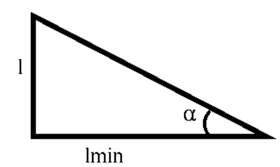
Olimpiadi Italiane di Astronomia 2013

Gara Interregionale - 18 Febbraio 2013

Categoria <u>Senior</u>

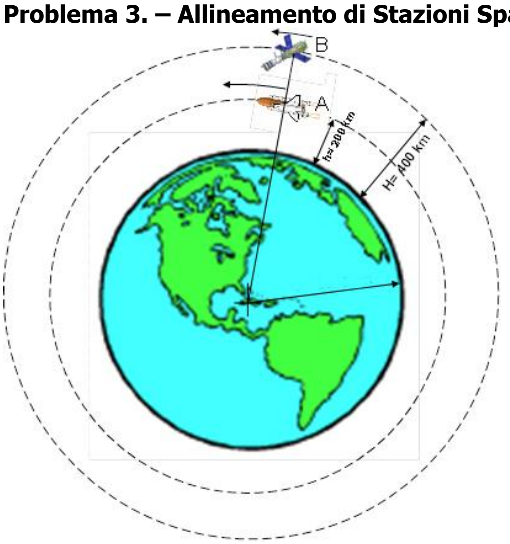
Problema 1. – La compagna di Sirio
Con una magnitudine apparente m_v = -1.43 Sirio è la stella più luminosa del cielo. In realtà Sirio ha una debole compagna, detta Sirio B, la cui magnitudine apparente è m_v = 8.68. Quante volte Sirio è più luminosa della sua compagna?
Soluzione.
Dalla relazione $m_1 - m_2 = -10.11 = -2.5 \log (F_1 / F_2)$ si ricava che il rapporto dei flussi, ovvero delle luminosità, delle due stelle è pari a circa 11066.

Problema 2. – L'ombra e la latitudine
Il un certo luogo il 21 Marzo si osserva che un palo alto l =1 m proietta un'ombra la cui minima lunghezza è lmin = 1.732 m. Determinare la latitudine del luogo (ϕ).



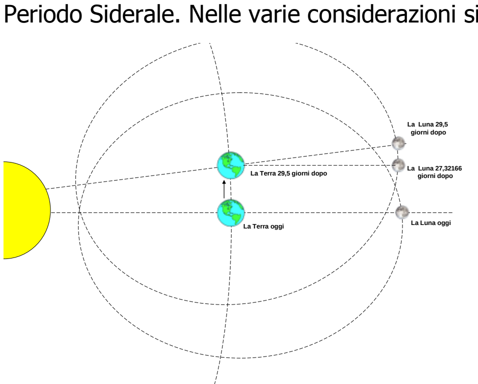
Soluzione. La situazione descritta nel testo è mostrata nella figura a sinistra, da cui ricaviamo, per le proprietà dei triangoli rettangoli: α = arctg (l/l_{min}) = arctg (0.577) = 30 gradi.
Dato che osserviamo il giorno dell'equinozio di primavera (considerazioni analoghe si potrebbero fare all'equinozio d'autunno), il Sole si trova a 0° di declinazione, cioè sull'equatore celeste. Il suo movimento diurno si svolge quindi lungo l'equatore celeste. La lunghezza minima dell'ombra si avrà quando il Sole avrà la massima altezza sull'orizzonte, ovvero quando passerà al meridiano in direzione Sud. Poiché l'altezza dell'equatore celeste al meridiano è data da h = 90 - ϕ ed essendo h = α = 30 gradi, ricaviamo ϕ = 60 gradi.

Problema 3. – Allineamento di Stazioni Spaziali



Due stazioni spaziali sono in orbita circolare polare attorno alla Terra. La stazione A si trova a un'altezza h = 200 km, mentre la stazione B si trova a un'altezza H = 400 km. Determinare l'intervallo di tempo tra due passaggi consecutivi della stazione A sotto la stazione B, ovvero l'intervallo di tempo tra due allineamenti consecutivi "Centro della Terra - Stazione A - Stazione B" (vedi Figura).
Soluzione.
Applichiamo la terza legge di Keplero generalizzata considerando che la massa delle due stazioni spaziali è trascurabile rispetto a quella della Terra. Il periodo di rivoluzione intorno alla Terra vale: $P = 2\pi\ [a^3 / (GM_T)]^{1/2}$. Sostituendo otterremo P_A = 5312 s, P_B = 5556 s. Il calcolo del tempo tra due allineamenti consecutivi delle due stazioni è del tutto analogo al calcolo del periodo sinodico per un pianeta esterno. Detto P il tempo in questione varrà la relazione: $1/P = 1/P_A - 1/P_B$. Sostituendo i valori ricavati per i periodi di rivoluzione otterremo P = 120957 s = 33h 35m 57s.
Una dimostrazione della formula usata per il calcolo del Periodo Sinodico è disponibile alla pagina: http://it.wikipedia.org/wiki/Periodo_di_rivoluzione

Problema 4. – I periodi della Luna
Il tempo impiegato dalla Luna per compiere un giro completo intorno alla Terra è detto Periodo (o Mese) Siderale e vale $P_{siderale}$ = 27g 7h 43m. Il tempo che intercorre tra due Lune piene successive è detto Periodo (o Mese) Sinodico e vale $P_{sinodico}$ = 29g 12h 44m. Spiegare, avvalendosi di un disegno, perché il Periodo Sinodico è più lungo di quasi due giorni rispetto al Periodo Siderale. Nelle varie considerazioni si supponga l'orbita lunare perfettamente circolare.



Soluzione. Il periodo che intercorre tra due pleniluni (o tra due qualsiasi fasi uguali) è più lungo rispetto al periodo di una rivoluzione completa della Luna intorno alla Terra a causa della rivoluzione della Terra intorno al Sole. Infatti in 27g 7h 43m (= 27.32 g) la Terra si sposta lungo la sua orbita di un angolo pari a 360 · 27.32 / 365.24 = 26.93 gradi. Di conseguenza, come mostrato nella figura a sinistra (ovviamente non in scala), la Luna deve percorrere un angolo di poco meno di 387 gradi lungo la sua orbita per potersi riallineare con la Terra e il Sole, da qui la maggior durata del Periodo Sinodico rispetto a quello Siderale.

Problema 5. – Osservando il cielo da Marte

Calcolate le dimensioni apparenti massima e minima del Sole visto da Marte. Supponete che Marte abbia un satellite con le medesime caratteristiche orbitali della Luna. Quanto dovrebbe valere il diametro minimo di questo satellite affinché si possano osservare eclissi totali di Sole su Marte?

Soluzione.

Le dimensioni apparenti minime e massime del Sole si avranno quanto Marte si troverà all'afelio e al perielio. Poiché d_{afelio} = a (1+e) e $d_{perielio}$ = a (1- e) ricaviamo: Distanza Sole-Marte$_{afelio}$ = $249.1 \cdot 10^6$ km; Distanza Sole-Marte$_{perielio}$ = $206.7 \cdot 10^6$ km.
Poiché vale la relazione (è una situazione simile a quella del problema 2) R_{Sole} = Distanza Sole-Marte · (tan $r_{Sole\text{-}apparente}$) e ricordando che l'argomento della tangente è in gradi, segue nei due casi: r_{min} = 0.160 gradi = 9'.60; r_{max} = 0.193 gradi = 11'.57; quindi i diametri apparenti saranno α_{min} = 19'.20; α_{max} = 23'.14
Con le stesse relazioni usate per il caso Sole-Marte possiamo calcolare: Distanza Marte-Satellite$_{massima}$ = 405542 km; Distanza Marte-Satellite$_{minima}$ = 363258 km. La condizione più favorevole per il verificarsi di un'eclisse totale si avrà quando Marte si troverà all'afelio e l'immaginario satellite alla distanza minima da Marte. In questo caso avremo: α_{Sole} = 19'.20 e Distanza Marte-Satellite = 363260 km.
Poiché vale la relazione $D_{satellite}$ = Distanza Marte-Satellite$_{minima}$ · (tan α_{min}) per coprire interamente il disco solare il satellite dovrà avere un diametro minimo: D = 2029 km.
Punto supplementare se si considera che osservando dall'equatore con il Sole allo zenith la distanza del Satellite dalla superficie è: Marte-Satellite$_{minima\text{-}equatore}$ = 359861 km e quindi il diametro minimo del Satellite scende a D = 2010 km.

Olimpiadi Italiane di Astronomia 2013

Gara Interregionale

Alcuni dati di interesse

Tabella 1 – Sole

Raggio medio	695475 km		*Età stimata*	$4.57 \cdot 10^9$ anni
Massa	$1.99 \cdot 10^{30}$ kg		*Classe spettrale*	G2 V
Temperatura superficiale	5778 K		*Posizione nel diagramma HR*	Sequenza principale
Magnitudine apparente dalla Terra	- 26.8		*Distanza media dal centro galattico*	27000 anni-luce
Magnitudine assoluta	+ 4.83		*Periodo di rivoluzione intorno al centro galattico*	$2.5 \cdot 10^8$ anni

Tabella 2 – Sistema Solare

	Mercurio	*Venere*	*Terra*	*Luna*	*Marte*	*Giove*	*Saturno*	*Urano*	*Nettuno*
Raggio medio (km)	2440	6052	6378	1738	3397	71492	60268	25559	24766
Massa (kg)	$3.30 \cdot 10^{23}$	$4.87 \cdot 10^{24}$	$5.97 \cdot 10^{24}$	$7.35 \cdot 10^{22}$	$6.42 \cdot 10^{23}$	$1.90 \cdot 10^{27}$	$5.68 \cdot 10^{26}$	$8.68 \cdot 10^{25}$	$1.02 \cdot 10^{26}$
Semiasse maggiore dell'orbita (km)	$57.9 \cdot 10^6$	$108.2 \cdot 10^6$	$149.6 \cdot 10^6$	$384.4 \cdot 10^3$	$227.9 \cdot 10^6$	$778.3 \cdot 10^6$	$1.43 \cdot 10^9$	$2.87 \cdot 10^9$	$4.50 \cdot 10^9$
Periodo orbitale	87.97^{g}	224.70^{g}	1^{a}	27.32^{g}	1.88^{a}	11.86^{a}	29.45^{a}	84.07^{a}	164.88^{a}
Eccentricità dell'orbita	0.206	0.007	0.017	0.055	0.093	0.048	0.056	0.046	0.001
Tipo	roccioso	roccioso	roccioso	roccioso	roccioso	gassoso	gassoso	gassoso	gassoso

Tabella 3 – Area della superficie per figure geometriche notevoli

	Triangolo	*Rettangolo*	*Quadrato*	*Cerchio*	*Ellisse*	*Sfera*
Area	b h / 2	$\ell_1 \ell_2$	ℓ^2	πR^2	π a b	$4 \pi R^2$

Tabella 4 – Costanti fisiche

Nome	*Simbolo*	*Valore*	*Unità di misura*
Costante di Stefan-Boltzmann	σ	$5.67 \cdot 10^{-8}$	$W\ m^{-2}\ K^{-4}$
Velocità della luce nel vuoto	c	299792	$km\ s^{-1}$
Costante di Gravitazione Universale	G	$6.67 \cdot 10^{-11}$	$m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}$
Accelerazione di gravità al livello del mare	g	9.81	$m\ s^{-2}$