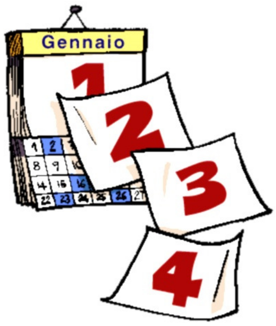
OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2013
FINALE NAZIONALE
Prova Teorica - Categoria Senior



1. Fra un mese

Se questa sera una stella sorge verso le ore 22, a che ora sorgerà, approssimativamente, tra un mese?

Soluzione. *Ogni giorno il levare degli astri anticipa di circa 1°, cioè di 4 minuti (per essere più precisi, 3 minuti e 56 secondi), perciò in un mese si ha una variazione media di 30 giorni, corrispondenti a circa 30° sulla volta celeste, che corrispondono a circa 2 ore (15° corrisponde a 1 ora), cioè 1 ora e 58 minuti. La stella sorgerà alle 20:02.*

2. Lo splendore del cielo

In un dato sito astronomico, la brillanza superficiale di 1 arcsec^2 di cielo è equivalente alla magnitudine di una stella avente m = 21.
Si determini la magnitudine corrispondente alla luminosità totale di una regione di cielo pari a 200 arcsec^2.

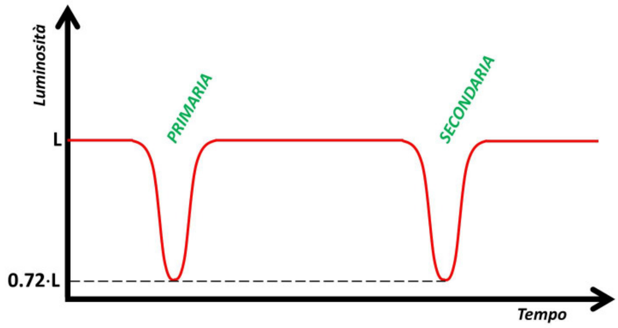
Soluzione. *Applicando semplicemente la formula di Pogson, si ha:*

$$m_{200} - 21 = -2.5 \log (200/1)$$

da cui segue: $m = 21 - 2.5 \cdot 2.3 = 21.0 - 5.75 = 15.25$

3. Una Binaria a eclisse

In un sistema binario a eclisse le due stelle componenti si eclissano periodicamente a vicenda. Si consideri un sistema binario costituito da due stelle aventi la stessa temperatura superficiale e raggi R_1 e R_2. La figura mostra una tipica curva di luce di questo sistema, ovvero una rappresentazione grafica di come la luminosità totale del sistema varia nel tempo. In base ai dati della figura, si calcoli il rapporto dei raggi delle due stelle componenti il sistema.



Soluzione. *Indicando con L_1 e L_2 le luminosità delle due stelle, e sapendo che esse hanno la stessa temperatura superficiale, possiamo affermare che tali luminosità sono semplicemente proporzionali al quadrato dei rispettivi raggi, secondo un fattore di proporzionalità che chiameremo genericamente L_0:*

$$L_1 = L_0 \cdot R_1^{\,2} \qquad\qquad L_2 = L_0 \cdot R_2^{\,2}$$

La luminosità della parte piatta della curva è semplicemente la somma di queste due luminosità:

$$L = L_1 + L_2 = L_0 \cdot (R_1^{\,2} + R_2^{\,2})$$

Quando si verifica l'eclisse, una delle due stelle passa davanti all'altra, facendone diminuire la luminosità. Si comprende dunque come si verifichino in realtà due tipi di eclisse: la cosiddetta eclisse primaria, quando la stella nr. 1 passa davanti alla stella nr. 2, e l'eclisse secondaria, quando accade il contrario.

Senza che il problema perda di generalità, possiamo assumere che $R_1 > R_2$. In tal caso la luminosità del sistema durante l'eclisse primaria è semplicemente pari a L_1 (la stella nr. 2 è completamente nascosta). La luminosità del sistema durante l'eclisse secondaria è invece dato dalla luminosità L_2 (poiché la stella nr. 2 è ora completamente visibile) alla quale si somma la parte di stella nr. 1 non nascosta dalla stella nr. 2, e cioè $L_{1,residua} = L_0 \cdot (R_1^{\,2} - R_2^{\,2})$. Sommando, si vede quindi che la luminosità del sistema durante l'eclisse secondaria è pari a $L_2+L_1-L_2$ cioè ancora pari a L_1. Questo risultato è conseguenza del fatto che le due stelle hanno la stessa temperatura, e non è una caratteristica generale di tutti i sistemi binari a eclisse. Esso spiega anche perché nella curva fornita dal problema l'eclisse primaria ha la stessa profondità dell'eclisse secondaria. Dunque possiamo scrivere che:

$$L_1 = L_0 \cdot R_1^{\,2} = 0.72 \cdot L$$

Abbiamo allora il sistema

$$L = L_0 \cdot (R_1^{\,2} + R_2^{\,2})$$

$$0.72 \cdot L = L_0 \cdot R_1^{\,2}$$

Possiamo quindi esprimere sia R_1 che R_2 in termini di (L/L_0): infatti

$R_1{}^2 = 0.72 \cdot (L/L_0)$

$R_2{}^2 = (L/L_0) - R_1{}^2 = (L/L_0) - 0.72 \cdot (L/L_0) = 0.28 \cdot (L/L_0)$

E quindi pervenire finalmente al rapporto dei raggi:

$$R_1 / R_2 = \sqrt{[0.72 \times (L/L_0)] / [0.28 \times (L/L_0)]} = \sqrt{(0.72/0.28)} = 1.6$$

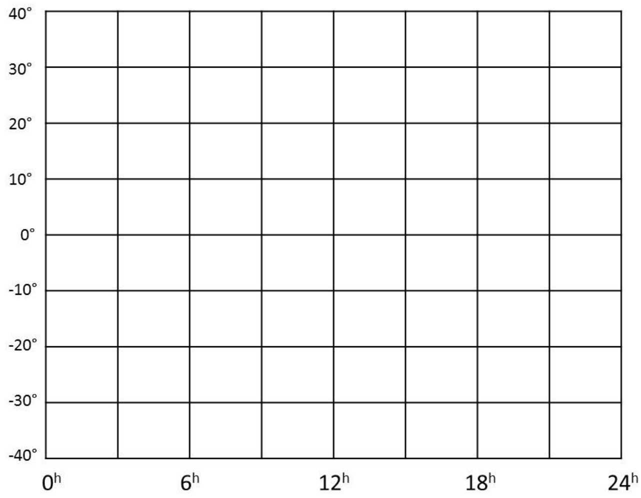
4. Occultazioni lunari

Il periodo di precessione dei nodi lunari è di circa 18.6 anni. Sapendo che l'orbita della Luna è inclinata di 5° 9' rispetto all'eclittica completare la tabella 1 indicando quali delle stelle elencate può essere occultata dalla Luna tra l'1 Gennaio 2000 e l'1 Gennaio 2019. Si trascurino gli effetti dovuti alla precessione e al diametro apparente della Luna. Si consiglia di risolvere il problema per via grafica utilizzando la mappa 1, che rappresenta una proiezione della volta celeste (dove però non sono riportate le stelle) nell'intervallo di declinazione +40°, -40°.

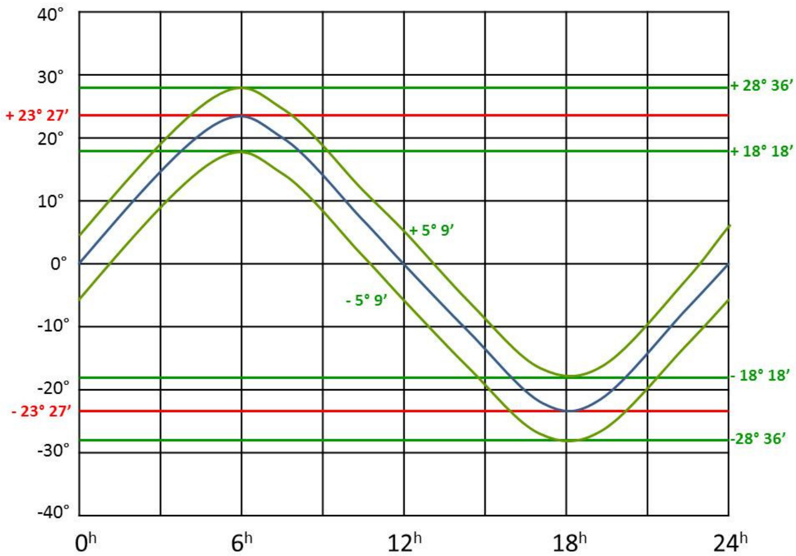
<u>Tabella 1</u>. Nella colonna "O" indicare con "Y" SOLO le stelle che possono essere occultate dalla Luna nell'intervallo di tempo specificato nel testo.

Nome	**α(2000)**	**δ (2000)**	**O**
HD 224827	$00^h\ 01^m$	+22° 43'	
HD 250179	$06^h\ 00^m$	+22° 57'	
Sirio	$06^h\ 45^m$	–16° 42'	
Regolo	$10^h\ 08^m$	+11° 58'	
BD +24 2414	$11^h\ 58^m$	+23° 11'	
HD 104089	$11^h\ 59^m$	+00° 01'	
HD 163919	$18^h\ 00^m$	–23° 00'	
Vega	$18^h\ 37^m$	+38° 47'	
BD-00 4598	$23^h\ 58^m$	+00° 02'	

<u>Mappa 1</u>. Proiezione della volta celeste nell'intervallo di declinazione +40°, -40°.

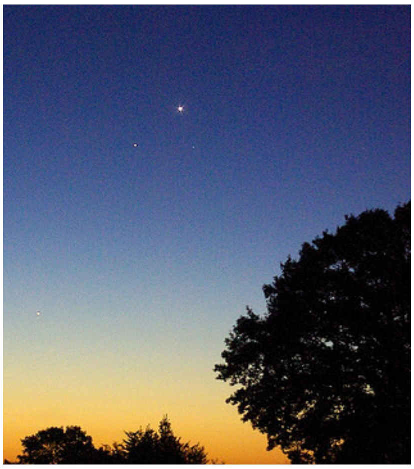


Soluzione. *Nell'intervallo di tempo specificato i nodi lunari avranno percorso l'intera eclittica (curva blu nel grafico) e quindi (trascurando le dimensioni apparenti della Luna) tutte le stelle la cui distanza dall'eclittica è minore di 5° 9′ (curve verde chiaro nel grafico) possono potenzialmente essere occultate dalla Luna.*



Inserendo nella mappa le stelle in base alle loro coordinate si verifica facilmente che:

Nome	**α(2000)**	**δ (2000)**	**O**
HD 224827	$00^h\ 01^m$	+22° 43′	
HD 250179	$06^h\ 00^m$	+22° 57′	Y
Sirio	$06^h\ 45^m$	−16° 42′	
Regolo	$10^h\ 08^m$	+11° 58′	Y
BD +24 2414	$11^h\ 58^m$	+23° 11′	
HD 104089	$11^h\ 59^m$	+00° 01′	Y
HD 163919	$18^h\ 00^m$	−23° 00′	Y
Vega	$18^h\ 37^m$	+38° 47′	
BD-00 4598	$23^h\ 58^m$	+00° 02′	Y



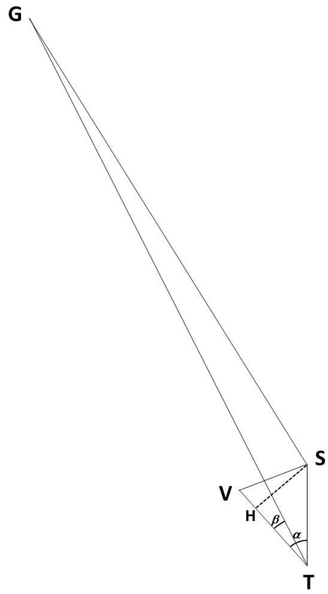
5. La congiunzione astrale

La sera del 15 aprile 2012 Venere e Giove, in quest'ordine, erano visibili verso Ovest subito dopo il tramonto e pressoché allineati con il Sole. La loro separazione angolare era di 24° e l'elongazione di Venere era pari a 44°. Calcolare le distanze di Venere e Giove dalla Terra la sera del 15 aprile 2012. Si assuma per semplicità che le orbite dei pianeti sono circolari e giacciono tutte sul piano dell'eclittica.

Soluzione. *Ricordiamo prima di tutto le distanze di Venere e Giove dal Sole, che sono rispettivamente d_V=0.72 UA e d_G=5.2 UA. Con riferimento alla figura a lato, possiamo considerare il triangolo TVS (Terra – Venere – Sole) del quale conosciamo due lati (d_T=1 UA e d_V) e un angolo (l'elongazione di Venere, α=44°). Tracciamo da S l'altezza relativa alla base TV, che interseca questa nel punto H. Essa divide la base in due segmenti TH e HV di lunghezze x e y rispettivamente, ed ha essa stessa una lunghezza h. Sfruttando le proprietà trigonometriche del triangolo rettangolo THS, abbiamo*

$$x = d_T \cos\alpha$$
$$h = d_T \sin\alpha$$

Concentrandoci ora sul triangolo rettangolo HVS, per il Teorema di Pitagora abbiamo



$$y = \sqrt{d_V^2 - h^2} = \sqrt{d_V^2 - d_T^2 \sin^2\alpha}$$

Ne concludiamo che la distanza Terra – Venere d_{TV} è pari a

$$d_{TV} = x + y = d_T \cos\alpha + \sqrt{d_V^2 - d_T^2 \sin^2\alpha} =$$
$$= \cos(44°) + \sqrt{0.72^2 - \sin^2(44°)} = 0.91 \text{ UA}$$

La stessa costruzione si può fare considerando il triangolo TGS (Terra – Giove – Sole). Si nota facilmente che si otterranno le stesse espressioni, semplicemente sostituendo d_G a d_V e l'elongazione di Giove a quella di Venere. Quest'ultima è data dalla differenza tra l'elongazione di Venere e la separazione Venere – Giove (β=24°): sostituiamo in definitiva $\alpha - \beta$ ad α.
Otteniamo in conclusione

$$d_{TG} = d_T \cos(\alpha - \beta) + \sqrt{d_G^2 - d_T^2 \sin^2(\alpha - \beta)} =$$
$$= \cos(44° - 24°) + \sqrt{5.2^2 - \sin^2(44° - 24°)} = 6.13 \text{ UA}$$

In conclusione, nella configurazione attuale la distanza dalla Terra è di 0.91 UA per il pianeta Venere e di 6.13 UA per il pianeta Giove.

Olimpiadi Italiane di Astronomia 2013

FINALE NAZIONALE

Alcuni dati di interesse

Tabella 1 – **Sole**

Raggio medio	695475 km
Massa	$1.99 \cdot 10^{30}$ kg
Temperatura superficiale	5778 K
Magnitudine apparente dalla Terra	- 26.8
Magnitudine assoluta	+ 4.83

Età stimata	$4.57 \cdot 10^{9}$ anni
Classe spettrale	G2 V
Posizione nel diagramma HR	Sequenza principale
Distanza media dal centro galattico	27000 anni-luce
Periodo di rivoluzione intorno al centro galattico	$2.5 \cdot 10^{8}$ anni

Tabella 2 – **Sistema Solare**

	Mercurio	***Venere***	***Terra***	***Luna***	***Marte***	***Giove***	***Saturno***	***Urano***	***Nettuno***
Raggio medio (km)	2440	6052	6378	1738	3397	71492	60268	25559	24766
Massa (kg)	$3.30 \cdot 10^{23}$	$4.87 \cdot 10^{24}$	$5.97 \cdot 10^{24}$	$7.35 \cdot 10^{22}$	$6.42 \cdot 10^{23}$	$1.90 \cdot 10^{27}$	$5.68 \cdot 10^{26}$	$8.68 \cdot 10^{25}$	$1.02 \cdot 10^{26}$
Semiasse maggiore dell'orbita (km)	$57.9 \cdot 10^{6}$	$108.2 \cdot 10^{6}$	$149.6 \cdot 10^{6}$	$384.4 \cdot 10^{3}$	$227.9 \cdot 10^{6}$	$778.3 \cdot 10^{6}$	$1.43 \cdot 10^{9}$	$2.87 \cdot 10^{9}$	$4.50 \cdot 10^{9}$
Periodo orbitale	87.97 ^{g}	224.70 ^{g}	1 ^{a}	27.32 ^{g}	1.88 ^{a}	11.86 ^{a}	29.45 ^{a}	84.07 ^{a}	164.88 ^{a}
Eccentricità dell'orbita	0.206	0.007	0.017	0.055	0.093	0.048	0.056	0.046	0.001
Tipo	roccioso	roccioso	roccioso	roccioso	roccioso	gassoso	gassoso	gassoso	gassoso

Tabella 3 – **Area della superficie per figure geometriche notevoli**

	Triangolo	***Rettangolo***	***Quadrato***	***Cerchio***	***Ellisse***	***Sfera***
Area	b h / 2	$\ell_1 \ell_2$	ℓ^{2}	πR^2	π a b	$4 \pi R^2$

Tabella 4 – **Costanti fisiche**

Nome	*Simbolo*	*Valore*	*Unità di misura*
Costante di Stefan-Boltzmann	σ	$5.67 \cdot 10^{-8}$	W m^{-2} K^{-4}
Velocità della luce nel vuoto	c	299792	km s^{-1}
Costante di Gravitazione Universale	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$	m^3 kg^{-1} s^{-2}
Accelerazione di gravità al livello del mare	g	9.81	m s^{-2}