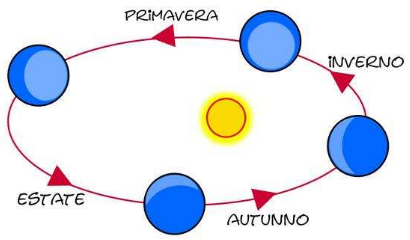
OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2014
FINALE NAZIONALE
Prova Teorica - Categoria Junior



1. Le quattro stagioni

Si scrivano gli intervalli entro cui variano l'ascensione retta (α) e la declinazione (δ) del Sole durante le quattro stagioni, commentando il risultato.

Soluzione

Il moto apparente del Sole sulla sfera celeste avviene lungo l'eclittica inclinata di circa 23.5° rispetto all'equatore celeste. Agli equinozi il Sole transita per i due punti di intersezione tra l'eclittica e l'equatore. Tali punti prendono il nome di punto γ (equinozio di primavera) e punto "bilancia" (equinozio d'autunno). Quando il Sole transita per il punto γ la sua declinazione diventa positiva e cresce fino a raggiungere la declinazione massima (+ 23.5°) al solstizio d'estate. Quindi comincia a decrescere fino ad annullarsi all'equinozio d'autunno. Da questo momento in poi la declinazione decresce fino a raggiungere il massimo valore negativo (-23.5°) al solstizio d'inverno. Quindi comincia a crescere fino ad annullarsi all'equinozio di primavera.

Sulla base di quanto detto, avremo:

Primavera:	$0^h \le \alpha < 6^h$	$0° \le \delta < +23.5°$
Estate:	$6^h \le \alpha < 12^h$	$23.5° \ge \delta > 0°$
Autunno:	$12^h \le \alpha < 18^h$	$0° \ge \delta > -23.5°$
Inverno:	$18^h \le \alpha < 24^h$	$-23.5° \le \delta < 0°$

2. Appuntamento sullo stretto

Paolo e Francesca sono due amici con la passione dell'Astronomia, che abitano sulle rive opposte dello Stretto di Messina. Oggi Paolo, che abita a Messina (longitudine 15° 33' 19".54 E, latitudine 38° 11' 09".80 N), attraversa lo Stretto perché invitato da Francesca a cena a Reggio Calabria (longitudine 15° 39' 00".42, latitudine 38° 06' 53".00 N). Francesca dice a Paolo: *"Mi raccomando la puntualità: ti aspetto stasera alle venti e trenta esatte del mio orologio siderale. Sincronizza quindi adeguatamente il tuo orologio siderale!"*. Di quanto deve spostare l'orario Paolo sul suo orologio siderale, rispetto all'orologio siderale di Francesca? In avanti o all'indietro? E se i due orologi indicassero il tempo universale, di quanto dovrebbe essere tale differenza?

Soluzione

La differenza che conta è solo quella in longitudine che, per i due amici, è data da

$$\begin{array}{ll} 15° \, 39' \, 00''.42 \; - & \textit{Reggio Calabria} \\ \underline{15° \, 33' \, 19''.54} \; = & \textit{Messina} \\ 00° \, 05' \, 40''.88 & \end{array}$$

con Reggio Calabria che si trova a Est di Messina. Dunque, prima di tutto, l'orologio siderale di Paolo dovrà restare indietro rispetto a quello di Francesca. L'entità di tale differenza si calcola con la proporzione:

$$24^h : 360° = x : 00° \, 05' \, 40''.88$$

Ovvero, esprimendo il tempo in secondi e le longitudini in arcosecondi:

$$86400 \text{ sec} : 1296000 \text{ arcsec} = x : 340.88 \text{ arcsec}$$

da cui

$$x = 86400 \text{ sec} \cdot (340.88 \text{ arcsec} / 1296000 \text{ arcsec}) = 22.73 \text{ sec}$$

In definitiva, Paolo deve spostare il suo orologio siderale di 22.73 secondi in avanti.
Se invece gli orologi indicassero il tempo universale, la differenza sarebbe zero! Infatti il tempo universale, per definizione, è lo stesso per tutti i luoghi della Terra.

3. Dal Sole alla Terra, rimbalzando sulla Luna

Supponete di osservare la Luna Piena al meridiano. La luce che ricevete è stata emessa dal Sole e riflessa dalla superficie della Luna. Quanto vale il tempo massimo e minimo che la luce impiega per percorrere il tragitto Sole - Luna Piena - Terra? Si trascurino gli effetti dovuti all'inclinazione dell'orbita della Luna rispetto all'eclittica e alle dimensioni dei corpi.

Soluzione

Poiché l'orbita della Terra e della Luna non sono circolari il tempo minimo si avrà quando la Terra si trova al perielio e la Luna Piena al perigeo, mentre il tempo massimo si avrà quando la Terra si trova all'afelio e la Luna all'apogeo. Dalle relazioni

$$d_a = a\,(1+e); \quad d_p = a\,(1-e)$$

ricaviamo

Distanza Sole-Terra$_{afelio}$ = 152143200 km

Distanza Sole-Terra$_{perielio}$ = 147057800 km

Distanza Terra-Luna$_{apogeo}$ = 405542 km

Distanza Terra-Luna$_{perigeo}$ = 363258 km

La distanza massima che la luce dovrà percorrere sarà quindi

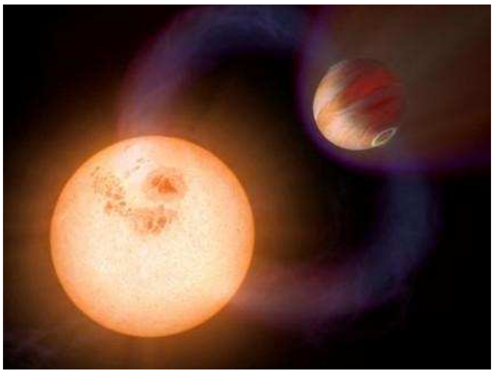
D_{max} = 152954284 km

e impiegherà un tempo di $8^m\ 30^s$; la distanza minima sarà

D_{min} = 147784316 km

e impiegherà un tempo di $8^m\ 13^s$.

4. La stella sconosciuta



Un pianeta di massa $M_p=2\cdot10^{28}$ kg si muove attorno a una stella di massa sconosciuta, su un'orbita il cui semiasse maggiore è d=9 U.A., con periodo T=20 anni. Trovare il raggio della stella sapendo che l'intensità dell'accelerazione gravitazionale g_S sulla superficie della stella è 54 volte quella del nostro pianeta.

Soluzione

Dati:

$M_p = 2\cdot10^{28}$ kg
$a = 9$ UA
$T = 20$ anni
$g_S = 54g_T = 529.74$ m s^{-2}

Dalla Terza legge di Keplero

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

calcoliamo, invertendo la formula, la massa della stella:

$$M = \frac{4\pi^2}{GT^2}a^3$$

Poiché dobbiamo tenere conto delle unità di misura in cui è espressa G, dobbiamo trasformare il periodo T in secondi e il semiasse a in metri:

$T = 20 \cdot 365.25 \cdot 86400 = 6.3115 \cdot 10^{8}$ s
$a = 9 \cdot 1.496 \cdot 10^{11}$ m $= 1.3464 \cdot 10^{12}$ m

Troviamo dunque:

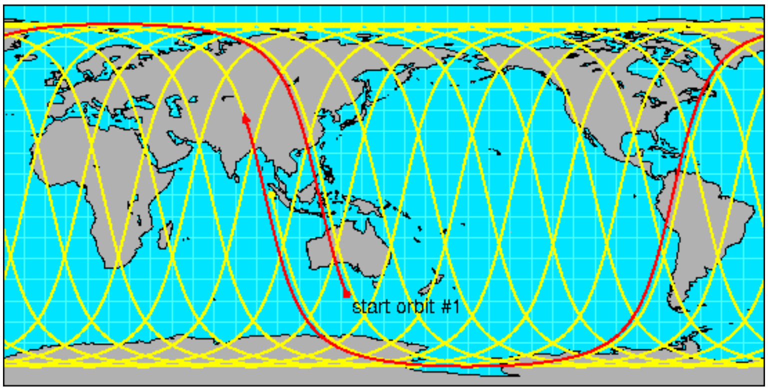
$$M = 3.62 \cdot 10^{30} \text{ kg.}$$

Possiamo adesso calcolare il raggio della stella

$$R = \sqrt{\frac{GM}{g_S}} = 6.75 \cdot 10^{8} \text{ m}$$

La stella è leggermente più piccola del Sole.

5. In orbita polare



Una sonda spaziale è in orbita polare intorno alla Terra con un periodo di 180 minuti. Si calcoli quanto tempo passa tra due passaggi consecutivi sopra lo stesso punto della superficie terrestre. Si calcoli inoltre la distanza della sonda dalla superficie terrestre. Si assuma la Terra sferica e si approssimi al minuto il periodo di rotazione terrestre.

Soluzione

Il piano dell'orbita della sonda rimane fisso nello spazio, mentre la Terra ruota su se stessa e orbita intorno al Sole. Visto dalla Terra, dunque, il piano dell'orbita della sonda esegue una rotazione con un periodo pari alla durata del giorno siderale, cioè $P_{piano\ orb} = 23^h\ 56^m\ 04^s$*, che approssimiamo a* $P_{piano\ orb} = 23^h\ 56^m$ *come richiesto dal problema.*

Poiché il periodo orbitale della sonda è $P_{orb} = 180^m$*, l'intervallo di tempo tra due passaggi consecutivi sopra lo stesso punto della superficie terrestre è dato dal minimo comune multiplo di questi due periodi. Esprimendo anche il primo in minuti, dobbiamo quindi trovare il minimo comune multiplo di* $P_{piano\ orb} = 1436$ *min e* $P_{orb} = 180$ *min. Il primo si scompone in* $2^2 \times 359$*, il secondo in* $2^2 \times 3^2 \times 5$*. Il minimo comune multiplo, ovvero l'intervallo tra due passaggi consecutivi sullo stesso punto della superficie terrestre, è pertanto*

$$\Delta T = 359 \times 2^2 \times 3^2 \times 5 = 359 \times 180 = 64620 \text{ minuti}$$

La sonda passa sulla verticale dello stesso punto della superficie terrestre ogni 44.875 giorni (circa 45 giorni), ovvero ogni 359 orbite della sonda.

Per rispondere alla seconda domanda, si deve invece applicare la III Legge di Keplero:

$$\frac{a^3}{{P_{ORB}}^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

da cui

$$a = \sqrt[3]{\frac{GM_{TERRA}}{4\pi^2}{P_{ORB}}^2} = \sqrt[3]{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.9742 \cdot 10^{24}}{4\pi^2}(180 \cdot 60)^2} = 10559\ km$$

che è però la distanza dal centro della Terra. L'altezza sulla superficie h si ottiene sottraendo ad "a" il raggio della Terra (R_{Terra} = 6378 km):

$h = a - R_{Terra} = 10559 - 6378 = 4181$ *km*