

OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2012

FINALE NAZIONALE

Prova Teorica - Categoria Junior



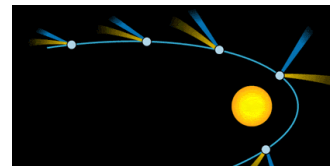
1. Al meridiano di Reggio Calabria

Se una stella passa al meridiano a Reggio Calabria oggi alle ore 24 di Tempo Universale, a che ora di Tempo Universale passerà dopo 60 giorni ?

Soluzione. Poiché le stelle anticipano il passaggio in meridiano di $3^m 55^s.91$ ogni giorno solare (quindi ogni 24 ore solari), dopo 60 giorni l'anticipo sul passaggio in meridiano della stella sarà di: $60 \cdot 3^m 55^s.91 = 3^h 55^m 54^s.6$. Quindi la stella passerà al meridiano alle ore $20^h 04^m 05^s.4$ di Tempo Universale.

2. Il Periodo della Cometa

Il raggio vettore di una cometa periodica descrive, in 8 mesi, $1/15$ dell'area totale racchiusa nell'orbita ellittica. Determinare il periodo di rivoluzione della cometa.



Soluzione. Possiamo utilizzare la II Legge di Keplero riferendoci all'area A_1 descritta in $t_1=8$ mesi, rapportata a quella totale A descritta nell'intero periodo di rivoluzione T . Si ha:

$$A_1 / t_1 = A / T$$

da cui ricaviamo

$$T = (A / A_1) \cdot t_1$$

Sostituiamo quindi $t_1 = 8$ mesi, $A_1 = A/15$ (ovvero $A = 15 \cdot A_1$) ed otteniamo infine il periodo totale:

$$T = 15 \cdot 8 \text{ mesi} = 120 \text{ mesi} = 10 \text{ anni}$$

3. Nel cielo di Macerata

La notte del 21 dicembre 2011 il cielo a Macerata (Latitudine = +43°) rimase completamente coperto per tutta la notte. Solo poco dopo la mezzanotte, attraverso uno squarcio tra le nuvole, fu possibile osservare, in direzione Sud, una stella molto luminosa. Quale tra le seguenti stelle Sirio ($\alpha_{2000} = 6^h 45^m$, $\delta_{2000} = -16^\circ 42'$), Vega ($\alpha_{2000} = 18^h 37^m$, $\delta_{2000} = 38^\circ 47'$), Arturo ($\alpha_{2000} = 14^h 15^m$, $\delta_{2000} = 19^\circ 11'$), Canopo ($\alpha_{2000} = 6^h 23^m$, $\delta_{2000} = -52^\circ 41'$) e Antares ($\alpha_{2000} = 16^h 29^m$, $\delta_{2000} = -26^\circ 25'$) poteva essere quella osservata?



Soluzione. L'ascensione retta del Sole il 21 dicembre è di 18^h , quindi alla mezzanotte del 21 dicembre passano al meridiano le stelle con ascensione retta di 6^h . Tuttavia da Macerata non è possibile osservare Canopo, per cui la stella intravista tra le nuvole era sicuramente Sirio.



4. Una Cometa marziana

Una cometa percorre un'orbita che la porta molto vicina al Sole al perielio e poco oltre l'orbita di Marte all'afelio. Il semiasse maggiore dell'orbita è 1 UA. Disegnate le orbite di Terra, Marte e della cometa, con le giuste dimensioni e posizioni attorno al Sole. Quanto tempo impiega la cometa per percorrere la sua orbita attorno al Sole?

Soluzione. Per calcolare il periodo della cometa applichiamo la terza legge di Keplero:

$$P^2 = k a^3$$

P è il periodo di rivoluzione del pianeta o, nel nostro caso, della cometa; k è una costante e a è il semiasse maggiore dell'orbita. k dipende dal corpo celeste attorno a cui avviene il moto di rivoluzione, nel caso del Sistema Solare, se esprimiamo il semiasse maggiore in unità astronomiche e il periodo in anni,

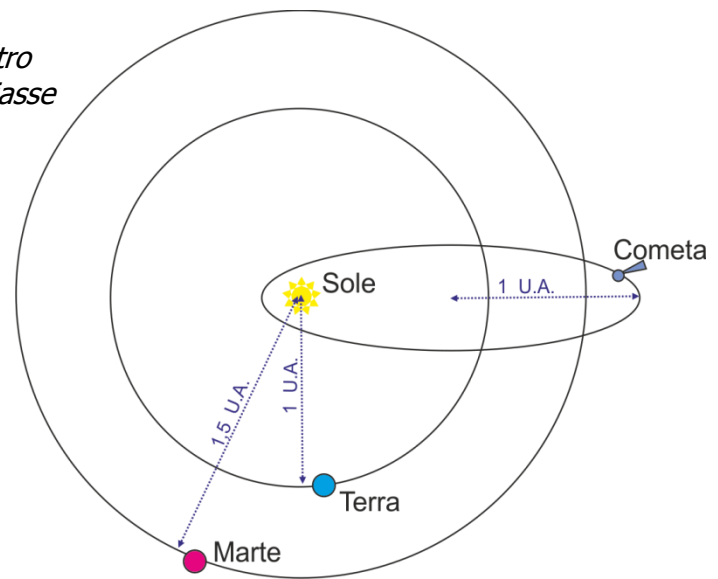
$$k = 1.$$

La terza legge di Keplero diventa così

$$P^2 = a^3$$

da cui

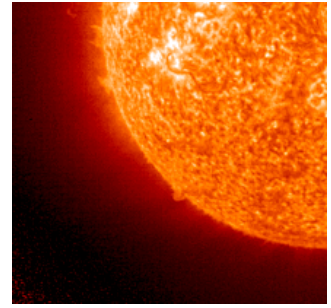
$$P = 1 \text{ anno.}$$



In alternativa possiamo considerare che avendo la cometa lo stesso semiasse maggiore della Terra avrà ovviamente anche lo stesso periodo di rivoluzione.

5. Quanti atomi nel Sole ?

Il Sole è composto attualmente per il 70% della sua massa da idrogeno, per il 28% della sua massa da elio e per il restante 2% della sua massa da elementi più pesanti. Un atomo di idrogeno è composto da un protone (massa protone = $m_p = 1.673 \cdot 10^{-27}$ kg) e da un elettrone (massa elettrone = $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg), mentre un atomo di elio è composto da due protoni, due neutroni (massa neutrone = $m_n = 1.675 \cdot 10^{-27}$ kg) e due elettroni. Trascurando gli elementi più pesanti e considerando quindi il Sole composto per il 70% della sua massa da idrogeno e per il 30% della sua massa da elio, si calcoli il numero di atomi di cui esso è complessivamente costituito attualmente. Come cambierebbe il risultato se le percentuali, anziché alla massa, si riferissero al numero di atomi ?



Soluzione. Chiamiamo m_H ed m_{He} le masse dell'atomo di idrogeno e dell'atomo di elio, rispettivamente. In base ai dati del problema, queste masse sono calcolabili e sono pari a:

$$m_H = m_p + m_e = (1.673 \cdot 10^{-27} + 9.11 \cdot 10^{-31}) \text{ kg} = 1.673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$m_{He} = 2m_p + 2m_n + 2m_e = (2 \cdot 1.673 \cdot 10^{-27} + 2 \cdot 1.675 \cdot 10^{-27} + 2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31}) \text{ kg} = 6.698 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Detti ora N_H ed N_{He} i numeri degli atomi di idrogeno ed elio complessivamente, la massa totale dell'idrogeno M_H e quella dell'elio M_{He} saranno date dalle formule

$$M_H = N_H \cdot m_H$$

$$M_{He} = N_{He} \cdot m_{He}$$

Ma sappiamo che M_H costituisce il 70% della massa del Sole ($M_{Sole} = 1.989 \cdot 10^{30}$ kg) e che M_{He} ne costituisce il 30%, ovvero:

$$M_H = 0.7 \cdot M_{Sole}$$

$$M_{He} = 0.3 \cdot M_{Sole}$$

da cui

$$N_H = \frac{0.7 \cdot M_{Sole}}{m_H} = 8.3 \cdot 10^{56}$$

$$N_{He} = \frac{0.3 \cdot M_{Sole}}{m_{He}} = 8.9 \cdot 10^{55}$$

Se ne ricava infine il numero totale di atomi N :

$$N = N_H + N_{He} = 9.2 \cdot 10^{56} \sim 10^{57} \text{ atomi}$$

Se le percentuali si riferissero al numero di atomi, potremmo scrivere:

$$N_H = 0.7 \cdot N$$

$$N_{He} = 0.3 \cdot N$$

A questo punto, la massa totale del Sole potrebbe essere scritta come

$$N_H \cdot m_H + N_{He} \cdot m_{He} = M_{Sole}$$

e, sostituendo, otterremmo:

$$(0.7 \cdot N) \cdot m_H + (0.3 \cdot N) \cdot m_{He} = (0.7 \cdot m_H + 0.3 \cdot m_{He}) \cdot N = M_{Sole}$$

da cui in definitiva

$$N = \frac{M_{Sole}}{0.7 \cdot m_H + 0.3 \cdot m_{He}} = \frac{1.989 \cdot 10^{30}}{(0.7 \cdot 1.673 + 0.3 \cdot 6.698) \cdot 10^{-27}} = 6.25 \cdot 10^{56} \cong 6 \cdot 10^{56} \text{ atomi.}$$

Nel secondo caso, il numero totale di atomi è circa 1.7 volte minore che nel primo.