Olimpiadi Italiane di Astronomia 2010

Finale Nazionale

Torino - 18 Aprile 2010

Prova Teorica - Categoria SENIOR

Problema 1-S. Consideriamo due stelle, la prima (S_1) ha magnitudine apparente m_1 = 10,54 e si trova ad una distanza L_1 dalla Terra, la seconda (S_2) ha luminosità intrinseca identica a S_1, ma si trova a una distanza tripla dalla Terra rispetto a S_1. Che magnitudine apparente ha la stella S_2 ? Se abbiamo a disposizione un telescopio con uno specchio di diametro D_1 con cui si riesce a vedere a malapena S_1, quanto deve essere il diametro di un telescopio D_2 che permetta di vedere la stella S_2?

Soluzione: *Poiché la seconda stella si trova a distanza tripla ma emette lo stesso flusso della prima il flusso che riceviamo sulla Terra è semplicemente 1/9 rispetto a quello della prima stella, quindi*

$$m_1 - m_2 = -2{,}5 \log(F_1 / F_2) = -2{,}5 \log 9 = -2{,}39$$

da cui si ricava $m_2 = 12{,}93$.

Infine, poiché per osservare S_2 dobbiamo essere in grado di rivelare un flusso che è 9 volte minore e che l'area di uno specchio aumenta con il quadrato del raggio il raggio, D_2 deve essere 3 volte maggiore di D_1.

Problema 2-S. L'indice di colore è una grandezza usata in Astrofisica per esprimere in modo quantitativo il colore di un oggetto. Esso è definito come la differenza fra le magnitudini dell'oggetto in diverse porzioni dello spettro elettromagnetico. Ad esempio, l'indice di colore V-R è definito come la differenza tra la magnitudine m_V misurata nella banda spettrale V al centro dello spettro visibile (luce giallo-verde) e la magnitudine m_R misurata nella banda spettrale R, posta invece nella parte rossa dello spettro. Si considerino due stelle identiche. La prima stella, posizionata in una zona dello spazio sgombera da gas e polveri, risulta avere magnitudini m_V = 8,72 ed m_R = 9,16. La seconda stella si trova invece dietro una nube di gas e polveri, che assorbe il 32% della luce nella banda V ed il 9% della luce nella banda R. Si calcolino gli indici di colore V-R delle due stelle; si dica se la seconda stella appare più blu o più rossa della prima.

Soluzione: *Dalla definizione di indice di colore discende immediatamente che l'indice di colore della prima stella è dato da:*

$$(V\text{-}R)^{(1)} = m_V^{(1)} - m_R^{(1)} = 8{,}72 - 9{,}16 = -0{,}44.$$

Per la seconda stella dobbiamo utilizzare la formula di Pogson per calcolare le nuove magnitudini m_V ed m_R conseguenti alla diminuzione del flusso causata dall'assorbimento da parte della nube di gas e *polveri. Nella banda V l'assorbimento è del 32%, quindi il flusso rimanente è pari al 68% del flusso iniziale:*

$$m_V^{(2)} = -2{,}5 \log [0{,}68 \cdot F / F_0] = -2{,}5 \log (F / F_0) - 2{,}5 \log (0{,}68) = m_V^{(1)} + 0{,}42 = 9{,}14.$$

Nella banda R, invece, il flusso rimanente è pari al 91% del flusso iniziale:

$$m_R^{(2)} = -2{,}5 \log [0{,}91 \cdot F / F_0] = -2{,}5 \log (F / F_0) - 2{,}5 \log (0{,}91) = m_R^{(1)} + 0{,}10 = 9{,}26 .$$

Pertanto per la seconda stella l'indice di colore è

$$(V\text{-}R)^{(2)} = m_V^{(2)} - m_R^{(2)} = 9{,}14 - 9{,}26 = -0{,}12 .$$

L'indice di colore negativo indica che le due stelle sono prevalentemente blu. Il fatto, tuttavia, che la seconda stella abbia un indice di colore "meno negativo" della prima, indica che la seconda appare più rossa della prima.

Problema 3-S. Il flusso di energia dovuto ai neutrini provenienti dal Sole alla distanza della Terra è pari a 0.4 W/m^2. Si calcoli la perdita percentuale di massa del Sole dovuta all'energia emessa sotto forma di neutrini nel tempo di $2 \cdot 10^9$ anni.

Soluzione: L'energia totale emessa in un secondo dal Sole alla distanza della Terra vale:

$$\left(0{,}4 \frac{W}{m^2}\right) 4\pi R^2 = 1{,}13 \cdot 10^{23} \quad W$$

In $2 \cdot 10^9$ anni il Sole emetterà quindi un' energia totale sotto forma di neutrini pari a:

$$E = 1{,}13 \cdot 10^{23} \frac{J}{s} \cdot 2 \cdot 10^9 \, anni \cdot 3{,}156 \cdot 10^7 \frac{s}{anno} = 7{,}12 \cdot 10^{39} \quad J$$

Dalla relazione $E=mc^2$ possiamo infine calcolare la massa trasformata:

$$m = \frac{E}{c^2} = 7{,}92 \cdot 10^{22} \quad Kg$$

A dispetto del valore elevato, si tratta di una perdita di massa trascurabile per la nostra stella: infatti, essendo la massa del Sole pari a $1.99 \cdot 10^{30}$ Kg, la perdita di massa corrisponde allo 0,00000398 % della massa totale.

Problema 4-S. L'astronave "Cosmochef" è partita per una crociera nello spazio. Il cuoco di bordo, Cluster, vuole cucinare una ricetta speciale per i turisti. Tra gli ingredienti indispensabili per questa ricetta c'è 1 kg di protoni. Cluster sa che la massa del protone è circa 10^{-27} kg e che la densità di protoni nello spazio è: n=0.001 protoni per cm^3 in un ammasso di galassie $n=10^6$ protoni per cm^3 in una nebulosa interstellare. Il cuoco indossa la tuta spaziale ed esce per fare incetta del suo ingrediente, con un sacco che ha un'apertura di 1 m^2. Se l'astronave si trova in un ammasso di galassie, quante volte lo dovrà attraversare interamente prima che Cluster abbia raccolto 1 kg di protoni? E se invece si trova in una nebulosa interstellare, quanta strada deve fare? [*La dimensione tipica di un ammasso di galassie è 10^{19} km e quella di una nebulosa è 10^{14} km.*]

Soluzione: *Detta $m_{PROTONE}$ la massa del protone in Kg, il numero di protoni necessari per riempire il sacco con 1 kg è pari a*

$$N_{PROTONI} = 1 / m_{PROTONE} = 10^{27}.$$

Questi protoni occupano evidentemente un volume pari a

$$V = N_{PROTONI} / n$$

dove n è la densità di protoni, che vale 10^{-3} protoni / cm^3 = 10^3 protoni / m^3 per un ammasso di galassie, e 10^6 protoni / cm^3 = 10^{12} protoni / m^3 per una nebulosa interstellare. Pertanto il volume occupato da 1 Kg di protoni nei due casi è

$$V = 10^{27} / 10^3 = 10^{24}\ m^3 \qquad \text{per un ammasso di galassie}$$

$$V = 10^{27} / 10^{12} = 10^{15}\ m^3 \qquad \text{per una nebulosa interstellare.}$$

Poiché il sacco ha un'apertura A=1 m^2, la distanza da percorrere, data da L = V / A, è pari a

$$L = 10^{24}\ m = 10^{21}\ km \quad \text{per un ammasso}$$

cioè 10^2 volte la dimensione dell'ammasso (cento volte le sue dimensioni), e

$$L = 10^{15}\ m = 10^{12}\ km \text{ per una nebulosa}$$

cioè 10^{-2} volte la dimensione di una nebulosa (un centesimo delle sue dimensioni).

Problema 5-S. Le Supernovae di Tipo Ia sono fra gli oggetti più luminosi esistenti in natura. Nel corso della loro rapida evoluzione possono raggiungere, al massimo della luminosità, una magnitudine assoluta M = -21. Si consideri una supernova di Tipo Ia esplosa nella galassia M90 dell'Ammasso della Vergine. Nonostante sia una galassia a spirale, l'aspetto in cielo di M90 può essere ben approssimato con un'ellisse le cui dimensioni angolari sono 9,5 arcmin (asse maggiore) e 4,5 arcmin (asse minore). Sapendo che M90 si trova a 60 milioni di anni-luce dalla Terra, e che la sua magnitudine apparente superficiale è m_{sup} = 22 mag/$arcsec^2$: a) si dica se la supernova, al massimo di luminosità, è più brillante dell'intera galassia che la ospita; b) si calcoli la magnitudine apparente complessiva del sistema galassia + supernova.

Soluzione. *Calcoliamo prima di tutto la magnitudine apparente della supernova al massimo di luminosità. Essa si trova ad una distanza di 60 milioni di anni-luce, che corrispondono a*

$$d = 1{,}84 \times 10^7\ pc$$

ed il suo modulo di distanza è quindi:

$$m - M = 5 \log d - 5 = 5 \log (1{,}84 \times 10^7) - 5 = 31{,}32 \,.$$

La magnitudine apparente della supernova al massimo di luminosità è in definitiva:

$$m_{SN} = 31{,}32 + M = 31{,}32 - 21 = 10{,}32 \,.$$

Calcoliamo adesso la magnitudine apparente complessiva (o, come si dice, "integrata") della galassia. Questa grandezza non si ricava semplicemente moltiplicando la magnitudine superficiale per l'area: si deve invece moltiplicare la luminosità e poi applicare la formula di Pogson. L'area della galassia, in arcosecondi quadrati, è pari a

$$A = (\pi/4) \times (9{,}5 \cdot 60) \times (4{,}5 \cdot 60) = 120872{,}78 \text{ arcsec}^2.$$

Dalla formula di Pogson si ha allora

$$m_{GAL} = -2{,}5 \log [(L_{sup} \times A) / L_0] = -2{,}5 \log (L_{sup} / L_0) - 2{,}5 \log A =$$

$$= m_{sup} - 2{,}5 \log A = 22 - 2{,}5 \log (120872{,}78) = 22 - 12{,}71 = 9{,}29.$$

Come si vede, $m_{GAL} < m_{SN}$ per cui la supernova <u>non</u> diventa, neppure al massimo di luminosità, più brillante dell'intera galassia.
La magnitudine complessiva del sistema, infine, si ottiene dapprima sommando le luminosità (ottenute invertendo la formula di Pogson) e quindi ricalcolando la magnitudine complessiva con la formula di Pogson:

$$L_{SN} = L_0 \times 10^{-0{,}4 \times mSN}; \; L_{GAL} = L_0 \times 10^{-0{,}4 \times mGAL}$$

da cui:

$$m_{TOT} = -2{,}5 \log [(L_{SN} + L_{GAL}) / L_0] = -2{,}5 \log (10^{-0{,}4 \times mSN} + 10^{-0{,}4 \times mGAL}) = 8{,}93 \,.$$