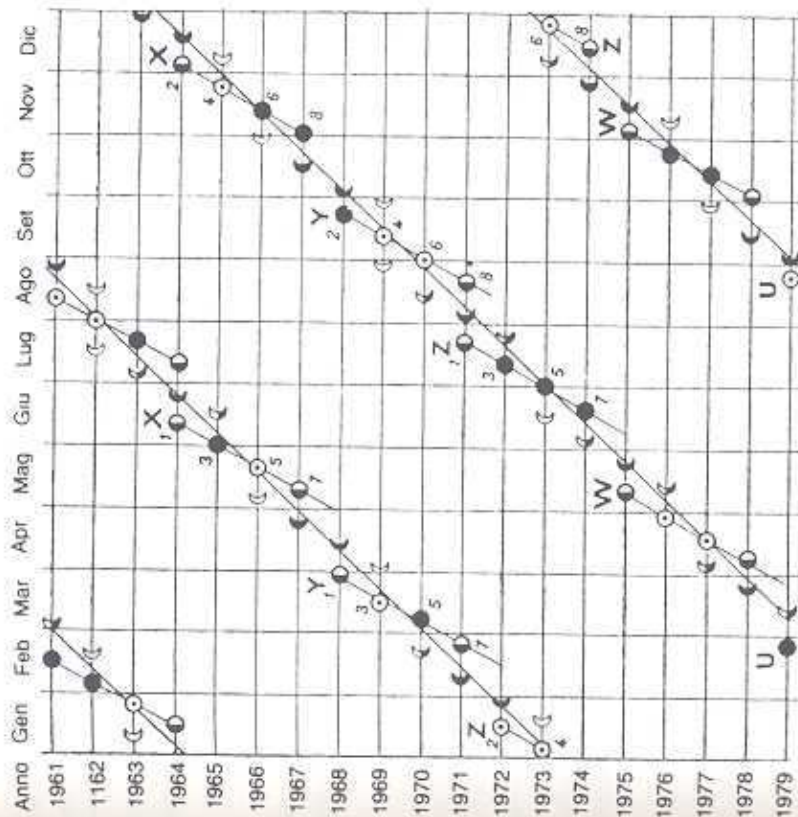


Fig. 22.8

è 6378 km, trovare il raggio del disco d'ombra che la luna proietta sulla superficie della Terra.

[114 km]

PROBLEMA 103

Con gli stessi dati del problema precedente trovare il raggio dell'ombra della Terra alla distanza minima della Luna.

[4739 km]

Tabella 22.1 Le eclissi dal 1952 al 1964

Anno	Eclisse Sole	Eclissi Luna
1952	25/2(T); 20/8(A)	10, 11/2(P); 5/8(P)
1953	14/2(P); 11/7(P); 9/8(P)	29, 30/1(T); 26/7(T)
1954	5/1(A); 30/6(T); 25/12(A)	19/1(T); 15, 16/6(P)
1955	20/6(T); 14/12(A)	29/11(P)
1956	8/6(T); 2/12(P)	24/5(P); 18/11(T)
1957	29, 30/4(A); 23/10(T)	13, 14/5(T); 7/11(T)
1958	19/4(A); 12/10(T)	3/5(P)
1959	8/4(A); 2/10(T)	24/3(P)
1960	27/3(P); 20, 21/9(P)	13/3(T); 5/9(T)
1961	15/2(T); 11/8(A)	2/3(P); 26/8(P)
1962	4, 5/2(T); 31/7(A)	19/2(Pen); 17/7(Pen); 15/8(Pen)
1963	25/1(A); 20/7(T)	9/1(Pen); 6, 7/7(P); 30/12(T)
1964	14/1(P); 10/6(P)	24, 25/6(T); 19/12(T)
1965	9/7(P); 3, 4/12(P)	13, 14/6(P); 8/12(Pen)
1966	30, 31/5(T); 23/11(A)	4, 5/51(Pen); 29/10(Pen)
1967	20/5(A); 12/11(T)	24/4(T); 18/10(T)
1968	9/5(P); 2/11(T)	13/4(T); 6/10(T)
1969	28, 29/3(P); 22/9(T)	2/4(Pen); 27/8(Pen); 25/9(Pen)
1970	18/3(A); 11/9(A)	21/2(P); 17/8(P)
1971	7/3(T); 31/8(A)	10/2(T); 6/8(T)
1972	25/2(P); 22/7(P); 20, 21/8(P)	30/1(T); 16/7(P)
1973	16/1(A); 10/7(T)	18/11(Pen); 15/6(Pen); 15/7(Pen); 9, 10/12(P)
1974	4/1(A); 30/6(T); 24/12(A)	4/6(P); 29/11(T)
1975	20/6(T); 13/12(P)	25/5(T); 18, 19/11(T)
1976	11/5(P); 3/11(P)	13/5(P); 6, 7/11(Pen)
1977	29/4(A); 30/10(T)	4/4(P); 27/9(Pen)
1978	18/4(A); 12/10(T)	24/3(T); 16/9(T)
1979	7/4(P); 2/10(P)	13, 14/5(P); 6/9(T)
1980	29/2(T); 22/8(A)	1/3(Pen); 27/7(Pen); 26/8(Pen)
1981	16/2(T); 10/8(A)	20/1(Pen); 17/7(P)
1982	4, 5/2(A); 31/7(T)	9/1(T); 6/7(T); 30/12(T)
1983	25/1(P); 21/6(P)	25/6(P); 19, 20/12(Pen)
1984	20/7(P); 15/12(P)	15/5(Pen); 13/6(Pen); 8/11(Pen)
	11/6(T); 4/12(A)	
	39/5(A); 22, 23/11(T)	

Diametri dei crateri lunari

I crateri della Luna hanno quasi tutti una forma pressappoco circolare. Se un cratere di questo tipo è lontano dal centro del disco lunare appare, per ragioni prospettiche, di forma ellittica. Il suo diametro, supposto che il cratere sia circolare, si otterrà in prima approssima-

zione (che è però sufficiente per i nostri esercizi) misurando l'asse maggiore dell'ellisse che si osserva.

Sia a l'asse maggiore di un cratere misurato su una fotografia; indicando con r il raggio della Luna misurato sulla stessa foto, si ottiene facilmente il diametro D del cratere in chilometri:

$$a : r = D : R$$

ove R è il raggio della Luna sempre espresso in chilometri. Dalla relazione si ottiene:

$$D = a R / r$$

ESERCITAZIONE 24

Utilizzando una fotografia della Luna determinare il diametro di qualche cratere.

Altezze dei rilievi lunari vicini al terminatore quando la Luna è in quadratura

Per misurare le altezze dei rilievi lunari si può procedere con il metodo ideato da Galileo, relativo solo alle strutture vicine al terminatore, utilizzando le ombre che queste proiettano quando la Luna si trova in quadratura.

La luce del Sole, colpendo il rilievo che si innalza sulla pianura circostante, proietta un'ombra la cui lunghezza sia indicata con l (figura 22.9). La cima del rilievo dista d dal terminatore TT'. Supponiamo che la Luna sia sferica; dalla figura 22.9, nella quale il rilievo è rappresentato dal segmento CB di altezza h , si vede che i due triangoli rettangoli ABC (il lato CA può ritenersi rettilineo) e OCE, sono simili. In questa ipotesi si può allora scrivere:

$$BC : BA = EC : CO$$

cioè

$$h : l = d : R$$

Dove $CO = R$ è il raggio della Luna (1738 km). Dalla precedente si ha:

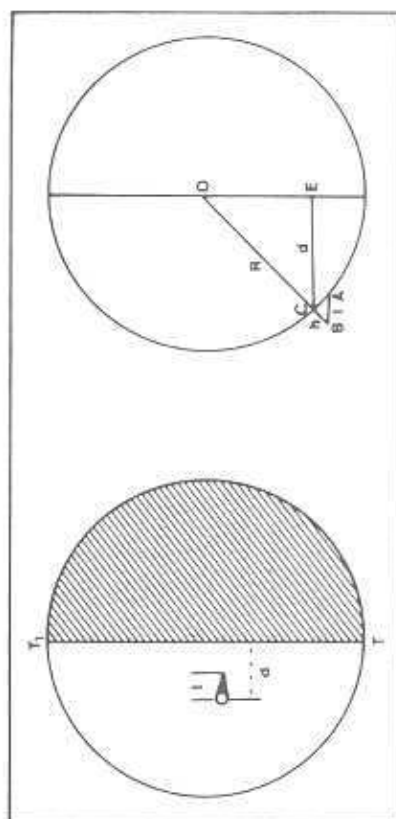


Fig. 22.9

$$h = l d / R$$

Misurando perciò in chilometri la distanza d del rilievo dal terminatore e la lunghezza l dell'ombra, si può calcolare l'altezza h del rilievo. Operando sulle fotografie bisogna naturalmente, come primo passo, trovare la scala della fotografia ricavando in qualche modo il raggio della Luna dalla fotografia stessa.

Esempio Misurare il diametro del cratere Aliacensio che è indicato con una freccia nella figura 22.10. (Il terminatore è stato tratteggiato.)

Determiniamo innanzitutto la scala della figura ricavando con il seguente procedimento il raggio della Luna.

Disponendo di un solo arco del lembo lunare (SGL), misuriamo la corda SL (figura 22.11) la cui metà abbia la lunghezza m mentre la saetta FG sia lunga ϕ . Dal triangolo rettangolo OSF si ottiene:

$$r = \frac{f^2 + m^2}{2f}$$

Con il procedimento descritto ricaviamo il diametro del cratere (85 km) e l'altezza del bordo del cratere (4,8 km).

Come secondo esercizio si può determinare il diametro del cratere di Tycho (87 km) e l'altezza media del suo orlo (circa 6,1 km).

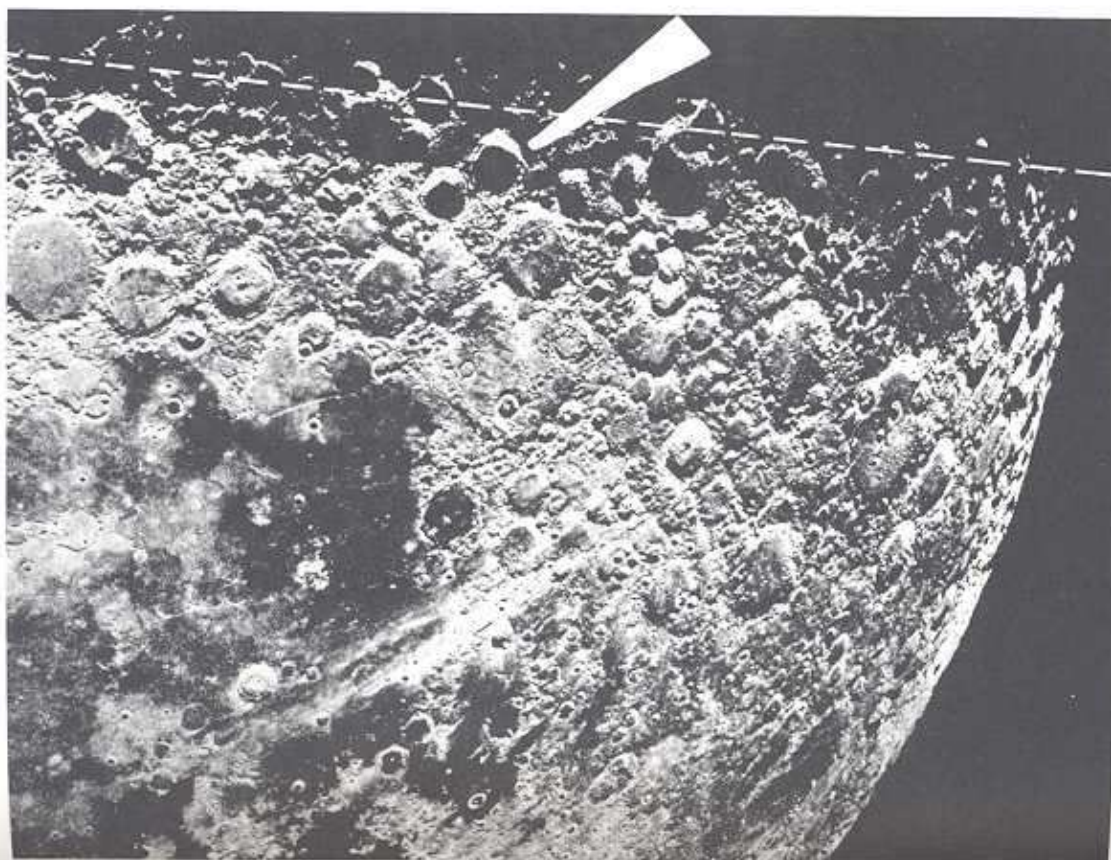


Fig. 22.10

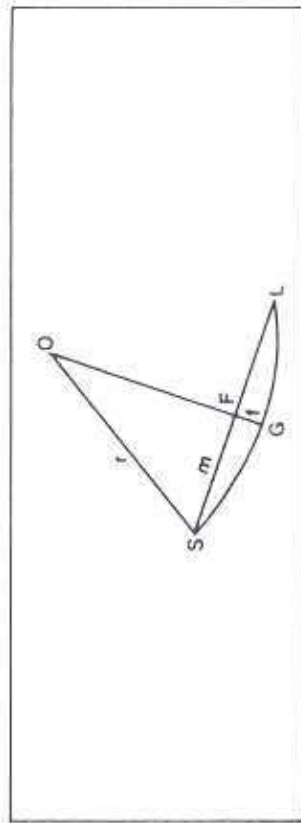


Fig. 22.11

ESERCITAZIONE 25 *L'età dei crateri lunari*

Dai dati raccolti durante le missioni Apollo, risulta che la lava che forma i mari della Luna ha un'età media valutabile attorno a 3,7 miliardi di anni. Si sa ancora che i crateri con orli netti o quelli dai quali si diramano lunghe ragnelle bianche, sono i più recenti.

Partendo dall'esame di una fotografia dettagliata della Luna (figura 22.10) descrivere quali sono i crateri più vecchi e quali i più recenti, specialmente osservando quelli posti sui mari della Luna.

Tentare un'indagine dello stesso tipo sulle fotografie del pianeta Mercurio o su quelle di Marte ottenute dalle varie sonde.

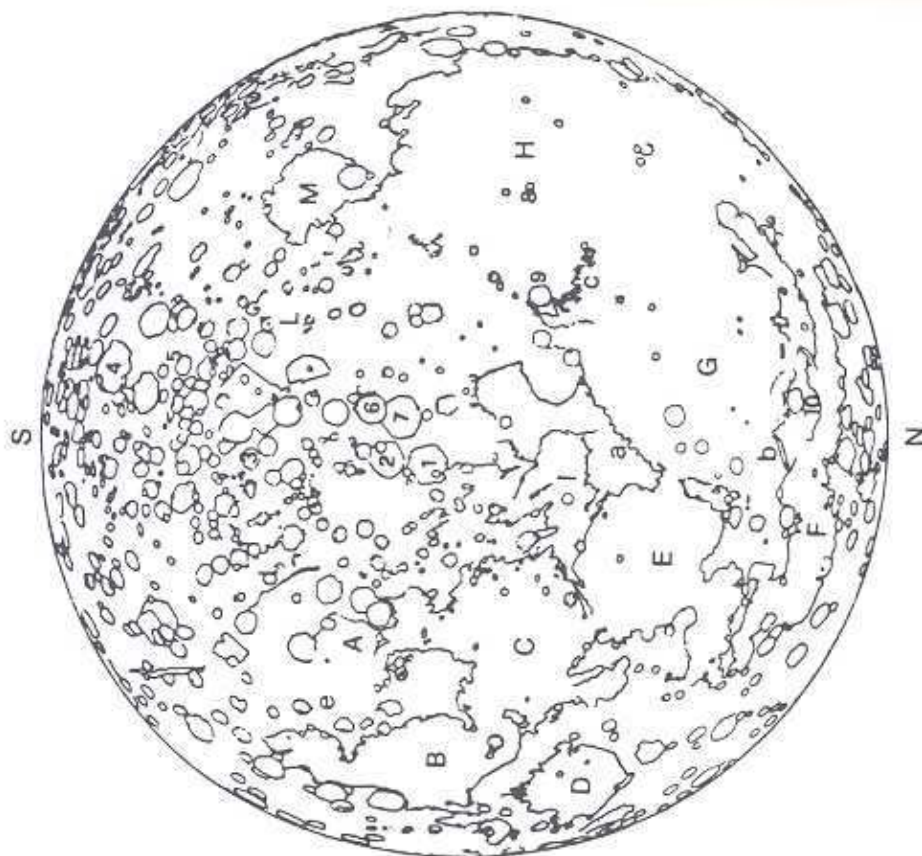
Per la valutazione dell'età delle formazioni lunari è bene tenere presenti le seguenti osservazioni.

- La grandezza dei crateri dipende dall'età. I più grandi sono i più vecchi. I crateri che mostrano all'interno tracce di magna del mare circostante sono i più vecchi. Alcuni crateri dell'emisfero sud della Luna hanno un'età di circa 4 miliardi di anni.
- I crateri che appaiono profondi, piccoli e con il fondo arrotondato sono i più giovani.
- Più le pareti di un cratere sono erose e irregolari più questo è vecchio.
- I crateri che si trovano entro altri più grandi sono detti crateri secondari e sono più giovani.
- Più brillante e più bianca è l'area attorno a un cratere più questo è giovane.

ESERCITAZIONE 26

Studiare attentamente alcune fotografie della Luna molto dettagliate reperibili su vari testi, e su di esse fare le seguenti osservazioni.

1. Descrivere alcuni crateri ed evidenziare le loro differenze morfologiche.
2. Individuare in una data zona i crateri che mostrano un picco centrale e stabilire il rapporto tra il loro numero e quello totale dei crateri contati.
3. Individuare le catene montuose, descriverle e porle in relazione con le pianure circostanti.
4. Individuare i crateri semisepolti dalle lave dei mari, descriverli e fare alcune considerazioni relative alle loro caratteristiche.
5. In una data zona individuare i crateri più recenti, contarli e descriverli.
6. Studiare e descrivere i crateri raggiati, cioè quelli che sono al centro di ragnelle biancastre; studiare la loro distribuzione sulla superficie lunare.
7. Individuare, specialmente sulle fotografie molto dettagliate, le fratture del suolo lunare, descriverle, contarle e porle in relazione con i crateri circostanti.
8. Individuare e descrivere le pieghe che la lava ha fatto in certe pianure; fare qualche ipotesi sulla loro origine.
9. Cercare i picchi isolati, descriverli, contarli e porli in relazione con le zone circostanti.
10. Cercare le piccole cupole che vengono chiamate "duomi", descriverle e stabilire il legame che possono avere con i crateri; fare qualche ipotesi sulla loro formazione.
11. Cercare quali possono essere le relazioni tra le zone più o meno tormentate della Luna. Tentare qualche ipotesi.
12. Descrivere la forma e le caratteristiche dei mari circolari.
13. Quali sono le forze che agiscono sulle strutture superficiali della Luna?
14. Fissata un'area lunare porre in relazione grafica il numero di crateri e i loro diametri.



- Mari**
- A Mare Nectaris
 - B Mare Foecunditatis
 - C Mare Tranquillitatis
 - D Mare Crisium
 - E Mare Serenitatis
 - F Mare Frigoris
 - G Mare Imbrium
 - H Oceanus Procellarum
 - I Mare Vaporum
 - L Mare Nubium
 - M Mare Humorum

- Monti**
- a Apennini
 - b Alpes
 - c Carpathi
 - d Altai
 - e Pyrenees

- Crateri principali**
- 1 Hipparchus
 - 2 Albathegnus
 - 3 Aliacensis
 - 4 Clavius
 - 5 Tycho
 - 6 Aphonsus
 - 7 Ptolemaeus
 - 8 Kepler
 - 9 Copernicus
 - 10 Plato

Fig. 22.12

ESERCITAZIONE 27 Metodo grafico per il calcolo di una eclisse di Luna
Un metodo approssimato ma istruttivo per calcolare i tempi e le condizioni nelle quali avviene una eclisse di Luna è quello grafico.

Il concetto sul quale esso si fonda è semplice: si considera il centro del cerchio dell'ombra della Terra alla distanza della Luna come punto fisso rispetto al quale si riferisce il cammino relativo della Luna, che attraverserà il cerchio d'ombra e quello di penombra.

Nella seguente esposizione considereremo il solo cerchio d'ombra. Conoscendo dagli almanacchi (*Nautical Almanac*) le posizioni del Sole e della Luna nelle varie ore del giorno dell'eclisse, e altri dati, è possibile, col grafico, stabilire gli istanti di contatto della Luna con il cono d'ombra, l'istante della totalità e altri elementi fondamentali per l'osservazione dell'eclisse.

Il procedimento è il seguente. Nel giorno dell'eclisse, come s'è detto, si devono conoscere le coordinate equatoriali AR_0 e D_0 del Sole alle ore 0 π del giorno e quelle AR_0' e D_0' del giorno dopo per poter ottenere dalle differenze $\Delta\alpha$ e $\Delta\delta$ la loro variazione oraria e poter calcolare quindi le coordinate del Sole di ora in ora.

Ricordiamo che le coordinate del centro dell'ombra della Terra differiscono di 12 ore in ascensione retta e le declinazioni hanno il segno cambiato, rispetto a quelle del Sole. Le coordinate del centro dell'ombra siano di ora in ora α_0 e δ_0 .

Per costruire il grafico è necessario conoscere anche le coordinate del centro della Luna α_L e δ_L di ora in ora in quel giorno (esse sono date dalle effermeridi).

L'ora in cui le coordinate della Luna sono quasi uguali a quelle del centro dell'ombra della Terra fissa l'istante del massimo dell'eclisse, per esempio la totalità, se l'eclisse è di questo tipo. Sia T questo istante. Si costruisce allora una tabella nella quale sono disposte le coordinate della Luna e quelle del centro dell'ombra calcolate per almeno due o tre ore prima e dopo T .

La tabella quindi riporterà, da $T - 3^h$ fino a $T + 3^h$, le α_0 , δ_0 e α_L , δ_L , le loro differenze $\alpha_L - \alpha_0$, in una colonna indicata con X si disporranno quindi i valori di $(\alpha_L - \alpha_0) \cos \delta_L$ (di cui vedremo dopo il significato) e in una ultima colonna, indicata con Y, le differenze $\delta_L - \delta_0$. Le due ultime colonne forniscono le coordinate del centro della Luna rispet-

to al centro dell'ombra della Terra assunto come origine. In questo modo si può allora costruire un diagramma nel quale è rappresentato il moto della Luna rispetto all'ombra della Terra.

Per disegnare il diagramma bisogna però conoscere sia il raggio apparente $d_{\odot}$ dell'ombra della Terra che quello d_L della Luna (quest'ultimo è dato dall'effemeride). Per calcolare $d_{\odot}$ si deve conoscere il raggio apparente del Sole $d_{\odot}$, e la parallasse π_L'' della Luna in quel giorno nonché la parallasse del Sole che, come si sa, è $\pi_{\odot}'' = 8''$.

Dalla figura 22.13, nella quale S è il Sole, T la Terra e L l'intersezione dell'orbita della Luna con la congiungente T con S, si ha:

$$\pi_{\odot}'' + \pi_L'' = d_{\odot}'' + d_L''$$

cioè:

$$d_{\odot}'' = \pi_{\odot}'' + \pi_L'' - d_L''$$

Si può procedere ora a disegnare il grafico dell'eclisse. Con raggio $d_{\odot}$ (scala consigliata 1' = 1 mm) si disegna, al centro di un sistema di assi cartesiani, un cerchio che rappresenterà l'ombra della Terra. Dalle colonne X e Y si leggono le coordinate dei punti che rappresentano il centro della Luna di ora in ora. Questi punti verranno congiunti con una retta che intersecherà il cerchio d'ombra in M e N. Il punto di mezzo di MN dà l'istante della totalità o del massimo dell'eclisse.

Si disegnano quindi dei cerchi di raggio d_L che siano tangenti

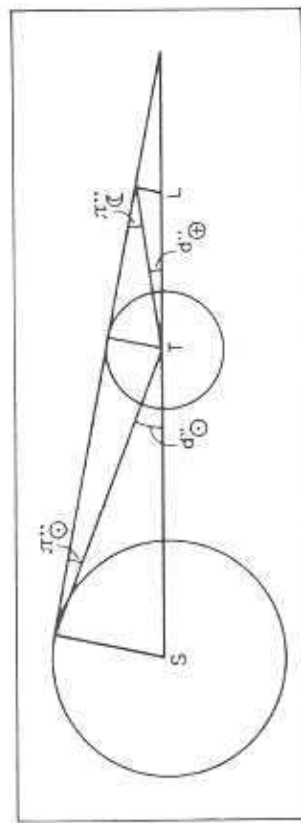


Fig. 22.13

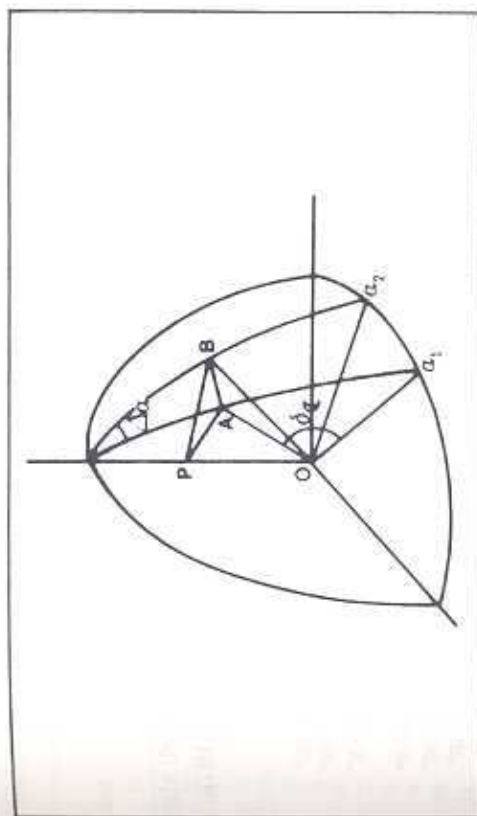


Fig. 22.14

esternamente all'ombra della Terra. In corrispondenza dei loro centri si legge l'istante del primo e dell'ultimo contatto della Luna con l'ombra. Se si vuole si possono segnare anche i cerchi tangenti internamente per trovare così l'inizio e la fine della totalità, se l'eclisse è di questo tipo.

Congiungendo il centro di ogni cerchio che rappresenta la Luna con il punto di contatto con l'ombra, si può trovare anche l'angolo di posizione (rispetto al nord) dei punti di contatto.

N.B. La differenza $\alpha_L - \alpha_{\odot}$ deve essere moltiplicata per 15' per convertire i valori espressi in tempo in altri valori espressi in primi d'arco. Bisogna inoltre moltiplicare anche per $(\cos \delta_L)$ perché, come mostra la figura, il cammino della Luna non sta sull'equatore celeste ma su un arco AB.

Dalla figura 22.14, che rappresenta un ottante della sfera celeste di raggio $OA = 1$, un astro di declinazione δ_L descrive l'arco AB variando la sua ascensione retta di $\alpha_L - \alpha_{\odot} = \Delta\alpha$. Poiché il raggio dell'arco AB è

$$PA = \cos \delta_L$$

si ottiene:

$$AB = \Delta\alpha \cdot PA$$

$$AB = \Delta\alpha \cdot \cos \delta_0$$

ESERCITAZIONE 28

Si calcolino gli istanti di contatto e della totalità, nonché tutti gli altri elementi che interessarono l'eclisse di Luna del 16 settembre 1978.

Dalle effemeridi si ottiene:

semidiametro della Luna
semidiametro del Sole
parallasse del Sole

$$d_L = 16' 20''$$

$$d_S = 15' 56''$$

$$\pi_S = 8''$$

parallasse della Luna (valutabile con un breve calcolo se nelle effemeridi è data solo la distanza della Luna)

$$\pi_L = 360.6''$$

coordinate del Sole alle 0^h 10 del giorno 16 $\alpha_s = 11^h 33^m 28^s$; $\delta_s = 2^\circ 51' 56''$

coordinate del Sole alle 0^h 10 del giorno 17 $\alpha_s = 11^h 37^m 03^s$; $\delta_s = 2^\circ 28' 48''$.

Le coordinate della Luna date dalle effemeridi sono espresse nella tabella 22.2.

Dal complesso dei dati conosciuti otteniamo:

$$\Delta\alpha_s = 3^m 58.3; \quad \Delta\delta_s = -23'.13$$

quindi

$$\Delta\alpha_s/h = 0^m 14.9; \quad \Delta\delta_s/h = -0' 9.63$$

Le coordinate del centro dell'ombra della Terra sono:

il 16 alle 0^h 10:

$$\alpha_0 = 23^h 33^m 28^s; \quad \delta_0 = -2^\circ 51' 56''$$

il 17 alle 0^h 10:

$$\alpha_0' = 23^h 37^m 03^s; \quad \delta_0' = -2^\circ 28' 48''$$

Dalla tavola delle coordinate della Luna si vede che il massimo dell'eclisse cade tra le 18 e le 20; consideriamo pertanto i dati nell'intervallo tra le 16 e le 22. Calcolando per le varie ore le α_s e δ_s si ottiene la tabella 22.3.

Tabella 22.2 Le coordinate lunari.

ora		AR		diff.		16 settembre		D		diff.	
h	m	s	diff.	s	diff.	s	diff.	s	diff.	s	diff.
0	22	51	50.377			140.143	-5	24.47		+650.51	
1	22	54	10.520			139.985	5	33.96		652.26	
2	22	56	30.505			139.829	5	41.70		653.93	
3	22	58	50.334			139.673	5	47.77		655.52	
4	23	01	10.007			139.518	5	52.25		657.04	
5	23	03	29.525			139.364	4	55.21		658.46	
6	23	05	48.889			139.211	4	56.75		659.81	
7	23	08	08.100			139.059	4	56.94		661.07	
8	23	10	27.159			138.908	4	55.87		662.26	
9	23	12	46.067			138.757	4	53.61		663.37	
10	23	15	04.824			138.609	3	50.24		664.40	
11	23	17	23.433			138.460	3	45.84		665.34	
12	23	19	41.893			138.313	-3	40.30		666.21	
13	23	22	00.206			138.167	3	34.29		667.00	
14	23	24	18.373			138.022	3	27.29		667.71	
15	23	26	36.395			137.878	3	19.58		668.34	
16	23	28	54.273			137.735	2	11.24		668.89	
17	23	31	12.008			137.594	2	02.35		669.37	
18	23	33	29.602			137.454	2	52.98		669.76	
19	23	35	47.056			137.315	2	43.22		670.08	
20	23	38	04.371			137.177	2	33.14		670.32	
21	23	40	21.548			137.041	1	22.82		670.49	
22	23	42	38.589			136.905	1	12.33		670.58	
23	23	44	55.494			136.772	-1	01.75		670.59	

Tabella 22.3

h	α_s	δ_s	$\alpha_s - \alpha_0$	$\delta_s - \delta_0$	$(\alpha_s - \alpha_0)15 \cos \delta_s$	$\delta_s - \delta_0$
16	23 ^h 28 ^m 54 ^s	-2° 51' 11"	23 ^h 35 ^m 45 ^s	-2° 36' 52"	-104.1	-14' 6"
17	31 12	40 02	39 99	-35' 56"	-71.7	-4' 4"
18	33 29	28 52	36 14	-34' 59"	-39.8	5' 7"
19	35 47	17 43	29 33	-33' 63"	-7.6	15' 9"
20	38 04	06 33	44 32	-32' 67"	24.3	26' 1"
21	40 21	-1° 55' 22"	59 31	-31' 71"	56.3	36' 3"
22	42 38	44 12	74 30	-30' 74"	88.3	46' 5"

Il semidiametro apparente dell'ombra della Terra è:

$$\alpha_0 = 8'' + 3606'' - 956'' = 2658'' = 44', 3$$

In scala $1'' = 1 \text{ mm}$ si disegna al centro degli assi X, Y un cerchio di raggio $44,3 \text{ mm}$ che rappresenta l'ombra della Terra alla quale si fa riferimento. Si tracciano quindi i punti di coordinate X, Y e si ottiene così la retta della traiettoria della Luna. Operando come è indicato nella figura 22.15 si possono ricavare gli elementi cercati:

inizio della eclisse: $17^h 21^m \text{ TU}$
 mezzo della totalità: $19^h 05^m \text{ TU}$
 fine della eclisse: $20^h 48^m \text{ TU}$.

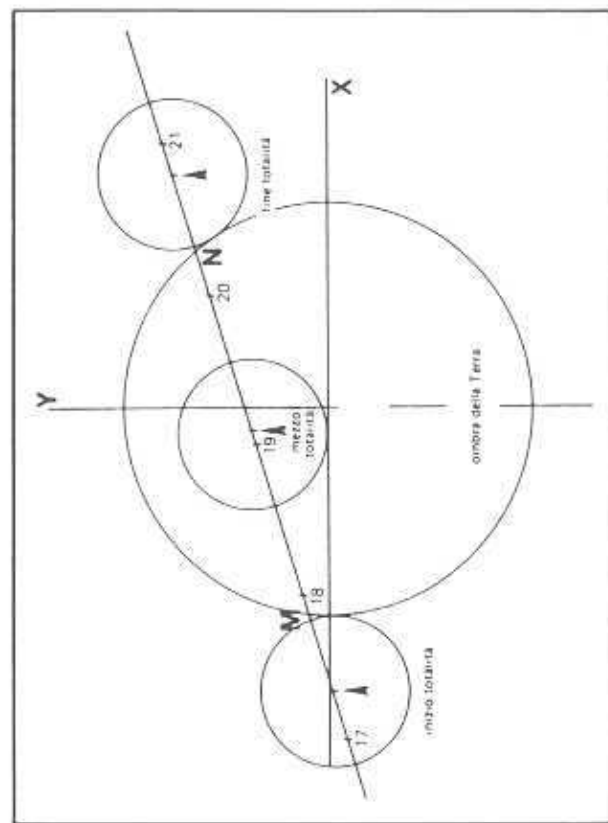


Fig. 22.15

23 La determinazione delle distanze dei pianeti dal Sole

Il procedimento per la determinazione della distanza dei pianeti dal Sole, supponendo che le loro orbite siano circolari, è assai semplice se si utilizza un metodo simile a quello ideato da Copernico. Naturalmente questo metodo, per la natura dell'ipotesi, è approssimato.

Procederemo in due modi: uno grafico e uno trigonometrico, un po' più esatto.

Si distinguono due casi.

A. Pianeti interni (Mercurio e Venere)

L'osservazione mostra che quando Mercurio e Venere sono alla massima elongazione dal Sole la loro distanza angolare dall'astro del giorno è mediamente 23° e 46° rispettivamente. La situazione in cui viene a trovarsi in questo caso uno qualunque dei due pianeti è quella illustrata nella figura 23.1. La Terra sia in T e il pianeta in P . Alla massima elongazione di P dal Sole S , l'angolo SPT è retto. L'osservazione fornisce l'angolo α (23° e 46°) sotto cui dalla Terra si vede la distanza apparente del pianeta dal Sole in quel momento. Se si riesce a disegnare il triangolo SPT o a calcolarne i lati, il rapporto SP/ST fornisce subito la distanza del pianeta dal Sole in UA.

B. Pianeti esterni (Marte, Giove, Saturno)

L'osservazione mostra che per passare dall'opposizione alla quadratura i pianeti Marte, Giove e Saturno (i cui periodi siderali sono nell'ordine 687; 4332; 10.759 giorni) impiegano rispettivamente $t = 106, 87$ e 88 giorni.

Consideriamo (figura 23.2) le varie posizioni della Terra T e di uno

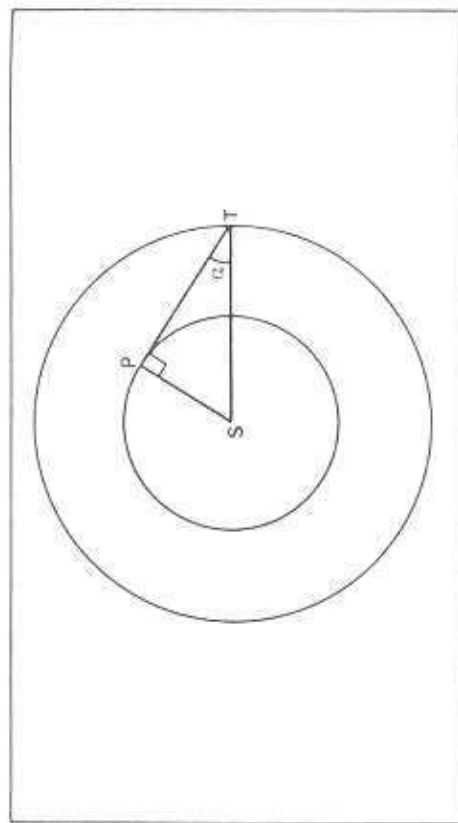


Fig. 23.1

di questi pianeti P. All'opposizione la Terra e il pianeta siano in T_1 e P_1 rispettivamente. Dopo t giorni la Terra si troverà in T e il pianeta in P; essendo l'angolo PTS retto per definizione di quadratura. Se si riesce a disegnare il triangolo STP o a calcolarne i lati, è facile ottenere il rapporto PS/TS che dà la distanza del pianeta dal Sole S in UA.

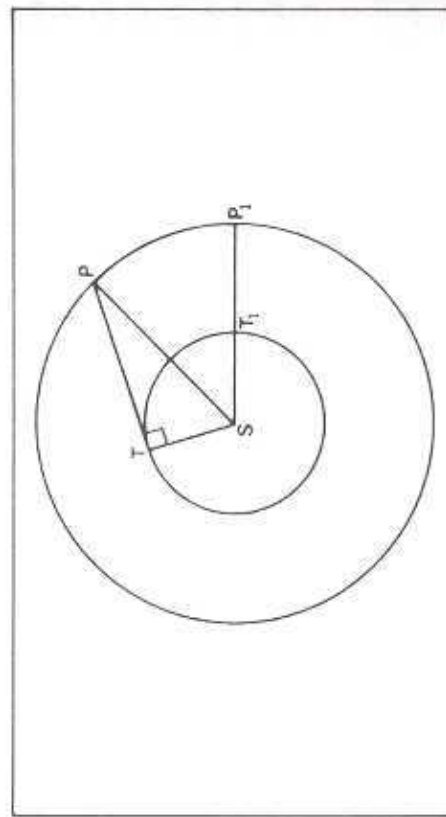


Fig. 23.2

Metodo grafico

Pianeti interni (Mercurio)

Si traccia un cerchio di centro C e di raggio 10 cm (figura 23.3). Su di esso si fissa un punto qualunque T che rappresenta la posizione della Terra quando Mercurio è alla sua massima elongazione (23°). Posto il centro di un goniometro in T si disegna l'angolo CTA = 23° .

Con una squadra, allineata su AT, si disegna quindi la perpendicolare CM ad AT. Il punto M indica la posizione di Mercurio all'elongazione.

Il rapporto CM/CT, misurato sul disegno, dà la distanza di Mercurio dal Sole in UA. Si procede nello stesso modo nel caso di Venere tenendo conto che la sua massima elongazione è di 46° .

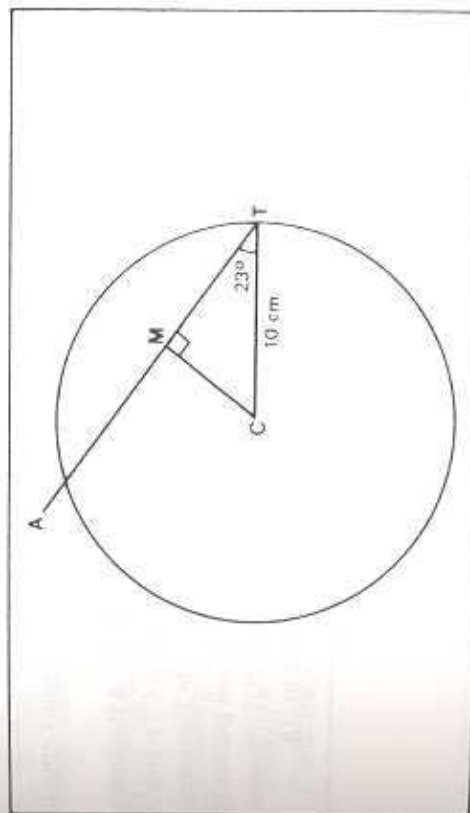


Fig. 23.3

Pianeti esterni (Marte)

Dall'opposizione alla quadratura intercorrono 106 giorni (il periodo siderale del pianeta è 687^d). L'angolo P_1SP si ottiene dalla proporzione:

$$360^\circ : 687^d = P_1SP : 106^d$$

cioè

$$P_1SP = 55^\circ,5$$

Nello stesso tempo t la Terra, che ora è in T , ha descritto l'angolo T_1ST che si ottiene dalla:

$$360^\circ : 365^d = T_1ST : 106^d$$

cioè $T_1ST = 104^\circ,5$.

L'angolo PST è perciò

$$104^\circ,5 - 55^\circ,5 = 49^\circ$$

Il triangolo rettangolo PST è quindi completamente determinato (figura 23.4). Esso si può costruire nel seguente modo: si disegni un cerchio di raggio 5 cm e di centro C (figura 23.5). Per C si traccia la semiretta CL che indica la direzione sulla quale Terra e Marte si trovavano in opposizione. Posto il goniometro in C si disegna l'angolo $LCA = 55^\circ,5$.

Nella direzione CA , in un punto da stabilirsi, si troverà il pianeta Marte quando è in quadratura. Si disegna quindi l'angolo $LCT = 104^\circ,5$ per individuare la posizione T della Terra in quell'istante. Da T si traccia la perpendicolare a TC che incontrerà la semiretta CA sul punto M . Marte in quadratura si troverà dunque in M . Il rapporto CM/CT misurato sul disegno, dà la distanza approssimata di Marte dal Sole in UA.

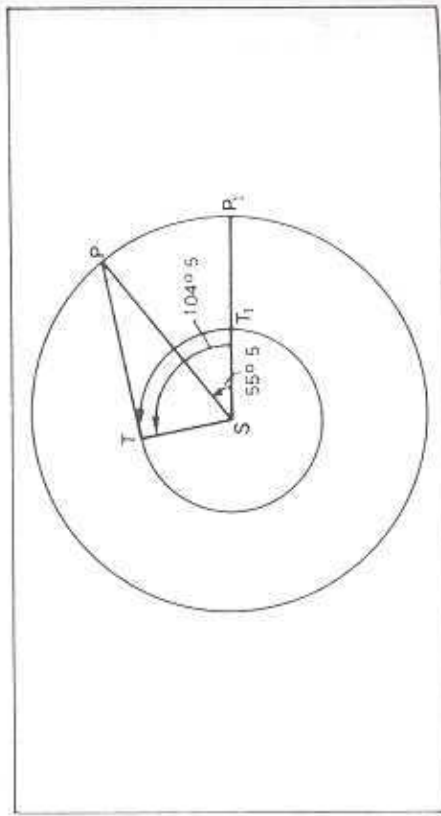


Fig. 23.4

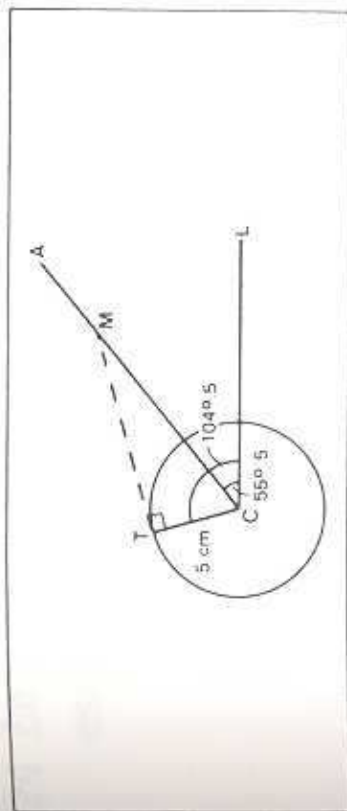


Fig. 23.5

La determinazione delle distanze degli altri pianeti, Giove e Saturno, diventa meno esatta, con questo metodo grafico, quanto più il pianeta è lontano dal Sole.

Metodo trigonometrico

Il metodo trigonometrico è molto più semplice e preciso.

Pianeti interni (Mercurio)

Dal triangolo rettangolo STP , essendo $\alpha = 23^\circ$ (figura 23.1), si ottiene:

$$\frac{SP}{ST} = \sin 23^\circ = 0,39$$

La distanza di Mercurio dal Sole in UA ($TS = 1$) è dunque 0,39.

Pianeti esterni (Marte)

Dal triangolo rettangolo STP , essendo l'angolo $PST = 104^\circ,5 - 55^\circ,5 = 49^\circ$ (figura 23.4), si ottiene:

$$\frac{SP}{ST} = \frac{1}{\cos 49^\circ} = 1,52$$

Marte dista dal Sole 1,52 UA.

24 Le leggi di Keplero: esercitazioni e problemi

QUESTIONE *La prima legge di Keplero*

Keplero, disponendo di una numerosa serie di precise osservazioni delle posizioni del pianeta Marte, effettuate da Tycho Brahe, cercò di stabilire l'esatta forma delle orbite della Terra e di Marte. Il procedimento concettualmente è stato il seguente.

Dapprima si stabilisce la forma dell'orbita della Terra facendo riferimento a una base fissa, cioè la distanza del Sole S da Marte M quando questo pianeta si trova in una posizione ben precisa della sua orbita e poi, trovata l'orbita della Terra, si parte da questa, come riferimento, per ricostruire quella di Marte.

I dettagli del procedimento di Keplero sono i seguenti.

Si sceglie come istante di partenza t il momento in cui Marte (M) si trova in opposizione alla Terra (T). Poiché il periodo siderale di questo pianeta è $1^a,88$, all'epoca $t + 1^a,88$ Marte verrà a trovarsi nello stesso punto M della sua orbita (figura 24.1), la Terra, invece, in questo intervallo di tempo, avrà fatto quasi due rotazioni e si troverà perciò in T_1 . Se $T_1\gamma$ indica la direzione del punto gamma, dalle osservazioni si conosce l'angolo γT_1M , che non è altro che la longitudine geocentrica di Marte. Nello stesso tempo però si conoscono anche l'angolo γT_1S , cioè la longitudine geocentrica del Sole, e l'angolo T_1SM . Nel triangolo SMT_1 , quindi, conoscendo due angoli, e avendo come base il segmento SM , si può stabilire univocamente la posizione T_1 della Terra sulla sua orbita.

All'epoca $t + (2 \cdot 1^a,88)$ si ripropone la stessa situazione; questa volta

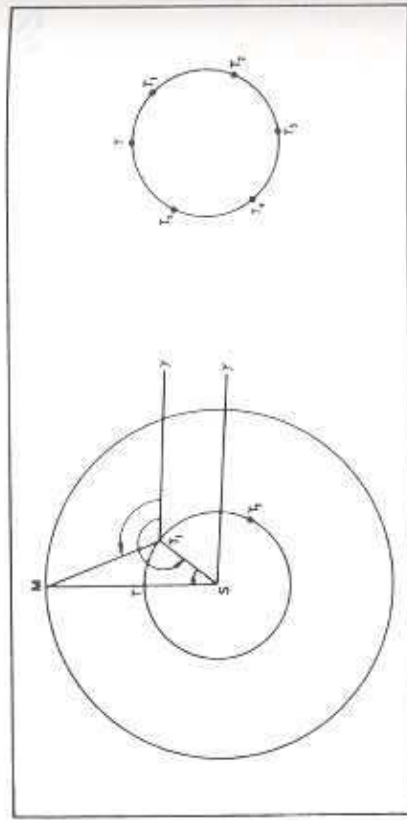


Fig. 24.1

però la Terra viene a trovarsi in T_1 punto che, con il procedimento precedente, viene esattamente determinato, prendendo sempre come riferimento il segmento SM . Operando in questo modo per diversi multipli di $1^{\circ}88$ si possono trovare varie posizioni della Terra sulla sua orbita.

Fissate così diverse posizioni del nostro pianeta, Keplero cercò qual era la curva che meglio si adattava ai punti trovati e alla fine riuscì a stabilire che questa era una ellisse con fuoco in S e con eccentricità $e = 0,017$; ellisse che differiva quindi molto poco da una circonferenza. Infatti, se il raggio dell'orbita della Terra fosse di un metro, il Sole si troverebbe solamente a $1,7$ centimetri dal centro.

Poi Keplero passò dall'orbita della Terra a quella di Marte.

Una volta stabilita con esattezza la forma dell'orbita terrestre, che risultava pressoché circolare, Keplero applicò lo stesso procedimento, ma a rovescio, per determinare l'orbita di Marte.

Si parte ancora da una opposizione di Marte (figura 24.2). Il pianeta si trova allora in M e la Terra in T . Trascorsi $1,88$ anni, Marte verrà a trovarsi ancora in M mentre la Terra questa volta si troverà in T_1 . Anche nel triangolo MT_1S si conoscono due angoli, come nel caso precedente, però questa volta si assume ST_1 come segmento di riferimento. E possibile allora fissare l'esatta posizione del vertice M .

Considerata poi un'altra opposizione del pianeta si ripete lo stesso

procedimento e si trova così un'altra posizione M_1 di Marte.

Continuando in questo modo si possono stabilire diverse posizioni del pianeta sulla sua orbita. Trovati questi punti basterà infine, come si è fatto per la Terra, cercare qual è la curva che meglio si adatta a essi e il problema è risolto.

In questo modo Keplero poté trovare la vera forma delle orbite e quindi fu in grado di enunciare la sua prima legge: *i pianeti si muovono su orbite ellittiche e il Sole occupa uno dei due fuochi*.

ESERCITAZIONE 29

Nella seguente esercitazione si cercherà di ricostruire il procedimento di Keplero utilizzando i suoi stessi dati, partendo però dall'orbita della Terra che si suppone sia circolare e già nota.

Ricordiamo che gli angoli si misurano in senso antiorario.

Utilizzando carta millimetrata o quadrettata si fissa un punto S , che rappresenta il Sole; da questo si traccia una semiretta, in qualsivoglia direzione, che indica la direzione del punto gamma.

Con centro in S si traccia poi una circonferenza avente il diametro di 10 centimetri.

Nella tabella 24.1 sono elencate le date, le longitudini eliocentriche della Terra (long. T) e le longitudini geocentriche di Marte (long. M)

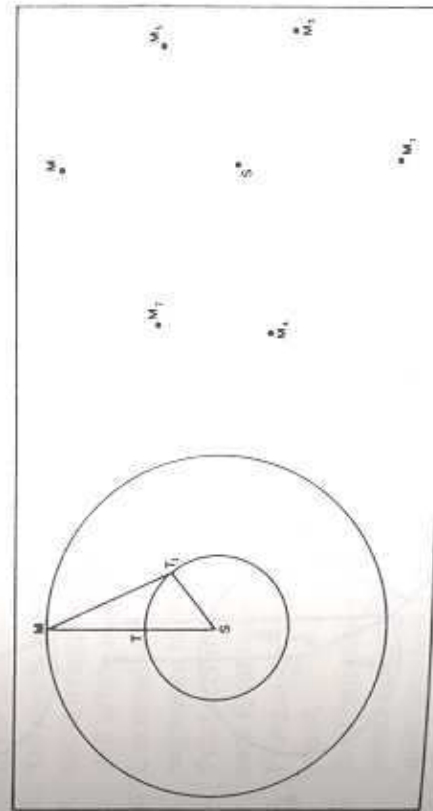


Fig. 24.2

nonché le differenze (D) in giorni tra le date indicate.

Con un goniometro centrato in S e con lo zero verso il punto gamma si disegna un angolo pari alla prima longitudine eliocentrica della Terra elencata nella tabella: $L = 159^\circ 23'$.

Individuata così la posizione T della Terra sulla sua orbita, si pone il goniometro in T e, orientato sempre nella direzione del punto gamma, si disegna il lato dell'angolo $L = 135^\circ 12'$ (figura 24.3a).

Quindi si riporta il goniometro al centro S e si opera come prima disegnando l'angolo $L = 115^\circ 21'$ (figura 24.3b). Si individua in questo modo T_1 ; poi, ponendo il centro del goniometro in T_1 , si rifà il procedimento precedente segnando il lato dell'angolo $L_1 = 182^\circ 08'$ che è la seconda longitudine geocentrica di Marte. L'intersezione delle due rette fornisce la prima posizione di Marte, M_1 , sulla sua orbita.

Nello stesso modo si procede per le altre coppie di date e si trovano così cinque posizioni del pianeta sulla sua orbita.

Subito si nota (figura 24.3c) che i due primi punti M_1 e M_2 sono diametralmente opposti, non solo, ma individuano anche la direzione della linea degli apsidi dell'orbita di Marte; infatti tali punti sono stati scelti da Keplero con questo criterio.

Utilizzando i dati così ottenuti procedere alle seguenti misure:

1. Trovare la longitudine del perielio di Marte (L_p) misurando l'angolo tra M_1M_2 e Sy (in senso antiorario).
2. Trovare la metà della distanza $M_1M_2 = k$.
3. Se R è il raggio dell'orbita terrestre ($R = 5$ cm), il semiasse maggiore dell'orbita di Marte è $a = k/R$ espresso in UA.
4. L'eccentricità e si trova considerando il punto di mezzo M del segmento M_1M_2 : $e = MS/a$.
5. Poiché, come vedremo, l'orbita è ellittica. S'è il primo fuoco, l'altro sarà F_2 tale che $F_2M = SM$.
6. Provare se c'è una circonferenza con centro in M che passa per i 5 punti.
7. Se si constata che non esiste un'orbita circolare passante per i 5 punti, costruire l'orbita ellittica nel seguente modo: si fissano due spilli, uno in S , l'altro in F_2 . Si prende un filo di lunghezza $2a$ e lo si annoda così da chiuderlo. Si passa quindi il filo tra i due spilli e, tenendolo ben teso con una penna, si fa scorrere questa in modo

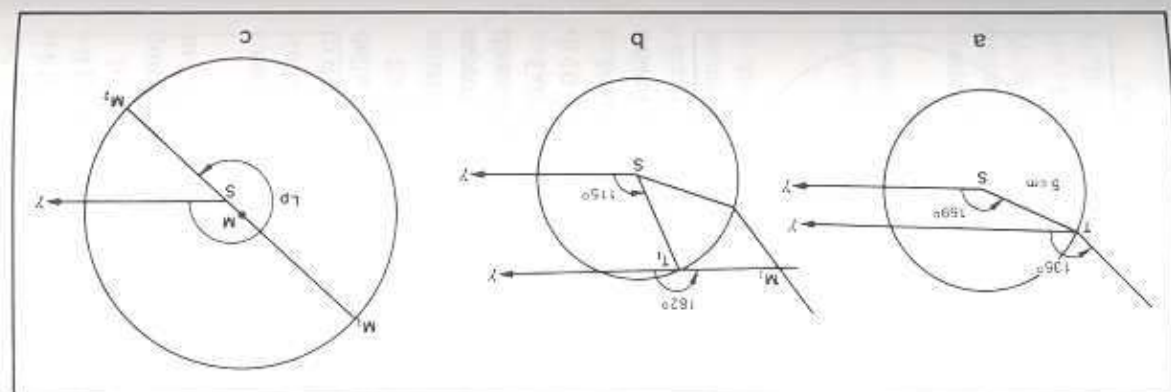


Figura 24.3

Data	Long. T	Long. M	D
17/2/1585	159°23'	135°12'	687
5/1/1587	115°21'	182°08'	687
19/9/1591	5°47'	284°18'	687
6/8/1593	323°26'	346°56'	687
7/12/1593	85°53'	3°04'	687
25/10/1595	41°42'	49°42'	687
28/3/1587	196°50'	168°12'	687
12/2/1589	153°42'	218°48'	687
10/3/1586	179°41'	131°48'	687
26/11/1587	136°06'	184°42'	687

Tabella 24.1

da descrivere tutta l'orbita.

N.B. Per chi conosce la geometria analitica sarà un utile esercizio cercare di risolvere il problema del tracciamento dell'orbita con metodo analitico.

ESERCITAZIONE 30. L'orbita di Mercurio determinata in base alle sue elongazioni

Nei disegni a piccola scala l'orbita della Terra si può ritenere circolare; il Sole è posto al centro.

Utilizzando una tabella delle elongazioni presentate da Mercurio è possibile disegnare l'orbita di questo pianeta.

Nella figura 24.4 è rappresentata l'orbita della Terra sulla quale sono segnate le date nelle quali il nostro pianeta viene a collocarsi nel corso dell'anno. Nella tabella 24.2 sono elencate le date e i valori delle elongazioni di Mercurio espresse in gradi.

Si ponga il centro di un goniometro sul punto ove si trova la Terra in una certa data, fornita dalla tabella, e lo si orienti in modo che lo zero della graduazione punti in direzione del Sole S. Leggendo i gradi della elongazione corrispondente, si tracci il lato di questo angolo; angolo del quale un lato è diretto verso il Sole e l'altro va nella direzione del pianeta quando esso si trova, in quella data, alla sua elongazione.

Procedendo in questo modo per tutte le date elencate sulla tabella si ottiene una interessante figura formata da tutte le tangenti all'orbita di Mercurio; l'orbita allora può essere facilmente tracciata poiché non è altro che l'involuppo (come si dice in termini geometrici) di tutte le tangenti.

Tabella 24.2

Data	Elong.	Data	Elong.	Data	Elong.
1981			1982		
2/2	18 E	16/1	18 E	8/2	25 W
16/3	27 W	26/2	26 W	21/4	20 E
27/5	22 E	9/5	21 E	8/6	23 W
14/7	20 W	26/6	22 W	19/8	27 E
13/9	26 E	6/9	27 E	1/10	17 W
3/11	18 W	17/10	18 W		
		30/12	19 E		
			1983		

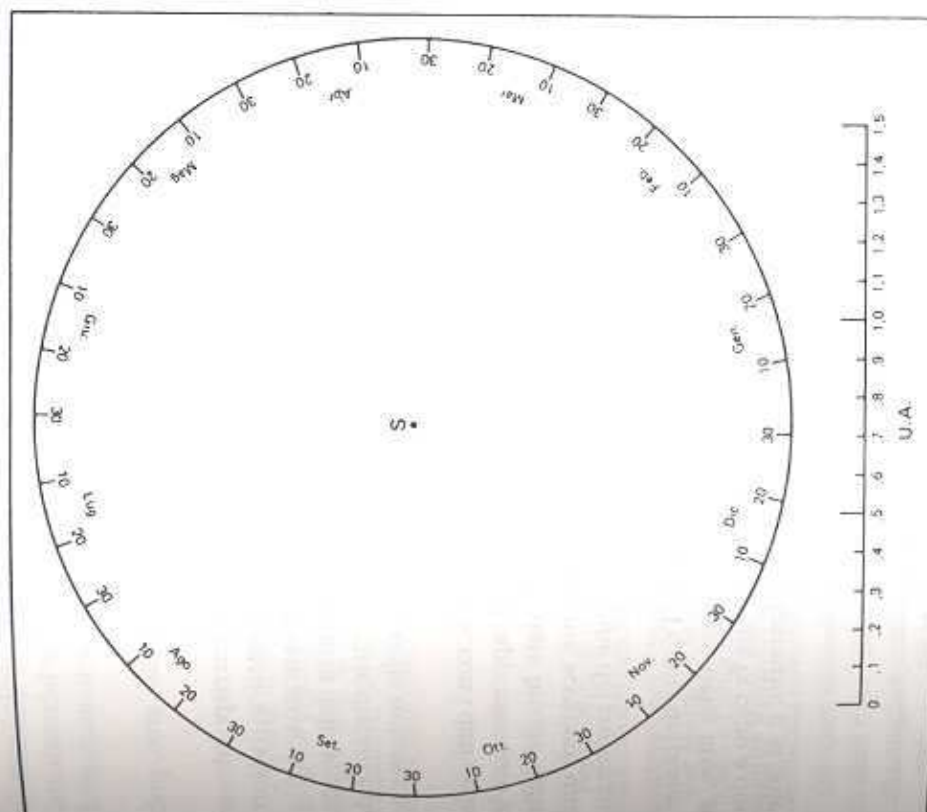


Fig. 24.4

Tracciata l'orbita, da essa si possono ricavare tutti gli elementi che la caratterizzano.

N.B. L'elongazione est (E) è a sinistra della retta che congiunge la Terra con il Sole; quella ovest (W) è invece a destra della stessa congiungente.

Come esercizio, determinare dalla figura la distanza della Terra da Mercurio nelle varie epoche.

ESERCITAZIONE 31 La seconda legge di Keplero

Una verifica della seconda legge di Keplero, quella delle aree, può essere effettuata studiando l'orbita di Mercurio.

Nella tabella 24.3 sono elencate alcune date, il corrispondente giorno giuliano (utile per i calcoli), la longitudine eliocentrica, il valore del raggio vettore congiungente il Sole col pianeta (misurato in UA) e le ultime colonne riportano altri valori utili per la verifica della legge.

Scegliendo come UA un segmento di 200 mm, le varie distanze di Mercurio dal Sole saranno rappresentate dai valori della quinta colonna ($r \cdot 200$).

Prendendo come centro il Sole, posto nel punto S, con i dati della terza e della quinta colonna, si disegnano i punti che rappresentano le varie posizioni di Mercurio rispetto al Sole nelle date fornite dalla prima colonna. Per far questo si deve naturalmente scegliere una direzione che parta dal punto S e rappresenti l'origine del conteggio degli angoli (direzione del punto gamma).

Nell'ipotesi, fatta in prima approssimazione, che l'orbita del pianeta sia circolare, per verificare la validità della legge delle aree, si dovrebbe calcolare l'area di ogni settore circolare che fa capo a due punti vicini, che rappresentano le posizioni di Mercurio, e al Sole.

Tabella 24.3

Data	10 244,...	Long.	r^2	$r \cdot 200$	ang.
10/1	3519	188°	0,399	79,8	33
20/1	29	221°	0,445	89,0	29
30/1	39	250°	0,465	93,0	27
9/2	49	277°	0,459	91,0	31
19/2	59	308°	0,425	85,0	38
1/3	69	346°	0,372	74,4	50
11/3	79	36°	0,320	64,0	62
21/3	89	98°	0,311	62,2	56
31/3	99	154°	0,354	70,8	41
10/4	3609	195°	0,410	82,0	

Trattandosi di un settore circolare (in prima approssimazione), l'area sarà data dal semiprodotto del valore medio dei due raggi vettori che delimitano il settore, per la lunghezza dell'arco.

$$\left(\bar{r} = \frac{r_1 + r_2}{2} \right)$$

Se l'angolo al centro di ogni settore è α (riportato nell'ultima colonna della tabella), cioè la differenza tra due longitudini eliocentriche del pianeta, la lunghezza dell'arco dell'orbita è $\alpha \cdot r/57^\circ$, essendo 57° il numero dei gradi compresi in un radiante. L'area del settore sarà allora approssimativamente:

$$A = \frac{\bar{r}^2 \alpha}{2 \cdot 57^\circ}$$

Per il controllo della seconda legge, tuttavia, è sufficiente provare la costanza del prodotto dei due raggi vettori, corrispondenti a due date contigue, per l'angolo α tra essi compreso, cioè $r \cdot r \cdot \alpha$.

Per esempio: tra la prima e la seconda data i raggi vettori sono 0,399 e 0,445 e l'angolo tra essi compreso è $221^\circ - 188^\circ = 33^\circ$. Basta quindi eseguire il prodotto $0,399 \cdot 0,445 \cdot 33 = 5,86$ per constatare che la legge è verificata con sufficiente approssimazione.

Gli scarti sono dovuti principalmente al fatto che i settori non sono circolari ma ellittici.

Si congiungano due punti che rappresentano due posizioni contigue di Mercurio sulla sua orbita. Dal punto di mezzo del segmento ottenuto si tracci la perpendicolare verso il centro dell'orbita. Facendo tale operazione su due o tre coppie di punti si può individuare approssimativamente il centro O della traiettoria supposta circolare.

Poiché dalla media dei valori di $r \cdot 200$ risulta che il raggio della presunta orbita circolare è 79 mm, misurando la distanza tra il Sole S e il centro O, si può trovare l'eccentricità dell'orbita di Mercurio ($e = OS/79$).

Verificare il valore.

Tabella 24.4 Distanze dei pianeti dal Sole e loro periodi siderali

Pianeta	a in UA	P in anni
Mercurio	0,39	0,24
Venere	0,72	0,62
Terra	1,00	1,00
Marte	1,52	1,88
Giove	5,20	11,86
Saturno	9,54	29,45
Urano	19,18	84,01
Nettuno	30,05	164,79
Plutone	39,44	247,70

ESERCITAZIONE 32 La terza legge di Keplero

La tabella 24.4 riporta le distanze medie dal Sole (a), e i periodi siderali (P) dei vari pianeti.

Verificare per mezzo di un diagramma la validità della terza legge di Keplero esprimendo a in funzione del periodo P , o meglio $\log a$ in funzione di $\log P$.

Calcolare la massa del Sole, mediandola dai calcoli fatti su tutti i pianeti. Rifare un analogo diagramma per i satelliti di Giove e trovare la massa del pianeta.

Procedimento Su carta millimetrata, in ordinate si dispongono i valori di $\log a$ e in ascisse quelli di $\log P$. La legge è: $a^3/P^2 = GM_\odot/4\pi$.

I valori di $\log a$ e di $\log P$ per comodità nel disegno, si moltiplichino per 10; i risultati rappresentano le distanze dall'origine in centimetri.

I punti si trovano pressappoco su una retta; c'è però un punto che si scosta molto più degli altri dall'allineamento; spiegare il perché (Giove non ha una massa trascurabile).

Volendo utilizzare il grafico per predire i valori dei periodi di ipotetici pianeti molto lontani, poiché la scala è logaritmica, si possono commettere gravi errori nella valutazione; errori tanto più grandi quanto maggiore è la distanza del pianeta dal Sole.

PROBLEMA 104 Il rapporto tra le distanze del Sole e della Luna col metodo di Aristarco

Aristarco di Samo, astronomo greco vissuto nella prima metà del 111

secolo a.C., ha scritto sul suo trattato *Sulle dimensioni e le distanze del Sole e della Luna*: "Quando la Luna ci appare dimezzata, allora essa dista dal Sole un angolo retto meno un trentesimo di angolo retto".

In questa ipotesi calcolare il rapporto tra la distanza Terra-Sole e quella Terra-Luna.

[19]

ESERCITAZIONE 33 Il metodo di Ipparco per trovare la parallasse solare e quella lunare

Ipparco, uno tra i più geniali astronomi alessandrini, vissuto attorno al 180 a.C., ideò il seguente metodo per trovare la parallasse della Luna e del Sole basandosi sui risultati ottenuti da Aristarco di Samo (distanza Terra-Sole/distanza Terra-Luna = 19).

Si era osservato che nelle eclissi di Luna il raggio ρ dell'ombra della Terra, alla distanza della Luna, è di $41' 32'' 17'''$, mentre il raggio apparente α del Sole è di $16' 36'' 55'''$. (*)

Sia π_L la parallasse della Luna e $\pi_\odot$ quella del Sole.

Dalla figura 24.5 si ottiene:

$$AT = TL \cdot \pi_L$$

$$AT = TS \cdot \pi_\odot$$

dunque

$$\frac{TS}{TL} = \frac{\pi_L}{\pi_\odot} = 19 \quad (\text{Aristarco})$$

Ma dal triangolo SAL si ha:

$$\pi_\odot + \gamma + \pi_L = 180^\circ$$

$$\alpha + \gamma + \rho = 180^\circ$$

* Nell'antichità talvolta si utilizzavano oltre ai secondi anche i terzi, sebbene la precisione non consentisse allora tanta cura.

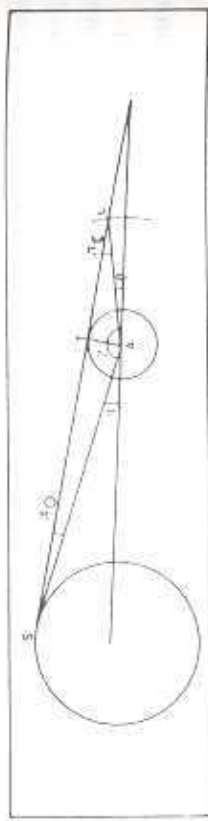


Fig. 24.5

quindi:

$$\pi_{\odot} + \pi_{\odot} = \alpha + \beta$$

e

$$\frac{\pi_{\odot}}{\pi_{\odot}} = 19$$

espressioni dalle quali si ottengono la parallasse del Sole $\pi_{\odot}$ e quella della Luna $\pi_{\odot}$.

Calcolare i valori delle due parallassi adottando le misure poc'anzi riportate.

$$[\pi_{\odot} = 2' 54''; \pi_{\odot} = 1185 \text{ AT} \text{ e } \pi_{\odot} = 55' 6''; \pi_{\odot} = 62 \text{ AT}]$$

ESERCITAZIONE 34. La distanza Terra-Sole ricavata con il metodo dei passaggi di Venere sul disco del Sole

Il metodo per ottenere la parallasse solare utilizzando i passaggi del pianeta Venere sul disco del Sole fu ideato da E. Halley (1656-1742) e fu esposto in diverse note presentate alla Royal Society di Londra tra il 1691 e il 1716. Il metodo venne applicato in occasione del passaggio del pianeta sul disco del Sole il 3 giugno 1769.

Nella figura 24.6 i segmenti AB e CD rappresentano le traiettorie apparenti di Venere sul disco del Sole, come appaiono rispettivamente dai due luoghi W e T della Terra posti tra loro alla distanza lineare d . Le traiettorie siano rettilinee e parallele tra loro.

Gli angoli α e β sono molto piccoli; a_1 sia la distanza Terra-Venere; a_2 sia la distanza Venere-Sole; R il raggio della Terra. Il raggio apparente del Sole SB sia di $16'$.

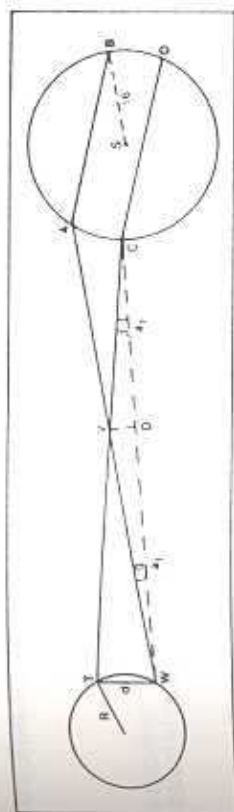


Fig. 24.6

Dal triangolo WVD si ottiene $a_1 \alpha = VD$ e dal triangolo CVD si ricava $a_2 \beta = VD$; da queste si ha:

$$\beta = \frac{a_1}{a_2} \alpha$$

Dal punto C del Sole si vede la distanza d sotto l'angolo β mentre il raggio R della Terra (supposta sferica) si vede sotto l'angolo $\pi_{\odot}$ (parallasse del Sole). Si ha allora:

$$\beta (a_1 + a_2) = TW$$

$$\pi_{\odot} (a_1 + a_2) = R$$

da cui

$$\pi_{\odot} = \beta \frac{R}{TW} = \alpha \frac{a_1}{a_2} \frac{R}{TW}$$

Per trovare $\pi_{\odot}$ bisogna conoscere R , TW e α , tutte quantità che si possono misurare.

Nel caso specifico del passaggio di Venere del 3 giugno 1769 si trovò che:

- il tempo di transito sulla retta AB = $5^h 30^m 04^s$;
- il tempo di transito sulla retta CD = $5^h 53^m 14^s$;
- il moto apparente di Venere sul Sole $240''/\text{ora}$.

Le stazioni di osservazione erano Wardhus e Tahiti che differiscono in longitudine di (circa) 180° e in latitudine di 90° .

Il periodo di rivoluzione siderale di Venere è $0^a 6152$.

Trovare la parallasse del Sole.

Soluzione La distanza tra le due stazioni si può trovare considerando il fatto che sono pressappoco agli antipodi; cioè:

$$TW = 2R$$

L'angolo α si può ricavare trasformando in secondi d'arco le traiettorie di Venere: $AB = 1320''$, 26 e $CD = 1412''$, 93 .

Consideriamo il solo caso di AB (per CD si procede nello stesso modo) (figura 24.7);

$$KS = 697'',01$$

$$MS = 650'',00$$

$$\alpha = 47''$$

Dalla terza legge di Keplero se P_V è il periodo di rivoluzione della Terra ($= 1$) e P_V quello di Venere ($= 0,6151$), si ha:

$$\frac{(a_1 + a_2)^3}{P_V^2} = \frac{a_2^3}{P_V^2}$$

da cui

$$\frac{a_1}{a_2} = 0,38247$$

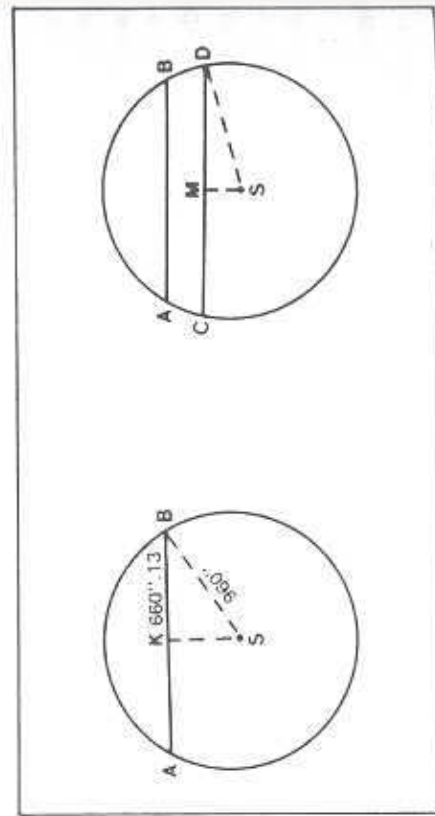


Fig. 24.7

Quindi dalla

$$\pi_{\odot} = \alpha \frac{a_1}{a_2} \frac{R}{TW}$$

si ottiene:

$$\pi_{\odot} = 8'',9$$

(Facciamo osservare che il problema è stato notevolmente semplificato nell'esercitazione. Scoprire dove.)

I prossimi passaggi di Venere sul disco del Sole avverranno l'8 giugno 2004, il 6 giugno 2012, l'11 dicembre 2117 e l'8 dicembre 2125.

ESERCITAZIONE 35 La distanza Terra-Sole con metodi spettroscopici

Un metodo per ottenere la distanza Terra-Sole può essere il seguente.

Sono stati ottenuti due spettri della stella Arturo che ha una latitudine eclitticale di $30^\circ,8$; uno in luglio, l'altro in gennaio. Nella figura 24.8 sono indicate le lunghezze d'onda di tre righe che servono per il confronto sui due spettri.

Come primo passo bisogna trovare la scala delle lunghezze d'onda (lo spettro è stato ottenuto con uno spettrografo a reticolo e quindi la dispersione si suppone lineare) misurando in millimetri e decimi di millimetro la distanza tra due righe dello spettro di confronto (quelle chiare poste sopra e sotto i due spettri della stella), conoscendo le loro lunghezze d'onda e facendo le medie si trova quanti ångström corrispondono a un millimetro di lunghezza sulla figura 24.8.

Quindi si considera una riga di assorbimento (una di quelle che appaiono in nero su ogni spettro di Arturo), che sia ben netta e sottile; si misura la sua lunghezza d'onda λ , e si fa la differenza $\Delta\lambda$ con la lunghezza d'onda λ della riga di confronto vicina. Utilizzando la formula dell'effetto Doppler:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} c = v$$

si ottiene la velocità di Arturo rispetto alla Terra. Il procedimento si applica sia per lo spettro superiore che per quello inferiore; si trovano

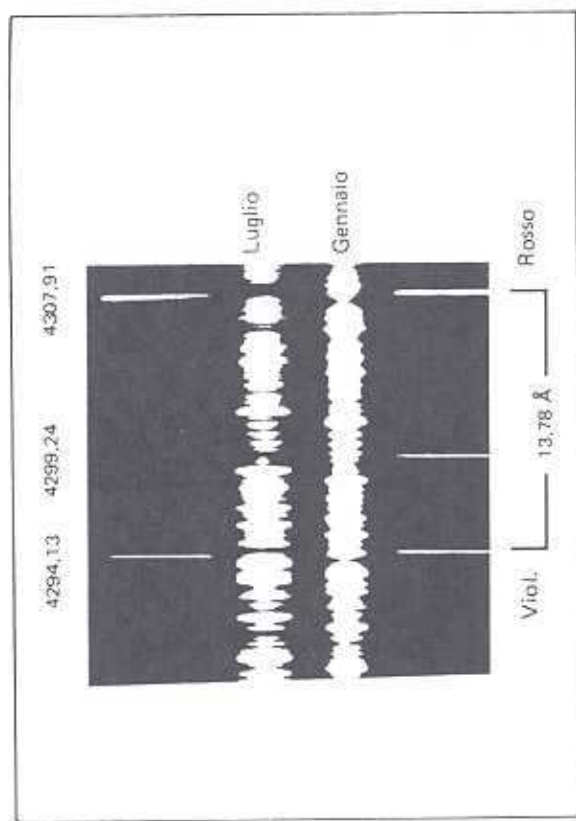


Fig. 24.8

in tal modo le due velocità v_1 e v_2 che Arturo ha rispetto alla Terra in luglio e in gennaio. La velocità della Terra rispetto al Sole, vista in direzione di Arturo, è data da:

$$V_T = \frac{|v_1| + |v_2|}{2}$$

Poiché Arturo ha latitudine $30^\circ.8$, la vera velocità v della Terra rispetto al Sole in km/s sarà data da:

$$v = \frac{V_T}{\cos 30^\circ.8}$$

Trovata così la velocità v si ottiene subito la distanza Terra-Sole supposto che l'orbita del pianeta sia circolare.

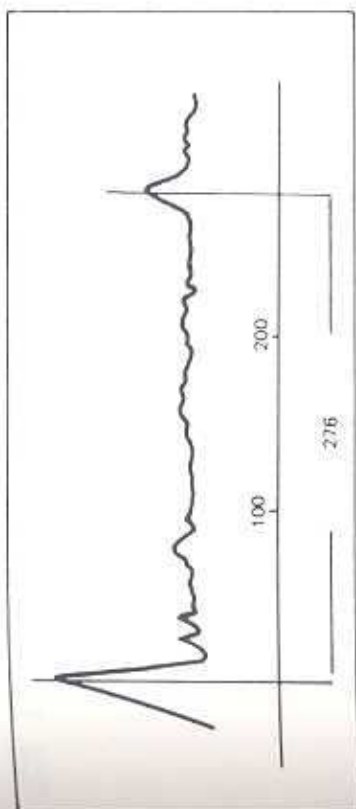


Fig. 24.9

ESERCITAZIONE 36 Misura della distanza Terra-Sole con il radar

Quando Venere, il cui periodo siderale è $224^d.7$, è alla sua congiunzione inferiore, si invia un segnale radar e si misura il tempo che intercorre tra l'andata e il ritorno del segnale. Nella figura 24.9 è rappresentato il tracciato oscillografico del segnale nel momento dell'andata (il primo picco più pronunciato) e del ritorno (il secondo picco che è meno pronunciato). In ascisse sono riportati i tempi in secondi corrispondenti ai vari punti del tracciato.

Trovare con questi dati la distanza Terra-Sole.

Confrontare i risultati dei vari metodi e discuterne la precisione.

25 Il moto dei pianeti

ESERCITAZIONE 37 Effemeridi dei pianeti

Il calcolo che ora faremo è una prima approssimazione della risoluzione del problema della determinazione della posizione dei vari pianeti in cielo; approssimazione però sufficiente per individuare i pianeti più brillanti anche se gli errori possono essere di qualche grado in longitudine eclitticale. Il metodo serve unicamente per porre le prime basi del problema che la meccanica celeste risolve con calcoli ben più elaborati.

Le semplificazioni che adotteremo sono che i pianeti si muovono su orbite circolari e che tutte le orbite sono complanari con quella della Terra. Solo in un secondo momento terremo conto anche dell'inclinazione delle orbite sull'eclittica.

Opereremo solo con il disegno e con il minimo di calcoli, i quali d'altronde sono molto semplici. Adotteremo i dati riportati nella tabella 25.1, utilizzabili per oltre una decina di anni.

Ricordiamo che gli angoli relativi alle longitudini si misurano in senso antiorario partendo dal punto gamma; la direzione di questo punto sarà indicata da una semiretta uscente dal Sole in una certa direzione scelta arbitrariamente. Il senso antiorario è scelto per il fatto che ormai quasi sempre si rappresenta il sistema solare come se fosse visto da un osservatore posto sul polo nord dell'eclittica.

Nella tabella 25.1 sono elencati i nomi dei pianeti, i loro periodi siderali, le loro longitudini eliocentriche (che fanno cioè capo al Sole) al 1 gennaio 1982 e i valori dei semiassemi maggiori delle orbite (cioè nel

nostro caso i raggi delle circonferenze che rappresentano le orbite) in UA.

Nella tabella 25.2 sono elencate le costellazioni zodiacali nelle quali i vari pianeti, visti dalla Terra, si trovano quando le loro longitudini geocentriche (che fanno capo alla Terra) sono comprese entro i limiti dati dalla prima colonna.

La tabella 25.3 indica la corrispondenza tra i valori delle longitudini eclitticali geocentriche e le ascensioni rette AR.

Questa tabella è utile per individuare su un atlante celeste la posizione di un pianeta.

Per coloro che conoscono la trigonometria vi sono delle formule, riportate qui sotto, con le quali si può passare dalla longitudine geocentrica e dalla latitudine (che nel nostro caso in un primo momento sarà assunta $\beta = 0$) all'ascensione retta e alla declinazione dell'astro, nota l'obliquità dell'eclittica $\epsilon = 23^\circ 27'$:

$$\alpha = \arctan \left(\tan \lambda \cdot \cos \epsilon - \frac{\tan \beta \sin \epsilon}{\cos \lambda} \right)$$

$$\delta = \arcsin (\sin \beta \cos \epsilon + \cos \beta \sin \epsilon \sin \lambda)$$

A causa della forte eccentricità delle orbite, gli errori maggiori si avranno nel caso di Mercurio e di Marte.

Il caso qui trattato mostra il divario, tra la teoria e l'osservazione, che Copernico incontrò nell'utilizzazione del suo sistema eliocentrico. Per ovviare a questi errori l'astronomo polacco dovette introdurre ancora parte della teoria degli epicicli e dei deferenti. Doveva essere Keplero, molto più tardi, a risolvere completamente il problema adottando orbite ellittiche.

Facciamo un esempio: supponiamo di voler trovare la posizione di un pianeta, per esempio Marte, il 31 maggio 1982.

In primo luogo bisogna trovare la posizione della Terra in quel giorno.

Dalla tabella 25.1 si vede che la Terra l'1 gennaio 1982 aveva la longitudine eliocentrica $l_t = 99^\circ 8'$. Tra il $t = 31/5$ e il $T = 1/1$ sono passati $t - T = 151^d$. La Terra, in questo tempo, ha fatto il seguente numero di giri:

Tabella 25.1

Pianeta	Periodo	Long. elioc.	a in UA
Mercurio	87d,96	334,8	0,38
Venere	224,70	87,7	0,72
Terra	365,25	99,8	1,00
Marte	686,98	149,6	1,52
Giove	4332,58	207,7	5,20
Saturno	10759,22	189,8	9,53

Tabella 25.2

Long. geoc.	Castell.	Long. geoc.	Castell.
$350^\circ - 28^\circ$	Pesci	$217^\circ - 240^\circ$	Bilancia
$28^\circ - 52^\circ$	Arctete Toro	$240^\circ - 248^\circ$	Scorpione
$52^\circ - 89^\circ$		$248^\circ - 266^\circ$	Oriente
$89^\circ - 117^\circ$	Gemelli	$266^\circ - 299^\circ$	Sagittario
$117^\circ - 137^\circ$	Cancro	$299^\circ - 328^\circ$	Capricorno
$137^\circ - 173^\circ$	Leone	$328^\circ - 350^\circ$	Aquario
$173^\circ - 217^\circ$	VerGINE	$350^\circ - 28^\circ$	Pesci

Tabella 25.3

Long.	AR in ore	Long.	AR in ore	Long.	AR in ore
16°	1	133°	9	256°	17
32°	2	148°	10	270°	18
47°	3	164°	11	284°	19
62°	4	180°	12	298°	20
76°	5	196°	13	313°	21
90°	6	212°	14	328°	22
104°	7	227°	15	344°	23
118°	8	242°	16	360°	24

$$t - T = \frac{151}{365,25} = 0,413$$

L'angolo descritto oltre la longitudine iniziale è $l = 0,413 \cdot 360^\circ = 148^\circ 6'$ (figura 25.1). La longitudine eliocentrica della Terra sarà quindi: $L_t = 99^\circ 8' + 148^\circ 6' = 248^\circ 4'$.

Si calcola poi nello stesso modo la longitudine eliocentrica di Marte. Poiché questo pianeta aveva l'1 gennaio 1982 la longitudine eliocentrica $l_m = 149^\circ,6$ e il suo periodo siderale è $P = 686,98$, si esegue il seguente calcolo: dalla data $t = 31/5$ alla $T = 1/1$ sono intercorsi $t - T = 151^d$.

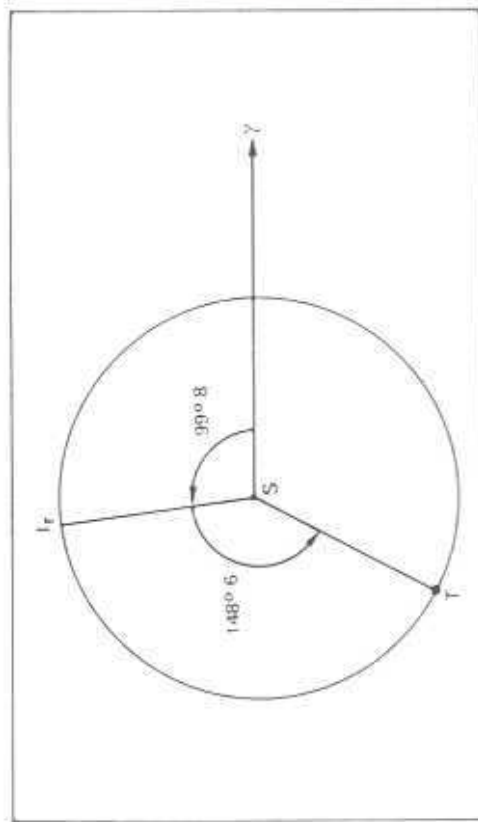


Fig. 25.1

Quindi:

$$n = \frac{t - T}{P} = \frac{151}{686,98} = 0,219$$

La longitudine eliocentrica di Marte sarà perciò $L_m = l_m + 360^\circ \cdot$ (parte decimale di n); cioè (figura 25.2):

$$L_m = 149^\circ,6 + 360^\circ \cdot 0,219 = 228^\circ$$

In generale, se P è il periodo siderale di un pianeta e l_p la sua longitudine eliocentrica alla data iniziale T , si deve calcolare il numero n dei giri che il pianeta ha fatto dall'epoca T cioè: $n = (t - T)/P$. Poi si calcola la longitudine eliocentrica del pianeta alla data t , cioè $L_p = l_p + 360^\circ \cdot$ (parte decimale di n). Eventualmente si dovrà sottrarre 360° , anche più volte, per avere angoli compresi entro il primo giro.

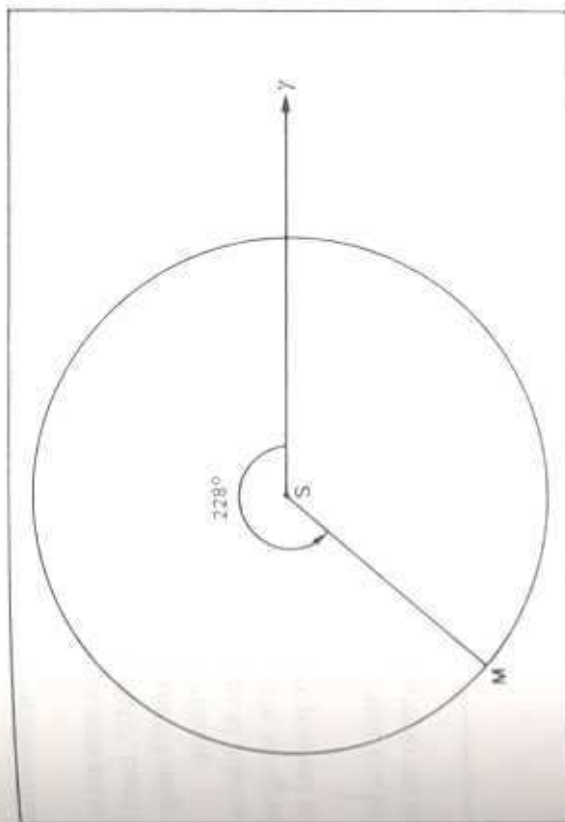


Fig. 25.2

Con questi dati si costruiscono due circonferenze concentriche in S (Sole), la più interna, cioè quella della Terra, di raggio $R = 5$ cm, l'altra

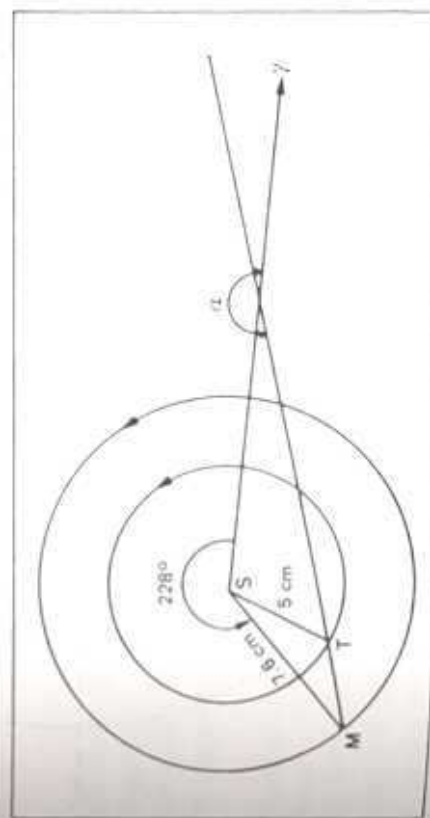


Fig. 25.3

di raggio 1,52. R. Dal centro S si traccia una semiretta che rappresenta la direzione del punto gamma (figura 25.3).

Ponendo il centro di un goniometro in S, in modo che lo zero sia in direzione del punto gamma, si misura un angolo pari a 248° , corrispondente alla longitudine eliocentrica della Terra il giorno 31 maggio e, in corrispondenza, si segna il punto T sull'orbita terrestre.

Quindi, sempre con il goniometro posto come s'è detto, si misura un angolo pari a 228° e sull'orbita più esterna, quella di Marte, si segna il corrispondente punto M, cioè la posizione che ha questo pianeta in quella data.

Infine, si congiunge T con M e si prolunga questa linea finché incontra la direzione del punto gamma; l'angolo α compreso tra la

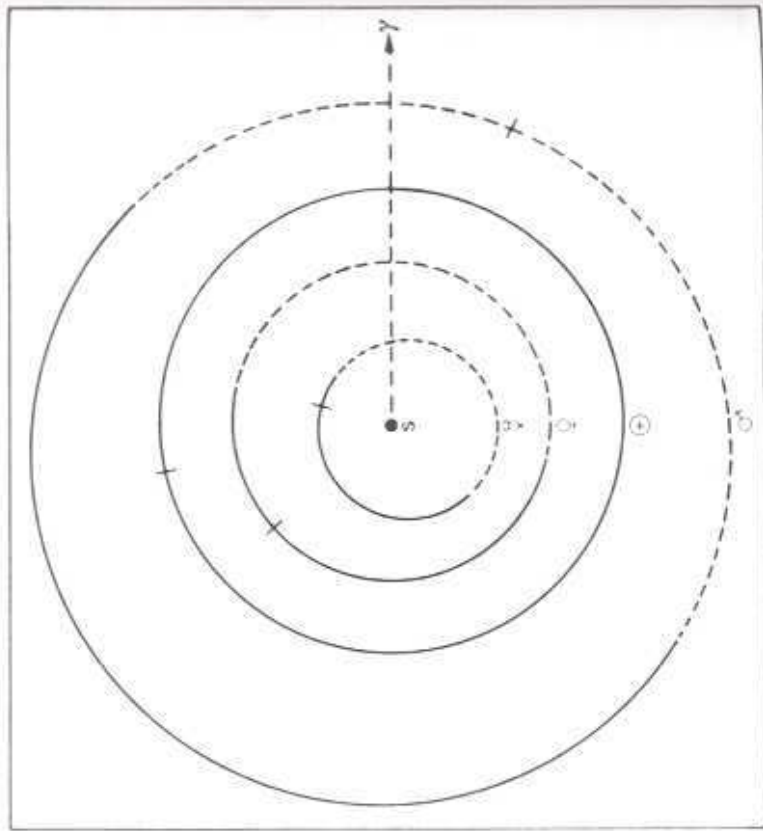


Fig. 25.4

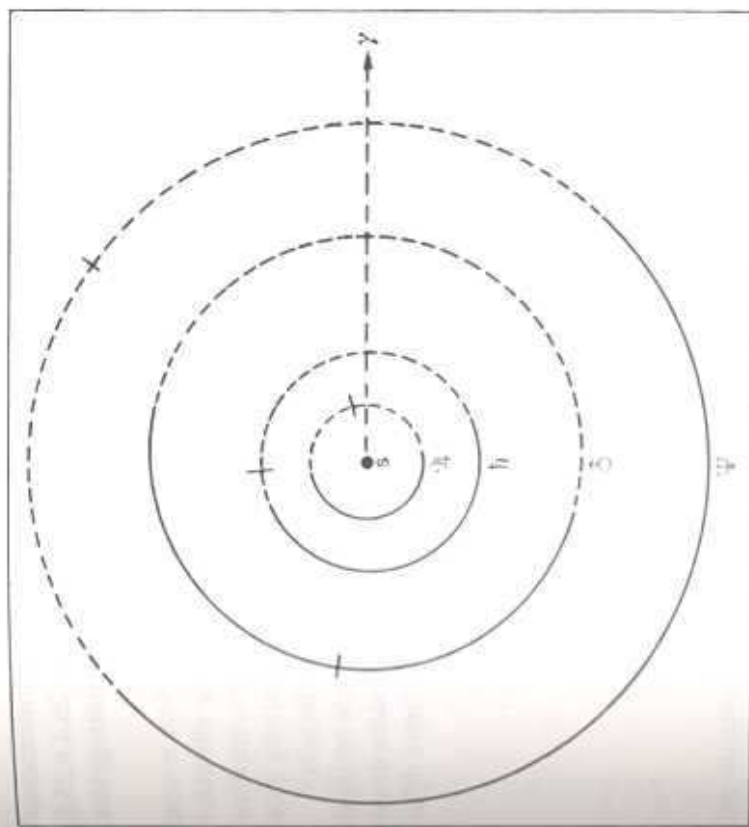


Fig. 25.5

direzione di gamma e quella della congiungente T con M, indica la longitudine geocentrica di Marte alla data 31 maggio 1982. Noto quest'angolo e con l'ausilio della tabella si può determinare la posizione approssimata di Marte in cielo.

ESERCITAZIONE 38 Un altro metodo per calcolare l'effemeride di un pianeta

Descriveremo ora un metodo grafico, più approssimato del precedente che considera però anche l'ellitticità delle orbite dei pianeti.

Scopo principale del procedimento è, come nel caso precedente, quello di trovare la longitudine geocentrica del pianeta, avendo calcolato la sua posizione sull'orbita con la longitudine eliocentrica.

Per quanto riguarda il calcolo della latitudine dovremmo accontentarci di una valutazione assai grossolana. Nelle figure 25.4 e 25.5 sono riportate le orbite ellittiche di tutti i pianeti. La parte tratteggiata sta a sud dell'eclittica.

Nel disegno, si fissi un punto S che rappresenta il Sole e una direzione $S\gamma$ di riferimento. Si disegnino quindi le orbite ellittiche (vedi figure 25.4 e 25.5) i cui perielii indicati con un trattino, rispetto alla direzione del γ , formano gli angoli riportati nella tabella 25.4 (longitudine del perielio ϖ), misurati sempre in senso antiorario.

Per collocare, in un certo momento t , un pianeta sulla sua orbita si deve considerare la differenza Δt tra l'epoca scelta t e la data di un precedente passaggio del pianeta al perielio T (che si ottiene dalle effermeridi o dalla tabella 25.4):

$$\Delta t = t - T$$

Si calcola quindi la velocità angolare del pianeta:

$$v' = \frac{360^\circ}{P}$$

ove P è il periodo siderale. Il prodotto $v'\Delta t$ dà l'angolo descritto nel tempo Δt . Quest'angolo, se necessario, bisogna ridurlo entro 360° ; il suo valore sia m .

Si corregge m aggiungendo la quantità c data dalla tabella 25.5,

$$m + c$$

Tabella 25.4

Pianeta	Periodo siderale P	ϖ	Passaggio al perielio giorno	ora	e	Ω
Mercurio	87 d 969	77° 191	9/1/83	22	0,20563	47° 8'
Venere	224 701	131 332	21/4/83	20	,00678	75 46
Terra	365,256	102 648	2/1/83	15	,01672	
Marte	686 980	335 746	21/12/83	15	,09337	48 47
Giove	4332 589	14 049	12/8/75		,04845	99 26
Saturno	10759 220	92 715	1/1/74		,05565	112 47

Tabella 25.5

m	Mercurio	Venere	Terra	Marte	Giove	Saturno
c	c	c	c	c	c	c
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
10	5,13	0,14	0,34	2,07	1,02	1,19
20	10,00	0,27	0,67	4,06	2,00	2,34
30	14,40	0,39	0,98	5,88	2,91	3,41
40	18,13	0,51	1,26	7,48	3,72	4,35
50	21,03	0,60	1,49	8,80	4,40	5,14
60	23,03	0,68	1,68	9,79	4,93	5,76
70	24,09	0,74	1,82	10,44	5,30	6,18
80	24,24	0,77	1,90	10,74	5,50	6,40
90	23,55	0,78	1,92	10,69	5,53	6,43
100	22,17	0,77	1,89	10,31	5,39	6,25
110	20,19	0,73	1,79	9,64	5,09	5,89
120	17,78	0,68	1,65	8,72	4,64	5,37
130	15,07	0,60	1,45	7,57	4,07	4,70
140	12,16	0,50	1,22	6,26	3,39	3,91
150	9,16	0,39	0,94	4,80	2,62	3,02
160	6,11	0,27	0,64	3,25	1,78	2,05
170	3,06	0,13	0,33	1,64	0,90	1,04
180	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
190	-3,06	-0,13	-0,33	-1,64	-0,90	-1,04
200	-6,11	-0,27	-0,64	-3,25	-1,78	-2,05
210	-9,16	-0,39	-0,94	-4,80	-2,62	-3,02
220	-12,16	-0,50	-1,22	-6,26	-3,39	-3,91
230	-15,07	-0,60	-1,45	-7,57	-4,07	-4,70
240	-17,78	-0,68	-1,65	-8,72	-4,64	-5,37
250	-20,19	-0,73	-1,79	-9,64	-5,09	-5,89
260	-22,17	-0,77	-1,89	-10,31	-5,39	-6,25
270	-23,56	-0,78	-1,92	-10,69	-5,53	-6,43
280	-24,24	-0,77	-1,90	-10,74	-5,50	-6,40
290	-24,09	-0,74	-1,82	-10,44	-5,30	-6,18
300	-23,03	-0,68	-1,68	-9,79	-4,93	-5,76
310	-21,03	-0,60	-1,49	-8,80	-4,40	-5,14
320	-18,13	-0,51	-1,26	-7,48	-3,72	-4,35
330	-14,40	-0,39	-0,98	-5,88	-2,91	-3,41
340	-10,00	-0,27	-0,67	-4,06	-2,00	-2,34
350	-5,13	-0,14	-0,34	-2,07	-1,02	-1,19
360	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00	-0,00

A questo valore si aggiunge quindi la longitudine del perielio ϖ per poter ottenere la longitudine eliocentrica l_0 del pianeta.

$$l_p = m + c + \bar{\omega}$$

L'angolo così ottenuto, contato in senso antiorario, individua la posizione del pianeta sulla sua orbita, partendo dalla direzione del punto γ .

La latitudine sarà positiva o negativa a seconda che il pianeta si trovi sulla parte non tratteggiata oppure sull'altra.

Esempio Trovare la posizione di Mercurio il 1 novembre 1983 = JD 2445639,5.

Dalle efferemeridi, oppure dalla tabella 25.4, si deduce che un passaggio al perielio è avvenuto il 9 gennaio 1983 alle ore 22.

$$\begin{array}{r} 10 \text{ al } 9 \text{ gen. a } 0^h \text{ è} \\ \text{corr. per le } 22^h \\ \hline 2445343,5 \\ 917 \\ \hline \dots 344,417 \end{array}$$

data giuliana dell'istante del passaggio al perielio.

Quindi:

$$\Delta t = t - T = 295^d,083$$

la velocità angolare è:

$$\omega = 360^\circ / 87^d,96 = 4^{\circ},0927/\text{giorno}$$

il valore di m è:

$$295^d,083 \cdot 4^{\circ},0927 = 1207^{\circ},686$$

riducendolo al primo giro applichiamo la correzione c interpolata dalla tabella

$$\begin{array}{r} 127^{\circ},686 + \\ 15^{\circ},883 \\ \hline \end{array}$$

si aggiunge $\bar{\omega} = 77^{\circ},191$

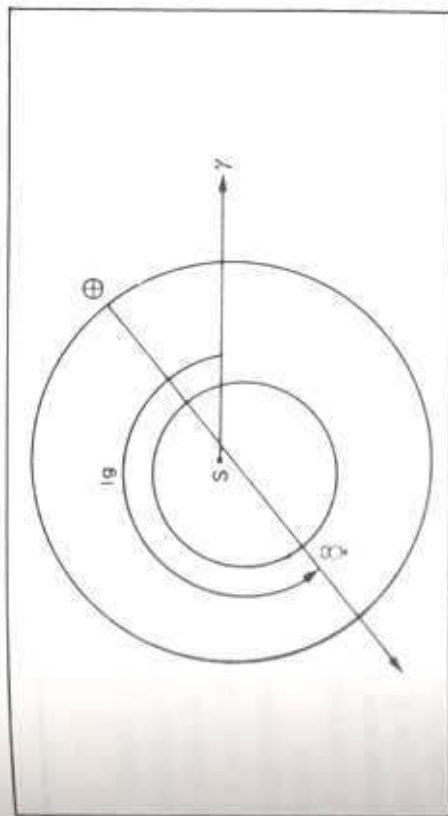


Fig. 25.6

$$\begin{array}{r} 143^{\circ},569 + \\ 77^{\circ},191 \\ \hline 220^{\circ},760 \end{array}$$

Partendo dalla direzione del punto γ , in senso antiorario, si segna il punto corrispondente all'estremo dell'angolo di 220° ; questa è la posizione di Mercurio in quel giorno.

Facendo lo stesso procedimento per la Terra, si trova il punto dove essa si colloca nella sua orbita in quello stesso giorno.

Poi si congiunge il punto della Terra con quello di Mercurio e si misura l'angolo che questa direzione forma con quella del γ ; questo dà la longitudine geocentrica di Mercurio (figura 25.6).

Dopo aver trovato la longitudine eclitticale di un pianeta vediamo ora come si può trovare la sua *latitudine eclitticale* β .

Il pianeta si trovi nella posizione P, alla longitudine eliocentrica l . La sua orbita sia inclinata di i gradi sul piano dell'orbita terrestre, e tagli questo piano lungo la linea dei nodi, Ω . Sia Ω l'angolo tra la direzione del punto gamma e la linea dei nodi; allora $\text{PSR} = l - \Omega$ (figura 25.7).

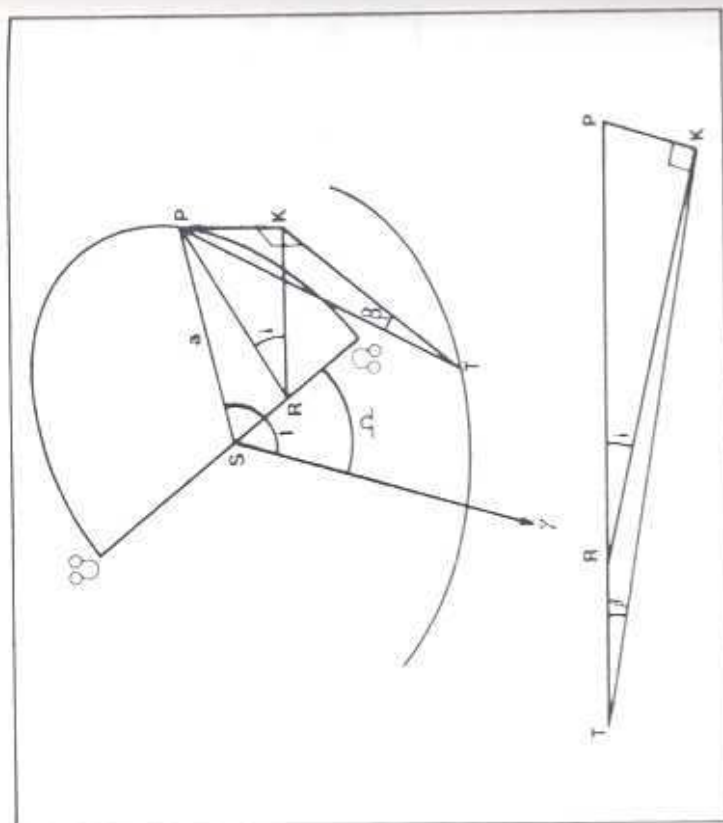


Fig. 25.7

Per P si porti la perpendicolare PR alla linea dei nodi, essa formerà l'angolo i con il segmento RK che giace sull'orbita terrestre. La Terra sia in T e sia nota, a mezzo del procedimento precedente, la distanza Terra-planetaria TP. Da questo punto si può procedere in tre modi:
a. Poiché i e β sono angoli piccoli, dalla figura si può ottenere:

$$\begin{aligned} PR &= i_{\text{rad}} = PK \\ TP &= \beta_{\text{rad}} = PK \end{aligned}$$

cioè

$$\beta_{\text{rad}} = i_{\text{rad}} \frac{PR}{TP}$$

b. Metodo grafico: si tracci un segmento lungo quanto PR; quindi da R si disegni un angolo di ampiezza i , e da P si tracci la perpendicolare PK al lato RK. Sul segmento RP, o sul suo prolungamento, dalla parte di R si conduca il segmento TP pari alla distanza Terra-planetaria. Congiungendo T con K si ottiene l'angolo PTK che è la latitudine β cercata.

È conveniente, per ottenere col disegno una maggior precisione, considerare al posto dell'angolo i , l'angolo $10 \times i$; si otterrà allora non β ma $10 \times \beta$.

c. Dalla figura 25.7, applicando la trigonometria si ha:

$$PR = PS \sin (l - \Omega) = a \sin (l - \Omega)$$

ed essendo i un angolo piccolo:

$$PK = PR \cdot i = a \sin (l - \Omega) \cdot i$$

ma, d'altro canto, nel triangolo TPK si ha $PK = TP \cdot \beta$ e quindi:

$$\beta = \frac{ia}{TP} \sin (l - \Omega)$$

26 Esercitazioni e problemi sui pianeti

ESERCITAZIONE 39

Osservare e registrare su un atlante celeste la posizione di Marte o di Giove o di Saturno relativamente alle stelle vicine per due o tre mesi prima e dopo la loro opposizione a intervalli di 5 o 6 giorni.

Studiare la forma delle loro traiettorie.

Per queste osservazioni si può utilizzare uno strumento facilmente realizzabile, del tipo di quello schematizzato in figura 26.1. Una lastra di vetro trasparente (15×10 cm circa) è fissata a un'estremità di un'asta lunga una trentina di centimetri; sull'altra estremità si fissa un foglietto di cartone dotato di un piccolo foro del diametro di circa un millimetro. Tenendo fisso lo strumento nella direzione del pianeta, si segna, con un pennarello che possa scrivere sul vetro, una croce in corrispondenza del pianeta e un punto in corrispondenza a ognuna delle stelle principali che si scorgono attraverso il vetro. Riportando su un foglio il disegno ottenuto sul vetro è possibile seguire lo spostamento del pianeta di sera in sera rispetto alle stelle.

PROBLEMA 105

L'elongazione di un pianeta, cioè l'angolo misurato stando sulla Terra tra il Sole e il pianeta, sia di 200° : si chiede se il pianeta è inferiore o superiore.

[Superiore]

PROBLEMA 106

Quant'è la distanza in tempo luce dei vari pianeti dal Sole? Prepa-

ESERCITAZIONE 41 Intervallo tra opposizione e quadratura

Nell'ipotesi che le orbite dei pianeti siano circolari, si può calcolare il numero di giorni (x) che intercorrono tra l'opposizione ($\odot^P$) e la quadratura ($\square$) per i vari pianeti esterni.

Per fare questo bisogna innanzitutto tracciare l'orbita della Terra e quella del pianeta esattamente in scala (è conveniente disegnare l'orbita che rimane più esterna con un raggio che sia di una decina di centimetri). Considerata quindi una posizione qualunque T della Terra, bisogna tracciare la tangente TP (P è il pianeta) al cerchio passante per T e costruire quindi il triangolo rettangolo STP (figura 26.2). Con un goniometro si misura l'angolo α . Notare come la precisione del calcolo dipenda dalla precisione delle misure eseguite sul disegno.

Ciò fatto occorre trovare la velocità angolare relativa del pianeta rispetto alla Terra, cioè quanti gradi al giorno descrive il pianeta nel cielo. Per far questo è necessario conoscere il periodo siderale S del pianeta e quello della Terra ($365,25$). Quindi:

$360^\circ/365,25 =$ gradi al giorno che la Terra descrive attorno al Sole. Invece $360^\circ/S^\circ$ è il numero di gradi al giorno che fa il pianeta attorno al Sole.

Quindi:

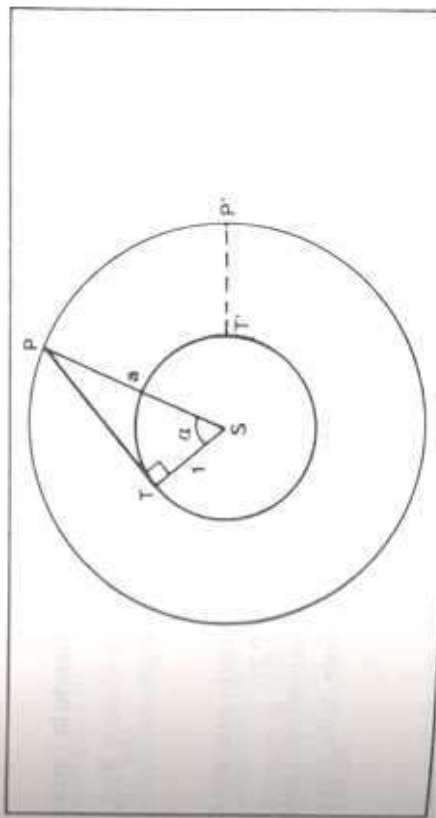


Fig. 26.2

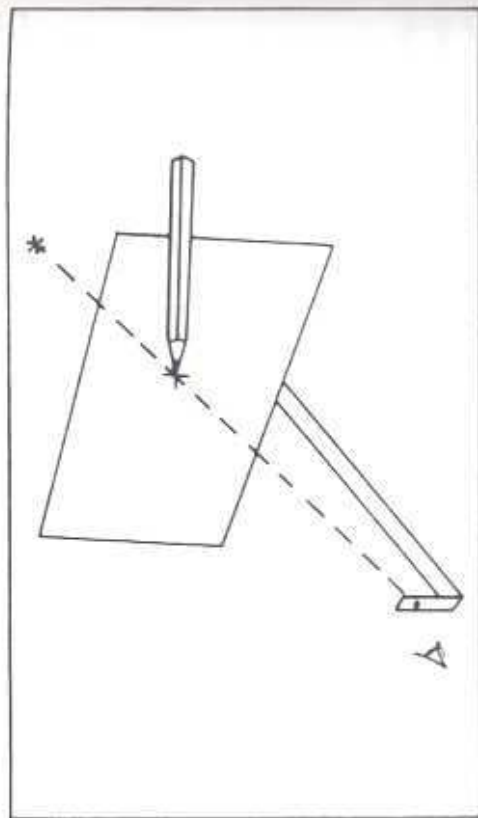


Fig. 26.1

rare magari un piccolo programma per una calcolatrice.

PROBLEMA 107

Quali sono i pianeti che visti dalla Terra non possono mai passare sul disco del Sole?

[I pianeti superiori]

PROBLEMA 108

Quali pianeti alla sera sorgono a est?

[I pianeti superiori]

PROBLEMA 109

Stabilire le distanze che devono avere i pianeti dal Sole in un modello nel quale il Sole ha un diametro di 10 cm.

ESERCITAZIONE 40

Osservando con un cannocchiale i satelliti di Giove, fare un disegno, il più accurato possibile, della loro posizione prendendo come unità di misura, come faceva Galileo, il diametro del pianeta.

$$\left| \frac{360^\circ}{365^d, 25} - \frac{360^\circ}{S^d} \right| = m = \text{gradi/giorno che il pianeta percorre rispetto alla Terra}$$

Il numero x di giorni impiegati per descrivere l'angolo α , cioè per passare dalla opposizione alla quadratura è:

$$x = \frac{\alpha}{m}$$

N.B. Con la trigonometria il problema si risolve subito.

Indicando con $SP = a$ la distanza del pianeta dal Sole in UA e ponendo $ST = 1$, si ha $\cos \alpha = 1/a$.

Esempio Per Marte $a = 1,52$; quindi $\alpha = 49^\circ$; $S = 687^d$ e $m = 0,46$, perciò $x^0 = 49/0,46 = 106^d$.

PROBLEMA 110

In quali luoghi della Terra si vedono meglio alla sera o al mattino Mercurio e Venere?

[Zone tropicali]

ESERCITAZIONE 42

Misurare lo schiacciamento apparente di Saturno su una fotografia ottenuta quando l'anello è invisibile dalla Terra.

PROBLEMA 111

Come appare la distanza Terra-Luna vista da Marte quando la Terra è alla minima distanza dal pianeta?

[16' 51"]

PROBLEMA 112

Qual è il diametro apparente del Sole visto da Mercurio quando il pianeta è al perielio e all'afelio ($a = 57,9 \cdot 10^6$ km; $e = 0,2$)?

[Al perielio $1^\circ 43'$; all'afelio $1^\circ 9'$; in media il diametro del Sole visto da Mercurio è doppio di quello che si vede dalla Terra]

PROBLEMA 113

Se da Saturno si osserva il passaggio della Terra di fronte al disco del Sole, con quale diametro apparente si vedrebbe il dischetto nero della

Terra, e a quale distanza angolare apparirebbe il dischetto della Luna se questa fosse in quadratura?

[2"; 1']

PROBLEMA 114

Qual è il diametro angolare del Sole visto da Plutone e quanto più debole appare rispetto a come lo vediamo dalla Terra?

[49"; $6,7 \cdot 10^{-4}$ volte più debole]

PROBLEMA 115

Calcolare il rapporto tra il diametro apparente di Marte (distanza dal Sole 1,52 UA) visto all'opposizione e visto in quadratura nell'ipotesi che le orbite siano circolari.

[0,45]

PROBLEMA 116

La distanza Terra-Sole varia tra 147 e 152 milioni di chilometri. Trovare l'eccentricità dell'orbita terrestre.

[$e = 0,016$]

PROBLEMA 117

Sapendo che visto dalla Terra il disco del Sole in media sottende circa 32', quanti primi sottende visto dagli altri pianeti?

[Per esempio visto da Marte 21']

PROBLEMA 118

Quali sono le massime elongazioni dei vari pianeti visti da Saturno? (Preparare un piccolo programma per una calcolatrice programmabile.)

[Per esempio la Terra = $6^\circ 1' 23''$]

PROBLEMA 119

Trovare la distanza afelica della cometa Schwassmann-Wachmann 1930 VI la cui distanza perielica è $q = 0,936$ UA e l'eccentricità è $e = 0,6939$.

[5,18 UA]

PROBLEMA 120

Lo sciame delle Perseidi ha una distanza perielica $q = 0,94$ UA e una

eccentricità = 0,96. Trovare il periodo della loro massima attività.

[114 anni]

PROBLEMA 121

La massima e la minima elongazione di Mercurio sono rispettivamente di 28° e 18° . Sapendo che la distanza media del pianeta dal Sole è $a = 0,387$ UA, trovare l'eccentricità della sua orbita.

[0,2]

PROBLEMA 122

In un disegno nel quale il semiasse maggiore dell'orbita terrestre è 1 metro, quant'è lungo l'asse minore?

[99,98 cm, l'orbita è pressoché circolare]

PROBLEMA 123

Sapendo che il valore massimo del diametro apparente del Sole è $32',6$ e il minimo è $31',5$, trovare l'eccentricità dell'orbita terrestre.

[0,017]

PROBLEMA 124

Sapendo che il semiasse maggiore dell'orbita terrestre è $149,6 \cdot 10^6$ km (eccentricità $e = 0,017$), qual è la variazione massima in chilometri della distanza Terra-Sole? E quant'è la distanza del Sole dal centro dell'ellisse?

[$5 \cdot 10^6$ km e $d = 2,5 \cdot 10^6$ km]

PROBLEMA 125

Sfruttando i dati dei precedenti esercizi dire per quali ragioni l'inverno boreale è più mite di quello australe mentre l'estate australe è leggermente più calda di quella boreale.

Soluzione Le ragioni sono varie.

A. La Terra è più vicina al Sole in gennaio, cioè durante l'inverno boreale. Il flusso di calore ricevuto dalla Terra è inversamente proporzionale al quadrato della distanza dal Sole. Tale variazione è data da

$$\left(\frac{a+ae}{a-ae} \right)^2$$

che è pari al rapporto

$$\left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^2$$

dove α e β sono i diametri apparenti del Sole al perielio e all'afelio rispettivamente.

Dal calcolo risulta che il calore ricevuto dal Sole aumenta in gennaio del 7% circa.

B. Le stagioni hanno durata diversa: nell'emisfero boreale l'autunno e l'inverno durano 178 giorni, mentre la primavera e l'estate durano 186 giorni. La stagione fredda boreale è quindi più corta di circa 7 giorni rispetto a quella australe.

Analoghi ragionamenti si possono fare per l'estate.

Notiamo infine che a causa della lentissima variazione dell'obliquità dell'eclittica, che varia tra 22° e $24^\circ 5'$ in 41.000 anni, e della variazione dell'eccentricità dell'orbita terrestre, in un periodo di 92.000 anni, il clima può mutare lentamente nel tempo.

PROBLEMA 126

Qual è la parallasse del Sole vista da Giove?

[$18''$, 9]

PROBLEMA 127

Qual è la parallasse solare vista da Marte?

[$3''$, 08]

PROBLEMA 128

Qual è la parallasse di Saturno quando è all'opposizione?

[$1''$, 03]

PROBLEMA 129

Osservando la coppia Sole-Terra da α Centauri ($\pi = 0'',75$) quale distanza angolare hanno i due corpi? E la coppia Sole-Giove a che distanza appare?

[$0'',75$; $3'',9$]

PROBLEMA 130

All'equinozio la longitudine geocentrica del Sole sia 180° , in quel giorno Marte passa in meridiano alle 18^h . Trovare la distanza Terra-Marte (la distanza Marte-Sole = 1,52 UA) e la longitudine geocentrica di quest'ultimo.

[1,14 UA; 270°]

PROBLEMA 131

Risolvere lo stesso problema precedente supponendo che Marte passi in meridiano alle $20^h 35^m$. (Per risolvere il problema occorre la trigonometria.)

PROBLEMA 132

Usando il metodo grafico trovare la longitudine di Marte il 30 giugno 1983.

Stabilire in quale costellazione si trovava e misurare la sua distanza dalla Terra.

PROBLEMA 133

Se nel novembre 1983 Urano aveva la longitudine eliocentrica 249° (che per questo pianeta è di poco differente dalla geocentrica), sappiamo che longitudine aveva il pianeta nel 1781, cioè all'epoca della sua scoperta, e in quale costellazione si trovava?

Soluzione Il periodo siderale di Urano è 84^a . In 202 anni il pianeta ha fatto 2,40 rivoluzioni. Ora si trova a $0,40$ rotazioni = 144° dalla posizione di allora, quindi la longitudine era $249^\circ - 144^\circ = 105^\circ$, e il pianeta si trovava nella costellazione dei Gemelli.

PROBLEMA 134

Un problema puramente teorico: Marte, che un giorno si trovava sull'equatore celeste fu osservato da due località poste sull'equatore terrestre in modo che dalla prima località lo si vedeva all'orizzonte est, e dall'altra all'orizzonte ovest.

I due osservatori notarono che la posizione di Marte sulla sfera celeste differiva, tra i due luoghi, di $41''$. A che distanza si trovava Marte

e in quale posizione rispetto alla Terra? Perché il problema è puramente teorico?

[64 - 10^6 km; all'opposizione. Il problema è teorico perché all'orizzonte non si possono fare misure di posizione a causa del notevole disturbo creato dall'atmosfera]

ESERCITAZIONE 43

Avendo stabilito le posizioni dei pianeti sulle loro orbite di mese in mese, indicare la data nella quale si trovano all'opposizione, oppure in congiunzione, o in quadratura, a seconda del tipo di pianeta.

PROBLEMA 135

Il periodo siderale di Saturno è $29^a 4$. Il pianeta è stato in opposizione il 21 aprile 1983; quando cadrà pressappoco la prossima congiunzione?

[Alla fine di ottobre del 1983]

PROBLEMA 136

Se il raggio vettore di un asteroide in 5 mesi descrive $1/10$ dell'area totale racchiusa dalla sua orbita, quant'è il periodo dell'asteroide?

[50 mesi]

PROBLEMA 137

Se la nube di Oort si trova a 100.000 UA dal Sole, quant'è il periodo di una cometa proveniente da tale regione?

[Circa 10^7 anni]

PROBLEMA 138

Se la Terra cadesse liberamente sul Sole quanto tempo impiegherebbe a raggiungerlo?

Soluzione Si paragoni la Terra in caduta a un pianeta che si muove lungo un'orbita fortemente ellittica tanto da apparire quasi un segmento e tale che una estremità di questo sia sulla Terra e l'altra sul Sole. Il semiasse di quest'orbita è 0,5 UA... La Terra impiegherebbe circa 64^a .

PROBLEMA 139

Una opposizione di Marte è avvenuta il 31 marzo 1982, essendo il suo periodo siderale pari a 687 giorni, in quale anno e mese cadrà la prossima opposizione?

[Supponendo l'orbita circolare risulta il 19 maggio 1984; in realtà è l'11 maggio perché l'orbita del pianeta è ellittica]

PROBLEMA 140

Qual è il periodo siderale di un pianeta il cui periodo sinodico è 1,09 anni? Quale pianeta è?

[12 anni; Giove]

PROBLEMA 141

Quale periodo siderale avrebbe un pianeta se quel periodo fosse eguale al sinodico?

[2 anni]

PROBLEMA 142

Qual è l'energia cinetica di caduta di un meteorite che pesa 10 kg appartenente allo sciame delle Perseidi ($v = 60 \text{ km/s}$)?

$[1,8 \cdot 10^{17} \text{ erg}]$

PROBLEMA 143

Giove in una certa epoca ha mostrato un diametro equatoriale di $37''.42$ e uno polare di $35''.02$. Trovare lo schiacciamento del pianeta.

[1/15,6]

PROBLEMA 144

Nel novembre 1977 C. Kowall scoprì con il telescopio Schmidt di 122 cm dell'osservatorio di Monte Palomar l'asteroide Chirone posto tra Saturno e Urano; nell'ipotesi che la sua distanza sia 2450 milioni di chilometri dal Sole, qual è il suo periodo siderale?

[66 anni]

PROBLEMA 145

Un pianeta ha il periodo sinodico di 584 giorni, qual è la sua distanza dal Sole?

[0,72; il pianeta è Venere]

PROBLEMA 146

Provare la terza Legge di Keplero sui satelliti di Saturno elencati in tabella 26.1

PROBLEMA 147

Determinare il periodo sinodico di Callisto visto da Giove sapendo che il suo periodo siderale è 16,69 giorni e che il periodo siderale di Giove è 11,86 anni.

$[= 16^d 15^h]$

PROBLEMA 148

Fare l'esercizio precedente per il pianeta Marte utilizzando il satellite Deimos ($P_{\text{sid.}} = 1,26$ giorni) e sapendo che il periodo siderale di Marte è 686,9 giorni.

$[1^d 6^h]$

PROBLEMA 149

Calcolare la velocità di fuga di Giove. $\left\{ v = \sqrt{\frac{2Gm}{r}} \right\}$

$[= 59 \text{ km/s}]$

PROBLEMA 150

Qual è la velocità di fuga dal Sole?

$[= 614 \text{ km/s}]$

PROBLEMA 151

Se esistesse un decimo pianeta e obbedisse alla legge di Bode a quale distanza si troverebbe dal Sole e che periodo avrebbe?

$[154 \text{ UA}; P = 1911 \text{ anni}]$

PROBLEMA 152

Gli anelli di Saturno hanno rispettivamente come minimo e massimo diametro circa 144.000 e 275.000 chilometri. Quanto maggiore è il periodo di rivoluzione della parte esterna dell'anello rispetto a quella interna?

$[2,6 \text{ volte}]$

ESERCITAZIONE 44 *Periodo e massa di Saturno*

Da misure eseguite sullo spettro illustrato nella figura 26.3 ricavare il periodo di rotazione di Saturno e la sua massa.

La fascia inferiore e quella superiore rappresentano lo spettro delle due anse dell'anello, quella intermedia è invece lo spettro dell'equatore del pianeta (figura 26.4).

Soluzione. Prima bisogna trovare la scala dello spettro: si considerino perciò le tre righe a 6143,06; 6163,59; 6217,28 Å e si misurino le loro distanze in millimetri e frazioni, si trova così la scala in Å/mm per ogni coppia di righe scelte due a due. Si fa quindi la media e il valore ottenuto si adotta come scala.

Poi si considera nello spettro del pianeta, la riga 6163,59 Å e si misura la differenza di lunghezza d'onda tra i suoi due estremi che corrispondono agli estremi del diametro equatoriale. Con la formula dell'effetto Doppler $\Delta\lambda/\lambda = v/c$ si trova la velocità radiale di rotazione e da questa poi con la $P = 2\pi R/v$ (ove R è il raggio del pianeta) si trova il periodo ($\approx 10^5$ s).

La massa si ricava dalle misure fatte sulle righe relative all'anello (il cui diametro si deduce dall'esercizio precedente). Si calcola la velocità del bordo interno dell'anello rispetto al centro del pianeta e con la $M = v^2 R/G$ si ricava la massa del pianeta che risulta circa 95 volte quella della Terra.



Fig. 26.3

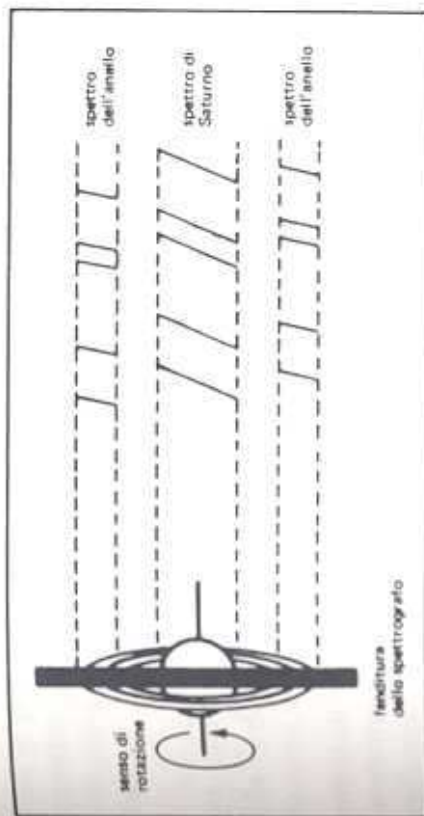


Fig. 26.4

PROBLEMA 153

A quale distanza dal centro di Marte deve trovarsi un satellite artificiale affinché sia sincrono con la sua rotazione?

[≈ 20.300 km]

PROBLEMA 154

Calcolare la posizione del baricentro del sistema Sole-Giove.

[740.000 km dal centro del Sole]

PROBLEMA 155

La cometa di Halley ($a = 17,9$ UA) è passata al perielio nel 1910; quale sarà il suo prossimo passaggio? Fin dove arriva all'afelio la cometa? (La distanza perielica è $q = 0,59$.)

[1986; 35,2 UA]

PROBLEMA 156 *Un problema di trigonometria*

Dalla Terra T si vede il disco di un pianeta O, il cui diametro sia AC (figura 26.5), illuminato dal Sole S. Il disco, visto da T, appare luminoso da A a B e scuro da B a C. Dicesi fase del pianeta il rapporto:

$$q = \frac{AB}{AC}$$

Se $\alpha = \angle SOT$ allora $OB = OL \cos \alpha = OA \cos \alpha$, cioè:

$$q = \frac{AB}{AC} = \frac{AO + AO \cos \alpha}{2AO} = \frac{1}{2}(1 + \cos \alpha)$$

Premesso questo, si calcoli l'elongazione di Venere, che presenta una fase pari a $1/10$, sapendo che la distanza Venere-Sole è $0,72$ UA. [25°, 59]

PROBLEMA 157

Giove è all'opposizione. Marte, visto dalla Terra, dista 10° da Giove; Marte dista dalla Terra $0,52$ UA. A quale distanza si trova approssimativamente Marte da Giove?

[551 · 10⁶ km]

PROBLEMA 158

L'orbita di Marte è più eccentrica di quella della Terra.

Delle diverse opposizioni, alcune avvengono quando il pianeta si

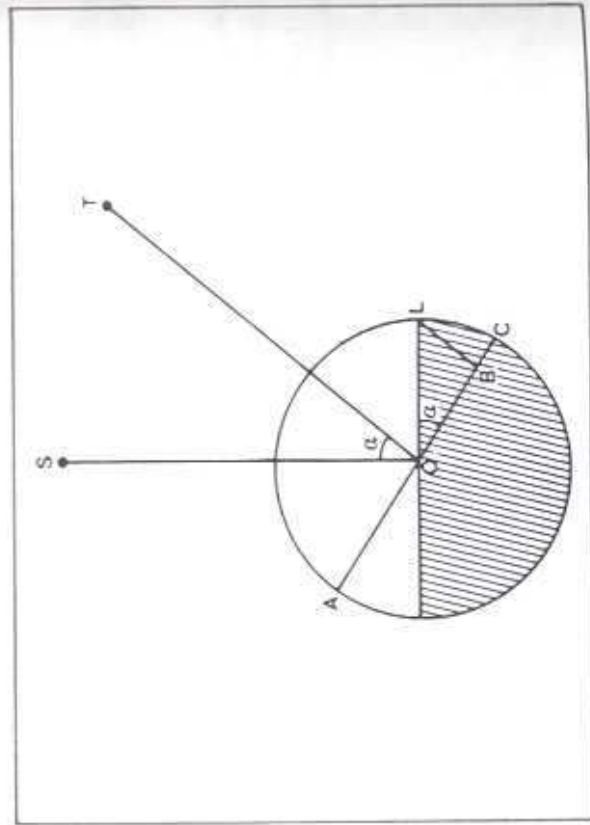


Fig. 26.5

trova al perielio, cioè quando esso è più vicino alla Terra. Queste opposizioni, che sono molto favorevoli per l'osservazione del pianeta, si dicono grandi opposizioni. Ogni quanto avviene una grande opposizione?

Soluzione Il periodo di rivoluzione siderale di Marte in anni è $1,88$. Se in un certo istante è avvenuta una grande opposizione, la prossima avverrà dopo un numero x di anni terrestri e un numero y di anni marziani, tali che $x \cdot 1 = y \cdot 1,88$, cioè:

$$x/y = 1,88 = 188/100 = 47/25$$

trasformando $47/25$ in un frazione continua si ha:

$$\frac{x}{y} = \frac{47}{25} = 1 + \frac{47-25}{25} = 1 + \frac{1}{25} = 1 + \frac{1}{22 + \frac{1}{7 + \frac{1}{3}}}$$

Troncando la frazione continua prima di $1/3$ si ha: $x/y = 15/8$. Cioè una grande opposizione cade ogni 15 anni terrestri oppure ogni 8 anni marziani.

PROBLEMA 159

Calcolare la massa di Giove sapendo che il suo satellite Callisto dista dal pianeta $1883 \cdot 10^3$ km e ha un periodo siderale di $16^d,68$ (si suppone che la massa del satellite sia trascurabile rispetto a quella di Giove).

[≈ 320 volte la Terra]

PROBLEMA 160

Due osservatori posti a 160 chilometri uno dall'altro in linea d'aria su un meridiano terrestre notano contemporaneamente la comparsa della traccia di una meteora. Rispettivamente quello a N la vede in meridiano verso sud all'altezza di 45° ; l'altro la vede pure in meridiano ma verso nord alla stessa altezza. Quanto è alta dalla superficie della Terra la traccia della meteora al suo inizio?

[80 km]

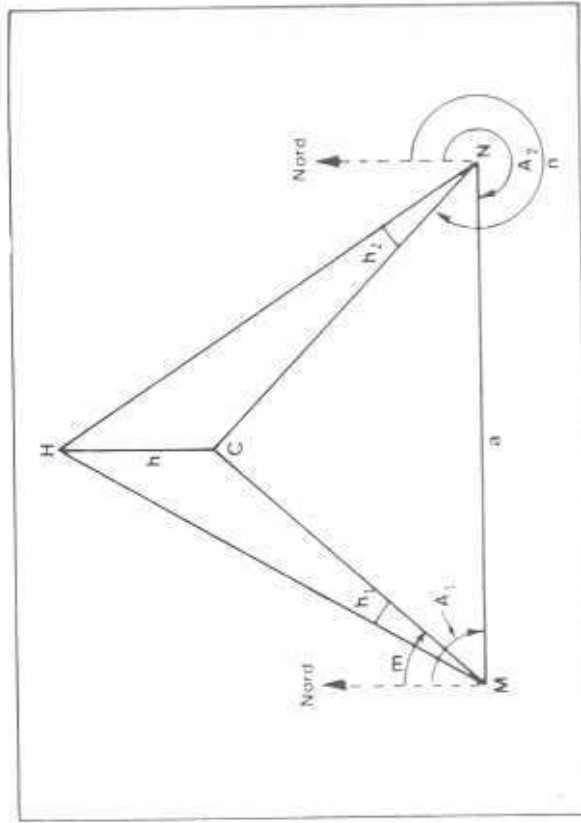


Fig. 26.6

ESERCITAZIONE 45. *Un metodo generale per trovare l'altezza di una meteora e la lunghezza del suo cammino*
 Due osservatori M e N sono distanti tra loro a km. Dalla tavoletta dell'Istituto Geografico Militare al 50.000 si ricavano gli azimut della direzione MN che congiunge i due luoghi. Tali azimut siano: A_1 per M e A_2 per l'osservatore N (figura 26.6).

Mediante l'osservazione fatta istantaneamente dai due operatori si stabiliscono le coordinate equatoriali dell'inizio e della fine della traiettoria della meteora. Per semplicità consideriamo solamente l'inizio H della traiettoria. Dalle coordinate AR e D , ogni operatore ricava l'azimut A e l'altezza h del punto H a mezzo delle formule di passaggio da un sistema a un altro. Queste coordinate siano, per M: m e h_1 e per N: n e h_2 . Col teorema dei seni applicato al triangolo MCN si trova MC, quindi si risolve il triangolo HNC per trovare l'altezza h .

Lo stesso procedimento può essere fatto, per controllo, trovando CN e poi CH sull'altro triangolo HCN.

Si trova in tal modo l'altezza rispetto alla Terra dell'inizio della

traiettoria della meteora e nello stesso modo si può trovare l'altezza della fine della traiettoria e quindi, con un facile calcolo, si può ricavare la lunghezza del cammino percorso.

Infine, conoscendo la durata del fenomeno si può trovare anche la velocità della meteora.

PROBLEMA 161

Se diversi satelliti di Giove e Saturno, per esempio Europa e Dione, sono coperti di ghiaccio perché alcune parti della loro superficie mostrano crateri e altre no?

ESERCITAZIONE 46

Osservare attentamente una fotografia della superficie di Mercurio ottenuta con la sonda *Mariner 10* e descrivere i vari aspetti dei crateri che si osservano; stabilire quindi una scala di età di questi crateri. Qual è la causa più probabile delle pieghe che circondano il grande bacino Caloris?

[L'urto di una grande meteora]

ESERCITAZIONE 47. *Calcolo della longitudine del meridiano centrale di un pianeta*

Il calcolo del quale ora indicheremo il procedimento è utile per coloro che osservano l'aspetto fisico dei pianeti e che desiderano determinare la posizione delle configurazioni osservate.

Ogni pianeta ha un suo sistema di longitudini fissato internazionalmente. Si è cioè stabilito per quale punto del pianeta passa il meridiano fondamentale; meridiano dal quale si parte per calcolare le longitudini che, come al solito, crescono in valore numerico verso ovest. Poiché è noto il periodo di rotazione del pianeta, le effemeridi danno, giorno per giorno, la longitudine del meridiano che appare al centro del pianeta (meridiano centrale) visto dalla Terra alle ore 0 di TU.

Per le osservazioni fisiche è necessario conoscere nel momento dell'osservazione t la longitudine del meridiano LMC cioè quello che appare in quel momento al centro del disco del pianeta.

Per calcolare questa longitudine bisogna conoscere l'istante t di tempo universale, il periodo P di rotazione del pianeta e la longitudine

L del meridiano fondamentale alle ore 0^h 10. Il calcolo si fa con la formula:

$$\text{LMC} = (360/P) \cdot t + L$$

Esempio Qual è la longitudine del meridiano centrale di Marte l'11 maggio 1984 alle 20^h 30^m TMEC?

Le 20^h 30^m TMEC = 19^h 55^m UT; $P = 24^h 37^m 23^s$. Alle ore 0^h 10 del giorno si legge sulle effemeridi (da un annuario astronomico) $L = 182^\circ 2'$ quindi:

$$\text{LMC} = 19,5 \cdot 360/24,623 + 182,2 = 467,2 \approx 107^\circ$$

Nel caso del pianeta Giove bisogna tener presente che vi sono almeno due sistemi di rotazione: il primo ($9^h 50^m 30^s$), che è relativo alla zona equatoriale EZ e il sistema secondo ($9^h 55^m 40^s$) che interessa le zone a più alte latitudini sud e nord.

Determinare la longitudine della macchia sul pianeta (figura 26.7) essendo a 0^h, $L = 120^\circ 3'$. Le ore sono in UT.

ESERCITAZIONE 48 Come si individuano i pianetini più brillanti

Le effemeridi riportate sugli almanacchi astronomici danno per i pianetini più luminosi le coordinate AR e D in varie epoche dell'anno. Per poterli individuare in un dato giorno, che cade entro un intervallo dato dalle effemeridi, bisogna interpolare le coordinate tra le due date più vicine e quindi segnare la loro posizione su un buon atlante stellare il quale riporti le stelle almeno fino alla ottava magnitudine.

Esercitarsi in questo semplice procedimento individuando qual-

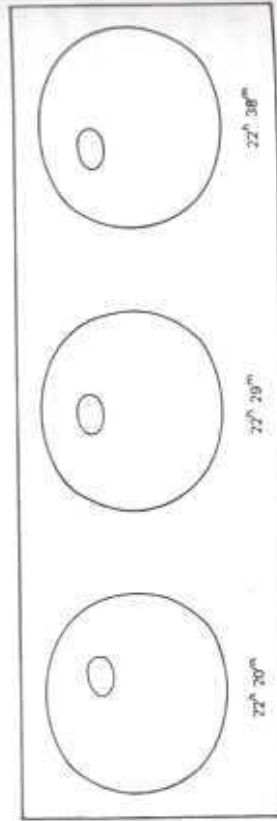


Fig. 26.7

che pianetino brillante e controllare quindi, mediante l'osservazione con un binocolo o un piccolo cannocchiale, la sua posizione nel cielo.

ESERCITAZIONE 49

Di Mercurio si hanno i seguenti dati: periodo siderale $P = 87^d 9^h 9^m$; periodo sinodico $S = 116^d$; periodo di rotazione $R = 58^d 5^m$.

L'inclinazione dell'equatore sull'orbita è piccola; per semplicità la considereremo nulla.

L'eccentricità dell'orbita è grande.

In base a questi dati si chiede: (a) quanto dura un giorno su Mercurio? (b) come si vede il pianeta dalla Terra? (c) come appare lo svolgersi di una giornata per un osservatore posto sull'equatore di Mercurio?

Soluzione Alla prima e alla seconda domanda si può rispondere nel seguente modo.

Se R è il periodo di rotazione e P quello siderale di rivoluzione, quanti gradi x descrive Mercurio in un giorno terrestre ruotando su se stesso?

$$360^\circ : R = x^\circ : 1^d$$

cioè

$$x^\circ = \frac{360^\circ}{R}$$

La durata G^d di un giorno su Mercurio è il tempo che intercorre affinché il punto 1, (figura 26.8), inizialmente rivolto al Sole, ritorni nella stessa posizione rispetto all'astro del giorno. Allora, riguardo alla rotazione che Mercurio deve fare su se stesso si ha:

$$1^d : x^\circ = G^d : (360^\circ + \alpha^\circ)$$

ove α è l'angolo mostrato nella figura 26.8.

Riguardo alla parte di rivoluzione che deve fare nello stesso tempo:

$$1^d : y^\circ = G^d : \alpha^\circ \quad \text{e} \quad 1^d : y^\circ = P : 360^\circ$$

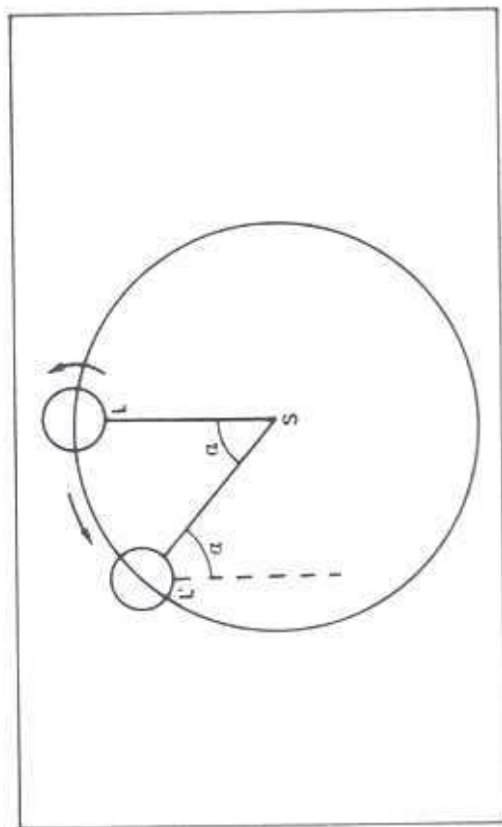


Fig. 26.8

eliminando α si ottiene:

$$G = \frac{360^\circ}{x - y}$$

cioè

$$G = \frac{P}{P - R}$$

Essendo $P = 87^d,9$ e $R = 58^d,5$ si ottiene:

$$G = 174^d,9$$

Si nota subito che: il giorno di Mercurio dura due suoi anni: $G \cong 2P$ e tre sue rotazioni: $G \cong 3R$, da cui: $2P \cong 3R$.

Due anni di Mercurio durano tre rotazioni. Questo fenomeno si chiama *risonanza* tra rivoluzione e rotazione.

Poiché il periodo sinodico $S = 116^d$ si trova che:

$$S = 2R$$

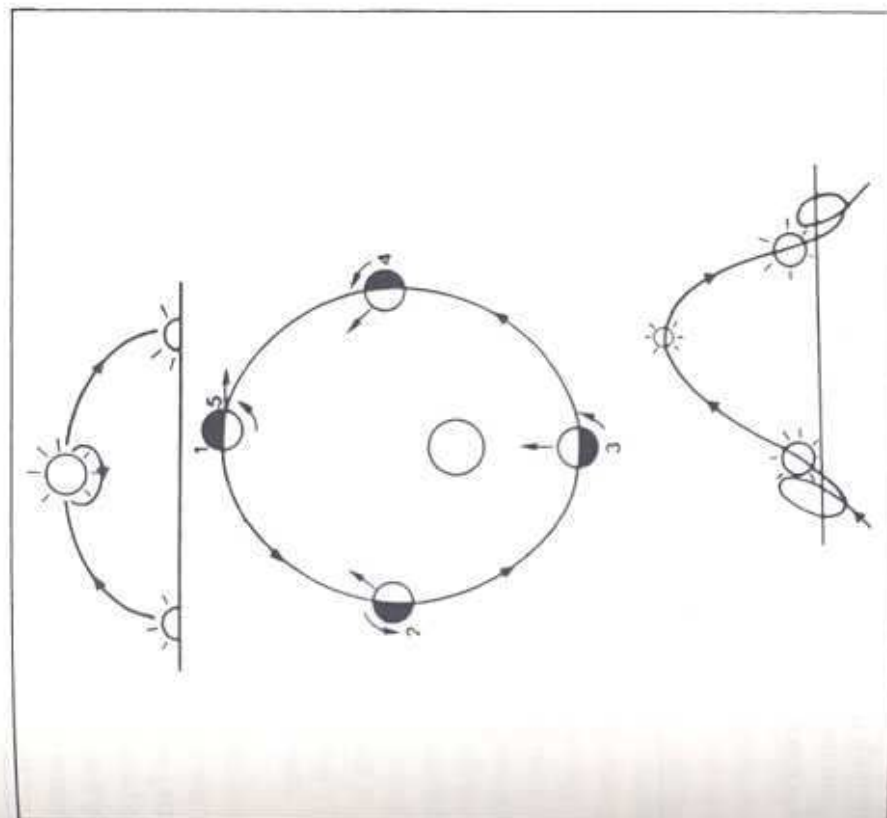


Fig. 26.9

cioè a ogni stessa fase di Mercurio rispetto alla Terra si vede la stessa faccia del pianeta.

Per rispondere alla terza domanda, ecco come può apparire una giornata a un osservatore posto sull'equatore di Mercurio nell'ipotesi che il Sole passi allo zenit quando il pianeta è al perielio (figura 26.9).

Al levar del Sole, questo appare relativamente piccolo, si alza lentamente e vicino allo zenit sembra divenire più grande. Passa lo zenit e

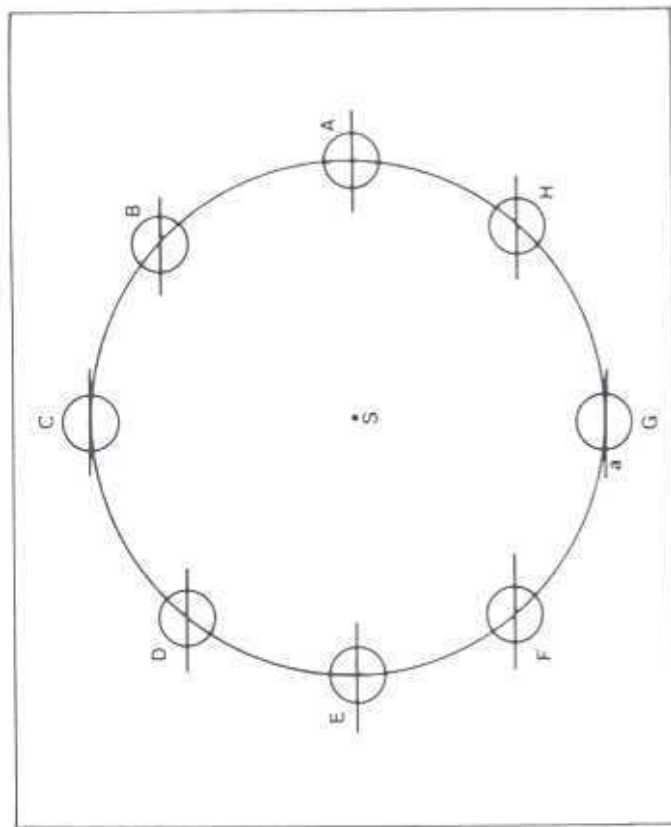


Fig. 26.10

poi ritorna indietro, si arresta e infine procede passando ancora una volta allo zenit. Quindi cala dapprima rapidamente poi più lentamente fino a tramontare apparendo all'orizzonte più piccolo di quando era allo zenit.

Il tutto dura 88 giorni terrestri.

Supponiamo ora che il pianeta sia a 90° dalla posizione precedente sulla sua orbita.

Al mattino il Sole appare più grande. Prima sorge, poi torna subito a tramontare sulla stessa posizione; quindi risorge ancora. Il Sole poi si alza tanto da avvicinarsi allo zenit che raggiunge con moto rapido. Quindi cala per tramontare dall'altra parte. Tramonta e poi risorge dalla stessa parte per poi tramontare nuovamente.

Le stelle di notte invece si spostano di moto uniforme tre volte più rapido di quello del Sole.

ESERCITAZIONE 50 I giorni di Urano

Urano ha un periodo di rivoluzione di 84 anni e uno di rotazione di 10,8 ore (il valore è incerto). L'asse di rotazione è inclinato di $97^\circ 55'$ rispetto alla normale al piano dell'orbita. Nell'ipotesi più semplice che l'asse di rotazione giaccia sul piano dell'orbita, descrivere il cammino che il Sole fa sulla volta celeste per un osservatore polare e per uno equatoriale.

Soluzione Il cammino del Sole per un osservatore polare (del polo a) è il seguente (figura 26.10).

Il giorno dura 42 anni. Iniziando dalla posizione G, il Sole appare all'orizzonte e in 10,8 ore fa un giro attorno a esso. Poi, muovendosi progressivamente a spirale, il Sole si alza fino a raggiungere lo zenit (in A) dopo 21 anni terrestri. Quindi, con un movimento a spirale, il Sole si abbassa e dopo altri 21 anni tocca l'orizzonte (posizione C). Poi per 42 anni (in a) è notte (da C a G).

Un osservatore all'equatore vede che un po' prima di A il Sole è all'orizzonte e per ogni rotazione del pianeta sembra fare un giro su se stesso. Poi, ogni 10,8 ore (terrestri) il Sole si alza sempre di più sull'orizzonte e a ogni rotazione c'è una notte che, col passare del tempo, si fa sempre più lunga. In C il Sole sorge a est e tramonta a ovest (equinozio) passando allo zenit.

Quindi l'astro ogni giorno cala progressivamente dall'altra parte (da C a E). In E il Sole tocca l'orizzonte e ogni 10,8 ore fa un giro completo su se stesso. In F il Sole di giorno in giorno si alza sempre di più sull'orizzonte e riprende il cammino di prima.

Gravità

PROBLEMA 162

Caronte, satellite di Plutone, dista dal centro del pianeta 17.000 chilometri e ha un periodo di rivoluzione di 6,39 giorni. Conoscendo il diametro di Plutone, che è pari a circa 3000 chilometri, trovare la densità del pianeta.

[La massa è circa $2/1000$ di quella della Terra; la densità è minore di 1]

PROBLEMA 163

Trovare nello stesso modo le masse dei pianeti che hanno satelliti, conoscendo le distanze di questi dai rispettivi pianeti e i loro periodi di rivoluzione. (I dati si trovano sulle tabelle.)

Tabella 26.1

Satellite	Distanza da Saturno	Periodo siderale
Mimas	$186 \cdot 10^3$ km	0.9424
Encelado	$238 \cdot 10^3$ km	1.3702
Teti	$295 \cdot 10^3$ km	1.9878
Dione	$377 \cdot 10^3$ km	2.7369
Giapeto	$3360 \cdot 10^3$ km	79.3308

PROBLEMA 164

Quale massa dovrebbe avere la Terra se la Luna, alla distanza di 384.000 chilometri, dovesse ruotargli attorno in un giorno?

[769 volte la massa attuale della Terra]

PROBLEMA 165

Calcolare l'accelerazione di gravità sulla superficie del Sole (massa del Sole = $2 \cdot 10^{33}$ g; raggio = $6,96 \cdot 10^{10}$ cm).

[$2,73 \cdot 10^4$ cm/s²]

PROBLEMA 166

Un pendolo lungo un metro che periodo avrebbe sulla Luna?

[4,9 secondi]

PROBLEMA 167

Trovare un'espressione con la quale sia possibile calcolare l'accelerazione di gravità sui vari pianeti e calcolare il suo valore per ogni pianeta.

$$[g/g_e = (R_e/R)^2 (m_e/m)]$$

PROBLEMA 168

Calcolare l'accelerazione di gravità a varie altezze.

$$\left[g^h / g = \frac{R_e^2}{(h + R_e)^2} \text{ dove } h \text{ è l'altezza} \right]$$

PROBLEMA 169

Di quante volte è più grande la forza di attrazione della Terra sulla Luna rispetto a quella che il Sole esercita sulla Luna?

[$F_g/F_\odot = M_\odot/M_e$, $(a/d)^2 = 0,45$ ove a = distanza Terra-Sole, d = distanza Terra-Luna. La Luna viene attratta di più dal Sole che dalla Terra. Essa si può ritenere un pianeta perturbato dalla Terra nel suo moto attorno al Sole.]

PROBLEMA 170

Calcolare la distanza dal centro della Terra, trascurando le perturbazioni provocate dalla Luna e dal Sole, dei satelliti artificiali i cui periodi sono rispettivamente: 1 giorno siderale (geostazionario), 1 mese siderale, 1 anno siderale (l'ISEE-3 che sta su un punto dell'orbita della Terra che si dice lagrangiano è nella stessa situazione di quest'ultimo satellite).

[42.000 km; 383.000 km; $2,1 \cdot 10^6$ km]

27 La parallasse

ESERCITAZIONE 51

Le figure 27.1a e b rappresentano lo schizzo di due immagini dello stesso oggetto O (la freccia) ottenute da due posizioni A e B distanti tra loro m (figura 27.2). La retta x è posta all'infinito e può essere utilizzata come riferimento degli spostamenti apparenti dell'oggetto O visto da A e B. Il segmento di riferimento indica, con la sua lunghezza, quanto sottende un grado nei disegni.

La situazione è quella illustrata dalla figura 27.2.

Misurando le distanze a e b di O da x (esprese in gradi) sulle due immagini, si ha, in riferimento alla figura 27.2: $\alpha = a + b$. Se l'angolo α è piccolo (per esempio inferiore a 4 o 5 gradi) allora la distanza approssimata di O da A e da B può essere ottenuta dalla nota relazione:

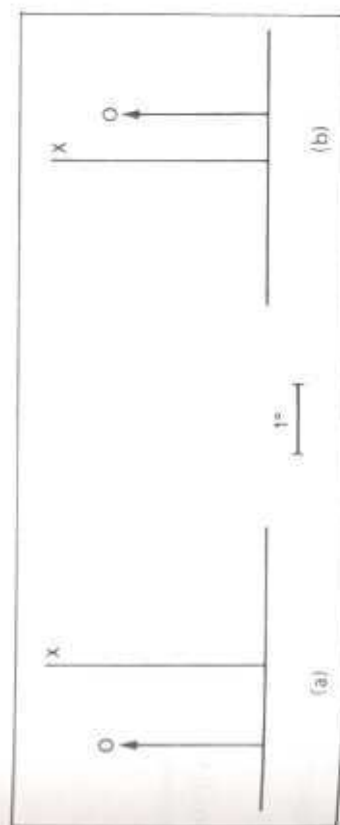


Fig. 27.1

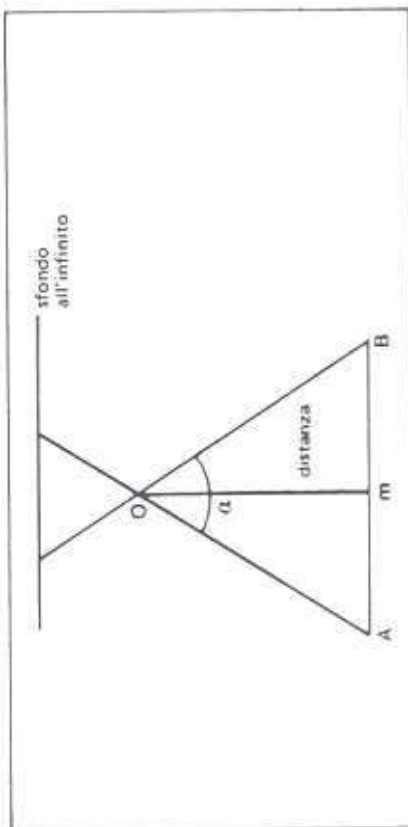


Fig. 27.2

$$\text{distanza} = m / 180^\circ / \alpha$$

Se si vuole invece una maggiore precisione si dovrà usare la trigonometria; nel caso della figura 27.2:

$$OA = m/2 \sin(\alpha/2)$$

Con un metodo concettualmente analogo a questo si possono determinare le parallassi trigonometriche delle stelle più vicine (la distanza AB è in tal caso la distanza Terra-Sole). Vi è da notare però che, nelle stelle, l'angolo di parallasse è generalmente inferiore al secondo d'arco.

Distanze stellari

PROBLEMA 171

Due stelle equatoriali hanno le parallassi $0''.022$ e $0''.034$; esse hanno AB $12''$ $13''$ e $13''$ $12''$ rispettivamente. Quant'è in parsec la loro reciproca distanza?

Soluzione $13''$ $12''$ - $12''$ $13'' \equiv 14^\circ,75$ = distanza angolare vista dal Sole. Per trovare la loro distanza reciproca x si usa il teorema di Carnot, e si trova $x = 18,6$ pc.

PROBLEMA 172

Un astronomo su Saturno che parallasse misurerebbe su Alfa Centauri? (Distanza = $1,31$ pc; distanza Sole-Saturno = $9,5$ UA.)

[7'',25]

28 Il Sole

ESERCITAZIONE 52 *Un semplice strumento per fotografare il Sole*

Le macchie solari possono essere fotografate con uno strumento molto semplice. Al centro di uno schermo che chiude un'estremità di un lungo tubo di cartone, viene eseguito un foro rotondo. L'altra estremità del tubo viene raccordata invece con il corpo di una macchina reflex alla quale sia stato tolto l'obiettivo.

Dirigendo il tubo sul Sole, dal foro si proietta sulla macchina fotografica l'immagine dell'astro, tanto più netta quanto maggiore è il rapporto tra la lunghezza del tubo e il diametro del foro.

Rapporti maggiori di 1000 sono i più indicati per ottenere immagini abbastanza nitide. In un tubo di un metro di lunghezza può essere utilizzato un foro di mezzo millimetro.

La grandezza a dell'immagine ottenuta si ricava nel seguente modo: se d è la lunghezza del tubo e α il diametro dell'immagine del Sole sulla macchina fotografica, sottendendo mediamente il Sole un angolo di $30'$, equivalente a $1800''$, dall'espressione che lega l'angolo α con l'arco a di un cerchio di raggio d si ha (figura 28.1):

$$a = d \cdot \alpha / 206.265$$

essendo $\alpha = 1800''$ si ottiene $a = 0,0087 d$.

Un tubo lungo un metro dà un'immagine di 8,7 mm circa.

Un altro semplice metodo per osservare le macchie solari, quando ci sono, consiste nell'utilizzare un binocolo. Bisogna però fare molta

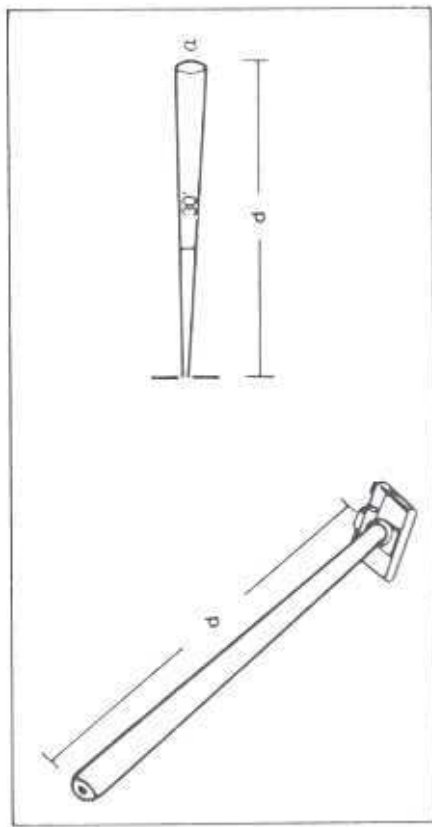


Fig. 28.1

attenzione e mai osservare il Sole direttamente attraverso lo strumento: si rischia di perdere la vista!

Fissato il binocolo sulla testa panoramica di un cavalletto fotografico, si dirigono gli obiettivi verso il Sole facendo in modo che l'ombra che lo strumento proietta sul terreno diventi la più piccola possibile. Ponendo un foglio di carta bianca a una quarantina di centimetri, o più, dietro uno dei due oculari in modo da essere perpendicolare ai raggi uscenti dallo strumento, si vedrà apparire a un certo punto, muovendo lentamente lo strumento in tutte le direzioni, un disco luminoso. In quel momento si blocca il binocolo e quindi, operando con delicatezza, si aggiusta l'oculare in modo che il disco del Sole, proiettato sul foglio, appaia perfettamente nitido. Se ci sono, si vedranno ben distinte le macchie e talvolta, verso l'orlo del disco, possono apparire anche le facole.

Eseguite queste operazioni si può fotografare da vicino il foglio di carta per avere così registrata l'immagine del Sole, che risulterà assai più nitida che con il procedimento precedente. Lo stesso metodo può dare risultati ancora migliori adoperando un cannocchiale o un telescopio.

ESERCITAZIONE 53

Conoscendo la distanza dal Sole si può misurare il diametro lineare di questo astro. Infatti, dalla similitudine dei due triangoli, nella figura 28.2, indicando con D il diametro misurato sulla fotografia eseguita con l'apparecchio dell'esperienza precedente, e con d la lunghezza del tubo, si ottiene il diametro lineare x del Sole:

$$D/d = x/149,6 \cdot 10^6 \text{ km}$$

Valutare quanto influisce un errore nella misura del diametro dell'immagine del Sole sul calcolo del suo diametro vero.

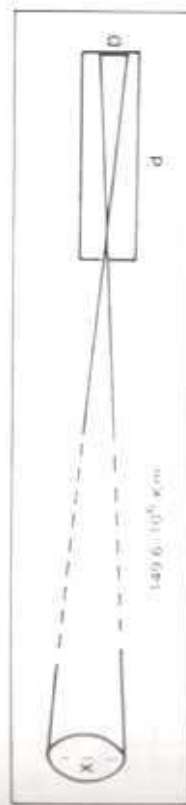


Fig. 28.2

ESERCITAZIONE 54

Analizzare la curva che esprime l'attività solare attraverso i numeri di Wolf e ricavare il periodo medio dell'attività solare (figura 28.3).

ESERCITAZIONE 55

Misurando rispetto al diametro del Sole lo spostamento della protuberanza della fotografia (figura 28.4), trovare le sue dimensioni e la velocità trasversale di innalzamento sul disco dell'astro.

ESERCITAZIONE 56

Sulla figura 28.5, tratta dal volume di Galileo *Istoria e dimostrazioni intorno alle macchie solari* ricavare il numero di Wolf (il fattore sia $f = 1$). [≈ 70]

PROBLEMA 173

Se una macchia solare ha le dimensioni della Terra ($R = 6371 \text{ km}$) quale

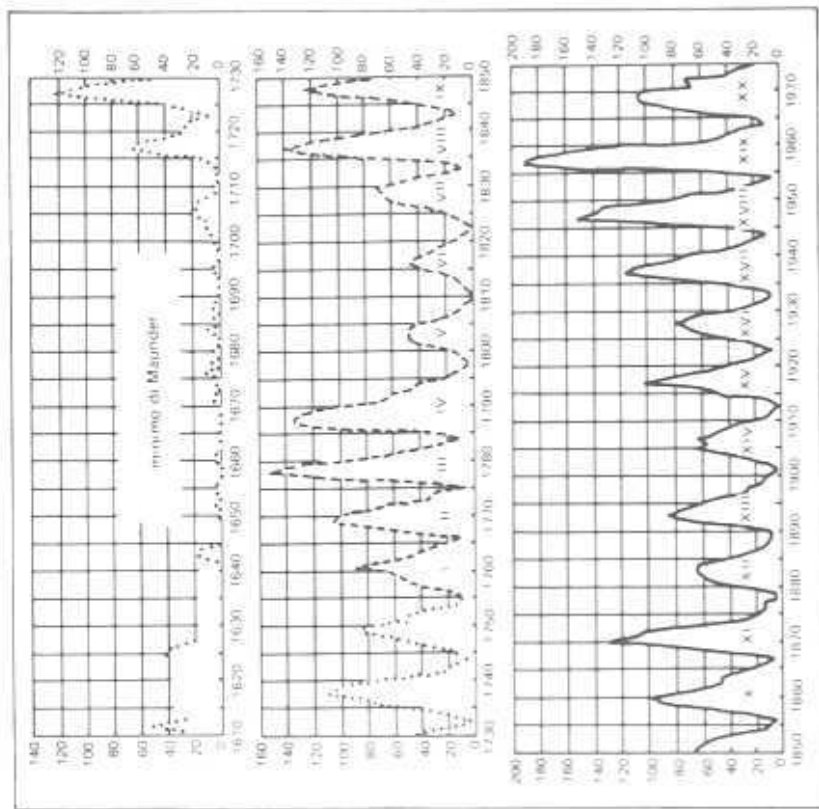


Fig. 28.3

di diametro apparente avrebbe se fosse vista vicina all'equatore del Sole?

[17" 5]

PROBLEMA 174

Sapendo che il periodo siderale di rotazione del Sole all'equatore è di 25 giorni, trovare il periodo di rivoluzione sinodica, cioè quello che appare visto dalla Terra.

[La velocità angolare di rotazione è $360/25$ gradi al giorno. Il moto angolare diurno della Terra è $360/365,26$ gradi al giorno. Il

Figura
28.4aFigura
28.4bFigura
28.4c

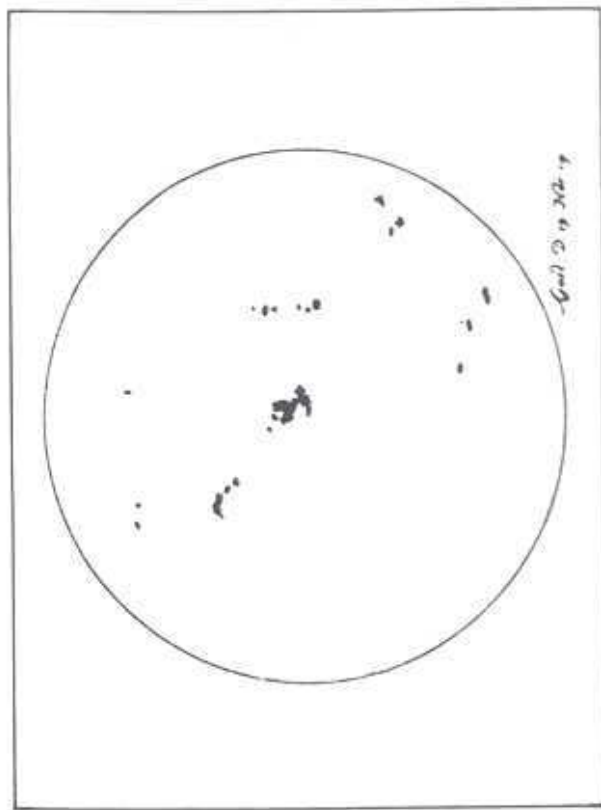


Fig. 28.5

moto angolare di rotazione del Sole rispetto alla Terra, cioè $360^\circ/S$, è la differenza dei due: $S = 26,8$)

ESERCITAZIONE 57 *Un semplice spettroscopio*

Disponendo di un reticolo di diffrazione si può costruire un semplicissimo spettroscopio. Questo strumento si può reperire tra i filtri che si aggiungono alle macchine fotografiche; ce ne sono alcuni infatti che servono per ottenere effetti speciali e che non sono altro che dei semplici reticoli di diffrazione utili anche al nostro scopo.

Si prenda una scatola chiusa. Su una parete si incide una piccola fessura alta e stretta, non più larga di $1/2$ millimetro, o anche meno. Sulla parete opposta della scatola si pratica un foro spostato di qualche centimetro rispetto alla fenditura, verso destra o sinistra. Quindi, in qualche modo, magari con del nastro adesivo, si fissa all'interno della scatola, proprio di fronte al foro, il reticolo che deve essere

orientato in modo tale che osservando attraverso il foro si veda sul fondo della scatola la fascia dei colori, cioè lo spettro, parallelo al lato maggiore della parete di fronte (figura 28.6).

Lo spettroscopio è pronto. Basta puntarlo in modo che la fenditura sia posta in direzione del Sole; si potrà vedere immediatamente la fascia colorata dello spettro.

Si tratta dello spettro di assorbimento del Sole e le sottili righe nere, parallele alla fenditura, che lo solcano, sono chiamate righe di Fraunhofer.

Dirigendo la fenditura invece verso un tubo fluorescente acceso, si possono osservare delle bellissime righe colorate che solcano lo sfondo luminoso dello spettro; sono le righe di emissione caratteristiche del gas contenuto nel tubo che è eccitato dalla scarica elettrica.

Dirigendo la fenditura su di una lampadina a filamento, si osserverà solamente la fascia colorata con i colori distribuiti senza soluzione di continuità: è lo spettro continuo del metallo incandescente che costituisce il filamento della lampadina.

ESERCITAZIONE 58 *Come fotografare lo spettro del Sole*

Si può fotografare facilmente lo spettro del Sole utilizzando il reticolo

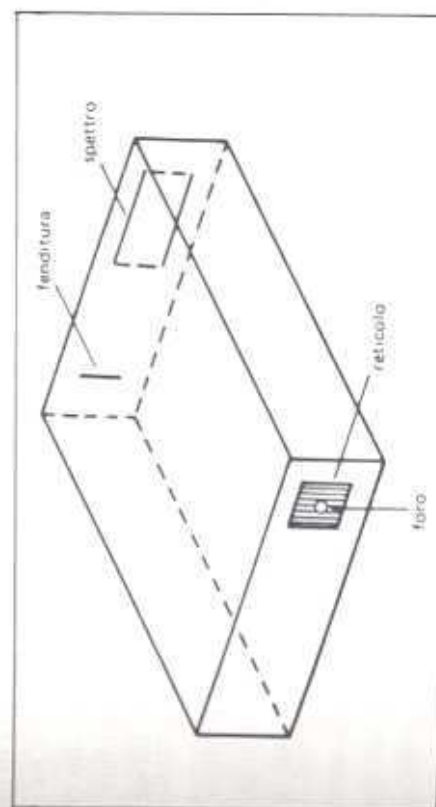


Fig. 28.6

di diffrazione già usato nell'esperienza precedente. Il reticolo, adoperato questa volta come filtro fotografico, si avvitava davanti a un teleobiettivo con lunghezza focale di almeno 12 o 20 centimetri.

In una stanza nella quale vi sia una finestra illuminata dal Sole si chiudano le tapparelle in modo da lasciare solamente una piccola fessura. Quindi si punta la macchina fotografica, con il teleobiettivo e il reticolo, verso la fessura illuminata. Il reticolo deve essere ruotato in modo che lo spettro, che si può osservare attraverso il mirino, appaia con i colori disposti su una fascia perpendicolare alla direzione della fessura.

Osservando attentamente nel mirino, si deve mettere a fuoco con molta cura l'immagine dello spettro fino a vedere ben nitide le righe di Fraunhofer. Poi si eseguono diverse fotografie con vari tempi di posa per trovare la giusta esposizione.

Si possono ottenere in questo modo anche belle diapositive a colori.

ESERCITAZIONE 59

La macchina fotografica, dotata di reticolo, può servire per ottenere gli spettri dei pianeti maggiori. Per ottenere un buon risultato bisogna fissare l'apparecchio su di un robusto cavalletto dotato di una testa panoramica; è necessario inoltre che la macchina sia fornita di uno scatto flessibile per evitare le vibrazioni. Puntato l'obiettivo su un pianeta si ruota il reticolo in modo che il sottile filetto colorato che rappresenta lo spettro del corpo celeste risulti perpendicolare al cammino che il pianeta descrive a causa del moto diurno della sfera celeste.

Ciò fatto si apre l'obiettivo e si fa una posa di circa un minuto. Il moto diurno fa spostare il pianeta rispetto alla macchina e quindi, al posto dello spettro sottilissimo, che sembra un filetto, si ottiene uno spettro allargato sul quale è possibile vedere le varie righe.

29 Piccoli strumenti per l'osservazione del cielo

29.1 Considerazioni generali

La possibilità di osservare oggetti celesti se da una parte viene oggi facilitata dalla diffusione di strumenti ottici di tutti i tipi e a prezzi contenuti, dall'altra viene contrastata quasi irrimediabilmente dall'inquinamento luminoso che si fa di giorno in giorno sempre più pesante.

Le nebulose, le galassie e in genere tutti i corpi celesti di aspetto diffuso non si possono più osservare delle nostre città. È necessario pertanto utilizzare strumenti facilmente trasportabili per poter fare osservazioni in luoghi lontani dalle luci, che siano di notte veramente bui, oppure ci si deve limitare ad osservare gli astri più brillanti (i pianeti, la Luna, gli ammassi aperti, le stelle doppie luminose ecc.).

In questo capitolo illustreremo le caratteristiche principali di due tipi di strumenti molto utili per l'osservazione e soprattutto facilmente trasportabili.

A chi per la prima volta si dedica all'osservazione del cielo è consigliabile l'acquisto di un buon binocolo (strumento sempre utile anche al di fuori dell'osservazione astronomica) e, se può affrontare una spesa maggiore, può essere conveniente acquistare anche un cannocchiale dotato di una lente obiettivo di 80 o 120 millimetri di apertura. L'acquisto di un telescopio a specchio di dimensioni maggiori, dato il suo alto costo, può essere rimandato ad un secondo tempo, quando l'interesse per il cielo avrà superato il livello di semplice curiosità.

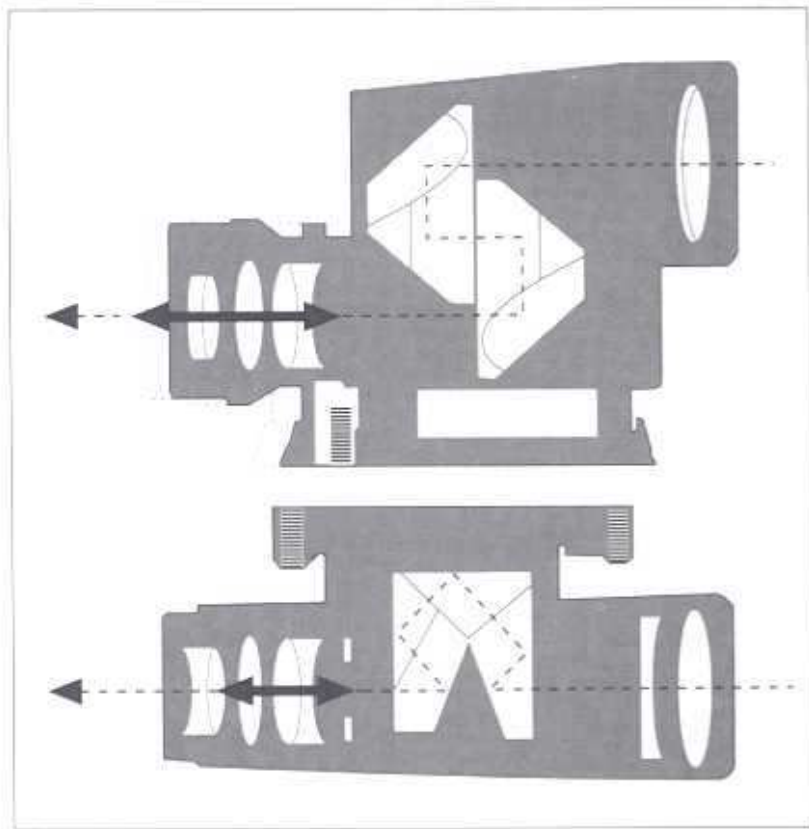


Fig. 29.1

29.2 Il binocolo

Oggi sono in commercio due tipi di binocoli: quelli con i prismi a tetto, che sono compatti e piccoli, e i soliti binocoli con prismi di Porro, i quali talvolta sono dotati di microprismi. I binocoli del tipo Porro sono i più consigliabili per l'osservazione celeste.

A questo strumento, facilmente trasportabile, deve essere sempre associato un cavalletto (di tipo fotografico) dotato di un supporto adatto. L'osservazione astronomica infatti necessita di una grande stabilità, specialmente se lo strumento ha un forte ingrandimento.

Le principali caratteristiche di un binocolo sono: l'apertura in millimetri della lente obiettivo e l'ingrandimento. Questi dati sono sempre riportati sullo strumento stesso. Le scritte 7×50 , oppure 10×50 o, nei binocoli più grossi, 20×80 , e consimili, indicano rispettivamente l'ingrandimento (7 ingrandimenti, 10, oppure 20) e il diametro delle due lenti obiettive espresso in millimetri (50 mm, 80 mm ecc.).

L'ingrandimento, in ogni telescopio, è il rapporto tra l'angolo sotto il quale si vede un oggetto (per esempio un albero lontano) attraverso lo strumento e l'angolo sotto il quale lo si vede invece ad occhio nudo. Per esempio, se un campanile visto attraverso il binocolo sottende 14° , mentre ad occhio nudo ne sottende 2° , l'ingrandimento sarà $14/2 = 7 \times$. Infatti, vedendo col telescopio un oggetto sotto un angolo maggiore che ad occhio nudo si ha la sensazione che questo sia più vicino.

Il diametro dell'obiettivo è molto importante poiché più grande è la superficie della lente (che dipende appunto dal quadrato del diametro), maggiore è la quantità di luce che viene raccolta consentendo in questo modo di vedere oggetti (stelle) sempre più deboli.

Poiché la pupilla del nostro occhio al buio ha un diametro di circa 6 millimetri o poco più, la luce raccolta dalla superficie di una lente obiettiva di 50 mm è $(50/6)^2 = 69$ volte maggiore di quella che può raccogliere l'occhio nudo (poiché la superficie dipende come s'è detto dal quadrato del diametro).

Se si divide il diametro dell'obiettivo per l'ingrandimento (nel nostro esempio $50/7 = 7,1$) si ottiene il diametro della cosiddetta "pupilla d'uscita" dello strumento, cioè il diametro di quel piccolo disco luminoso che si forma sulla superficie dell'ultima lente dell'oculare quando la si osserva da una ventina di centimetri di distanza avendo puntato prima l'obiettivo, su una superficie chiara.

Se la pupilla d'uscita è grande quanto quella dell'occhio che osserva, l'occhio può raccogliere tutta la luce che esce dal binocolo e la resa dell'osservazione, dal punto di vista della luminosità, raggiunge l'optimum.

Facendo il rapporto tra il diametro in millimetri dell'obiettivo e quello della pupilla d'uscita si ottiene l'ingrandimento dello strumento.

Queste semplici regole valgono anche per ogni altro tipo di telescopio.

Dicesi *campo angolare apparente* dello strumento l'angolo descritto dall'occhio quando, attraverso l'oculare, osserva da un estremo all'altro tutto il campo di visibilità. Per un binocolo di tipo standard, il campo è di 40° - 50° ; per uno a grande campo è 50° - 60° ; solo in casi eccezionali, nei binocoli a campo largo o larghissimo l'angolo può raggiungere, anche i 60° o 70° .

Un altro dato che caratterizza la resa di un binocolo è il cosiddetto *valore crepuscolare* espresso dalla radice quadrata del prodotto: diametro dell'obiettivo $\times$ ingrandimento. Esso indica la resa dello strumento a mezza luce, cioè al crepuscolo. Tanto maggiore è questo numero tanto più grande è la resa.

Nella seguente tabella sono riassunte le caratteristiche principali in alcuni tipi di binocoli.

Tabella 29.1

strumento	diam. pupilla d'uscita mm	luminosità relativa LR	efficienza relativa ER	valore crepuscolare
8 $\times$ 30	3,7	14	21	15,5
7 $\times$ 50	7,1	51	76	18,7
10 $\times$ 50	5	25	37	22,3
10 $\times$ 80	8	64	96	28,3
20 $\times$ 80	4	16	24	40

$$\text{Ove } LR = (\text{diam} \vee \text{ingr.})^2 = (\text{pupilla d'uscita})^2$$

ER = $2 \times LR \times LT$ (ove LT è la percentuale della luce trasmessa dal complesso ottico — in genere assume il valore 0,75).

Prima di acquistare un binocolo è importante effettuare i seguenti controlli.

1. Osservare bene la pupilla d'uscita. Lo strumento è buono se questa appare perfettamente circolare e di luminosità omogenea; è meno buono se entro il cerchio si vede un accenno di una forma quadrata. Questa è dovuta ai prismi interni allo strumento che sono più piccoli del necessario.

2. Controllare se le immagini sono perfettamente centrate; in caso contrario è bene rifiutare lo strumento.

3. Osservare le immagini ai bordi del campo; queste non devono presentare colorazioni (lo strumento altrimenti sarebbe affetto da una più o meno accentuata aberrazione cromatica).

4. Osservando in distanza l'interno dello strumento, dalla parte dell'obiettivo, si possono verificare le condizioni dei prismi e delle lenti di cui il binocolo è dotato.

I difetti principali che un binocolo può presentare sono i seguenti.

1. Se le stelle appaiono come crocette lo strumento è affetto da astigmatismo.

2. Se le stelle appaiono iridescenti lo strumento ha del cromatismo.

3. Se oggetti di forma rettilinea (i pali della luce per esempio) visti ai bordi del campo appaiono curvi lo strumento presenta delle distorsioni ai bordi.

In genere nella scelta di un binocolo oltre a questi facili esami è importante fare anche altre semplici considerazioni che riguardano l'opportunità dell'acquisto.

Per esempio, non conviene scegliere strumenti con pupilla d'uscita grande (8-9 mm) poiché quasi mai si avrà la possibilità di sfruttare in pieno lo strumento; la pupilla del nostro occhio è generalmente più piccola. Ricordiamo poi che in un uomo di più di 50 anni la pupilla difficilmente al buio supera i 5 mm. Molto utili possono essere buoni binocoli del tipo 7×50 o 10×50 , o meglio ancora un 15×80 o 20×80 . Inoltre, ingrandimenti superiori a 20 generalmente non sono consigliabili poiché le lenti dei binocoli sono, quasi sempre, costruite per dare una buona resa a bassi ingrandimenti.

L'osservazione celeste con questi strumenti consente, se il cielo è veramente buio, di contemplare stupendi campi stellari lungo la Via Lattea, di ammirare moltissimi ammassi aperti, alcuni ammassi globulari, le principali nebulose nonché alcune grandi galassie. Tra l'altro i binocoli, specialmente quelli di grande apertura (20×80), sono gli strumenti ideali per la ricerca delle comete.

L'osservazione planetaria, dato il debole ingrandimento, è delu-

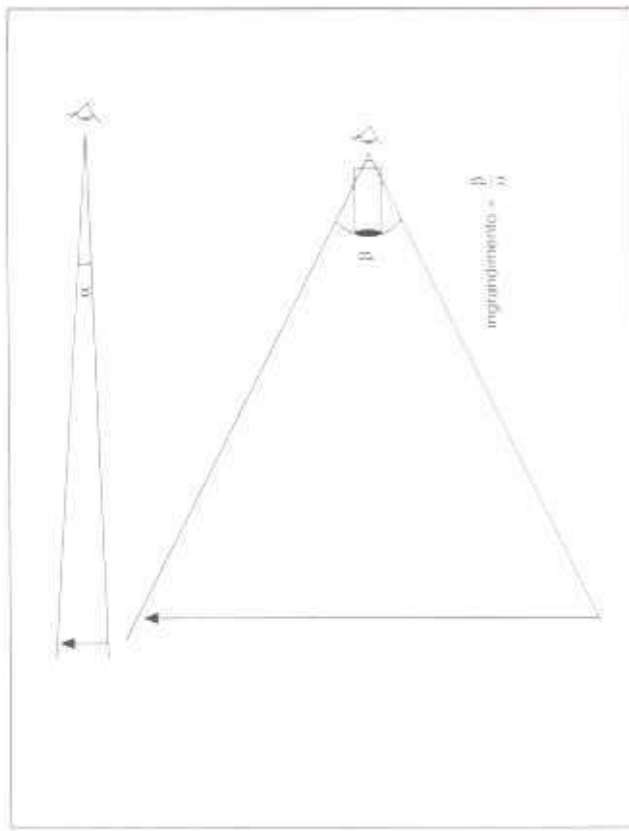


Fig. 29.2

dente, mentre è interessante l'osservazione della Luna quando questa si trova verso il primo o l'ultimo quarto.

Alla fine di questo libro sono riportate le cartine per riconoscere le costellazioni nelle varie stagioni e alcune tabelle che elencano gli oggetti più interessanti da osservare.

29.3 Le caratteristiche dei cannocchiali

Un cannocchiale astronomico (o un qualunque telescopio) rovescia le immagini.

Un buon cannocchiale deve dare, come immagine di una stella mediamente luminosa, un disco chiaro, non colorato, circondato da due o tre anelli (anelli di diffrazione) la cui luminosità va decrescendo verso l'esterno (vedi fig. 29.3).

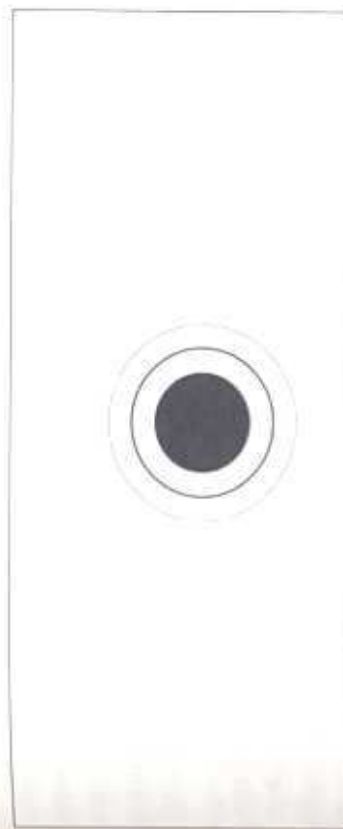


Fig. 29.3

Un dato molto interessante in un cannocchiale è il cosiddetto *potere risolutivo*, che esprime, in secondi d'arco, la minima separazione di una stella doppia (le cui componenti abbiano la stessa magnitudine apparente) visibile attraverso lo strumento. Una stella doppia è separata dallo strumento quando la distanza dei centri dei due dischi è pressappoco pari al diametro di uno di questi.

Il potere risolutivo è dato dall'espressione:

$$p = \frac{12}{D}$$

ove p è in secondi d'arco e D è il diametro della lente obiettiva espresso in centimetri. Un buon cannocchiale con obiettivo di 80 mm può risolvere stelle doppie di 1".5; uno di 12 mm separa coppie di 1" ecc.

Il rapporto d'apertura di uno strumento è:

$$m = \frac{F}{D}$$

Ove F è la focale dell'obiettivo e D è il suo diametro. Un classico cannocchiale astronomico di 8 cm di obiettivo ha una focale di 120 cm, cioè ha un rapporto di apertura $120/8 = 15$.

Più piccolo è il rapporto d'apertura, più luminoso è lo strumento. Poiché l'inquinamento luminoso è sempre più forte, è conveniente utilizzare strumenti con grande rapporto d'apertura (15 o addirittura 20) poiché, essendo poco luminosi, attraverso di essi il cielo appare sempre scuro e, di conseguenza, si possono osservare stelle più deboli a parità di diametro della lente.

Come è noto, per poter osservare stelle sempre più deboli è necessario che il diametro della lente (apertura) sia sempre più grande e, naturalmente, che il cielo appaia attraverso lo strumento sempre più scuro, cioè si utilizzi, entro certi limiti, un più grande rapporto di apertura.

La magnitudine limite dello strumento, cioè la magnitudine delle stelle più deboli che si possono osservare, è data dalla seguente formula approssimata (poiché tutto dipende dallo stato del cielo, da quello dello strumento e dall'acuità visiva dell'osservatore):

$$m = 6,8 + 5 \log D$$

ove m è la magnitudine visuale delle stelle e D è il diametro dell'obiettivo espresso in centimetri.

Esempi

1. Ad occhio nudo, con una pupilla di 5 mm si possono osservare al limite (se il cielo lo consente) stelle di:

$$m = 6,8 + 5 \log 0,5 = 5,3$$

2. Un cannocchiale di 12 mm di apertura consente di vedere al limite stelle di:

$$m = 6,8 + 5 \log 12 = 12,2$$

Nei cannocchiali è importante l'ingrandimento che dipende, oltre che dalla lunghezza della focale F dell'obiettivo, anche dalla lunghezza focale f dell'oculare. L'ingrandimento è dato infatti dal rapporto:

$$i = \frac{F}{f}$$

Un cannocchiale dunque può fornire diversi ingrandimenti a seconda della focale degli oculari che vengono usati. Per esempio, se $F = 120$ cm, utilizzando un oculare di 1 cm di focale si ottiene: $120/1 = 120$ ingrandimenti; con un oculare di 2 cm di focale (generalmente con largo campo di visione) l'ingrandimento è $120/2 = 60$.

È buona norma quindi dotare lo strumento di alcuni buoni oculari con focali differenti.

Gli oculari sono composti da varie lenti secondo schemi ideati da diversi autori. Senza entrare in particolari tecnici, elenchiamo alcuni tra i migliori tipi di oculari.

Kellner (sigla K): è un oculare molto comune (specialmente nei binocoli). Ha un campo piano e ben corretto che raggiunge i 40° o 50° .

Ortoscopico (sigla OR): oculare molto valido specie con focali piccole (forte ingrandimento). Ha un buon campo di visione e il costo è contenuto. Ce ne sono di vari tipi (Plossl, Abbe ecc.).

Erfle (sigla Er): è un oculare a grande campo, può offrire quindi visioni grandiose (campi stellari, luna ecc.); è ben corretto, ed è molto utile se ha una focale di 2-3 o meglio di 5 cm. Generalmente è molto costoso.

In un cannocchiale non è consigliabile utilizzare ingrandimenti molto forti poiché l'immagine, in questo caso, può apparire molto scura o poco nitida e la turbolenza dell'atmosfera inoltre spesso ne sconsiglia l'uso.

Nella letteratura astronomica si definiscono alcune specie di ingrandimenti.

Ingrandimento equipupillare: è quell'ingrandimento nel quale la pupilla d'uscita (visibile sull'oculare, come nel caso dei binocoli) è di 6 mm, pressoché uguale a quella dell'occhio. Esso (con $D =$ diametro dell'obiettivo in centimetri) è dato da:

$$Ge = \frac{D}{0,6}$$

Ingrandimento risolvibile consente di vedere il primo anello scuro dell'immagine di una stella al limite di visibilità. Esso (con D espresso in centimetri) è dato da:

$$Gr = 5 D$$

Ingrandimento utile è quello che fornisce le immagini migliori:

$$i = 2 Gr$$

È bene tener presente che queste definizioni non sono rigorose.

La tabella seguente specifica i vari ingrandimenti a seconda delle aperture D .

Tabella 29.2

apertura in cm	8	10	12	15	20
potere sep. ($12/D$)	1"5	1"2	1"	0"8	0"6
mag. lim. ($6,8 + 5 \log D$)	11,3	11,6	12,1	12,7	13,3
ing. equi. ($Gr = D/0,6$)	13	17	20	25	33
ing. uti. ($Gr = 5 \times D$)	40	50	60	75	100
ing. utile ($2 \times Gr$)	100	200	240	300	400

Il campo apparente coperto in cielo da un determinato oculare si può misurare facilmente ponendo una stella equatoriale che si trovi in meridiano sull'estremità del campo dell'oculare a metà altezza. Tenendo fermo il cannocchiale si contano i minuti t che la stella impiega per attraversare tutto il campo. Poiché in un minuto una stella equatoriale descrive $0,25$ gradi, il campo sarà: $0,25 t$ gradi.

Un cannocchiale può essere utilizzato oltre che per osservare le stelle anche per studiare il Sole operando per proiezione. Basta collocare a 20 o 30 centimetri di distanza dall'oculare uno schermo bianco, per poter osservare comodamente, dopo aver opportunamente focheggiato l'oculare, delle belle e nitide immagini dell'astro del giorno spesso con eventuali macchie, facole ecc. In queste osservazioni è

OGGETTI INTERESSANTI DA OSSERVARE COL BINOCOLO NELLE VARIE STAGIONI

Primavera

M44 ammasso aperto nel Presepe $d = 515$ al
M81-M82 due galassie nell'Orsa Maggiore $d = 6$ Mal
M101 galassia nell'Orsa Maggiore $d = 14$ Mal
M51 galassia nei Cani da Caccia $d = 14$ Mal
M65 e M66 due galassie nel Leone $d = 40$ Mal
Ammasso stellare nella Chioma di Berenice $d = 270$ al
M83 galassia nell'Idra $d = 15$ Mal

Estate

Campi stellari lungo la Via Lattea
Campi stellari nello Scorpione, Sagittario e Ofioco
Campi stellari nel Cigno
M4 ammasso globulare nello Scorpione $d = 7500$ al
M8 la Nebulosa Laguna nel Sagittario $d = 2500$ al
M20 la Nebulosa Trifida nel Sagittario $d = 2200$ al
M17 nebulosa nel Sagittario $d = 3200$ al
M22 ammasso globulare nel Sagittario $d = 9700$ al
M13 ammasso globulare in Ercole $d = 21000$ al
Nube stellare nello Scudo
M11 ammasso stellare aperto nello Scudo $d = 5700$ al

Autunno

Nebulosa Nord America nel Cigno $d = 1600$ al
La Via Lattea nel Cigno
Mu Cephei una stella variabile rossa $d = 1000$ al
Iz ammassi aperti in Perseo $d = 7300$ al
M31 galassia in Andromeda $d = 2,2$ Mal
M33 galassia nel Triangolo $d = 2,2$ Mal

Inverno

M45 ammasso delle Piciadi nel Toro $d = 410$ al
Le Iadi, ammasso aperto nel Toro $d = 130$ al
M36-M37-M38 ammassi aperti nell'Auriga $d = 3600$ al
M35 ammasso aperto nei Gemelli $d = 2500$ al
M42 la grande Nebulosa di Orione $d = 1300$ al
M41 ammasso aperto nel Cane Maggiore $d = 2500$ al

NOTA: d = distanza; al = anni luce; Mal = milioni di anni luce

29.4 Uso delle mappe mensili

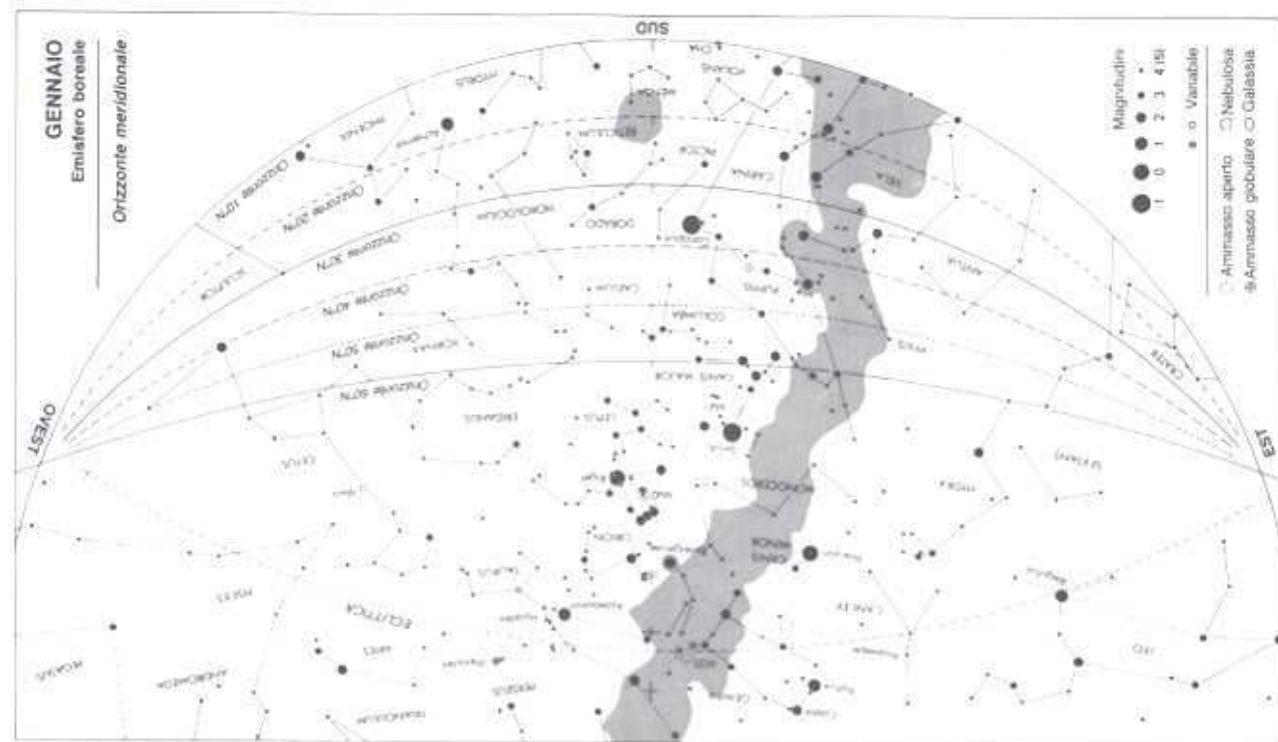
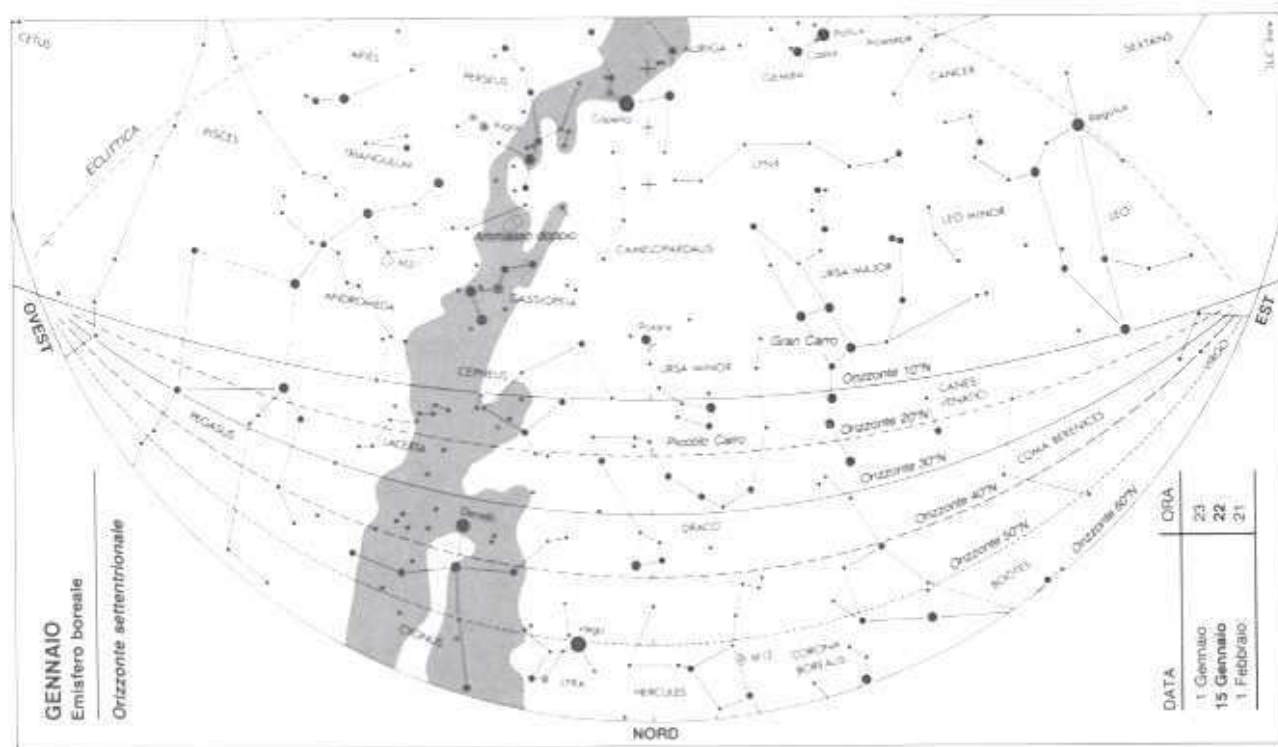
Le tavole seguenti presentano le stelle più luminose che si possono vedere circa due ore dopo il tramonto del Sole nei mesi indicati. Per riconoscere le costellazioni e le varie stelle bisogna tenere la carta del mese sopra la testa orientandola in modo che le scritte relative ai punti cardinali siano nella direzione di questi.

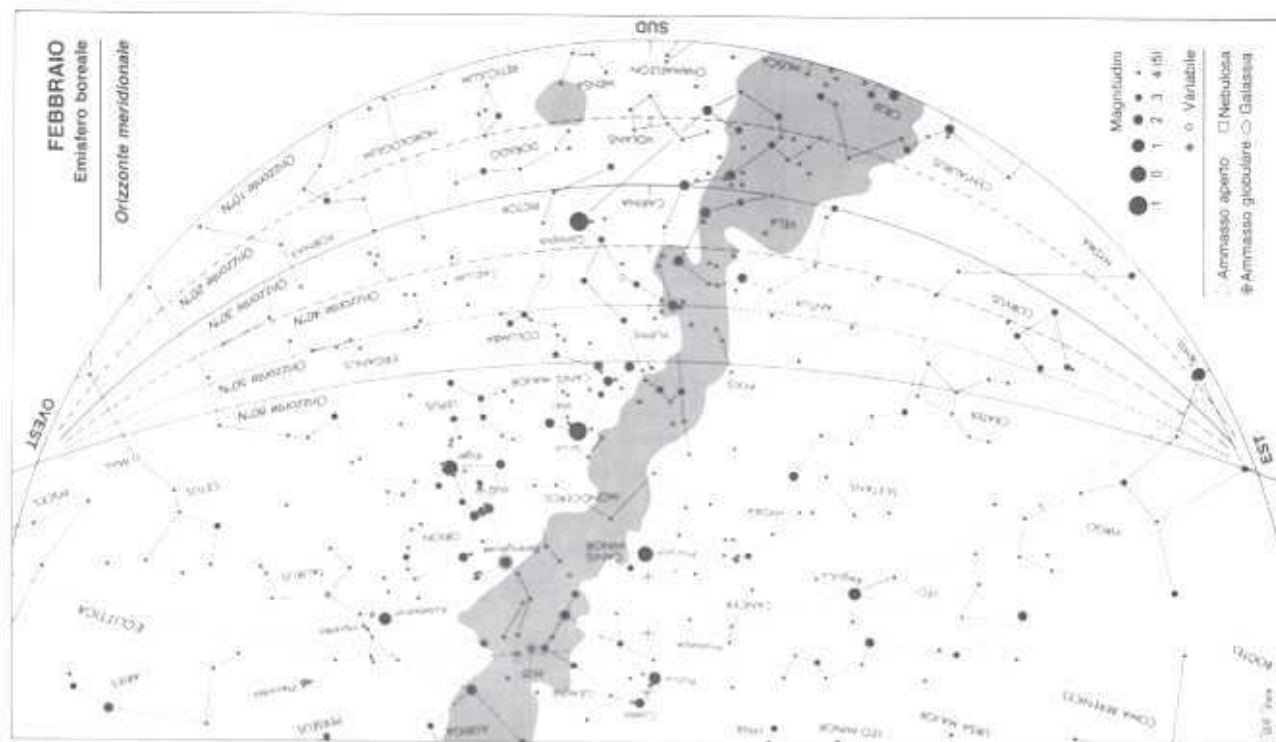
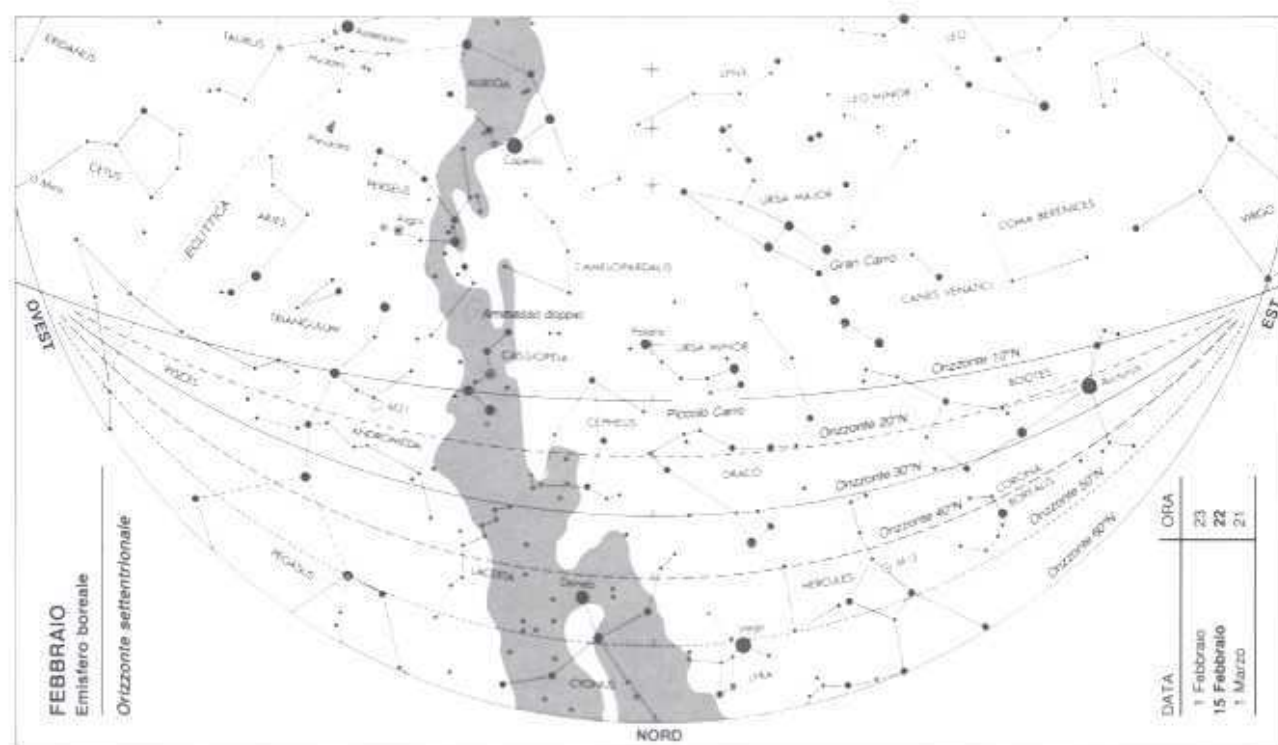
STELLE DOPPIE OSSERVABILI CON UN BUON BINOCOLO			
Stella	distanza angolare delle componenti	distanza dalla Terra in anni luce	
δ Bootis	1' 45"	140	
μ Bootis	1' 48"	60	
α Capricorni	6' 19"	1600-120	prospettica
β Capricorni	3' 25"	250	
α Cygni	1"	520-300	prospettica
β Cygni	29"	11	
γ Draconis	62"	120	
η Draconis	30"	70	
γ Leporis	95"	29	
α Librae	3' 51"	65	
δ Lyrae	10"	800	contrasto di colori
ϵ Lyrae	3' 24"	140	quadrupla
δ Orionis	53"	1500	
σ Orionis	42"	1400	
θ Orionis	135"	1300	settopla
μ Scorpii	5' 46"	520	
ν Scorpii	41"	550	quadrupla
θ Serpentis	22"	100	
ζ Piscium	24"	110	
θ Tauri	5' 37"	150	

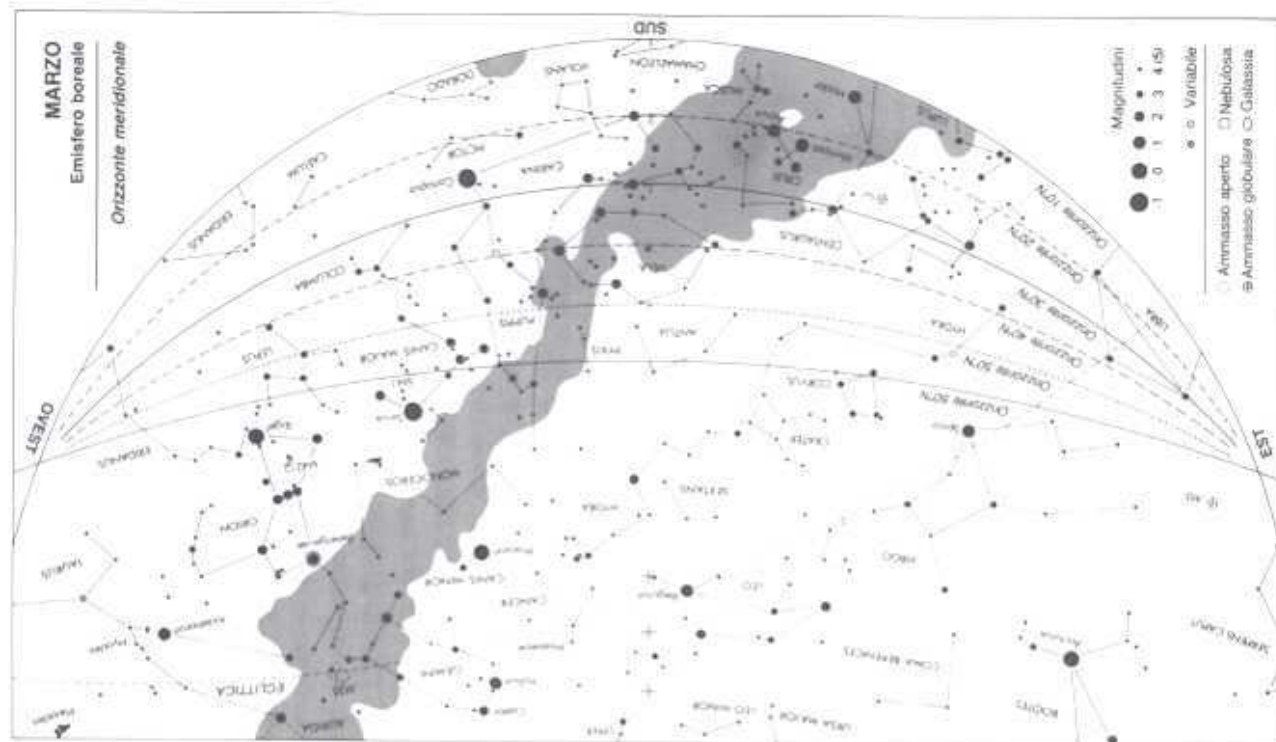
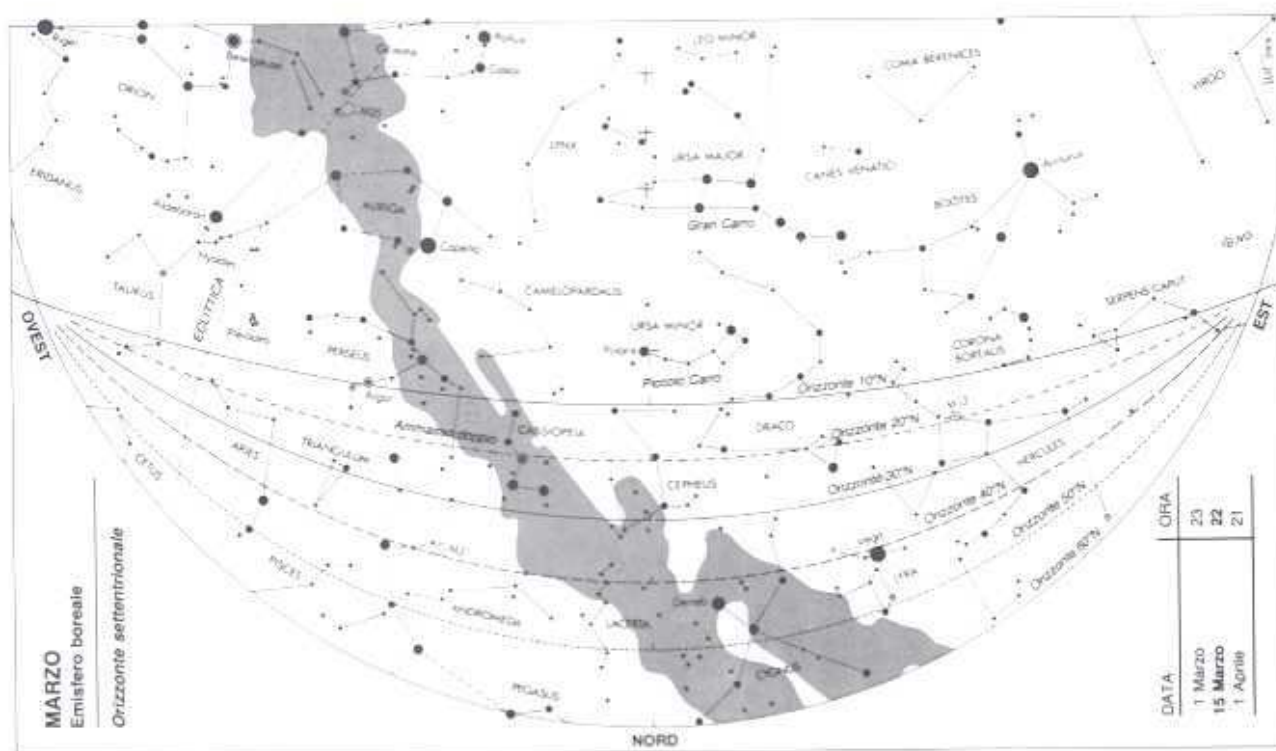
importantissimo tener presente che *mai si deve osservare il Sole direttamente all'oculare* si rischia di restare irrimediabilmente accecati.

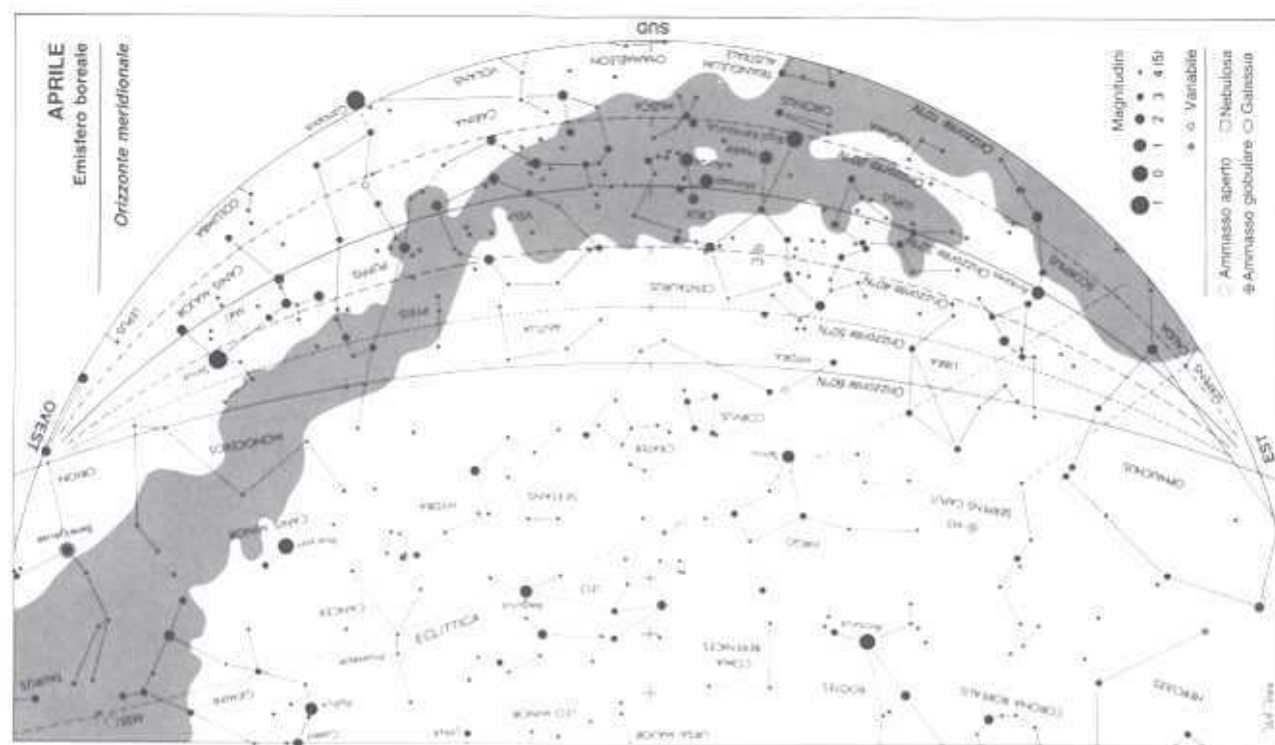
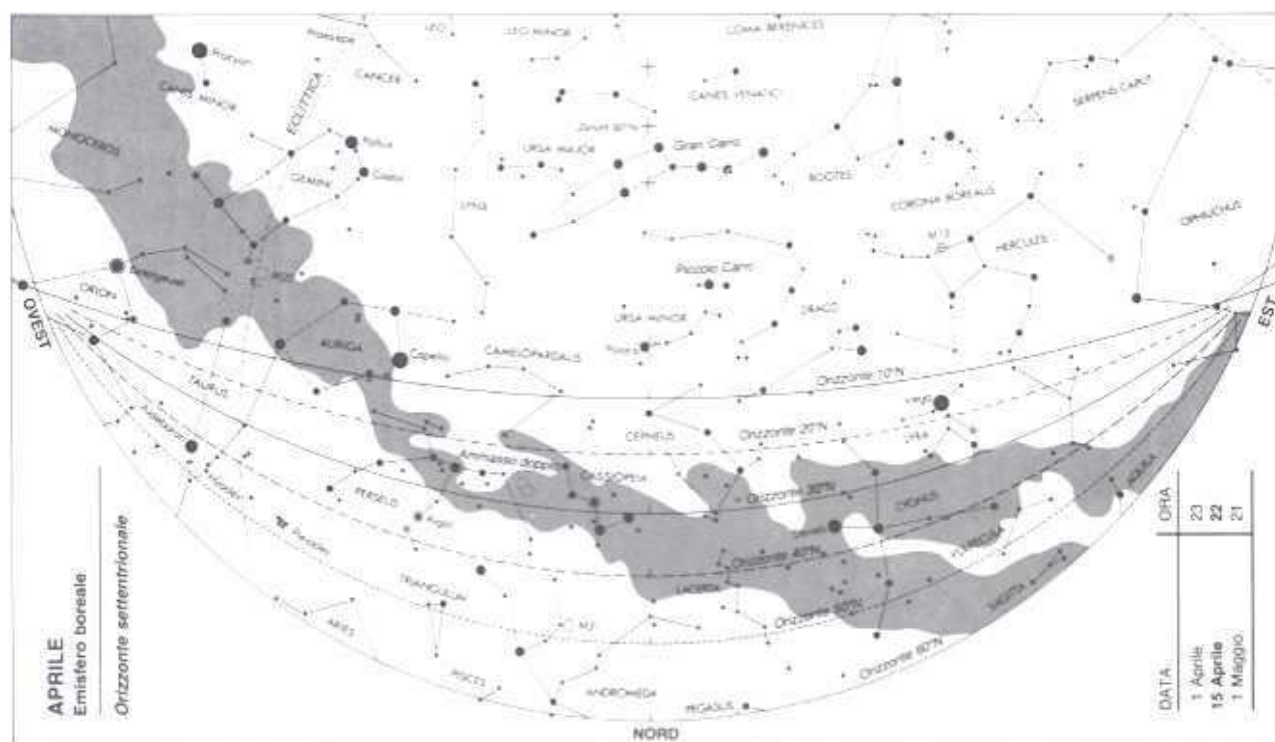
Molto utile nei cannocchiali è la montatura equatoriale, specialmente se è fornita di movimento elettrico. Queste montature spesso sono dotate di un piccolo cannocchiale che, innestato nell'asse polare, consente il posizionamento dello strumento osservando attraverso di esso l'esatta posizione del polo celeste.

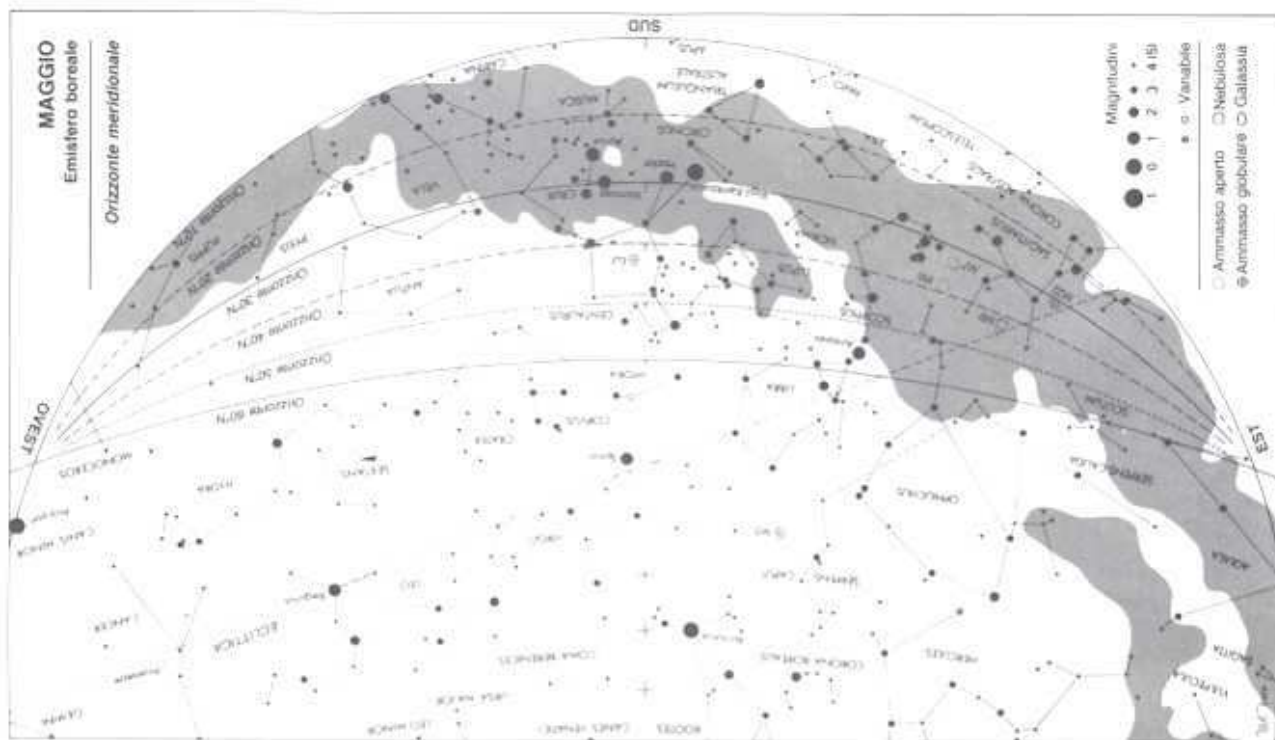
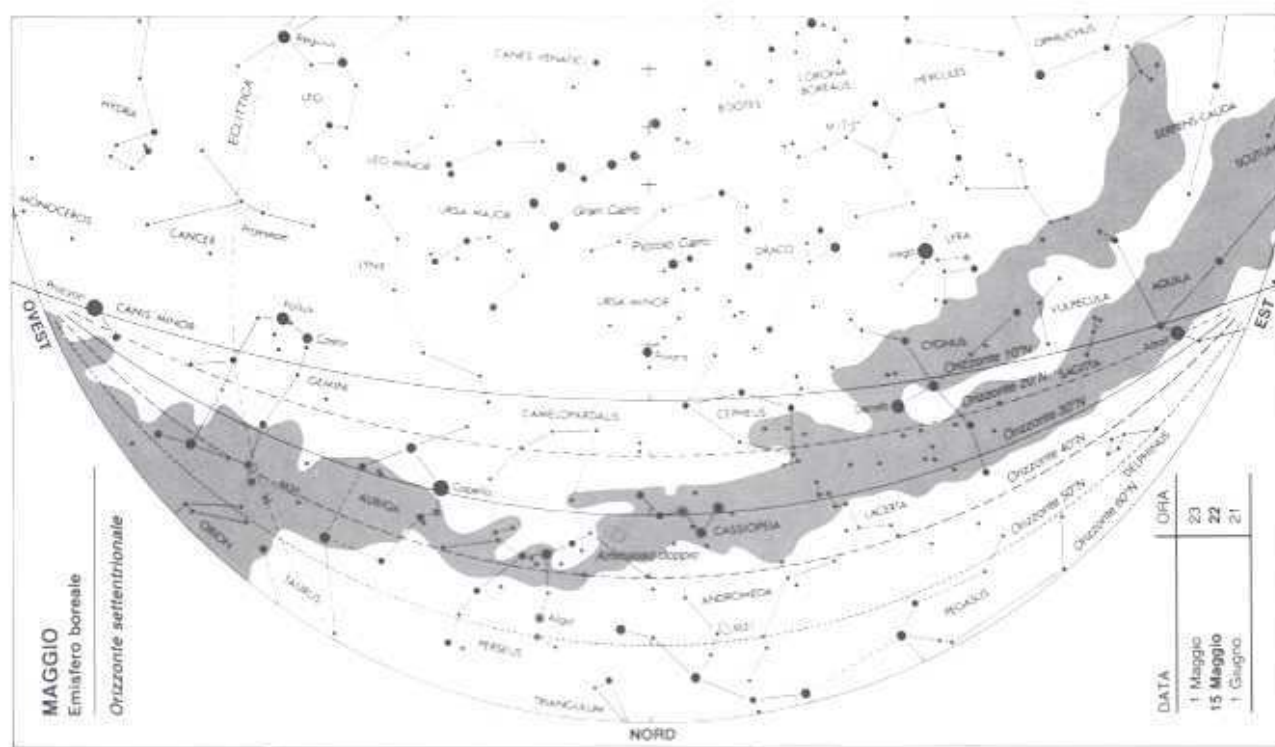
Questa operazione in genere è abbastanza rapida e oltre a consentire una grande comodità nell'osservazione, permette anche di fare delle belle fotografie applicando una comune macchina fotografica parallelamente al cannocchiale di osservazione.

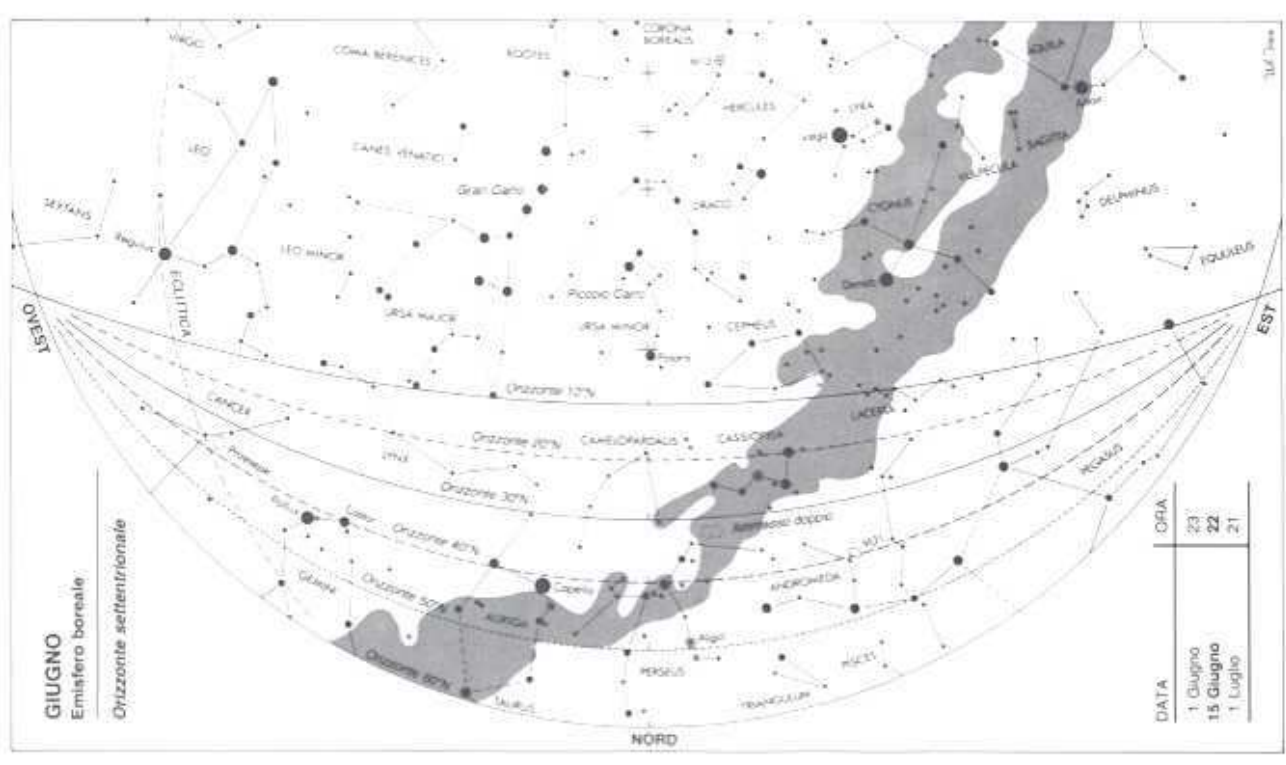
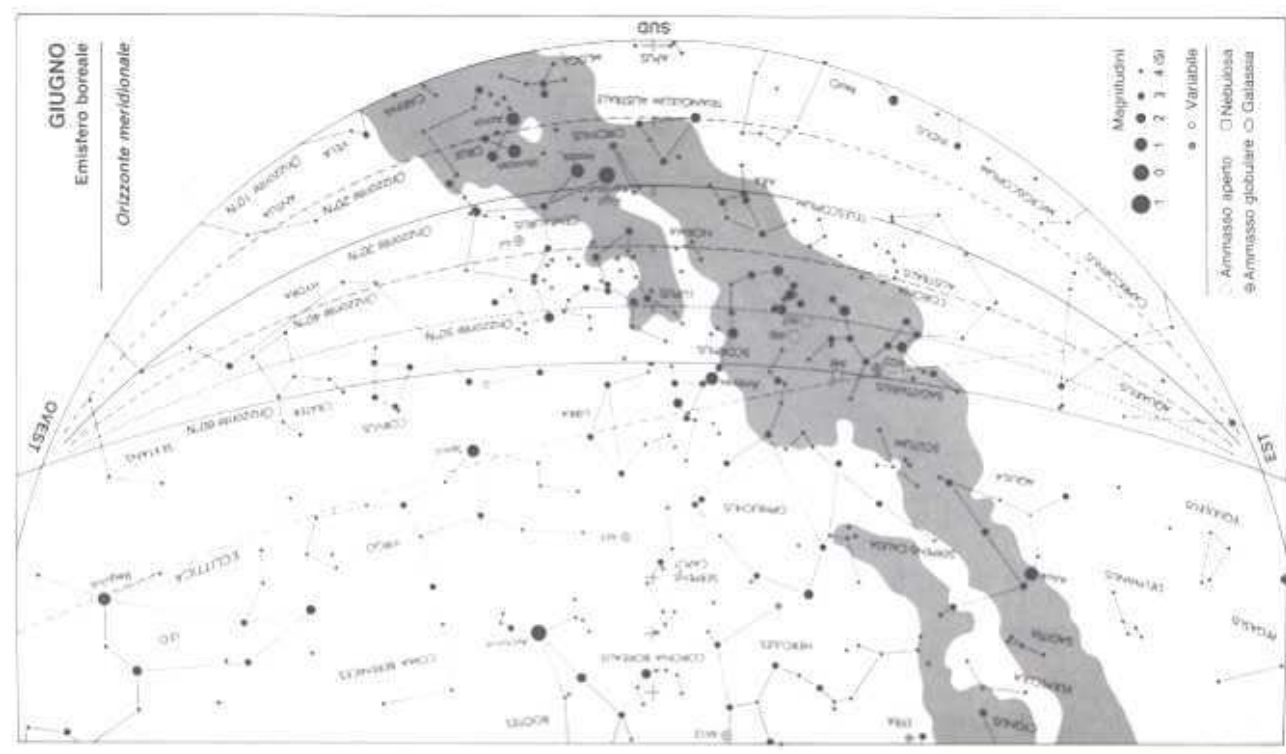


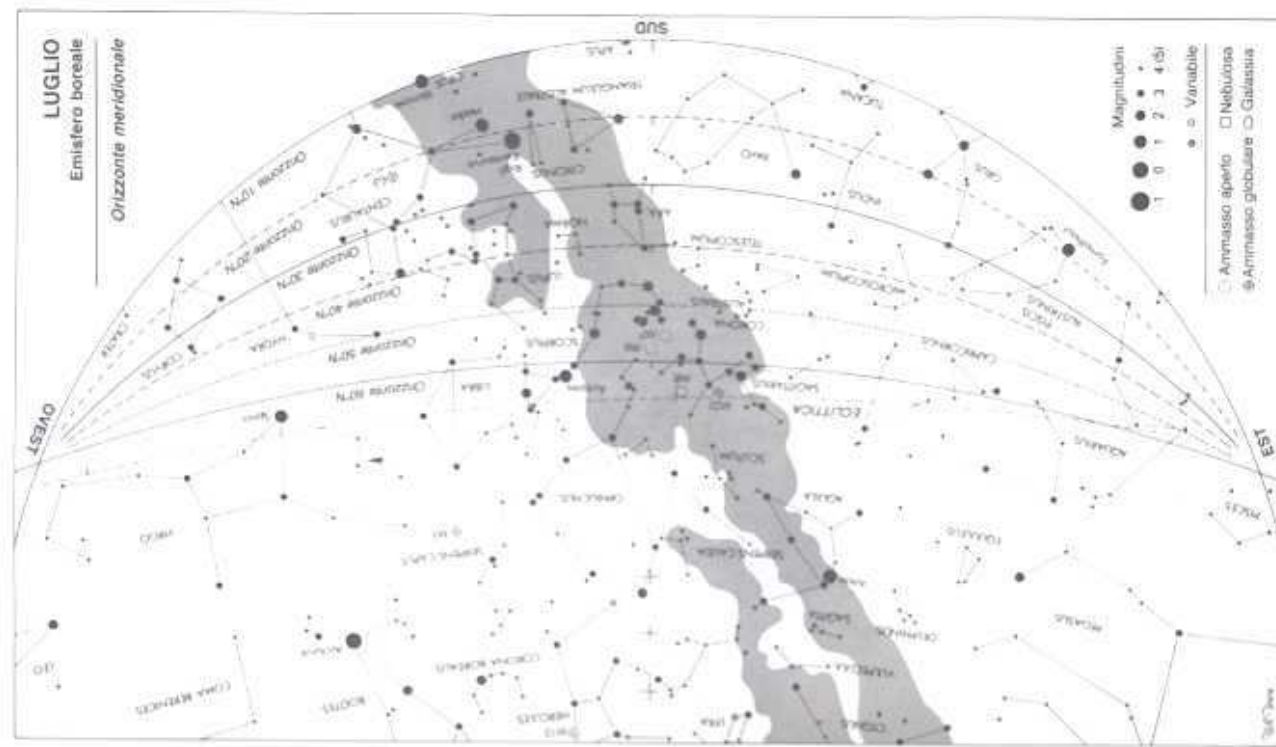
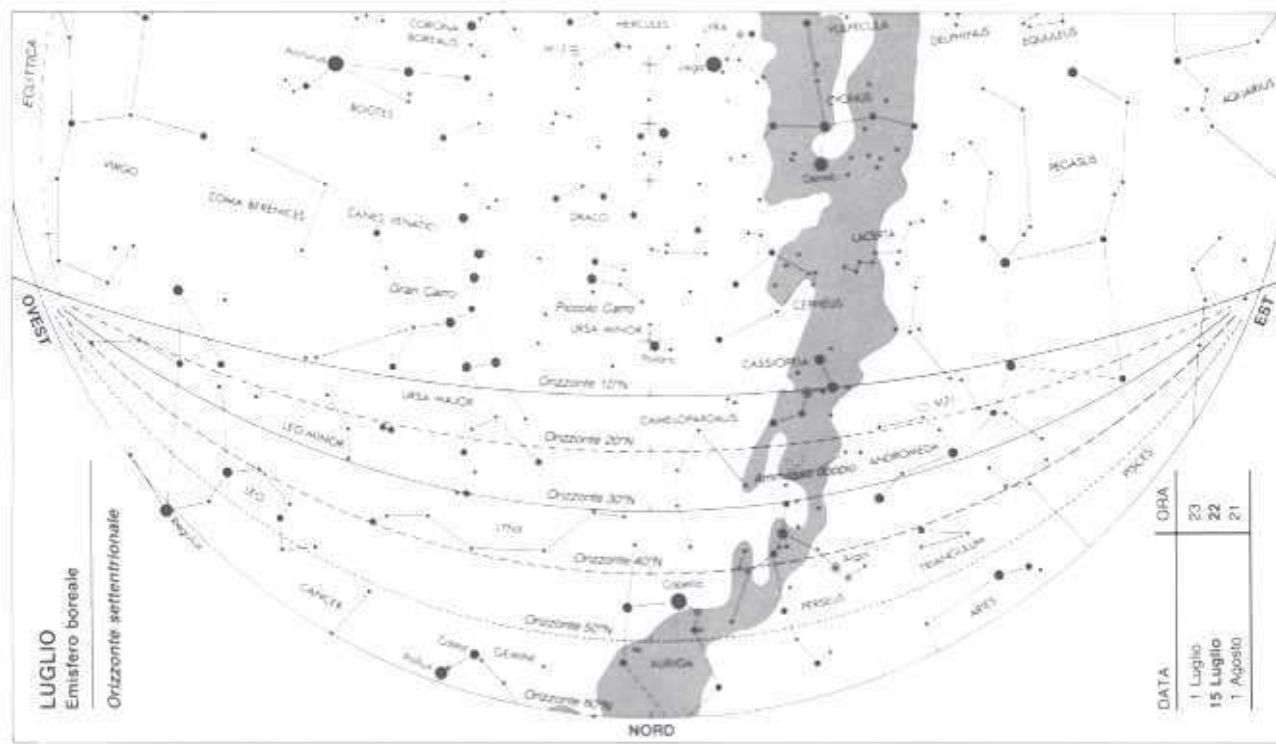


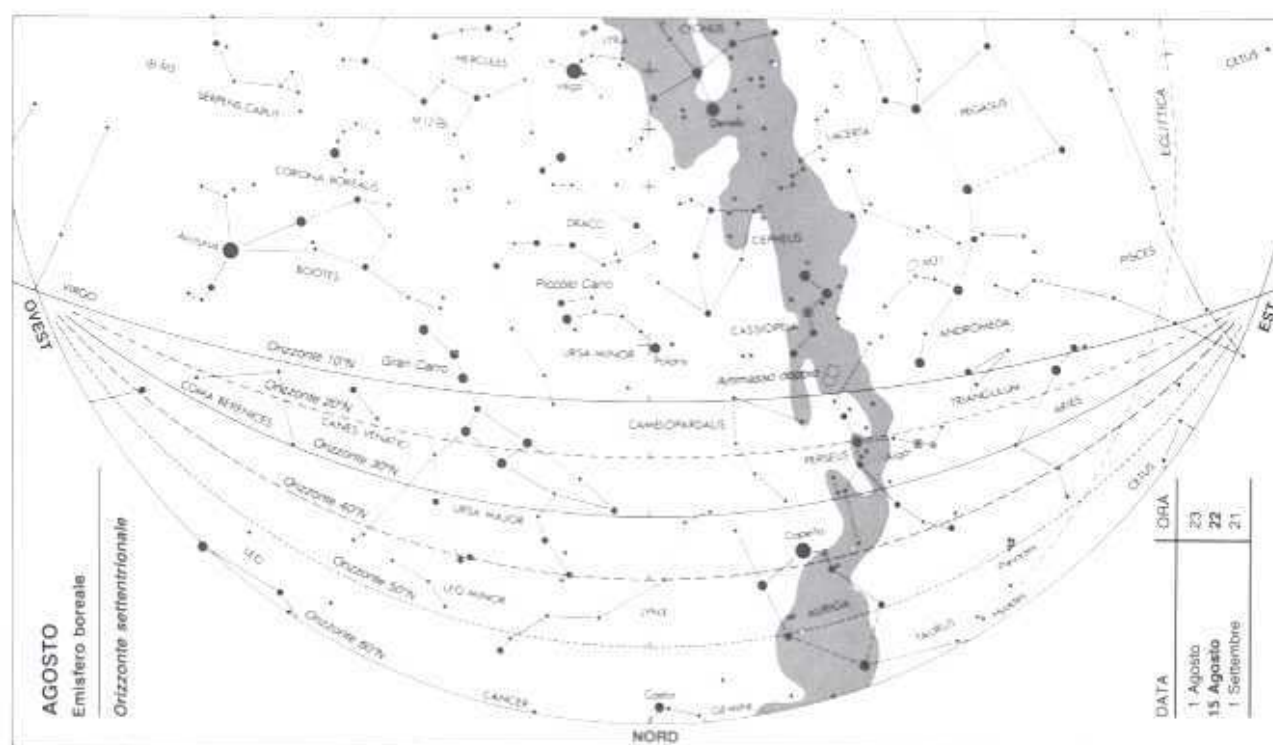
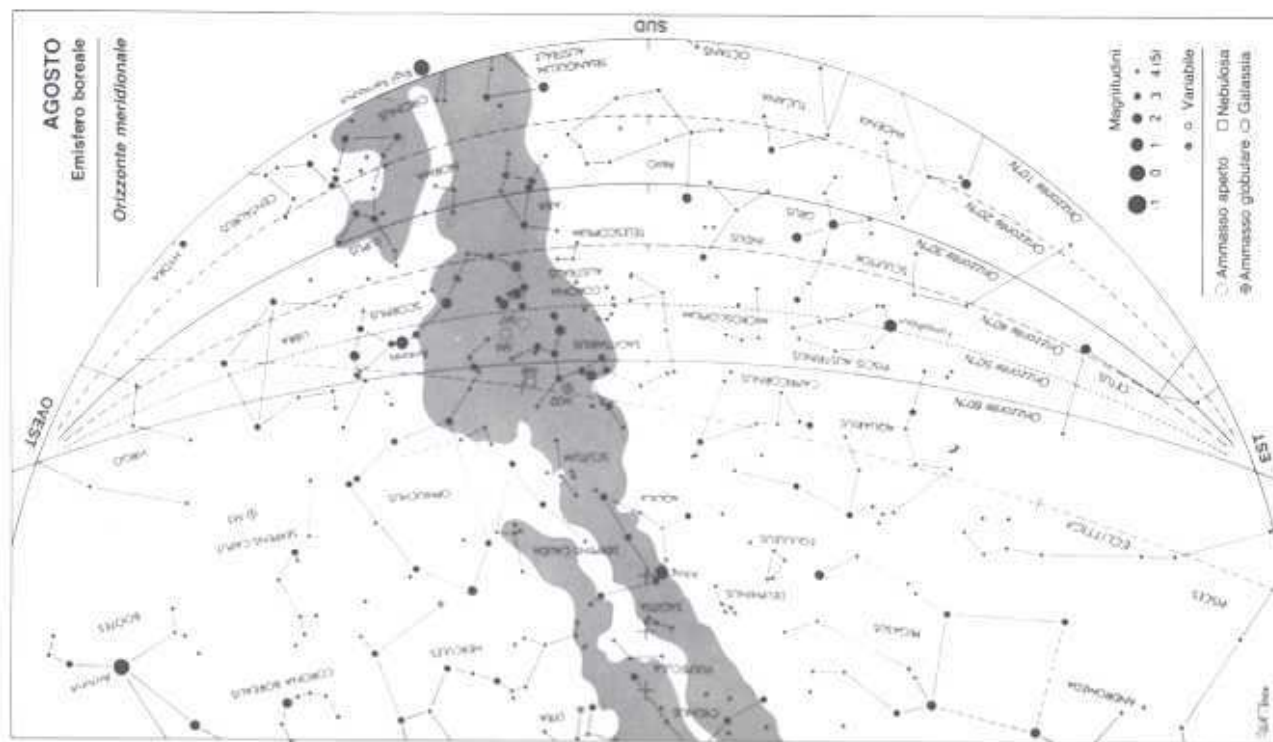


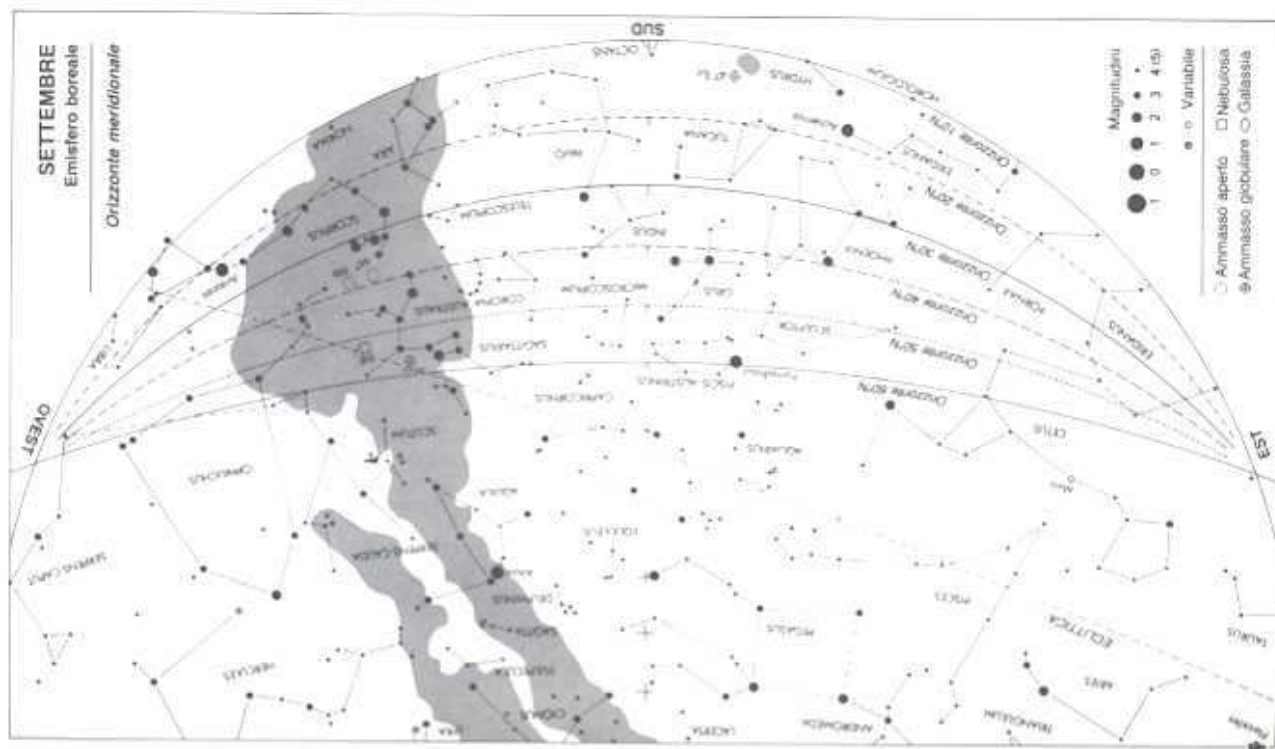
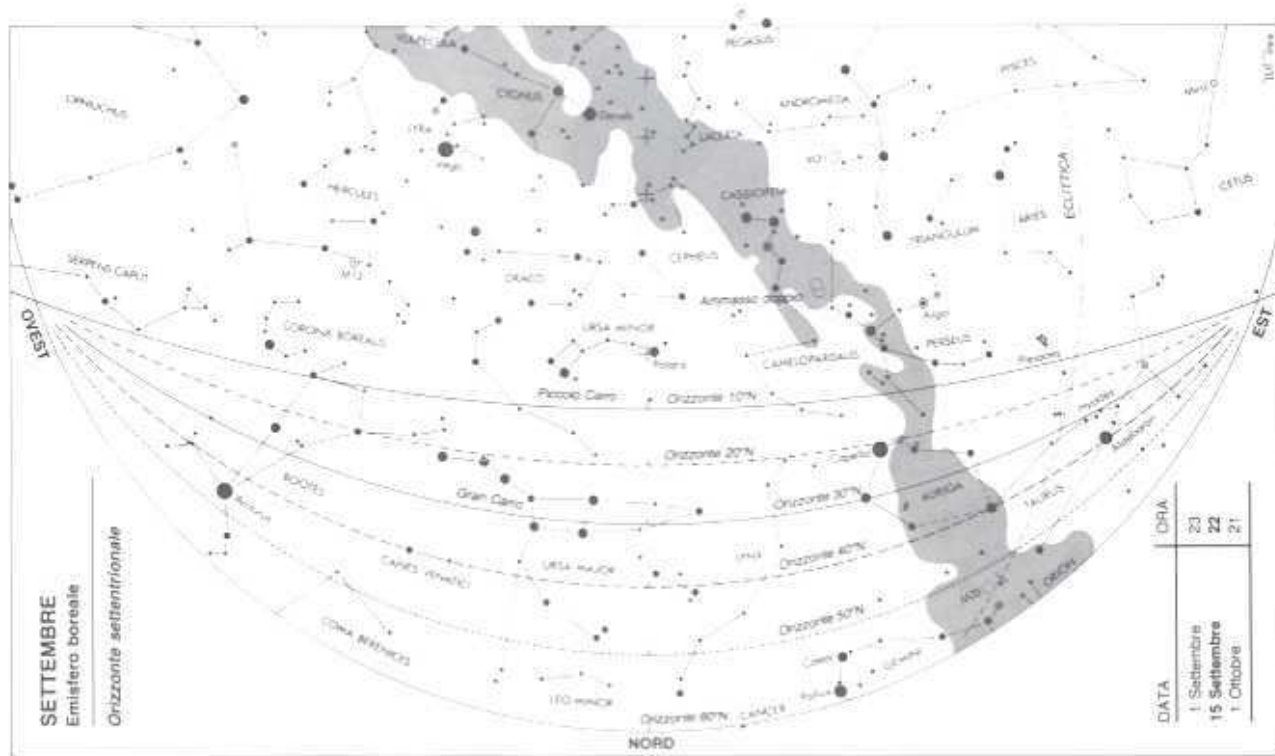


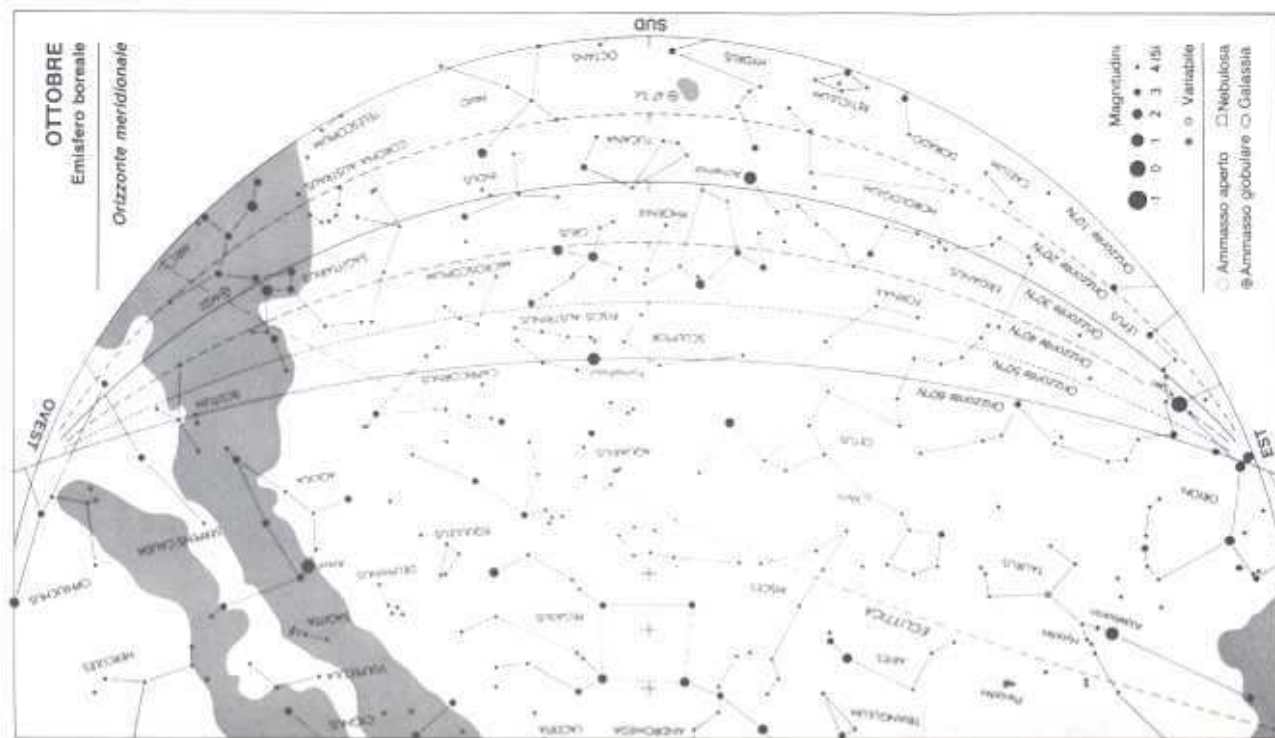
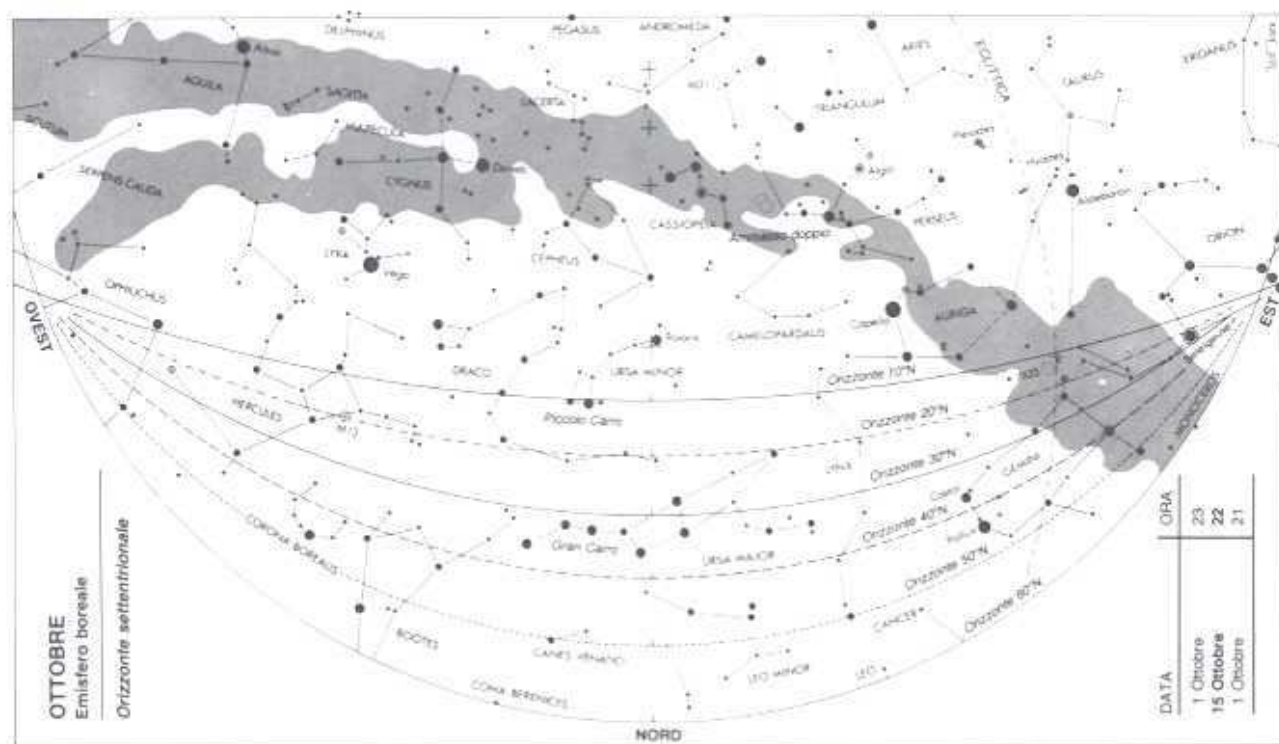


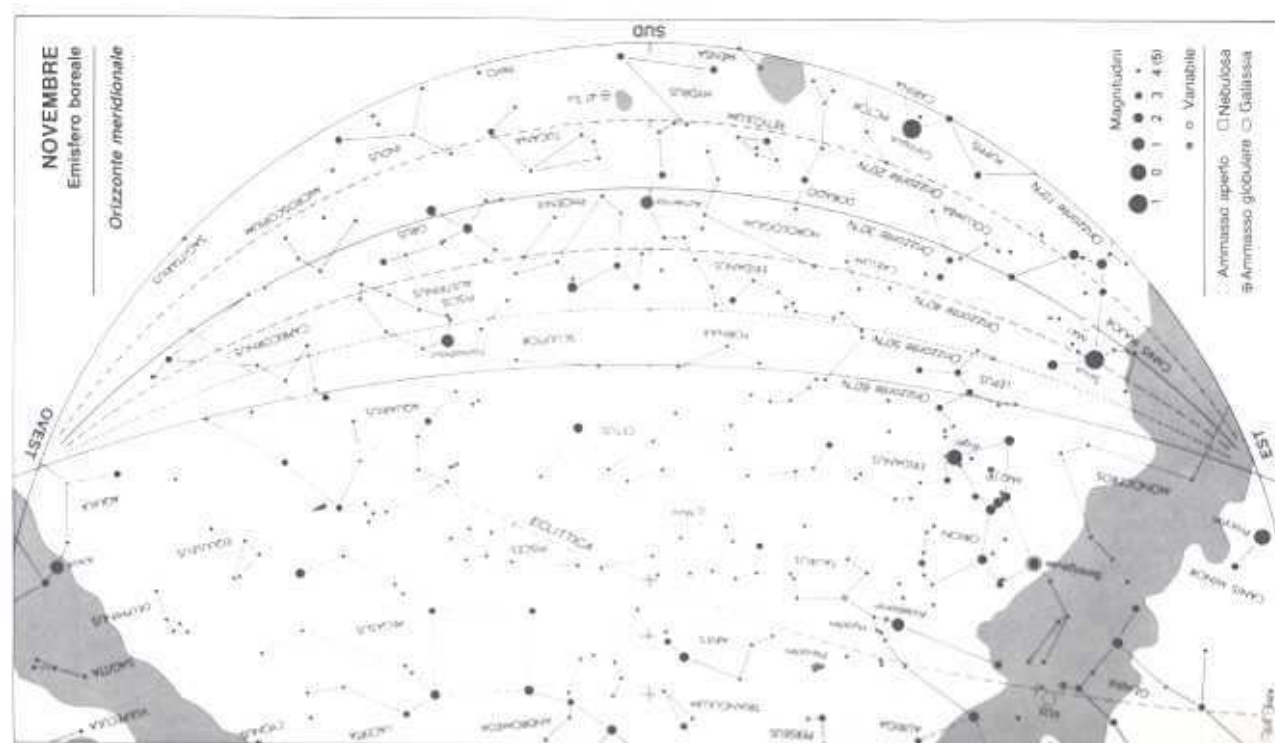
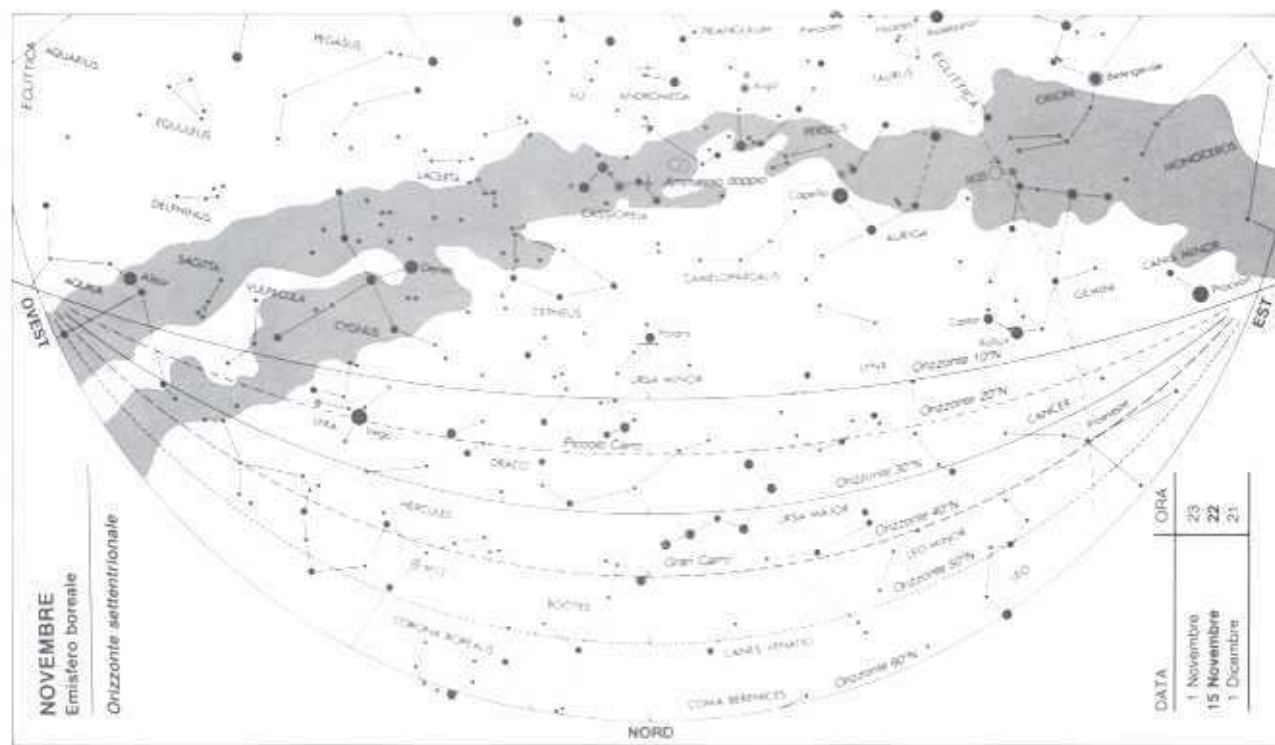


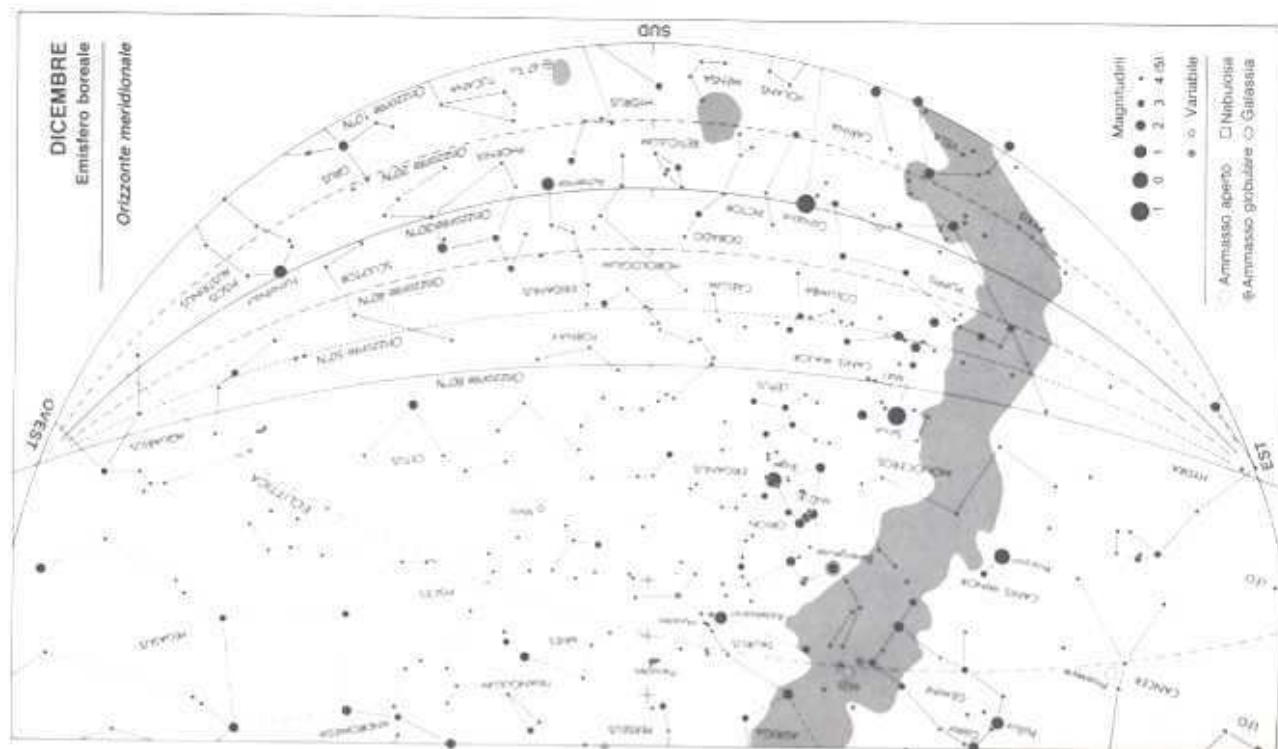
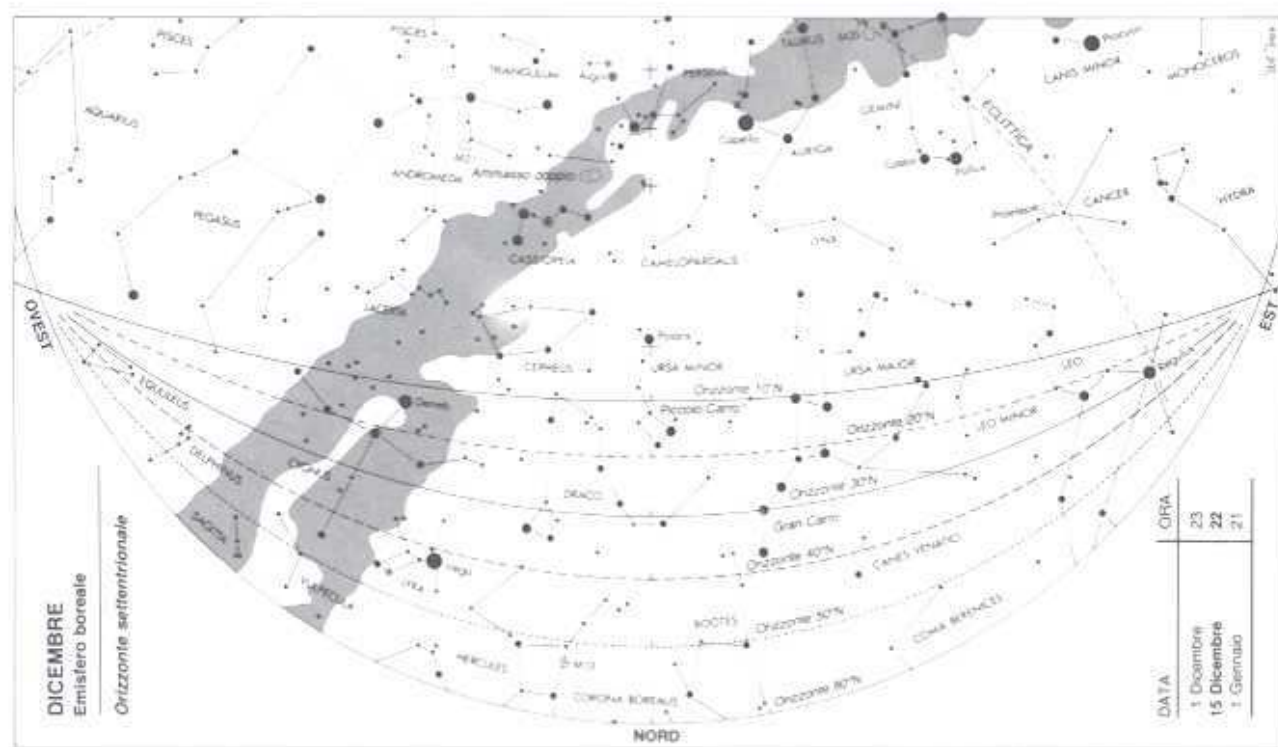












Bibliografia

Molto utili per le esercitazioni riguardanti notizie sui corpi del sistema solare sono:

- Briggs, G. & Taylor F. *Atlante dei pianeti*. Bologna, Zanichelli, 1989.
Coradini, M. *Atlante del Sistema Solare*. Roma, Newton Compton, 1982.
Marten, M. & J. Chesterman *Astronomia Spaziale*. Segrate, Mondadori, 1980.
Ridpath, I. & Tirion, W. *Guida delle stelle e dei pianeti*. Padova, Muzzio, 1988.
Rigutti, M. *et al.* *Il Sistema Solare*. Roma, Corso, 1984.

Alcuni testi sui quali si possono approfondire e ampliare gli argomenti svolti in questo libro:

- Hack, M. *Corso di Astronomia*. Milano, Hoepli, 1984.
Rosino, L. *Lezioni di Astronomia*. Padova, Cedam, 1979.
Zagar, F. *Astronomia sferica e teorica*. Bologna, Zanichelli, 1984.

Alcuni libri sul sistema solare e l'astronomia in generale:

- Castellani, V. *La planetologia*. Roma, Newton Compton, 1978.

- Cavedon, M. *Astronomia*. Segrate, Mondadori, 1982.
 Favero, G. *Guida alla osservazione del cielo*. Segrate, Mondadori, 1984.
 Maffei, P. *Al di là della Luna*. Segrate, Mondadori, 1976.
 Romano, G. *Evoluzione delle stelle*. Treviso, Canova, 1977.

Atlanti celesti:

- Tirion, W. *Sky Atlas 2000*. (con stelle fino alla ottava magnitudine)
 Cambridge, Sky Publishing Corporation.

Effemeridi e almanacchi:

- Le migliori effemeridi sono:
The American Ephemeris and Nautical Almanac.
Almanacco di Astronomia. Padova, Biroma.
 De Meis, S. & Meeus, J. *Almanacco Astronomico*. Milano, Hoepli, 1993.
Astrolabio (Associazione Astrofili di Cortina).

Riviste: (citiamo solamente le riviste italiane facilmente reperibili)

- L'Astronomia*. Milano, Media Presse.
Orione. Milano, Sirio s.r.l.
L'Astronomia UAI. Padova, Biroma.

Indice analitico

- | | | |
|--|--|---|
| <p>A</p> <p>aberrazione, della luce 221</p> <p>— costante di 64</p> <p>Adams J. 141</p> <p>aeroliti 146</p> <p>afelio 68</p> <p>Apollo 137</p> <p>Alfa, regione 133</p> <p>al Ma'mun 221</p> <p>almucantarati 19</p> <p>altezza 19</p> <p>altimetro 159</p> <p>Amor 137</p> <p>angolo, orario 23</p> <p>— di posizione 117</p> <p>— di separazione 117</p> <p>anno, anomalistico 46, 56</p> <p>— besseliano 56</p> <p>— bisestile 57</p> <p>— civile 56, 57</p> <p>— delle eclissi 80</p> <p>— fictus 56</p> <p>— sidereo 25, 55</p> <p>— tropico 55</p> <p>anomalia, eccentrica 101</p> <p>— media 101</p> <p>— vera 100</p> <p>apogeo 46, 68</p> <p>Apollo 137</p> <p>Apollo 5, 88</p> <p>apsidi, linea degli 68, 76</p> <p>Aquaridi 143</p> <p>Arc himede 219</p> <p>Archita di Taranto 219</p> <p>arco, diurno 24</p> <p>— notturno 24</p> <p>Ariel 141</p> <p>Arisarco 87, 267</p> | <p>B</p> <p>bacino Caloris 131</p> <p>balestriglia 156</p> <p>bematisti 42</p> <p>Bessel W. 56</p> <p>Beta, regione 133</p> <p>Bilancia, punto della 26</p> <p>Book, legge di 96</p> <p>bracci di spirale 37</p> <p>Bradley J. 64</p> <p>Brabe E. 93</p> <p>brillamenti 129</p> <p>bulbo galattico 37</p> | <p>C</p> <p>Callisto 139</p> <p>Caronte 142</p> <p>Cavendish H. 104</p> <p>cerchio meridiano 32</p> <p>Cérere 96</p> <p>Chirone 137</p> <p>circolo polare 28</p> |
|--|--|---|

- circonferenza 3
- circumpolari, stelle 20
- coda, di plasma 144
- polverosa 144
- colatitudine 20
- coluro, equinoziale 36
- solstiziale 36
- comete 143
 - chioma delle 143
 - coda delle 144
 - famiglia di 144
 - nucleo 143
- conditi carbonacei 137, 146
- congiunzione, inferiore 89
 - superiore 89
- coniche 3
- contatto, primo 82
- ultimo 82
- coordinate, altitudinali 19
 - eclitticali 35
 - galattiche 37
 - orarie 22
- Copernico N. 88
- corona, solare 127, 129
 - F 129
 - F 129
 - K 129
- coronografo 127
- corpo nero 121
- costellazioni zodiacali 67
- crateri lunari 238, 242
- crepuscolo, astronomico 30
 - civile 30
- cromosfera 127
- culminazione, inferiore 24
 - superiore 24

D

- data, linea del cambiamento di 179
 - giuliana 57
- declinazione 23, 31
 - deferente 88
- Deimos 136
- diametri 114
- dies reductus 56
- distanza 109
 - dei pianeti 251
- polare 20

F

- fasi lunari 70, 227
- Filolao 87

- tra perielio e nodo 98
- zenitale 20
- Doppler, effetto 119

E

- eccentricità 6, 98
- eclittica 17
 - coordinate 36
 - obliquità della 26
 - piano della 35
- poli 36
- eclisse 79
 - anno 80
 - anulare 83
 - di Luna 80, 245
 - di Sole 82
 - grandezza 84
- effetto-sera 133
- E.C.A. 137
- elacio, sorge 15
- tramonto 15
- ellisse 3, 6
- ellissoide di rivoluzione 42
- elongazione, massima 89
 - occidentale 89
 - orientale 89
- emersione 85
- epiciclo 88
- equatore, celeste 17, 23
 - galattico 30
- equatoriale, piano 23
- equinozio, di autunno 26
 - di primavera 26
- equazione, annua 77
 - del centro 102
 - del tempo 46
- Erastostene 219
- Eros 113, 137
- Eudossio 87
- Europa 139
- evezione 77

- flare 129
- Fobos 136
- fotomoltiplicatore 115
- fotometro 115
- fotosfera 127
- fusi orari 47

G

- Galassia 37
- Ganimede 139
- gas perfetto 124
- Gegenschein 145
- geolde 42
- Ghetaldi M. 221
- giorno, giuliano 57
 - siderale 25, 43
 - solare medio 45
 - solare vero 43
- Giove 138
- globo celeste 213
- gnomone 15
- gravitazione 103
- Greenwich 40, 50

H

- Hallen, cometa di 143
- Herschel W. 141

I

- immersione 85
- inclinazione 98
 - dell'orbita lunare 75
- Io 139
- iperbole 3, 9
- Ipparco 5, 88, 267

K

- Keplero G. 88, 222
 - leggi 93, 257
- Kirkwood, lacune di 136
- Kowal C. 137

L

- lagrangiani, punti 137
- latitudine 20, 36, 46
 - galattica 38
 - geografica 40
- Le Verrier U. 141
- librazione, diurna 77
 - in latitudine 76
 - in longitudine 77
- linea dei nodi 79
- longitudine 35, 305
 - eliocentrica 102
 - galattica 37
 - geocentrica 102
 - geografica 40
 - del nodo 98
 - del perielio 100
- luce cinerea 71
 - zodiacale 145
- luminosità 121
- Luna 70, 133, 227
 - distanza della 232
 - età 71
- lunazione 72

M

- macchie, solari 128
 - gruppi di 128
- Mariner 131
- Marineris, valle 135
- Marte 134
- Martire d'Anghiera P. 181
- massa, della Terra 106
- del Sole 106
- Maunulico F. 222
- Maxwell, monti 133
- Mercurio 131, 306
- mezzo, draconico 73
 - siderale 72
 - sinodico 73
- meridiana, linea 15
- meridiane 183
- meridiano 19, 23
 - terrestre 40
 - inferiore 19
 - superiore 19

meteoriti 145, 304, 305
 Metone, ciclo 230
 mezzogiorno 23
 micrometro filare 117
 Miranda 141

N

nadir 10
 Nereide 142
 Nettuno 141
 Newton I. 105
 Nix Olimpica 135
 nodi, ascendente 74
 discendente 74
 linea del 70, 90
 novilunio 70
 nutazione 61

O

Oberon 141
 obliquità, dell'eclittica 26
 occultazione 85
 Olbers 137
 onde d'urto 127
 Oort, nube 144
 opposizione 90, 291
 otari, cerchi 23
 angoli 23
 Orionidi 143
 orizzonte 20
 depressione 20

P

parabola 3, 8
 parallasse 109, 315
 annua 111
 orizzontale equatoriale diurna 110
 parallelo, celeste 23
 terrestre 40
 parsec 112
 perielio 68
 perigeo 46, 68

periodo, siderico 91, 129
 sinodico 91, 229
 pianeti, inferiori 89
 superiori 90
 piano, dell'eclittica 35
 orizzontale 18
 verticale 19
 Pigafetta A. 181
 Plazzi G. 96, 136
 plasma 124
 plonimio 71
 Plutone 142
 Pogson N. 115
 polo, celeste 17
 dell'eclittica 36
 galattico 38
 Posidonio 219
 precessione lunisolare 61
 primo contatto 82
 meridiano 40, 50, 51
 verticale 19
 prisma 118
 protuberanze, eruttive 129
 quiescenti 129
 Proxima Centauri 112
 punto cardinale 15
 d'Ariete 26
 della Bilancia 26
 gamma 26
 vernale 26

Q

quadratura 71, 91, 291
 quarto, primo 71
 ultimo 71

R

radiante 145
 raggio terrestre, misura del 219
 regoli 134
 reticolo di diffrazione 118
 retrogradazione dei nodi 70
 rifrazione 21
 risonanza 136, 308

Terra, di Afrodite 133
 di Ishtar 133
 Titania 141
 Titano 140
 Titus, legge di 96
 Tolomeo 25, 88, 232
 Tombaugh C. 142
 totalità 82
 Tritone 142
 tropico, del Cancro 30
 del Capricorno 30
 Trolani 139

U

ultimo contatto 82
 Umbriel 141
 Urano 141, 311

V

variazione 77
 velocità dei pianeti 95
 Venere 113, 132
 sonde 133
 vento solare 129
 Via Lattica 37
 Viking 135

W

Widmanstätten, figure di 146
 Wolf, numeri di 128

Z

zenit 18
 zodiacale, luce 145
 zodiaco 35

S

saros 84, 236
 Saturno 139
 Scaligero G. 57
 Schiaparelli G. 131
 sciami meteoritici 143, 145
 segni zodiacali 36
 sezioni coniche 3
 sfera celeste 14, 17
 sideriti 146
 sinodico, periodo 90
 sizigie 71
 Sole 121, 319
 fittizio 46
 medio 46
 energia emessa 125
 solstizio, estivo 26
 invernale 26
 spettro flash 128
 spettroscopio 324
 spettrografo 118
 spicole 128
 spirale, bracci di 37
 stagioni 68
 Stefan, legge di 121

T

tempo, civile 46, 50
 delle effemeridi 54, 55
 di zona 50
 legale 50
 locale 47, 53
 medio 45
 medio Europa Centrale 50
 siderale 31, 43
 solare vero 43
 universale 50
 temperatura, cinetica 127
 efficace 122
 tempeste magnetiche 129
 tektiti 146
 terminatore 71