OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2010

GARA INTERREGIONALE

Problemi con soluzioni svolte

Categoria Senior

Problema 1. La stella Algol ha ascensione retta $\alpha_1 = 3^h\ 8^m$; la stella Castore ha ascensione retta $\alpha_2 = 7^h\ 35^m$; la stella Deneb ha ascensione retta $\alpha_3 = 20^h\ 41^m$.
Si convertano i valori di queste coordinate in gradi.

Soluzione. *Il cerchio massimo dell'equatore può essere diviso in 24^h oppure in $360°$: dalle ore dobbiamo passare ai gradi, tenendo conto di quest'ultima corrispondenza. Calcolato che*

$3^h\ 8^m = 3{,}13^h$

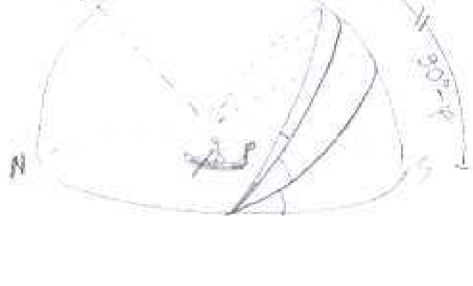
$7^h\ 35^m = 7{,}58^h$

$20^h\ 41^m = 20{,}68^h$

ci serviamo della proporzione: $\alpha_{ORE} : \alpha_{GRADI} = 24^h : 360°$
con la quale ci risulta: $\alpha_1 = 47°{,}00 \quad \alpha_2 = 113°{,}75 \quad \alpha_3 = 310°{,}25$

Problema 2. I corpi del Sistema solare costituiscono un insieme quasi complanare, nel senso che i pianeti e i satelliti orbitano su piani generalmente poco inclinati rispetto al piano fondamentale dell'orbita terrestre. La stessa Luna orbita su un piano inclinato di 5° e 8′ rispetto al piano dell'orbita terrestre (cioè all'eclittica).
Qual è la massima altezza h_{MAX} raggiungibile dalla Luna sull'orizzonte di Venezia (che ha latitudine φ = 45° 16′ N)?

Soluzione. *Dato che Venezia si trova nell'emisfero boreale, dobbiamo individuare il punto in cui la Luna raggiunge il valore più settentrionale della sua declinazione.*
Questo si verificherà certo nel momento della sua culminazione superiore, cioè in meridiano.
La culminazione è il punto in cui i corpi celesti raggiungono la massima altezza sull'orizzonte.
Per totalizzare l'angolo massimo, sommiamo all'altezza dell'equatore celeste, pari a $90° - \varphi$, l'elevazione ε dell'eclittica sull'equatore, e infine l'inclinazione dell'orbita lunare sull'eclittica.



In totale: $h_{MAX} = 90° - 45°16' + 23°26' + 5°8' = 73°18'$

Problema 3. Se fosse il cielo a ruotare e non la Terra, quale sarebbe la velocità nello spazio della stella Mintaka (δ Orionis), che si trova a 900 anni-luce dal Sole e a declinazione $\delta \cong 0°$? Commentate il risultato.

Soluzione. *Mintaka descriverebbe ogni giorno una circonferenza attorno all'asse di rotazione Nord-Sud del cielo (ed essendo la declinazione pressoché nulla, tale circonferenza coinciderebbe con ottima approssimazione con l'equatore celeste). La distanza D di Mintaka da noi è quindi uguale al raggio di tale circonferenza, il cui perimetro sarebbe*

$$P = 2 \cdot \pi \cdot D \cong 5655 \text{ a.l.}$$

La stella percorrerebbe questo perimetro nell'intervallo di un giorno (pari a 86400 sec). Ne deriva una velocità lineare

$$v = P / 86400 \text{ sec} = 0{,}065 \text{ anni-luce / sec}$$

Questa velocità, moltiplicata per i circa 31 milioni di secondi contenuti in un anno, ci fornisce infine

$v = 2027917$ a.l./anno, cioè oltre 2 milioni di volte la velocità della luce!

Problema 4. Arturo (α Boo, distanza dal Sole d = 37 anni luce) , Aldebaran (α Tau, d = 65 a.l.), Spica (α Vir, d = 260 a.l.) e Regolo (α Leo, d = 77 a.l.) sono alcune delle stelle più luminose del cielo. Sapreste dire da quali di queste stelle il Sole sarebbe ancora visibile ad occhio nudo (limite di visibilità m=6,00) ? *(Viene fornita in tabella la magnitudine assoluta del Sole M = 4,85)*

Soluzione: *inserendo nella formula* $\boldsymbol{M = m + 5 - 5 \log d}$ *la magnitudine assoluta del Sole, la distanza per cui la sua magnitudine apparente è 6,00 è di 16,98 pc, che corrisponde a circa 55,4 anni-luce. Il Sole sarebbe visibile ad occhio nudo, quindi, solo da Arturo.*

Problema 5. La Cometa C/Salnikov-1 descrive intorno al Sole un'orbita con semiasse maggiore di 3 u.a. e semiasse minore di 2,236 u.a., e la cui distanza dal Sole al perielio è di 1 u.a.

Si considerino le due semiorbite separate dall'asse minore: si calcoli quanto tempo viene impiegato dalla Cometa a percorrere ciascuna semiorbita. *(È data in tabella l'espressione dell'area dell'ellisse, $A = \pi \cdot a \cdot b$).*

Soluzione. *Poiché il semiasse maggiore è pari a 3 u.a., possiamo prima di tutto calcolare il periodo di rivoluzione della Cometa in base alla III Legge di Keplero, facendo riferimento ai valori validi per la Terra (a=1 u.a., T = 1 anno): si ha*

$$T_{riv}^2 \text{ (anni)} / a^3 \text{ (u.a.)} = 1$$

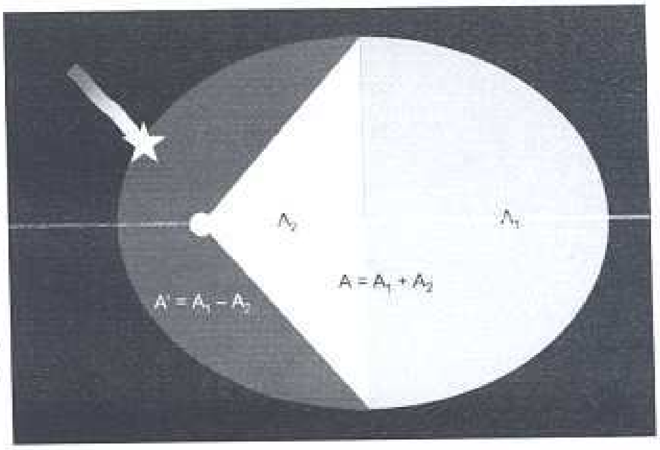
cioè

$$T_{riv}^2 = 3^3 = 27$$

e quindi

$T_{riv} = \sqrt{27} = 5.196$ anni.

Per calcolare ora il tempo di percorrenza di ciascuna semiorbita, utilizziamo la II Legge di Keplero, per la quale la congiungente Sole-Cometa spazza aree uguali in tempi uguali. Si tratta quindi di calcolare l'area A spazzata per la semiorbita più lontana dal Sole e l'area A' spazzata per la semiorbita più vicina al Sole. Dalla figura si vede che il calcolo può essere effettuato agevolmente: infatti, dette A_1 e A_2 rispettivamente la semiarea dell'ellisse e l'area del triangolo giallo, si ha:



$$A = A_1 + A_2$$

$$A' = A_1 - A_2$$

con $A_1 = (1/2) \cdot \pi \cdot 3 \cdot 2{,}236 = 10{,}537\ (u.a.)^2$ e $A_2 = (1/2)*(3-1)*(2*2{,}236) = 4{,}472\ (u.a.)^2$. Si ricava pertanto

$$A = 15{,}009\ (u.a.)^2$$

$$A' = 6{,}065\ (u.a.)^2$$

Detti ora T e T' i tempi di percorrenza delle due semiorbite (che sono quindi i tempi necessari alla congiungente Sole-Cometa per spazzare le aree A ed A' rispettivamente), e considerando che in un tempo T_{riv} si spazza l'area totale dell'orbita ellittica A_{tot}, data da

$$A_{tot}\ (= A + A') = \pi \cdot 3 \cdot 2{,}236 = 21{,}074\ (u.a.)^2$$

dalla II Legge di Keplero devono valere le proporzionalità

$$T : A = T_{riv} : A_{tot}$$

$$T' : A' = T_{riv} : A_{tot}$$

da cui

$$T = T_{riv} * (A / A_{tot}) = 5{,}196 * 15{,}009 / 21{,}074 = 3{,}7 \text{ anni}$$

$$T' = T_{riv} * (A' / A_{tot}) = 5{,}196 * 6{,}065 / 21{,}074 = 1{,}496 \text{ anni}$$

La cometa spende quindi circa 3 anni, 8 mesi e 12 giorni nella semiorbita più lontana dal Sole, e circa 1 anno e mezzo in quella più vicina.

Un metodo alternativo di soluzione consiste nell'applicare la II Legge di Keplero alle aree A e A', senza confrontarle con l'area totale dell'orbita. In tal caso deve essere:

$$T : A = T' : A'$$

ed essendo $T + T' = T_{riv}$

si ricava

$$T' = T * A' / A$$

$$T + T' = T * (1 + A' / A) = T_{riv}$$

E quindi

$$T = T_{riv} / (1 + A' / A) = 3{,}7 \text{ anni}$$

$$T' = T_{riv} * (A' / A) / (1 + A' / A) = T_{riv} / (1 + A / A') = 1{,}496 \text{ anni}$$

cioè (naturalmente) lo stesso risultato di prima.