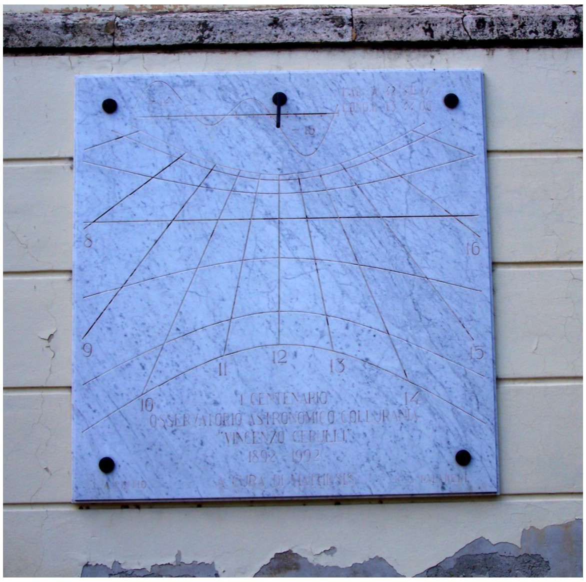
OLIMPIADI ITALIANE DI ASTRONOMIA 2008
GARA FINALE NAZIONALE

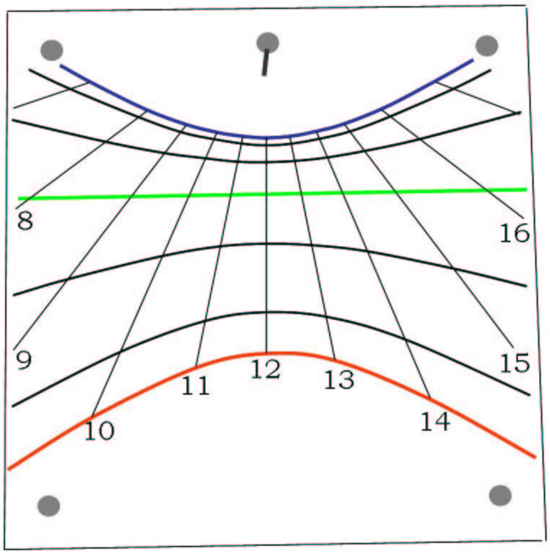
PROVA DI TEORIA
Problemi per la categoria SENIOR

1. Nel nostro osservatorio ci sono due orologi: un orologio che segna il tempo solare e un orologio che segna il tempo siderale. Quanto guadagna l'orologio siderale rispetto a quello solare nell'arco di tempo di 15 ore?

Sol. *La Terra compie una rivoluzione intorno al Sole in 365 giorni. Questo vuol dire che il Sole, nel suo moto apparente in cielo, esegue una rivoluzione completa, dovuta al moto orbitale, ogni 365 rivoluzioni complete dovute al moto di rotazione terrestre. Pertanto ogni giorno il Sole recede di 1/365 giorni = 86400 sec / 365 = 236,71 sec. Questo ritardo nel tempo solare avviene in 24 ore, e quindi corrisponde a 236,71 sec / 24 ore = 9,863 sec/ora. Se ne conclude che in 15 ore si accumula un ritardo di 9,863 sec/ora $\times$15 ore = 147,94 sec = 2 minuti e 28 secondi.*

2. Si consideri la *Meridiana a Ore Moderne* dell'Osservatorio di Collurania, mostrata nella figura sottostante. In essa lo gnomone (la parte allungata che produce l'ombra sulla piastra) è diretto esattamente come la direzione Nord-Sud (con la punta rivolta verso Sud).





Con riferimento allo schema della meridiana visibile a destra, si risponda alle seguenti domande:

1) **che tipo di tempo viene indicato dalla meridiana ?**
2) **a cosa corrispondono le due linee curve estreme, evidenziate con i colori rosso e blu ?**
3) **a cosa corrisponde la linea dritta centrale, evidenziata con il colore verde ?**

Si giustifichino le risposte date.

Sol. *Poiché la meridiana indica il tempo in base alla proiezione dell'ombra dello gnomone, il tempo da essa indicato è il Tempo Solare Vero. La linea blu corrisponde ai punti in cui l'ombra è più alta, cioè il Sole è più basso: descrive pertanto il solstizio d'inverno. Analogamente, la linea rossa viene percorsa quando il Sole ha la massima altezza in cielo, e descrive pertanto il solstizio d'estate. La linea verde, a metà tra i due solstizi e retta, viene percorsa nei due giorni in cui la notte ha esattamente la stessa durata del giorno: essa descrive cioè gli equinozi di primavera e di autunno.*

3. L’accelerazione di gravità alla superficie terrestre, all’equatore, è g = 9,78 m/s^2. Il Pianeta compie una rotazione in un giorno e l’accelerazione centrifuga all’equatore non basta a controbilanciare l’accelerazione di gravità. Quanto più veloce dovrebbe essere il moto di rotazione terrestre affinché gli oggetti non abbiano alcun peso all’equatore?

Sol. *La velocità angolare della Terra è pari a*

$$\omega_{vera} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{86400\,\mathrm{sec}} = 7{,}27\times 10^{-5} \quad \mathrm{sec}^{-1}$$

essendo T=86400 sec il periodo di rotazione. Questa bassa velocità fa sì che oggetti prossimi alla superficie terrestre, lasciati liberi, tendano a cadere verso quest’ultima, in quanto la forza di attrazione gravitazione prevale sulla forza centrifuga legata alla rotazione. Gli oggetti non avrebbero alcun peso all’equatore se queste due forze si bilanciassero esattamente, cioè

$$\vec{F}_{grav} + \vec{F}_{centr} = 0$$

con

$$\vec{F}_{grav} = -mg\hat{r}$$

$$\vec{F}_{centr} = m\omega^2 r\hat{r}$$

dove m è la massa dell’oggetto, g è l’accelerazione di gravità alla superficie terrestre, ω è la velocità angolare di rotazione della Terra ed r è il raggio terrestre all’equatore. Le espressioni sono fornite in forma vettoriale poiché le forze hanno direzione e verso: in esse, in particolare, la direzione è data dal versore (vettore di lunghezza unitaria) û, parallelo al raggio della Terra, ed il verso è dato dal segno dell’espressione, che è negativo per la forza gravitazionale in quanto diretta verso il centro della Terra, e positivo per quella centrifuga che è invece diretta in verso opposto all’altra.
In caso di bilanciamento si avrebbe quindi

$$-mg\hat{u} + m\omega^2 r\hat{u} = m(-g + \omega^2 r)\hat{u} = 0$$

da cui si ricava immediatamente che la condizione sarebbe soddisfatta solo se

$$-g + \omega^2 r = 0$$

e cioè solo se la velocità angolare fosse

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r}}$$

Inserendo i dati (g=9,78 ms^{-2}, r=6378 Km=6378000 m) si ricava ω = 1,238$\times$10^{-3} sec^{-1}. Confrontando con la vera velocità angolare, se ne ricava che la Terra dovrebbe ruotare ω/ω_{vera}=1,238$\times$10^{-3} / 7,27$\times$10^{-5} ~ 17 volte più velocemente.

4. Nello spettro della stella Mizar, la riga spettrale Hγ dell'idrogeno (la cui lunghezza d'onda media osservata è λ = 4341 Å) appare sdoppiata in due componenti, la cui separazione massima è Δλ = 0,5 Å.
Il fenomeno è dovuto al fatto che Mizar è una stella doppia (*spettroscopica*), cioè è formata da due stelle che orbitano l'una attorno all'altra. Si calcoli il valore massimo, lungo la direzione di osservazione, della velocità orbitale relativa di una stella rispetto all'altra.

<u>Sol.</u> *Secondo la legge dell'effetto Doppler della luce, si può scrivere*

$$\Delta\lambda = \lambda \frac{v}{c}$$

dove v è la componente della velocità lungo la direzione di osservazione (l'incognita del nostro problema) e c è la velocità della luce (c=2,9998×10^8 m s^-1).
L'espressione sopra riportata può essere evidentemente invertita nella forma

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c$$

e pertanto, sostituendo i dati del problema, si ricava

$$v = \frac{0,5}{4341} 2,9998 \times 10^8 \quad m/\sec = 3,455 \times 10^4 \quad m/\sec$$

ovvero una velocità massima, lungo la direzione di osservazione, di 34,55 Km/sec.

5. In virtù dell'espansione dell'Universo, tutte le galassie si allontanano tra loro. Il fenomeno è descritto dalla legge di Hubble, la quale dice che la velocità V di allontanamento di una galassia dall'osservatore è proporzionale alla distanza D da esso:

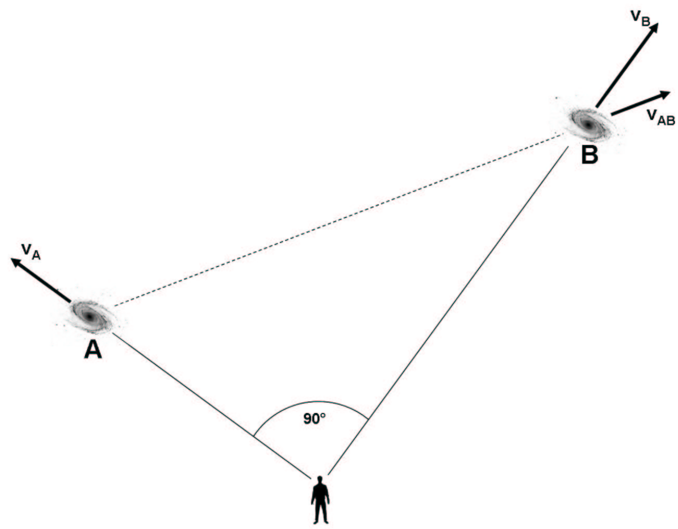
$V = H_0 \cdot D$ ove H_0 è la costante di proporzionalità (*costante di Hubble*).

Noi osserviamo la galassia A, che si trova a 30 Mpc, allontanarsi con velocità V_A = 2250 km/s, e la galassia B, che osserviamo in un punto del cielo a 90° dalla posizione di A, allontanarsi con velocità V_B = 4500 km/s.
Anche un osservatore sulla galassia A vede che la galassia B si allontana da lui. A quale velocità (V_{AB}) ?

<ins>Sol.</ins> *Dai dati del problema, relativamente alla galassia A, si può ricavare subito il valore della costante di Hubble:*

$$H_0 = \frac{V_A}{D_A} = \frac{2250}{30} \quad Km \quad s^{-1} \quad Mpc^{-1} =$$

$$= 75 \quad Km \quad s^{-1} \quad Mpc^{-1}$$



Da questa è allora possibile ricavare la distanza della galassia B, della quale conosciamo la velocità di recessione V_B:

$$D_B = \frac{V_B}{H_0} = \frac{4500}{75} \quad Mpc = 60 \quad Mpc$$

A questo punto, poiché le due galassie sono separate angolarmente di 90° in cielo, è possibile applicare il Teorema di Pitagora per ricavare la distanza D_{AB} (vedi figura):

$$D_{AB} = \sqrt{D_A^2 + D_B^2} = \sqrt{900 + 3600} = \sqrt{4500} = 67{,}08 \quad Mpc$$

La velocità di recessione V_{AB} della galassia B vista da A si ottiene a questo punto riapplicando la Legge di Hubble, che è valida universalmente. Si ha quindi:

$$V_{AB} = H_0 D_{AB} = 75 \quad km \quad s^{-1} \quad Mpc^{-1} \times 67{,}08 \quad Mpc = 5031 \quad Km \quad s^{-1}$$