Laurea triennale in Fisica
a.a. 2012 - 2013

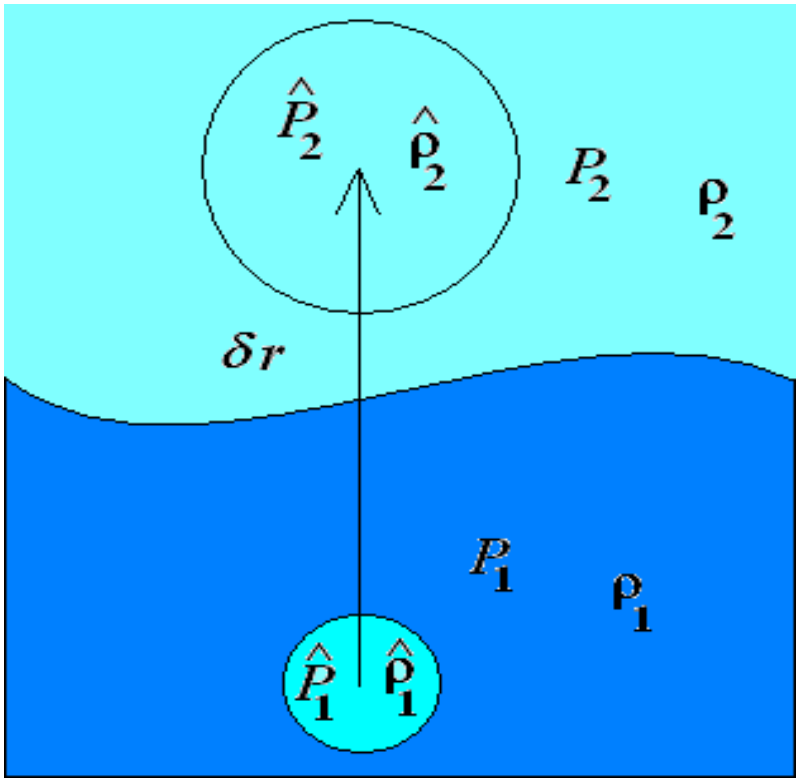
CORSO DI ASTRONOMIA

12

LA CONVEZIONE - 1

***Convezione** = trasferimento di calore con **spostamento macroscopico** di materia.*
*All'inizio l'elemento di materia **dm** si trova in equilibrio con l'ambiente:*

$$\hat{\rho}_1 = \rho_1 \; ; \qquad \hat{P}_1 = P_1$$



*Con l'innesco di una perturbazione l'elemento diventa più caldo e più leggero dell'ambiente, tendendo a salire. Nelle ipotesi che l'ascesa sia abbastanza veloce da poterla considerare **adiabatica**, ma abbastanza lenta da poterla considerare **quasi-statica**, avremo alla fine del tratto δr:* $\hat{\rho}_2 = \rho_2 \; ; \qquad \hat{P}_2 = P_2$

Se $\hat{\rho}_2 > \rho_2$ l'elemento tenderà a ricadere, interrompendo il processo: in caso contrario la salita continuerà. Ricordando che per una trasformazione adiabatica è $\hat{P}_1 \hat{V}_1^{\gamma} = \hat{P}_2 \hat{V}_2^{\gamma}$, la costanza dell'elemento di massa $\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$ ci permette di scrivere $\rho_1 / \rho_2 = V_2 / V_1$ e quindi $\hat{P}_1 \hat{\rho}_2^{\gamma} = \hat{P}_2 \hat{\rho}_1^{\gamma}$

[segue…]

LA CONVEZIONE - 2

Nel caso particolare di un gas perfetto $\gamma = 5/3$*, mentre un'ipotesi più aderente alla realtà è considerare la materia stellare come una mistura di gas perfetto e radiazione (gas di fotoni). Come vedremo, ciò ABBASSA il valore dell'esponente e porta alla definizione dell'indice adiabatico* Γ_{AD}*, minore di* 5/3*. L'equazione per l'adiabatica andrà più correttamente scritta come*

$$\hat{P}_1 \hat{\rho}_2^{\Gamma_{AD}} = \hat{P}_2 \hat{\rho}_1^{\Gamma_{AD}} \quad \text{, o anche} \quad \hat{\rho}_2 = \hat{\rho}_1 \left(\frac{\hat{P}_2}{\hat{P}_1} \right)^{1/\Gamma_{AD}} = \rho_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{1/\Gamma_{AD}}$$

Per riassumere, la condizione di stabilità rispetto alla convezione, cioè $\hat{\rho}_2 > \rho_2$*, si può esprimere come*

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} < \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{1/\Gamma_{AD}}$$

o, passando ai gradienti logaritmici, come

$$\frac{d\log\rho}{dr} < \frac{1}{\Gamma_{AD}} \frac{d\log P}{dr} \quad .$$

Notando che entrambi i gradienti logaritmici sono negativi, si ottiene finalmente la CONDIZIONE DI STABILITÀ per convezione della struttura:

$$\frac{d\log P}{d\log\rho} < \Gamma_{AD}$$

La convezione NON si sviluppa se nella struttura la pressione varia rispetto alla densità più lentamente che in un'adiabatica

LA CONVEZIONE - 3

Se nella struttura predomina la pressione di gas perfetto (stelle di sequenza di massa medio-piccola) il criterio trovato si può riformulare in modo più efficace. Definendo il gradiente adiabatico:

$$\nabla_{AD} = 1 - \frac{1}{\Gamma_{AD}}$$

e, in modo analogo, anche $\nabla = \frac{d\log P}{d\log T}$ ***, si può osservare che per un gas ideale la legge di stato è*** $PV = NkT \rightarrow PM/\rho = NkT \rightarrow \rho = \frac{PM}{NkT}$ ***, da cui ricaviamo:***

$$d\log\rho = \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\frac{M}{Nk}\left(\frac{dP}{T} - \frac{PdT}{T^2}\right)}{\frac{PM}{NkT}} = \frac{T}{P}\cdot\left(\frac{dP}{T} - P\cdot\frac{dT}{T^2}\right) = \frac{dP}{P} - \frac{dT}{T} = d\log P - d\log T$$

Quindi il criterio di stabilità precedente diventa $\frac{d\log P}{d\log P - d\log T} < \Gamma_{AD}$ ***, cioè***

$$\frac{d\log P - d\log T}{d\log P} > \frac{1}{\Gamma_{AD}} \rightarrow 1 - \frac{1}{\Gamma_{AD}} > \frac{d\log T}{d\log P} \rightarrow \boxed{\nabla_{AD} > \nabla}$$ ***, che è il***

CRITERIO DI SCHWARZSCHILD

LA TEORIA DELLA MIXING-LENGTH (cenni)

La valutazione del flusso di energia F_{conv} trasportato mediante la convezione è un problema difficilissimo, come tutti quelli che coinvolgono movimenti turbolenti della materia (dinamica dei fluidi). La migliore trattazione al momento disponibile è detta teoria della mixing-length (lunghezza di mescolamento).

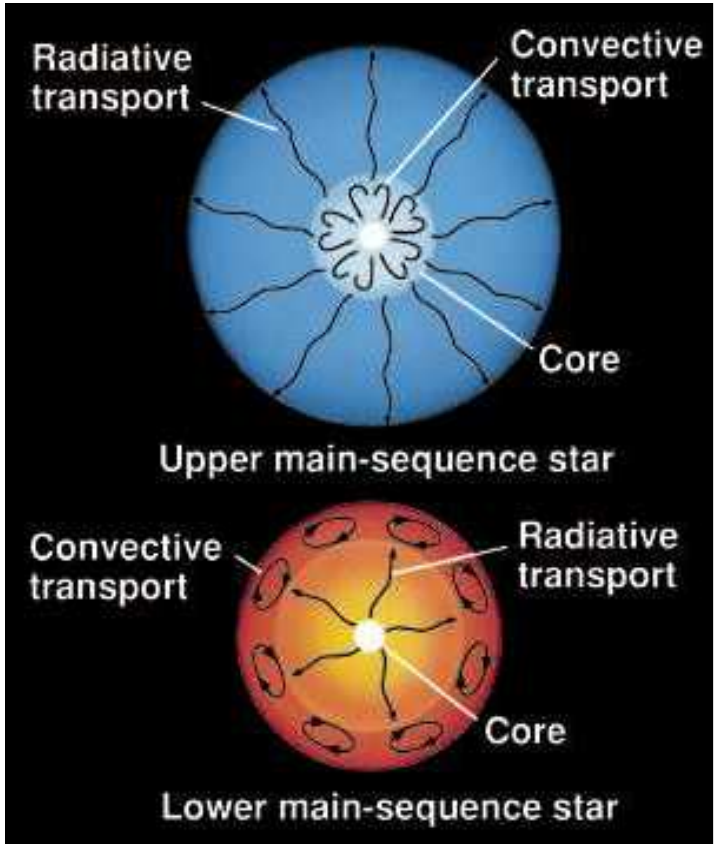
Si ammette che l'elemento di gas risalga adiabaticamente per un certo tratto (la mixing-length, appunto) e poi ceda il suo calore in eccesso all'ambiente.La stima per il flusso trasportato è:

$$F_{conv} \sim c_P \rho \, v \, \delta T \sim \frac{1}{2} c_P \rho \, v \left\langle \left. \frac{dT}{dr} \right|_{ad} - \frac{dT}{dr} \right\rangle \cdot h$$

dove c_P è il calore specifico a pressione costante, ρ e v sono densità e velocità media delle particelle e h è la lunghezza di mescolamento. Non tutti i parametri sono valutabili con la precisione desiderata.

IL GRADIENTE TERMICO (Riassunto)

$$\frac{dT}{dr} = \begin{cases} < \left[\frac{dT}{dr}\right]_{AD} & : \textit{gradiente RADIATIVO} \\ & \textit{(inviluppi di alta sequenza, nuclei di bassa sequenza)} \\ \approx \left[\frac{dT}{dr}\right]_{AD} & : \textit{convezione "ADIABATICA"} \\ & \textit{(nuclei di alta sequenza)} \\ \gg \left[\frac{dT}{dr}\right]_{AD} & : \textit{convezione DOMINANTE} \\ & \textit{(inviluppi di bassa sequenza)} \end{cases}$$



STUDIO DELLA STRUTTURA STELLARE *(CONTINUA)*

- ✓ *Equazione di stato: termini di gas perfetto e di radiazione*
- ✓ *L'adiabatica per la radiazione di fotoni*
- ✓ *Il teorema del viriale*
- ✓ *Il calore specifico delle strutture stellari*
- ✓ *Effetti sulla pressione: Coulomb, degenerazione e ionizzazione parziale*
- ✓ *L'opacità delle strutture stellari e la formazione di righe*
- ✓ *Le caratteristiche generali delle righe di assorbimento*

L'EQUAZIONE DI STATO

IL TERMINE DI GAS PERFETTO

Per la pressione dovuta al gas perfetto si scrive in astrofisica $P_G = \frac{k}{\mu m_p}\rho T$,

dove μ *rappresenta il peso molecolare medio, definito come il numero medio di particelle che contribuiscono alla pressione per unità di massa* m_p.

Per una miscela di elementi completamente ionizzati (come spesso accade negli interni stellari) si usa la formula

$$\mu = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{X_i (Z_i + 1)}{A_i}}$$

con Z_i *e* A_i *rispettivamente numero atomico e peso atomico dell'elemento i, di abbondanza* X_i *(frazione in massa rispetto al totale).* Z_i *è anche il contributo degli elettroni (assente se il gas non è ionizzato). In termini delle consuete abbondanze X, Y, Z si usa di solito l'approssimazione*

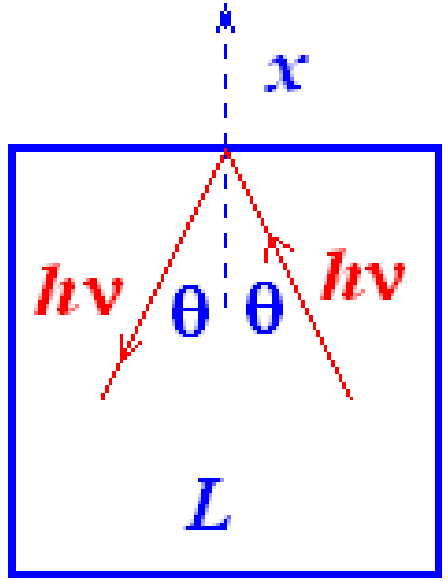
$$\mu \simeq \frac{1}{2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z}$$

dove si pone 2 per l'H, ¾ per l'He e (Z+1)/A = ½ per i "metalli" (esempio: 7/12 per il ^{12}C, *27/56 per il* ^{56}Fe)

L'EQUAZIONE DI STATO

IL TERMINE DI RADIAZIONE - 1

Per la pressione di radiazione possiamo porre $P_R = \frac{1}{3} a T^4$ *. Ciò si dimostra calcolando la pressione dei fotoni in una scatola e usando la legge di Stefan per il corpo nero. Per un calcolo semplificato consideriamo una scatola cubica di lato L, nella quale si trovino dei fotoni che per semplicità supporremo tutti di frequenza* ν*. Se uno di essi urta una parete della scatola con angolo di incidenza* θ *rispetto alla normale, e assumendo l'urto perfettamente elastico, la quantità di moto del fotone lungo la direzione x passerà da* $\frac{h\nu}{c} \cos\theta$ *a* $-\frac{h\nu}{c} \cos\theta$ *. Quindi la quantità di moto ceduta in quella direzione alla parete sarà*



$dp_X = \frac{2h\nu}{c} \cos\theta = \frac{2h\nu}{c^2} c_X$*, dove* c_X *rappresenta la componente x della velocità della luce.*

L'EQUAZIONE DI STATO

IL TERMINE DI RADIAZIONE - 2

Il numero di urti che il fotone subisce nel tempo dt con la stessa parete della scatola è $c_X\,dt/2L$*, ricordando che il fotone deve percorrere una distanza* $2L$ *prima di colpire nuovamente la stessa parete.*
Allora la quantità di moto scambiata dal fotone nel tempo dt con la parete si potrà scrivere come:

$$dp^{1\ fotone}_{1\ parete} = \frac{2h\nu}{c^2}\,\frac{c_X^2\,dt}{2L}$$

Se facciamo l'ipotesi che la distribuzione dei fotoni sia isotropa,ogni direzione è per essi equiprobabile: passando al valor medio si ottiene dunque:

$$\left\langle c_X^2 \right\rangle = \left\langle c_Y^2 \right\rangle = \left\langle c_Z^2 \right\rangle = \frac{1}{3}c^2$$

Concludendo, per N fotoni la quantità di moto media trasferita alla parete nel tempo dt è:

$$\left\langle dp_{TOT} \right\rangle = \frac{Nh\nu}{c^2}\,\frac{\frac{1}{3}c^2dt}{L} = \frac{1}{3}\,\frac{Nh\nu}{L}\,dt$$

L'EQUAZIONE DI STATO

IL TERMINE DI RADIAZIONE - 3

La forza media agente sulla parete è $\langle F \rangle = \frac{\langle dp_{TOT} \rangle}{dt} = \frac{1}{3}\frac{Nh\nu}{L}$ *, mentre*

per la pressione sulla parete abbiamo $P_R = \frac{\langle F \rangle}{L^2} = \frac{1}{3}\frac{Nh\nu}{L^3}$

Notiamo che $Nh\nu/L^3$ *rappresenta l'energia totale per unità di volume contenuta nella scatola, che corrisponde alla* u *della distribuzione di corpo nero. La legge di Stefan, inoltre, assicura che* $u = aT^4$ *(a = costante di Stefan =* $8\pi^5k^4/(15c^3h^3) = 7{,}536\cdot10^{-15}$ *erg/cm*^{3}*)*

Dunque otteniamo:

$$P_R = \frac{1}{3}u = \frac{1}{3}aT^4$$

(cfr. l'analogo per particelle di gas: $P_G = (2/3)\,u$*)*

Ciò dimostra la formula per la pressione di radiazione. Quanto visto può essere generalizzato al caso di una scatola di forma generica, contenente una distribuzione di fotoni di tutte le frequenze.

L'ADIABATICA DI RADIAZIONE

Si parte dal fatto che in un'adiabatica il calore scambiato con l'ambiente esterno è nullo, cioè $\delta Q = 0$.
Dal primo principio della Termodinamica $Q = \Delta U + L$, *differenziando ambo i membri, otteniamo* $dU + pdV = 0$.
Essendo poi $U = uV$, *avremo* $dU = udV + Vdu$; *inoltre* $p = u/3$, *perciò sostituendo troviamo*

$$Vdu + \frac{4}{3}udV = 0$$

che può anche scriversi come $u \cdot V^{4/3} = costante$.
Ricordando poi che nel caso della radiazione si ha $u = 3P = aT^4$, *ricaviamo:*

$$TV^{1/3} = costante, \quad cioè \quad pV^{4/3} = costante,$$

equazione che esprime la legge di una trasformazione adiabatica per i fotoni.

IL TEOREMA DEL VIRIALE - 1

È un teorema statistico di importanza fondamentale.

Consideriamo un sistema di N particelle (punti materiali), ciascuna definita dalle sue coordinate di posizione e velocità $(\vec{r}_n, \dot{\vec{r}}_n)$ *(n = 1,…, N), soggette a forze* $\vec{F}_n$ *(reazioni vincolari incluse). Le equazioni fondamentali del moto si scrivono allora come* $\vec{F}_n = \dot{\vec{p}}_n$ *. Consideriamo ora la grandezza*

$G = \sum_{n=1}^{N} \vec{p}_n \cdot \vec{r}_n$ *, che derivata rispetto al tempo dà* $\frac{dG}{dt} = \sum_{n=1}^{N} \dot{\vec{p}}_n \cdot \vec{r}_n + \sum_{n=1}^{N} \vec{p}_n \cdot \dot{\vec{r}}_n$.

Per il 2° termine si ha: $\sum_{n=1}^{N} \vec{p}_n \cdot \dot{\vec{r}}_n = \sum_{n=1}^{N} m_n \dot{\vec{r}}_n \cdot \dot{\vec{r}}_n = \sum_{n=1}^{N} m_n \mathbf{v}_n^2 = 2T$*, con T che rappresenta l'energia cinetica del sistema. Per il 1° termine si può scrivere:*

$$\sum_{n=1}^{N} \dot{\vec{p}}_n \cdot \vec{r}_n = \sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n \cdot \vec{r}_n$$

La derivata di G rispetto al tempo può allora essere riformulata…

IL TEOREMA DEL VIRIALE - 2

…per ottenere: $\frac{dG}{dt} = \sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n \cdot \vec{r}_n + 2T$. *Se ora eseguiamo la media temporale su un intervallo di tempo molto lungo* τ *attraverso l'integrale, avremo:*

$$\int_0^\tau \frac{dG}{dt} dt = \overline{\frac{dG}{dt}} = \overline{\sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n \cdot \vec{r}_n} + 2\bar{T} \ ,$$

col tratto superiore che indica l'operazione di media. Otteniamo così:

$$\frac{1}{\tau}\left[G(\tau) - G(0)\right] = \overline{\sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n \cdot \vec{r}_n} + 2\bar{T}$$

Nel caso di moto periodico, cioè una situazione in cui tutte le coordinate riprendono gli stessi valori dopo un certo intervallo di tempo, basta scegliere τ *uguale al periodo e il* I *membro risulta nullo. Tale conclusione, però, resta valida anche nell'ipotesi molto più generale che coordinate e velocità restino limitate nel tempo, sicché G ammetterà estremo superiore e per* τ *sufficientemente grande il* I *membro sarà piccolo a piacere. Allora:*

$$\bar{T} = -\frac{1}{2} \overline{\sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n \cdot \vec{r}_n}$$

IL TEOREMA DEL VIRIALE - 3

L'equazione $\overline{T} = -\frac{1}{2}\overline{\sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n \cdot \vec{r}_n}$ *prende il nome di TEOREMA DEL VIRIALE e il* **II** *membro è chiamato VIRIALE DI CLAUSIUS. Questa forma del teorema è utile nella teoria cinetica dei gas (da qui segue la legge di Boyle) e per ricavare l'equazione di van der Waals (le forze* F_i *rappresentano anche le interazioni tra molecole).*

Si osservi che anche in presenza di forze di attrito, dipendenti dalla velocità, il viriale di Clausius non dipende da esse e, se viene fornita al sistema energia sufficiente per mantenere in moto le particelle, il teorema resta ancora valido.

Nel caso in cui le forze F_i *risultino derivabili da un potenziale V (come è vero per le stelle), con* $\vec{F}_n = -\vec{\nabla} V_n$*, avremo:*

$$\overline{T} = \frac{1}{2}\overline{\sum_{n=1}^{N} \vec{\nabla} V_n \cdot \vec{r}_n}$$

IL TEOREMA DEL VIRIALE - 4

Otteniamo così $\bar{T} = \frac{1}{2}\overline{\sum_{n=1}^{N} \frac{\partial V_n}{\partial r_n} r_n}$ *, che per potenziali V omogenei, cioè del*

tipo $V = a r^{k+1}$ *(l'esponente k è scelto in modo che* $F \sim r^{k}$*) si trova*

$$\sum_{n=1}^{N} \frac{\partial V_n}{\partial r_n} r_n = \sum_{n=1}^{N} (k+1) V_n = (k+1) \sum_{n=1}^{N} V_n = (k+1) V$$

e quindi otteniamo $2\bar{T} = (k+1)\bar{V} \quad \rightarrow \quad \bar{T} = \frac{k+1}{2}\bar{V}$

Nel caso gravitazionale k = –2 e si ritrova la forma più nota del teorema del viriale:

$$2\bar{T} + \bar{V} = 0$$

COMPORTAMENTO TERMICO DELLE STRUTTURE STELLARI - 1

Abbiamo già definito la luminosità della stella come derivata dell'energia prodotta rispetto al tempo (potenza):

$$dE / dt = L = dE/dt = dQ/dt$$

dove Q rappresenta il calore emesso

Immaginiamo ora che la stella subisca una piccola contrazione, abbastanza lenta da poterla considerare una successione di stati di quasi-equilibrio. In queste ipotesi si può applicare il teorema del viriale, per il quale si ha $2E_T + U = 0$

Con E_T *indichiamo l'energia cinetica microscopica delle molecole del gas, e quindi l'energia termica, mentre U è l'energia potenziale gravitazionale della struttura (notare che si ha sempre* $U < 0$*)*

L'equazione vale solo per medie temporali abbastanza lunghe e quindi è accettabile se lo stato è praticamente di equilibrio.

COMPORTAMENTO TERMICO DELLE STRUTTURE STELLARI - 2

L'energia totale del sistema è $E = E_T + U$. *Usando il teorema del viriale troviamo* $E = - E_T$

In termini del calore ceduto l'equazione è naturalmente $Q = - E_T$. *Nell'ipotesi semplificativa che la stella sia composta solo da gas perfetto monoatomico, cioè idrogeno ionizzato (un modello più sofisticato "gas perfetto+radiazione" conduce essenzialmente agli stessi risultati), l'energia termica sarà:*

$$E_T = -Q = \frac{3}{2} NkT$$

Differenziando si ha:

$$\delta Q = -\frac{3}{2} NkdT$$

da cui si può ricavare c_V, *il calore specifico molare a volume costante:*

$$c_V = \left(\frac{\delta Q}{dT}\right)_V = -\frac{3}{2} Nk$$

COMPORTAMENTO TERMICO DELLE STRUTTURE STELLARI - 3

Come si vede, c_V risulta negativo.

Questo significa che più la stella emette energia, più la sua temperatura interna cresce.

La spiegazione di un fatto così paradossale è nel teorema del viriale e nella contrazione gravitazionale della struttura.

Un sistema termodinamico "ortodosso" non potrebbe mai esibire un simile comportamento.

La combinazione di termodinamica/gravitazione produce situazioni non previste dalla classica formulazione di Clausius del secondo principio della Termodinamica (con la famosa "morte termica"...).

PRESSIONE NEL PLASMA STELLARE *(complementi)*

Alcune osservazioni integrative: abbiamo già analizzato la pressione di gas perfetto e quella di radiazione. Poiché negli interni stellari la materia è – almeno parzialmente – ionizzata , scriveremo:

$$P = P_G + P_R + P_i + P_e$$

dove gli ultimi due termini rappresentano, rispettivamente, il contributo alla pressione degli ioni e degli elettroni.
Ad entrambi questi termini possono contribuire tre diversi meccanismi:

(a) La depressione coulombiana
(b) La pressione di degenerazione quantistica
(c) I fenomeni di ionizzazione parziale

DEPRESSIONE COULOMBIANA - 1

Si manifesta quando l'energia potenziale coulombiana diventa preponderante rispetto all'energia cinetica media KT *delle particelle. Il contributo più importante all'energia potenziale viene dalle interazioni ione-ione, che sono della forma*

$U = \frac{Z^2 e^2}{d_0}$, *dove* Z *è il numero atomico,* e *la carica del protone,* d_0 *la distanza media tra gli ioni. Quindi, affinché l'effetto sia trascurabile, occorre che sia*

$$kT \gg \frac{Z^2 e^2}{d_0}$$

Ora, la densità degli ioni può scriversi come $\rho \sim n_i \mu_i m_p$ (n_i *è il numero di ioni per unità di volume,* μ_i *il loro peso molecolare medio degli ioni,* m_p *la massa media delle particelle). Nell'approssimazione* $\mu_i \sim A$ *si ottiene*

$$n_i \sim \frac{\rho}{A m_p} \qquad \text{e quindi} \qquad d_0 \sim \frac{1}{n_i^{1/3}} = \left(\frac{A m_p}{\rho} \right)^{1/3}$$

Possiamo allora riscrivere la condizione di trascurabilità per la depressione coulombiana

DEPRESSIONE COULOMBIANA - 2

La condizione in cui possiamo non tener conto dell'energia potenziale coulombiana diventa così:

$$\frac{kT}{Z^2e^2}\left(\frac{Am_p}{\rho}\right)^{1/3} \gg 1 \quad \textit{e, risolvendo rispetto a } \rho, \quad \rho \ll \frac{k^3}{e^6} m_p \frac{A}{Z^6} T^3$$

Per i due gas più abbondanti nel plasma stellare abbiamo:

– *IDROGENO* (Z=1, A=1; $T \sim 10^7$ *K*) → $\rho \ll 10^8$ *g/cm*^{3} ;
– *ELIO* (Z=2, A= 4; $T \sim 10^8$ *K*) → $\rho \ll 6 \cdot 10^7$ *g/cm*^{3}.

Tali condizioni risultano largamente verificate per le stelle di sequenza principale.
L'effetto coulombiano è quello di forzare gli ioni in una struttura a reticolo, con uno stato risultante solido o semi-solido per il gas (!). Sotto l'azione di questo meccanismo la pressione tende a diminuire.

DEGENERAZIONE QUANTISTICA - 1

Questo meccanismo diventa importante quando la lunghezza d'onda associata alla particella $\lambda = \hbar / p$ *diventa comparabile con la distanza media tra di esse.*

Nell'ipotesi (ragionevole) di equipartizione dell'energia abbiamo:

$$m_i v_i^2 = m_e v_e^2 \rightarrow \frac{p_i^2}{2m_i} = \frac{p_e^2}{2m_e} \rightarrow p_i = p_e \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}$$ *, da cui si ottiene*

$$\lambda_i = \frac{\hbar}{p_i} = \frac{\hbar}{p_e}\sqrt{\frac{m_e}{m_i}} = \lambda_e \sqrt{\frac{m_e}{m_i}}$$ *Si ha* $\lambda_i \ll \lambda_e$ *e quindi gli effetti quantistici*

divengono importanti prima per gli elettroni. Se facciamo anche l'ipotesi di un regime non relativistico, cioè $v_e \ll c$ *(sempre vero per la sequenza principale) avremo*

$$E \sim \frac{kT}{2} \rightarrow \frac{p_e^2}{2m_e} \sim \frac{kT}{2} \rightarrow p_e \sim \sqrt{kTm_e}$$

DEGENERAZIONE QUANTISTICA - 2

Quindi la condizione necessaria perché NON si manifesti degenerazione diventa

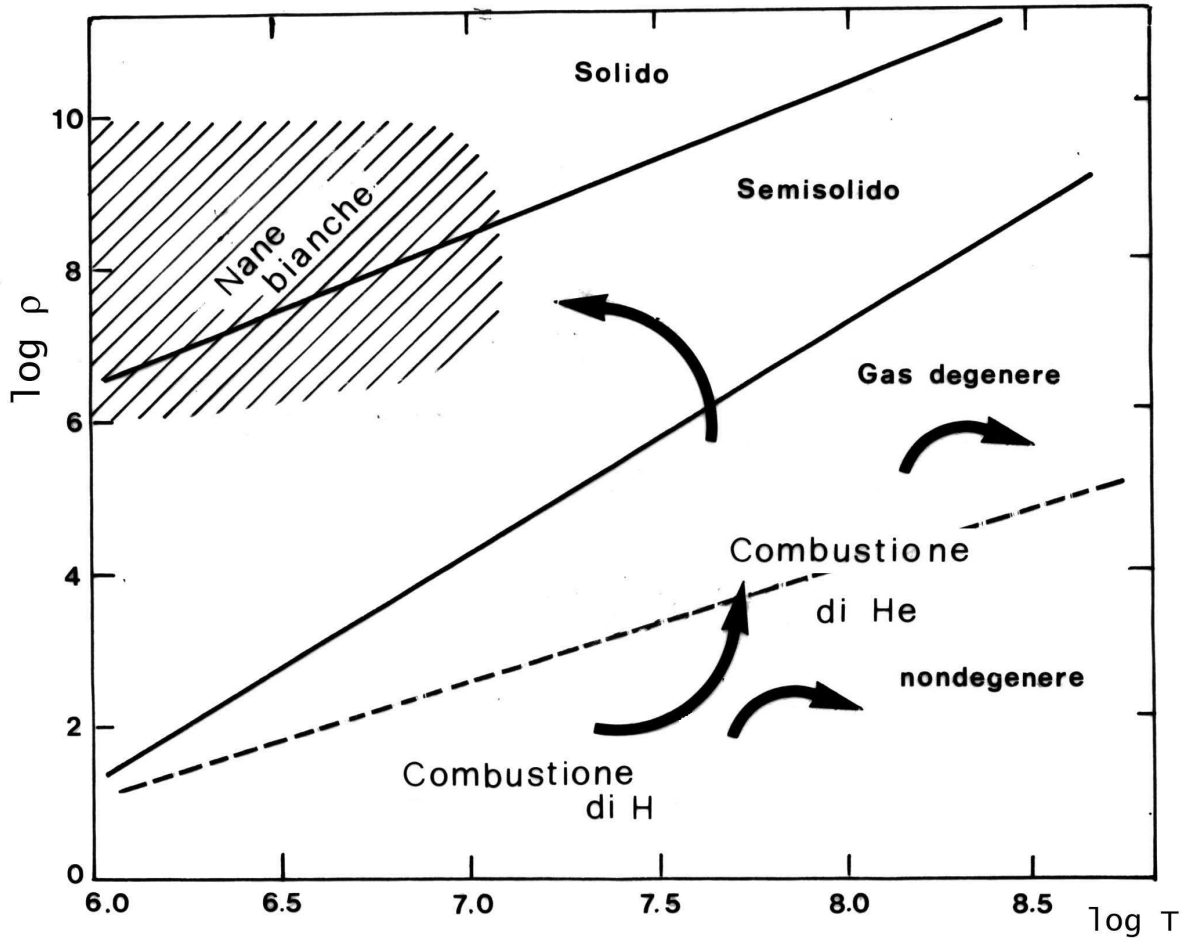
$$\lambda_e = \frac{\hbar}{p_e} \ll d \sim \left(\frac{\mu_e m_p}{\rho} \right)^{1/3} \rightarrow \frac{\hbar}{\sqrt{kTm_e}} \ll \left(\frac{\mu_e m_p}{\rho} \right)^{1/3}$$

Risolvendo rispetto alla densità ρ otteniamo effetti quantistici trascurabili se

$$\rho \ll \mu_e m_p \frac{\left(m_e kT\right)^{3/2}}{\hbar^3} \sim 10^{-10}\, T^{3/2}\ g/cm^3$$

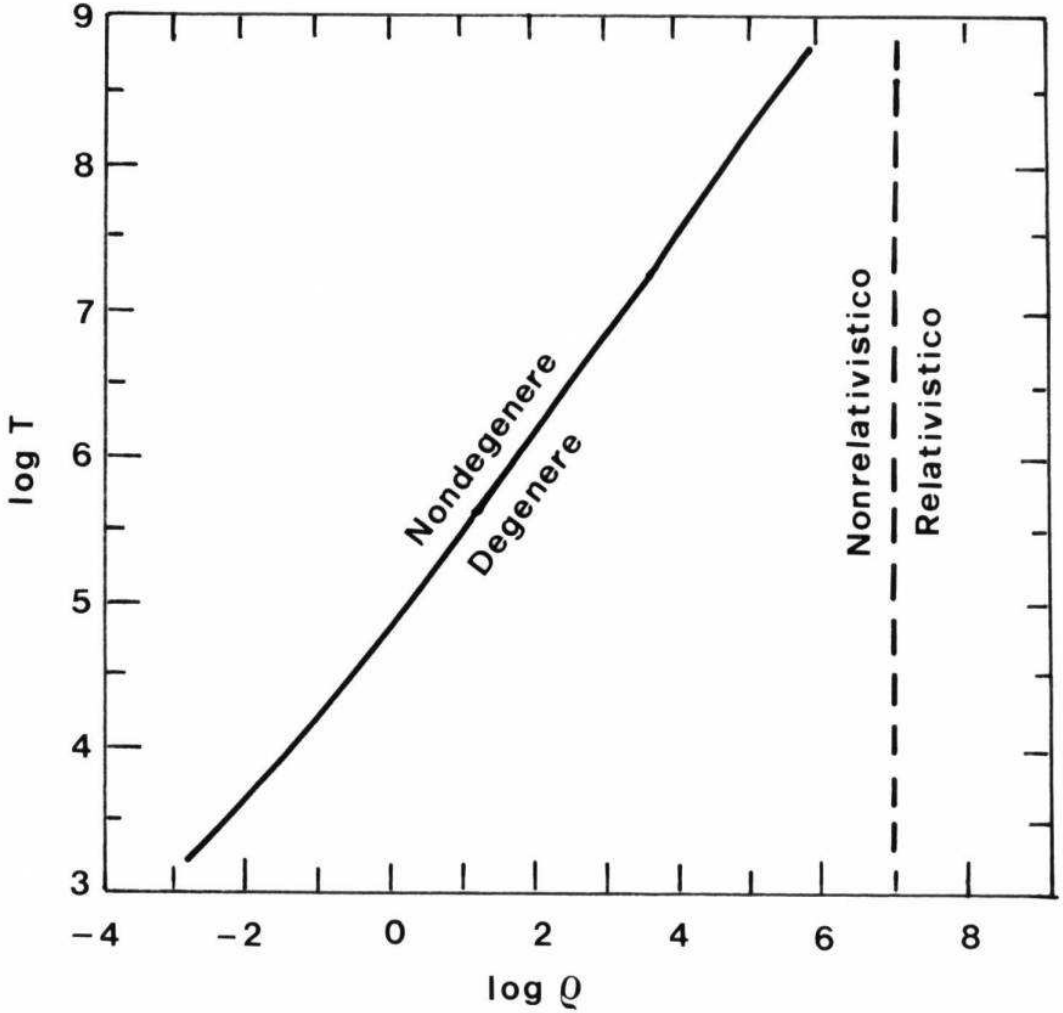
L'ultima condizione trovata risulta più stringente rispetto a quella calcolata per la depressione coulombiana.

DEPRESSIONE E DEGENERAZIONE



Mappatura schematica delle condizioni del plasma stellare al variare dei parametri temperatura-densità con schema delle traiettorie evolutive delle condizioni centrali di strutture stellari.

IL GAS DEGENERE



La linea del piano (Log ρ, Log T) lungo la quale la pressione di degenerazione eguaglia quella degli elettroni liberi. La linea a tratti segnala l'instaurarsi di degenerazione relativistica

IL GAS DEGENERE DI ELETTRONI - 1

Elettroni = fermioni di spin 1/2.

La teoria degli elettroni è basata sulla statistica quantistica di particelle indistinguibili. Lo scambio fra due di queste particelle nella funzione d'onda (ψ) del sistema può al massimo cambiarne il segno.
Se infatti le particelle sono davvero identiche non ci si può accorgere dello scambio → la ψ al più varia di un fattore di fase complesso $e^{i\alpha}$ (perché il modulo quadro di ψ deve restare lo stesso). Avremo pertanto:

$$\psi \longrightarrow (scambio) \longrightarrow \psi' = e^{i\alpha}\psi \longrightarrow (scambio) \longrightarrow \psi'' = e^{2i\alpha}\psi$$

Ma $|\psi| = |\psi''|$***, cosicché*** $|e^{2i\alpha}| = 1$ ***e quindi*** $e^{i\alpha} = \pm 1$***. Il segno positivo corrisponde ai BOSONI (particelle a spin intero, come i fotoni), mentre quello negativo è caratteristico dei FERMIONI (particelle a spin semintero, come gli elettroni)***

IL GAS DEGENERE DI ELETTRONI - 2

Come tutti fermioni di spin 1/2 gli elettroni hanno solo due possibili autostati per lo spin (± 1/2).
Ciò significa che nello spazio delle fasi $\int d^3x\, d^3p$ *ogni celletta di "volume"* $\left(2\pi\hbar\right)^3$ *può contenere al massimo due elettroni in autostati opposti. Come conseguenza, il gas degenere di elettroni avrà un contributo extra (positivo) di pressione che viene descritto dal cosiddetto "impulso di Fermi", definito attraverso il numero di elettroni contenuti in un volume V dello spazio delle fasi alla temperatura T = 0 (kelvin!):*

$$N = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3}\int_0^V d^3x \int_0^{p_F} d^3p = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} V \cdot \frac{4}{3}\pi\, p_F^3$$ *, da cui ricaviamo*

$$p_F = (3\pi^2)^{\frac{1}{3}}\,\hbar\frac{N}{V}$$ *. Fisicamente tutto questo si può interpretare come un'energia cinetica per unità di volume (ε) che gli elettroni possiedono anche quando la temperatura assoluta è zero.*

IL GAS DEGENERE DI ELETTRONI - 3

Il calcolo di ε dipende dal regime (relativistico/non relativistico) in cui si trova la struttura. Si trova:

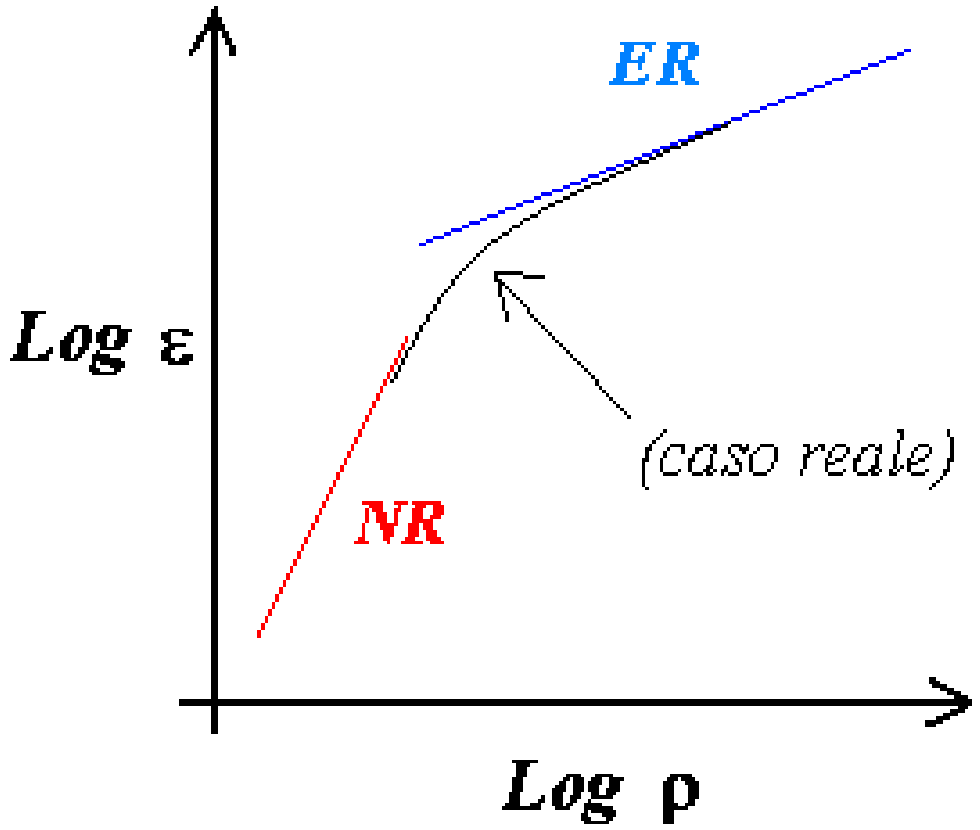
Regime NON RELATIVISTICO (NR) ($p \ll mc$): $\varepsilon_{NR} = cost \cdot \rho^{5/3}$

" *RELATIVISTICO ESTREMO (ER) ($p \gg mc$):* $\varepsilon_{NR} = cost' \cdot \rho^{4/3}$

A parità di densità i due risultati sono dello stesso ordine di grandezza.

Per $T \neq 0$ il calcolo della pressione di degenerazione diventa troppo complesso per trattarlo in questa sede.

ENERGIA DI DEGENERAZIONE



MECCANISMI DI OPACITÀ PER IL PLASMA STELLARE

I meccanismi di opacità estraggono fotoni dal flusso uscente, rendendolo più isotropo. Un'analisi – anche superficiale – di tali fenomeni deve quindi tener conto dei processi di assorbimento come di quelli di diffusione.

Molto sinteticamente, i principali meccanismi di interazione fra radiazione e materia sono:

– Processi di SCATTERING ELETTRONICO, ovvero la diffusione dei fotoni ad opera di elettroni relativistici presenti nel plasma stellare

– Processi FREE-FREE (f-f): assorbimento di un fotone da parte di un elettrone libero, in presenza del campo di un nucleo

– Processi BOUND-FREE (b-f), o fotoionizzazione: assorbimento di un fotone da parte di un elettrone legato che diventa libero

– Processi BOUND-BOUND (b-b): assorbimento di un fotone da parte di un elettrone legato che passa a un livello energetico superiore. Quest'ultimo processo è il maggiore responsabile della formazione di righe di assorbimento.

LO SCATTERING ELETTRONICO

Nella formulazione più generale (relativistica) prende il nome di effetto Compton. Al limite non relativistico la trattazione, più semplice, fornisce un coefficiente di opacità k_{scatt} *che dipende dalla sezione d'urto del processo* σ_T *:*

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 = 0{,}66\cdot 10^{-24}\ cm^2$$ *(SEZIONE D'URTO THOMSON)*

(si noti che $\sigma_T \sim 1/m_e^2$ *, cioè la sezione d'urto varia con l'inverso del quadrato della massa → lo scattering da ioni è trascurabile)*

In conclusione si può scrivere:

$$k_{scatt} \sim \frac{\sigma_T}{2m_p}\left(1+X\right)\ cm^2/g$$

PROCESSI FREE-FREE

Il contributo di tali processi si può stimare con la

FORMULA DI KRAMERS:

$$k_{ff} \sim 3{,}7 \cdot 10^{22} g_{ff} \left(X+Y\right)\left(1+X\right) \frac{\rho}{T^{3{,}5}} \; cm^2/g$$

dove g_{ff} prende il nome di fattore di Gaunt e vale ≈ 1

PROCESSI BOUND-FREE

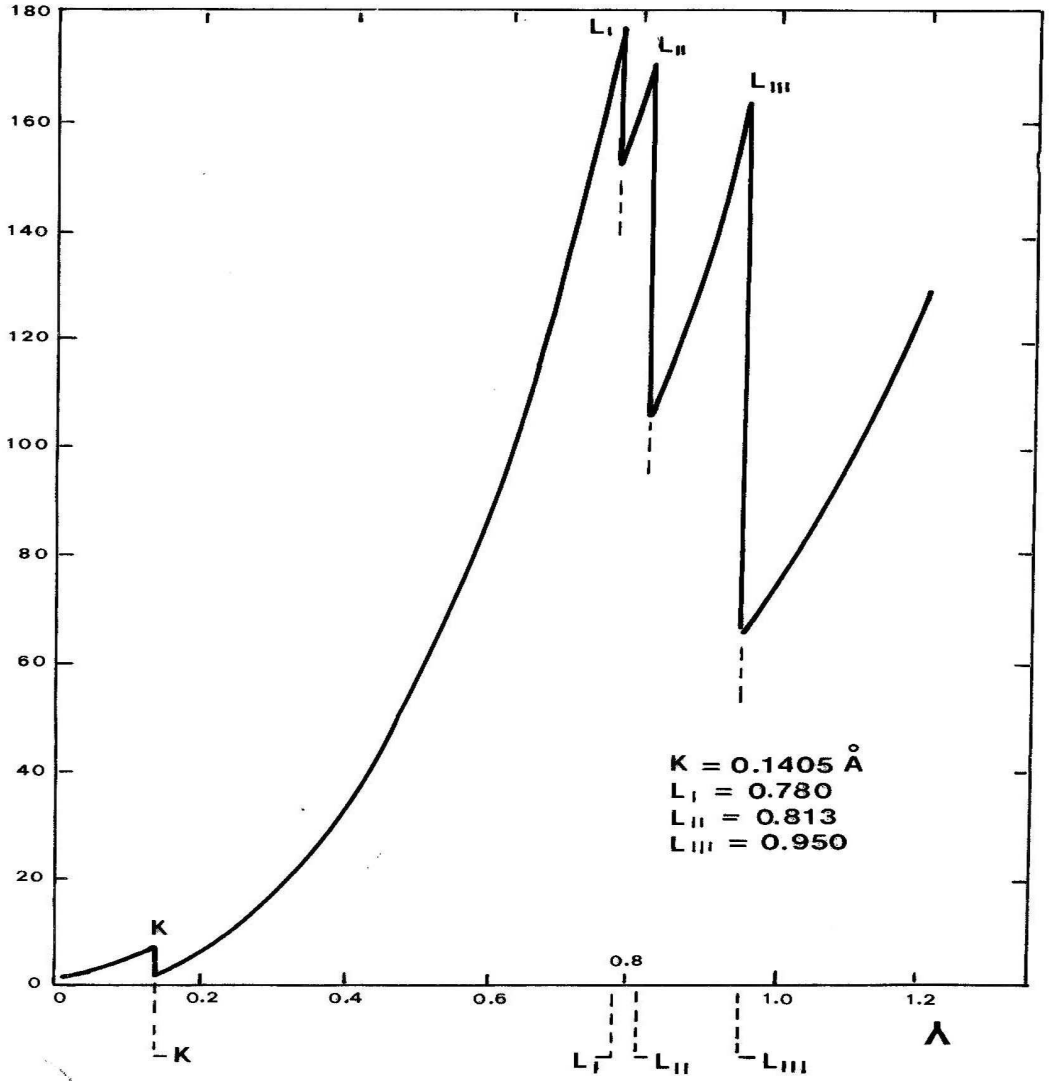
Anche per tali processi esiste una FORMULA DI KRAMERS:

$$k_{bf} \sim 4{,}3 \cdot 10^{25}\, g^{*}_{bf} \cdot Z\left(1+X\right)\frac{\rho}{T^{3{,}5}}\ cm^2/g$$

e anche in questo caso $g_{bf}{}^{*}$ *è un fattore non troppo diverso da* **1.**

Osserviamo che, se Z non è troppo piccolo, si ha $k_{bf} > k_{ff}$

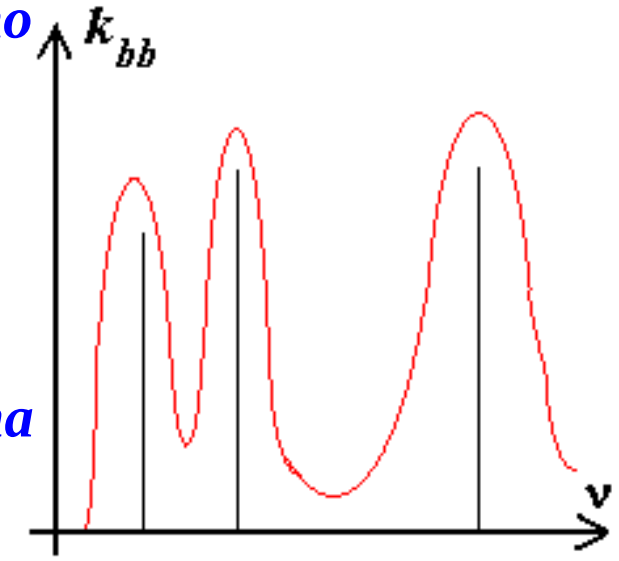
L'effetto delle opacità si manifesta con caratteristici picchi di assorbimento nella distribuzione di lunghezza d'onda.



Assorbimento della radiazione al variare della lunghezza d'onda da parte di un atomo neutro di Pb. Le varie discontinuità corrispondono all'energia di ionizzazione dell'elettrone sull'orbita più interna (K) e degli elettroni nell'orbitale più esterno L.

PROCESSI BOUND-BOUND E FORMAZIONE DI RIGHE

In prima approssimazione l'assorbimento di un fotone di energia $h\nu_0$ può aver luogo solo se un atomo (o uno ione) dell'atmosfera stellare contiene due livelli legati separati da un intervallo di energia $h\nu_0$. In tal caso l'opacità risultante k_{bb} avrebbe una forma costellata di delta di Dirac (righe nere).



Nei casi reali la situazione è un po' diversa e la k_{bb} ha un andamento meno "patologico", anche se ancora abbastanza irregolare (curva qualitativa in rosso). Ciò si traduce nella presenza di righe di assorbimento.

Nella trattazione teorica si schematizza il sistema elettrone-atomo come un dipolo oscillante sotto l'effetto del campo elettromagnetico, con uno smorzamento dovuto alle perdite di energia per irraggiamento. Si può dimostrare che il profilo "naturale" della riga è LORENTZIANO.

LE RIGHE DI ASSORBIMENTO

L'opacità risultante dalla somma di tutti i contributi degli oscillatori è ovviamente funzione della frequenza. Se sono presenti $n(\nu_0)$ *oscillatori per unità di volume alla frequenza naturale* ν_0*, la forma (lorentziana) della k sarà del tipo:*

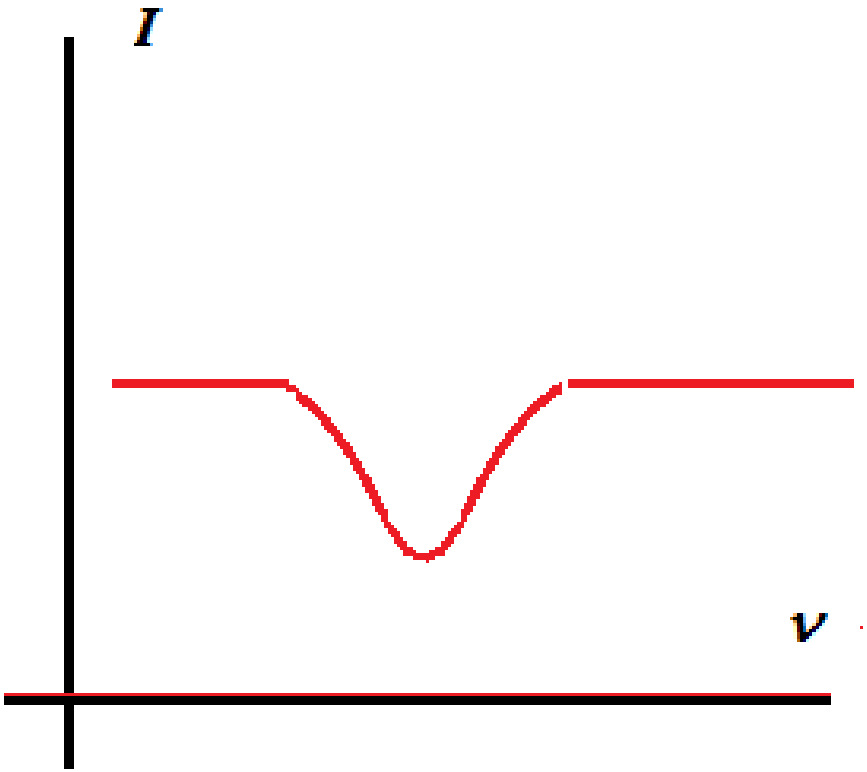
$$k_{bb}(\nu) = \frac{e^2 n(\nu_0)}{\rho m c} \cdot \frac{\gamma/4\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\gamma/4\pi\right)^2}$$

dove $\gamma = \dfrac{8\pi^2 e^2 \nu^2}{3mc^3}$ *corrisponde al termine di smorzamento.*

Il coefficiente di opacità bound-bound è il termine dominante vicino alle risonanze di riga: pertanto è il maggiore responsabile della presenza delle righe spettrali di assorbimento.

IL PROFILO DELLE RIGHE DI ASSORBIMENTO

La curva lorentziana della riga è quasi sempre modificata da effetti perturbativi che spesso diventano preponderanti e ne ALLARGANO il profilo



Tra i vari effetti di allargamento delle righe ricordiamo:

- Allargamento Doppler

- Allargamento da pressione

- Allargamento gravitazionale

IL BILANCIO TERMICO DELLE STRUTTURE STELLARI

IN POSITIVO:

contrazione della struttura

reazioni nucleari esotermiche

IN NEGATIVO:

flusso uscente (radiazione, vento stellare, neutrini)

reazioni nucleari endotermiche

MECCANISMI DI PRODUZIONE DI ENERGIA

Possiamo distinguere due processi principali:

✓ ***DINAMICI*** **(ε_g)** ***(modifiche operate dalla gravità)***

✓ ***NUCLEARI*** **(ε_n)** ***(reazioni di fusione nucleare)***

ε_g , ε_n ***= potenza gravitazionale e nucleare emesse per unità di massa (erg/g·s)***

BILANCIO TERMICO

Ricordando che la luminosità L è definita come la potenza emessa dalla struttura, possiamo scrivere $L = \varepsilon M = -\delta Q/dt$. *Se ora introduciamo S, l'ENTROPIA della configurazione (con* $\delta Q = TdS$, *dove T rappresenta la temperatura assoluta), avremo*

$$L = -T\,dS/dt$$

e quindi:

$$\varepsilon = -\frac{T}{M}\frac{dS(P,T)}{dt} = -\frac{T}{M}\left[\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T \frac{dP}{dt} + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P \frac{dT}{dt}\right] = -\alpha\,\dot{P} - \beta\dot{T}\,,$$

Per valutare le derivate temporali di P e T occorre naturalmente disporre di informazioni sul passato della struttura.

GENERALITÀ

Contrariamente a quanto si pensa comunemente, il processo che produce più energia nell'arco di vita di una struttura stellare è quello gravitazionale, non quello nucleare!

La stella infatti comincia la propria esistenza contraendosi da una nube ENORME di gas e polveri ($R \rightarrow \infty$, $U \sim 0$) e la termina come una struttura ad alta densità ($R \sim 10^7$ m per una nana bianca, $|U| \sim GM^2/R \sim 2{,}7 \cdot 10^{50}$ erg).

L'energia prodotta è dunque dell'ordine del 15% dell'energia a riposo, Mc^2. Invece, come vedremo, le reazioni nucleari producono al più una quantità di energia dell'ordine di 10 MeV/adrone, e se l'adrone è il protone (con massa $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg ≈ 940 MeV) ricaviamo che nuclearmente si produce circa l'1% dell'energia a riposo.

Tuttavia la liberazione della maggior parte dell'energia gravitazionale è concentrata nelle fasi finali dell'evoluzione stellare e, per lunga parte della vita della stella, prevale la produzione di energia attraverso reazioni nucleari.

LE PERDITE DI ENERGIA

Il flusso di radiazione uscente è nettamente maggiore per le stelle di massa più grande: una stella estremamente brillante può avere una luminosità $L \sim 500000\ L_\odot$*, con massa anche superiore a* $100\ M_\odot$*.*

Le stelle più brillanti sono anche quelle che perdono più massa (fino a 10^{-5} **–**$10^{-6}\ M_\odot$*/anno) ed emettono il maggior flusso di neutrini. Per tutte queste ragioni la loro aspettativa di vita può accorciarsi fino a* **3** *o* **4** *milioni di anni, anche meno.*

I neutrini attraversano l'intera struttura stellare interagendo poco o nulla (non "sentono" le interazioni elettromagnetiche né la forza forte, la loro massa è $\lesssim$ **35** *eV* $\rightarrow$ *sono soggetti in pratica alla sola interazione debole). La loro sezione d'urto è paragonabile a superfici di piombo spesse alcuni anni-luce!*

NEUTRINI SOLARI - 1

I neutrini si producono soprattutto attraverso reazioni di fusione nucleare di nuclei più pesanti del ^{12}C e per conversione di fotoni γ sufficientemente energetici → le perdite di energia attraverso questo processo CRESCONO all'avanzare dell'evoluzione.

Vale la pena occuparsi del problema dei NEUTRINI SOLARI, risolto solo da qualche anno grazie alla scoperta delle oscillazioni di sapore, che hanno rivelato un miscuglio di autostati quantistici per i neutrini in arrivo dalla nostra stella. Ciò ha dimostrato che la loro massa non poteva essere esattamente zero, il che ci porta oltre il modello standard.

Il problema risale agli anni '60, quando R. Davis installò in una miniera di Homestake, nel Dakota - ad una profondità di 1500 m - un contenitore con 400 000 litri di tetracloroetilene al fine di rivelare i neutrini prodotti dalle reazioni di fusione nucleare che, trasformando idrogeno in elio, riforniscono il Sole di energia.

NEUTRINI SOLARI - 2

Per valutare il numero di neutrini emessi dal Sole basta dire che in ogni reazione di fusione 4 protoni vanno a formare un nucleo di elio (con due protoni e due neutroni), e ad ogni formazione di un neutrone corrisponde l'emissione di un neutrino.
Quindi ad ogni reazione di fusione corrisponde l'emissione di due neutrini.

L'esperienza di Davis rivelava i neutrini tramite la reazione e la successiva rivelazione del decadimento del nucleo così prodotto. La soglia della reazione è 0,81 Mev: l'esperimento poteva rivelare solo i neutrini provenienti dalle reazioni del boro (B) e del berillio (Be).

I neutrini rivelati risultarono solo tra 1/2 e 1/3 di quelli previsti dalla teoria. Le interpretazioni più probabili erano due. Forse i modelli teorici non valutavano correttamente il contributo delle diverse reazioni all'emissione dei neutrini, fermo restando il numero totale di quelli emessi.

NEUTRINI SOLARI - 3

Ne seguirono vari ma vani tentativi di abbassare le temperature centrali del Sole, spostando così le reazioni verso la catena* pp-I *i cui neutrini non erano rivelabili.

Alternativamente, sin dal 1962 Bruno Pontecorvo (1913-1993) aveva avanzato l'ipotesi secondo la quale i neutrini emessi dal Sole, di tipo elettronico, si sarebbero trasformati "in volo" in uno degli altri due tipi di neutrino (muonico e tauonico), perdendo così la capacità di interagire col cloro.

L'ipotesi era affascinante, perché implicava che il neutrino avesse massa diversa da zero, contrariamente alle previsioni dei più semplici e accettati modelli di tali particelle.

Ciò apriva la strada ad una nuova fisica.

NEUTRINI SOLARI - 4

Il problema dei neutrini solari ha stimolato nel tempo una serie di importanti imprese sperimentali. Nel 1987 l'esperimento giapponese Kamiokande misurava i neutrini del B utilizzando processi di scattering elettronico - parzialmente sensibili anche alla presenza di neutrini non elettronici - confermando il deficit di neutrini.

Assumendo come validi i dati sperimentali, era peraltro già possibile ricavare che i risultati dei due esperimenti erano incompatibili con neutrini canonici.

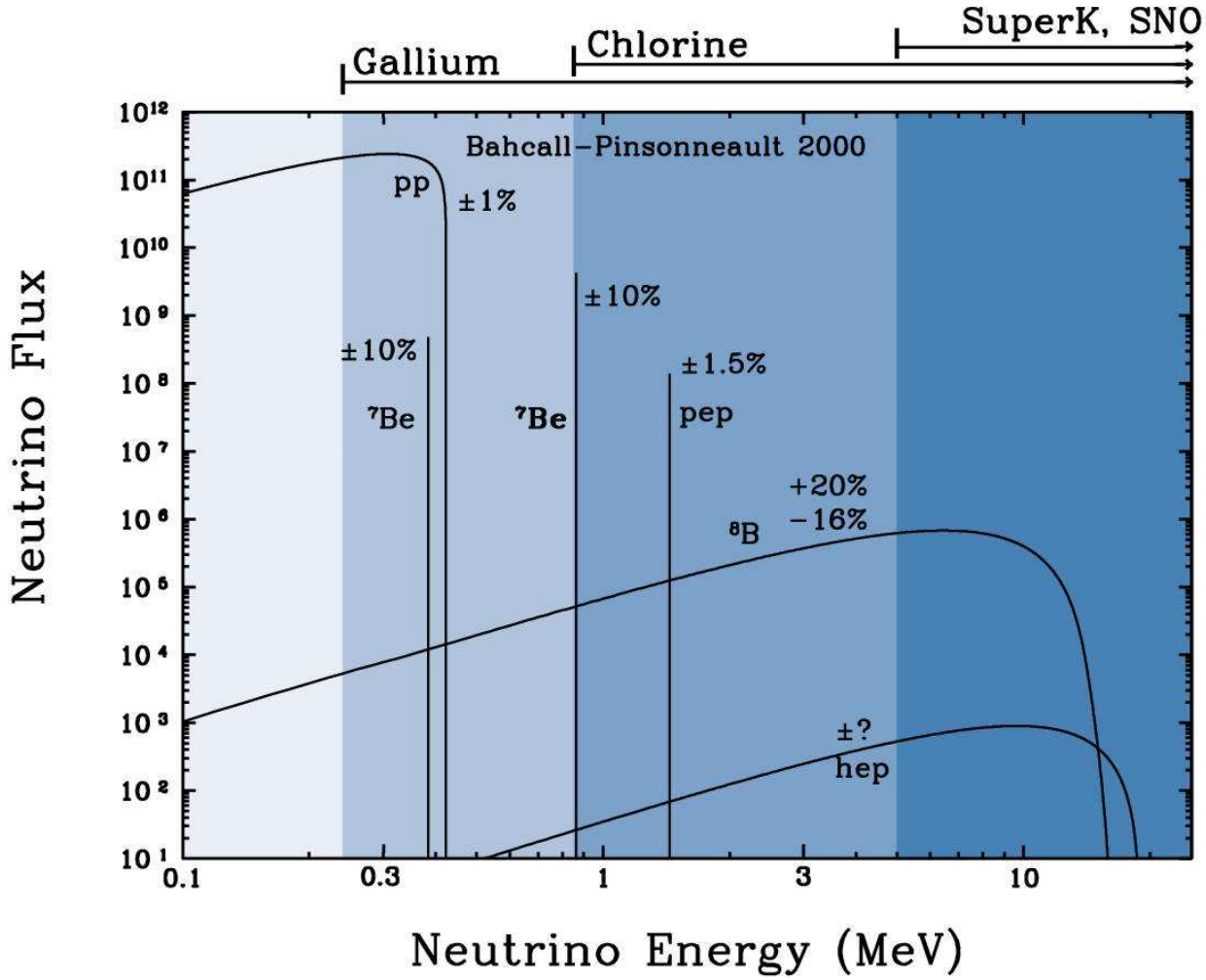
L'esperimento di Kamiokande, sensibile solo ai neutrini del B, fissava il flusso di tali neutrini, indipendentemente da ulteriori assunzioni. Il segnale di Homestake forniva invece una relazione tra i due flussi, a seconda che fosse interpretato come prodotto solo da neutrini del B, solo da neutrini del Be o da una mescolanza dei due.

NEUTRINI SOLARI - 5

Nell'ipotesi di neutrini canonici il flusso del B misurato da Kamiokande dovrebbe, da solo, produrre in Homestake un segnale più alto di quanto osservato: una contraddizione sanabile solo ammettendo un errore nei dati sperimentali.

Un ulteriore chiarimento. e un supporto ai dati dei precedenti esperimenti, veniva dai risultati dell'esperimento Gallex (Gallium Experiment) condotto a partire dal 1996 nei Laboratori Sotterranei dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN) al Gran Sasso, e dal contemporaneo esperimento SAGE (Soviet-American Gallium Experiment) in un laboratorio sotterraneo nelle montagne del Caucaso.

IL FLUSSO DI NEUTRINI SOLARI



Lo spettro dei neutrini solari previsto dal modello standard per le reazioni nucleari nel Sole

LE REAZIONI NUCLEARI -1

Le reazioni di fusione nucleare sono esotermiche fino alla fusione del ferro, ^{56}Fe: poi l'energia di legame tra i nucleoni ritorna a salire, sia pure lentamente .

La massa totale di un un nucleo di numero atomico Z e peso atomico A è

$$M(A,Z) = m_p Z + m_n(A-Z) + U_{TOT}/c^2$$

dove U_{TOT} rappresenta l'energia di legame del nucleo (negativa). Nell'ipotesi semplificatrice Z = cost (le reazioni in questione non distruggono elettroni, come per esempio nella reazione $3\,^4He \rightarrow {}^{12}C$) si ha:

$$M_{A_1} + M_{A_2} + M_{A_3} + \ldots = m_p Z + m_n (A - Z) + \frac{U_{A_1} + U_{A_2} + \ldots}{c^2}$$

La reazione è esotermica se M

$$M_{A_1} + M_{A_2} + M_{A_3} + \ldots > M_A$$

LE REAZIONI NUCLEARI - 2

Questo implica

$$\frac{\mathbf{U}_{\mathbf{A}_1} + \mathbf{U}_{\mathbf{A}_2} + \ldots}{\mathbf{c}^2} > \frac{\mathbf{U}_{\mathbf{A}}}{\mathbf{c}^2}$$

E, essendo le U tutte negative,

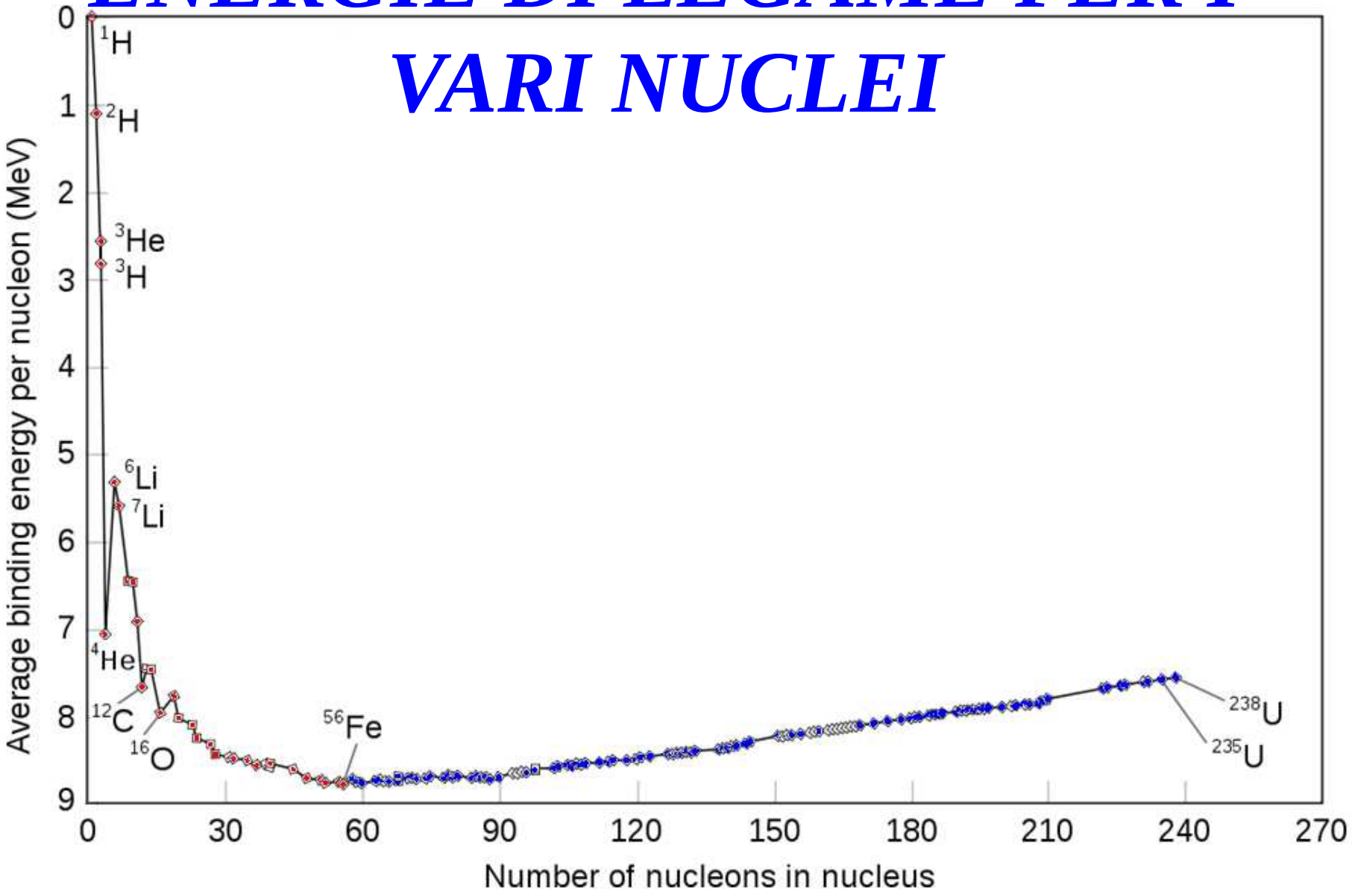
$$\frac{|\mathbf{U}_{\mathbf{A}_1} + \mathbf{U}_{\mathbf{A}_2} + \ldots|}{A} < \frac{|\mathbf{U}_{\mathbf{A}}|}{A}$$

In particolare, questa relazione è verificata se:

$$\left|\frac{\mathbf{U}_{\mathbf{A}_1}}{A_1}\right|, \left|\frac{\mathbf{U}_{\mathbf{A}_2}}{A_2}\right|, \left|\frac{\mathbf{U}_{\mathbf{A}_3}}{A_3}\right|, \ldots < \left|\frac{\mathbf{U}_{\mathbf{A}}}{A}\right|$$

che vale per ogni elemento più leggero del ^{56}Fe.

ENERGIE DI LEGAME PER I VARI NUCLEI



LE REAZIONI DI FUSIONE NUCLEARE

Si potrebbe pensare che le reazioni si attivino necessariamente non appena la densità della materia è sufficientemente alta: NON È COSÌ. Le reazioni nucleari si innescano ad ALTE temperature e soltanto perché è attivo l'effetto TUNNEL. Senza di esso le temperature necessarie al superamento della barriera coulombiana sarebbero dell'ordine di qualche miliardo di gradi.

In generale la probabilità che una reazione nucleare di fusione abbia luogo è il prodotto di due eventi indipendenti:

- ***I due nucleoni che devono interagire arrivano a distanze ~ 10^{-13} cm;***
- ***L'interazione avviene effettivamente***

L'EFFETTO TUNNEL

La probabilità di penetrazione P può essere calcolata nell'approssimazione semiclassica della meccanica quantistica (cfr. Landau, Meccanica quantistica – teoria non relativistica, par. 50, pag. 224). Nel nostro caso si ottiene un'esponenziale:

$$P \approx exp\left[-\frac{2}{\hbar}\int_{R_0}^{\alpha/E}\sqrt{2m\left(\frac{\alpha}{r}-E\right)}dr\right]$$

dove $\alpha = Z_1 Z_2 e^2$ ***e*** $R_0 \sim 10^{-13}$ ***cm. L'integrale dà:***

$$P \approx exp\left[-\frac{2\alpha}{\hbar}\sqrt{\frac{2m}{E}}\left\{\arccos\sqrt{\frac{ER_0}{\alpha}}-\sqrt{\frac{ER_0}{\alpha}\left(1-\frac{ER_0}{\alpha}\right)}\right\}\right]$$

che nel caso (realistico) $ER_0/\alpha \ll 1$ ***si riduce all'approssimazione***

$$P \approx exp\left[-\frac{\pi\alpha}{\hbar}\sqrt{\frac{2m}{E}}\right] = \exp(bE^{-1/2})$$

PROBABILITÀ DI REAZIONE

Una volta che i nucleoni sono abbastanza vicini occorre valutare la probabilità che interagiscano. Tale probabilità risulta decrescente con l'aumentare di E; la procedura standard è quella di porre

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-\frac{b}{\sqrt{E}}}$$

con S(E) funzione lentamente variabile di E. Il termine esponenziale prende il nome di fattore di penetrazione di Gamow.

LA CATENA p-p1

$$p + p \rightarrow d + e^{+} + \nu_e$$

$$p + d \rightarrow {}^{3}He + \gamma$$

$${}^{3}He + {}^{3}He \rightarrow {}^{4}He + 2p$$

(energie liberate : 1,18 MeV, 5,49 MeV, 12,86 MeV)

Le prime due reazioni avvengono due volte nel ciclo, quindi il totale dell'energia prodotta è 26,20 MeV, con circa 0,5 MeV portati via dai neutrini

LA CATENA p-p2

$$p + p \rightarrow d + e^{+} + \nu_e$$

$$p + d \rightarrow {}^{3}He + \gamma$$

$${}^{3}He + {}^{4}He \rightarrow {}^{7}Be + \gamma$$

$$e^{-} + {}^{7}Be \rightarrow {}^{7}Li + \nu$$

$$p + {}^{7}Li \rightarrow {}^{4}He + {}^{4}He$$

(energie liberate : 1,18 MeV, 5,49 MeV, 1,59 MeV, 0,06 MeV, 17,34 MeV. La catena è catalizzata da ^{4}He)

I neutrini portano via circa il 4%.

LA CATENA p-p3

$$p + p \rightarrow d + e^{+} + \nu_e$$

$$p + d \rightarrow {}^{3}He + \gamma$$

$${}^{3}He + {}^{4}He \rightarrow {}^{7}Be + \gamma$$

$$p + {}^{7}Be \rightarrow {}^{8}B + \gamma$$

$${}^{8}B \rightarrow {}^{8}Be + e^{+} + \nu$$

$${}^{8}Be \rightarrow {}^{4}He + {}^{4}He$$

(energie liberate : 1,18 MeV, 5,49 MeV, 1,59 MeV, 0,13 MeV, 10,78 MeV, 0,09 MeV). I neutrini portano via circa il 29%.

Questa reazione è quella che produce i neutrini solari osservabili

LA CATENA p-p3

La catena pp3 è importante perché è quella che produce i neutrini solari osservabili, secondo la reazione:

$$\nu + {}^{37}\mathrm{Cl} \rightarrow {}^{37}\mathrm{A} + \mathrm{e}^{-}$$

$$^{37}\mathrm{A} \rightarrow {}^{37}\mathrm{Cl} + \nu + \mathrm{e}^{+}$$

La prima reazione dipende fortemente da E e ciò fa sì che si possano rilevare solo i neutrini molto energetici della pp3 e non quelli molto più "molli" della pp2, che sono enormemente più numerosi.

IL CICLO CNO - 1

$$^{12}_{6}\mathrm{C} + ^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow \ ^{13}_{7}\mathrm{N} + \gamma$$

$$^{13}_{7}\mathrm{N} \rightarrow \ ^{13}_{6}\mathrm{C} + \mathrm{e}^{+} + \nu$$

$$^{13}_{6}\mathrm{C} + ^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow \ ^{14}_{7}\mathrm{N} + \gamma$$

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow \ ^{15}_{8}\mathrm{O} + \gamma$$

$$^{15}_{8}\mathrm{O} \rightarrow \ ^{15}_{7}\mathrm{N} + \mathrm{e}^{+} + \nu$$

$$^{15}_{7}\mathrm{N} + \ ^{1}_{1}\mathrm{H} \rightarrow \ ^{12}_{6}\mathrm{C} + ^{4}_{2}\mathrm{He}$$

(nel Sole contribuisce solo per l'1,5 %)

IL CICLO CNO - 2

Il CNO diventa prevalente come fonte di energia quando l'abbondanza iniziale di C è sufficientemente alta e per temperature superiori a 20 milioni di K.

Per stelle più massicce è praticamente l'unica fonte importante di produzione di energia.

La sua fortissima dipendenza dalla temperatura ($\sim T^{15}$!!) lo rende prodigiosamente efficiente, il che accorcia in modo drammatico il tempo di permanenza in sequenza principale delle stelle di sequenza più alta

IL CICLO 3α

$$^{4}\mathrm{He} + {}^{4}\mathrm{He} \leftrightarrow {}^{8}\mathrm{Be}$$

$$^{4}\mathrm{He} + {}^{8}\mathrm{Be} \leftrightarrow {}^{12}\mathrm{C}^{*}$$

$$^{12}\mathrm{C}^{*} \rightarrow {}^{12}\mathrm{C} + 2\gamma$$

energia liberata in MeV: 7,656 MeV

Il Be decade spontaneamente in 10^{-17} sec, ma nel frattempo ha probabilità non zero di interagire con un altro nucleo di He e formare il livello eccitato del C, che in 1/1000 dei casi decade nel C stabile