

STUDIO DELLA STRUTTURA STELLARE (CONTINUA)

- ✓ *Equazione di stato: termini di gas perfetto e di radiazione*
- ✓ *L'adiabatica per la radiazione di fotoni*
- ✓ *Il teorema del viriale*
- ✓ *Il calore specifico delle strutture stellari*
- ✓ *Effetti sulla pressione: Coulomb, degenerazione e ionizzazione parziale*
- ✓ *L'opacità delle strutture stellari e la formazione di righe*
- ✓ *Le caratteristiche generali delle righe di assorbimento*

L'EQUAZIONE DI STATO

IL TERMINE DI GAS PERFETTO

Per la pressione dovuta al gas perfetto si scrive in astrofisica $P_G = \frac{k}{\mu m_p} \rho T$,

dove μ rappresenta il **peso molecolare medio**, definito come il numero medio di particelle che contribuiscono alla pressione per unità di massa m_p .

Per una miscela di elementi completamente ionizzati (come spesso accade negli interni stellari) si usa la formula

$$\mu = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \frac{X_i (Z_i + 1)}{A_i}}$$

con Z_i e A_i rispettivamente numero atomico e peso atomico dell'elemento i , di abbondanza X_i (frazione in massa rispetto al totale). Z_i è anche il contributo degli elettroni (assente se il gas non è ionizzato). In termini delle consuete abbondanze X , Y , Z si usa di solito l'approssimazione

$$\mu \simeq \frac{1}{2X + \frac{3}{4}Y + \frac{1}{2}Z} \quad \text{dove si pone } 2 \text{ per l'H, } \frac{3}{4} \text{ per l'He e } (Z+1)/A = \frac{1}{2} \text{ per i "metalli" (esempio: } 7/12 \text{ per il } ^{12}\text{C, } 27/56 \text{ per il } ^{56}\text{Fe)}$$

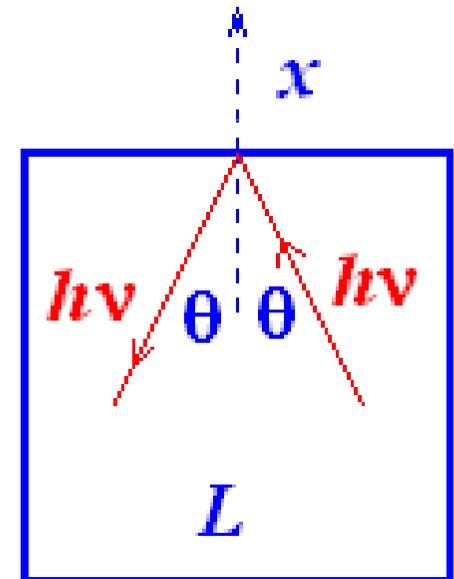
L'EQUAZIONE DI STATO

IL TERMINE DI RADIAZIONE - 1

Per la pressione di radiazione possiamo porre $P_R = \frac{1}{3}aT^4$. Ciò si dimostra calcolando la pressione dei fotoni in una scatola e usando la legge di Stefan per il corpo nero. Per un calcolo semplificato consideriamo una scatola cubica di lato L , nella quale si trovino dei fotoni che per semplicità supporremo tutti di frequenza ν . Se uno di essi urta una parete della scatola con angolo di incidenza θ rispetto alla normale, e assumendo l'urto perfettamente elastico, la quantità di moto del fotone lungo la direzione x passerà da $\frac{h\nu}{c} \cos \theta$ a $-\frac{h\nu}{c} \cos \theta$. Quindi la quantità di moto ceduta in quella direzione alla parete sarà

$$dp_x = \frac{2h\nu}{c} \cos \theta = \frac{2h\nu}{c^2} c_x, \text{ dove } c_x \text{ rappresenta la}$$

componente x della velocità della luce.



L'EQUAZIONE DI STATO

IL TERMINE DI RADIAZIONE - 2

Il numero di urti che il fotone subisce nel tempo dt con la stessa parete della scatola è $c_x dt/2L$, ricordando che il fotone deve percorrere una distanza $2L$ prima di colpire nuovamente la stessa parete.

Allora la quantità di moto scambiata dal fotone nel tempo dt con la parete si potrà scrivere come:

$$dp_{1 \text{ parete}}^{1 \text{ fotone}} = \frac{2h\nu}{c^2} \frac{c_x^2 dt}{2L}$$

Se facciamo l'ipotesi che la distribuzione dei fotoni sia isotropa, ogni direzione è per essi equiprobabile: passando al valor medio si ottiene dunque:

$$\langle c_x^2 \rangle = \langle c_y^2 \rangle = \langle c_z^2 \rangle = \frac{1}{3} c^2$$

Concludendo, per N fotoni la quantità di moto media trasferita alla parete nel tempo dt è:

$$\langle dp_{TOT} \rangle = \frac{Nh\nu}{c^2} \frac{\frac{1}{3} c^2 dt}{L} = \frac{1}{3} \frac{Nh\nu}{L} dt$$

L'EQUAZIONE DI STATO

IL TERMINE DI RADIAZIONE - 3

La forza media agente sulla parete è $\langle F \rangle = \frac{\langle dp_{TOT} \rangle}{dt} = \frac{1}{3} \frac{Nh\nu}{L}$, mentre

per la pressione sulla parete abbiamo $P_R = \frac{\langle F \rangle}{L^2} = \frac{1}{3} \frac{Nh\nu}{L^3}$

Notiamo che $Nh\nu/L^3$ rappresenta l'energia totale per unità di volume contenuta nella scatola, che corrisponde alla u della distribuzione di corpo nero. La legge di Stefan, inoltre, assicura che $u = aT^4$ ($a =$ costante di Stefan $= 8\pi^5 k^4 / (15c^3 h^3) = 7,536 \cdot 10^{-15}$ erg/cm³)

Dunque otteniamo:

$$P_R = \frac{1}{3} u = \frac{1}{3} a T^4 \quad (\text{cfr. l'analogo per particelle di gas: } P_G = (2/3) u)$$

Ciò dimostra la formula per la pressione di radiazione. Quanto visto può essere generalizzato al caso di una scatola di forma generica, contenente una distribuzione di fotoni di tutte le frequenze.

L'ADIABATICA DI RADIAZIONE

Si parte dal fatto che in un'adiabatica il calore scambiato con l'ambiente esterno è nullo, cioè $\delta Q = 0$.

Dal primo principio della Termodinamica $Q = \Delta U + L$, differenziando ambo i membri, otteniamo $dU + pdV = 0$.

Essendo poi $U = uV$, avremo $dU = udV + Vdu$; inoltre $p = u/3$, perciò sostituendo troviamo

$$Vdu + \frac{4}{3}udV = 0$$

che può anche scriversi come $u \cdot V^{4/3} = \text{costante}$.

Ricordando poi che nel caso della radiazione si ha $u = 3P = aT^4$, ricaviamo:

$$TV^{1/3} = \text{costante}, \quad \text{cioè} \quad pV^{4/3} = \text{costante},$$

equazione che esprime la legge di una trasformazione adiabatica per i fotoni.

IL TEOREMA DEL VIRIALE - 1

È un teorema *statistico* di importanza *fondamentale*.

Consideriamo un sistema di N particelle (punti materiali), ciascuna definita dalle sue coordinate di posizione e velocità $(\vec{r}_n, \dot{\vec{r}}_n)$ ($n = 1, \dots, N$), soggette a forze \vec{F}_n (reazioni vincolari incluse). Le equazioni fondamentali del moto si scrivono allora come $\vec{F}_n = \dot{\vec{p}}_n$. Consideriamo ora la grandezza

$$G = \sum_{n=1}^N \vec{p}_n \cdot \vec{r}_n, \text{ che derivata rispetto al tempo dà } \frac{dG}{dt} = \sum_{n=1}^N \dot{\vec{p}}_n \cdot \vec{r}_n + \sum_{n=1}^N \vec{p}_n \cdot \dot{\vec{r}}_n.$$

Per il 2° termine si ha: $\sum_{n=1}^N \vec{p}_n \cdot \dot{\vec{r}}_n = \sum_{n=1}^N m_n \dot{\vec{r}}_n \cdot \dot{\vec{r}}_n = \sum_{n=1}^N m_n v_n^2 = 2T$, con T che rappresenta l'energia cinetica del sistema. Per il 1° termine si può scrivere:

$$\sum_{n=1}^N \dot{\vec{p}}_n \cdot \vec{r}_n = \sum_{n=1}^N \vec{F}_n \cdot \vec{r}_n$$

La derivata di G rispetto al tempo può allora essere riformulata...

IL TEOREMA DEL VIRIALE - 2

...per ottenere: $\frac{dG}{dt} = \sum_{n=1}^N \vec{F}_n \cdot \vec{r}_n + 2T$. Se ora eseguiamo la media temporale su un intervallo di tempo molto lungo τ attraverso l'integrale, avremo:

$$\int_0^\tau \frac{dG}{dt} dt = \overline{\frac{dG}{dt}} = \sum_{n=1}^N \overline{\vec{F}_n \cdot \vec{r}_n} + 2\bar{T},$$

col tratto superiore che indica l'operazione di media. Otteniamo così:

$$\frac{1}{\tau} [G(\tau) - G(0)] = \sum_{n=1}^N \overline{\vec{F}_n \cdot \vec{r}_n} + 2\bar{T}$$

Nel caso di moto periodico, cioè una situazione in cui tutte le coordinate riprendono gli stessi valori dopo un certo intervallo di tempo, basta scegliere τ uguale al periodo e il I membro risulta nullo. Tale conclusione, però, resta valida anche nell'ipotesi molto più generale che coordinate e velocità restino limitate nel tempo, sicché G ammetterà estremo superiore e per τ sufficientemente grande il I membro sarà piccolo a piacere. Allora:

$$\bar{T} = -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \overline{\vec{F}_n \cdot \vec{r}_n}$$

IL TEOREMA DEL VIRIALE - 3

L'equazione $\bar{T} = -\frac{1}{2} \overline{\sum_{n=1}^N \vec{F}_n \cdot \vec{r}_n}$ prende il nome di **TEOREMA DEL VIRIALE** e il II membro è chiamato **VIRIALE DI CLAUSIUS**. Questa forma del teorema è utile nella teoria cinetica dei gas (da qui segue la legge di Boyle) e per ricavare l'equazione di van der Waals (le forze F_i rappresentano anche le interazioni tra molecole).

Si osservi che anche in presenza di forze di attrito, dipendenti dalla velocità, il viriale di Clausius non dipende da esse e, se viene fornita al sistema energia sufficiente per mantenere in moto le particelle, il teorema resta ancora valido.

Nel caso in cui le forze F_i risultino derivabili da un potenziale V (come è vero per le stelle), con $\vec{F}_n = -\vec{\nabla}V_n$, avremo:

$$\bar{T} = \frac{1}{2} \overline{\sum_{n=1}^N \vec{\nabla}V_n \cdot \vec{r}_n}$$

IL TEOREMA DEL VIRIALE - 4

Otteniamo così $\bar{T} = \frac{1}{2} \overline{\sum_{n=1}^N \frac{\partial V_n}{\partial r_n} r_n}$, che per potenziali V omogenei, cioè del

tipo $V = ar^{k+1}$ (l'esponente k è scelto in modo che $F \sim r^k$) si trova

$$\sum_{n=1}^N \frac{\partial V_n}{\partial r_n} r_n = \sum_{n=1}^N (k+1)V_n = (k+1) \sum_{n=1}^N V_n = (k+1)V$$

e quindi otteniamo $2\bar{T} = (k+1)\bar{V} \rightarrow \bar{T} = \frac{k+1}{2}\bar{V}$

Nel caso gravitazionale $k = -2$ e si ritrova la forma più nota del teorema del viriale:

$$2\bar{T} + \bar{V} = 0$$

COMPORAMENTO TERMICO DELLE STRUTTURE STELLARI - 1

Abbiamo già definito la luminosità della stella come derivata dell'energia prodotta rispetto al tempo (potenza):

$$*dE / dt = L = dE/dt = dQ/dt*$$

dove Q rappresenta il calore emesso

Immaginiamo ora che la stella subisca una piccola contrazione, abbastanza lenta da poterla considerare una successione di stati di quasi-equilibrio. In queste ipotesi si può applicare il teorema del viriale, per il quale si ha

$$*2E_T + U = 0*$$

*Con E_T indichiamo l'energia cinetica **microscopica** delle molecole del gas, e quindi l'energia termica, mentre U è l'energia potenziale gravitazionale della struttura (notare che **si ha sempre $U < 0$**)*

L'equazione vale solo per medie temporali abbastanza lunghe e quindi è accettabile se lo stato è praticamente di equilibrio.

COMPORAMENTO TERMICO DELLE STRUTTURE STELLARI - 2

L'energia totale del sistema è $E = E_T + U$. Usando il teorema del viriale troviamo $E = -E_T$

In termini del calore ceduto l'equazione è naturalmente $Q = -E_T$. Nell'ipotesi semplificativa che la stella sia composta solo da gas perfetto monoatomico, cioè idrogeno ionizzato (un modello più sofisticato "gas perfetto+radiazione" conduce essenzialmente agli stessi risultati), l'energia termica sarà:

Differenziando si ha:

$$E_T = -Q = \frac{3}{2} NkT$$
$$\delta Q = -\frac{3}{2} NkdT$$

da cui si può ricavare c_v , il calore specifico molare a volume costante:

$$c_v = \left(\frac{\delta Q}{dT} \right)_v = -\frac{3}{2} Nk$$

COMPORAMENTO TERMICO DELLE STRUTTURE STELLARI - 3

*Come si vede, c_v risulta **negativo**.*

*Questo significa che **più la stella emette energia, più la sua temperatura interna cresce**.*

La spiegazione di un fatto così paradossale è nel teorema del viriale e nella contrazione gravitazionale della struttura.

Un sistema termodinamico “ortodosso” non potrebbe mai esibire un simile comportamento.

La combinazione di termodinamica/gravitazione produce situazioni non previste dalla classica formulazione di Clausius del secondo principio della Termodinamica (con la famosa “morte termica”...).

PRESSIONE NEL PLASMA STELLARE (*complementi*)

Alcune osservazioni integrative: abbiamo già analizzato la pressione di gas perfetto e quella di radiazione. Poiché negli interni stellari la materia è – almeno parzialmente – ionizzata, scriveremo:

$$*P = P_G + P_R + P_i + P_e*$$

dove gli ultimi due termini rappresentano, rispettivamente, il contributo alla pressione degli ioni e degli elettroni.

Ad entrambi questi termini possono contribuire tre diversi meccanismi:

- (a) La depressione coulombiana*
- (b) La pressione di degenerazione quantistica*
- (c) I fenomeni di ionizzazione parziale*

DEPRESSIONE COULOMBIANA - 1

Si manifesta quando l'energia potenziale coulombiana diventa preponderante rispetto all'energia cinetica media kT delle particelle. Il contributo più importante all'energia potenziale viene dalle interazioni ione-ione, che sono della forma

$$U = \frac{Z^2 e^2}{d_0}, \text{ dove } Z \text{ è il numero atomico, } e \text{ la carica del protone, } d_0 \text{ la}$$

distanza media tra gli ioni. Quindi, affinché l'effetto sia trascurabile, occorre che sia

$$kT \gg \frac{Z^2 e^2}{d_0}$$

Ora, la densità degli ioni può scriversi come $\rho \sim n_i \mu_i m_p$ (n_i è il numero di ioni per unità di volume, μ_i il loro peso molecolare medio degli ioni, m_p la massa media delle particelle). Nell'approssimazione $\mu_i \sim A$ si ottiene

$$n_i \sim \frac{\rho}{Am_p} \quad \text{e quindi} \quad d_0 \sim \frac{1}{n_i^{1/3}} = \left(\frac{Am_p}{\rho} \right)^{1/3}$$

Possiamo allora riscrivere la condizione di trascurabilità per la depressione coulombiana

DEPRESSIONE COULOMBIANA - 2

La condizione in cui possiamo non tener conto dell'energia potenziale coulombiana diventa così:

$$\frac{kT}{Z^2 e^2} \left(\frac{Am_p}{\rho} \right)^{1/3} \gg 1 \quad \text{e, risolvendo rispetto a } \rho, \quad \rho \ll \frac{k^3}{e^6} m_p \frac{A}{Z^6} T^3$$

Per i due gas più abbondanti nel plasma stellare abbiamo:

- **IDROGENO** ($Z=1, A=1; T \sim 10^7 \text{ K}$) $\rightarrow \rho \ll 10^8 \text{ g/cm}^3$;
- **ELIO** ($Z=2, A=4; T \sim 10^8 \text{ K}$) $\rightarrow \rho \ll 6 \cdot 10^7 \text{ g/cm}^3$.

Tali condizioni risultano largamente verificate per le stelle di sequenza principale.

*L'effetto coulombiano è quello di forzare gli ioni in una struttura a reticolo, con uno stato risultante solido o semi-solido per il gas (!). Sotto l'azione di questo meccanismo la pressione tende a **diminuire**.*

DEGENERAZIONE QUANTISTICA - 1

Questo meccanismo diventa importante quando la lunghezza d'onda associata alla particella $\lambda = \frac{\hbar}{p}$ diventa comparabile con la distanza media tra di esse.

Nell'ipotesi (ragionevole) di equipartizione dell'energia abbiamo:

$$m_i v_i^2 = m_e v_e^2 \rightarrow \frac{p_i^2}{2m_i} = \frac{p_e^2}{2m_e} \rightarrow p_i = p_e \sqrt{\frac{m_i}{m_e}}, \text{ da cui si ottiene}$$

$$\lambda_i = \frac{\hbar}{p_i} = \frac{\hbar}{p_e} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} = \lambda_e \sqrt{\frac{m_e}{m_i}} \quad \text{Si ha } \lambda_i \ll \lambda_e \text{ e quindi gli effetti quantistici}$$

divengono importanti **prima** per gli **elettroni**. Se facciamo anche l'ipotesi di un regime non relativistico, cioè $v_e \ll c$ (sempre vero per la sequenza principale) avremo

$$E \sim \frac{kT}{2} \rightarrow \frac{p_e^2}{2m_e} \sim \frac{kT}{2} \rightarrow p_e \sim \sqrt{kTm_e}$$

DEGENERAZIONE QUANTISTICA - 2

Quindi la condizione necessaria perché NON si manifesti degenerazione diventa

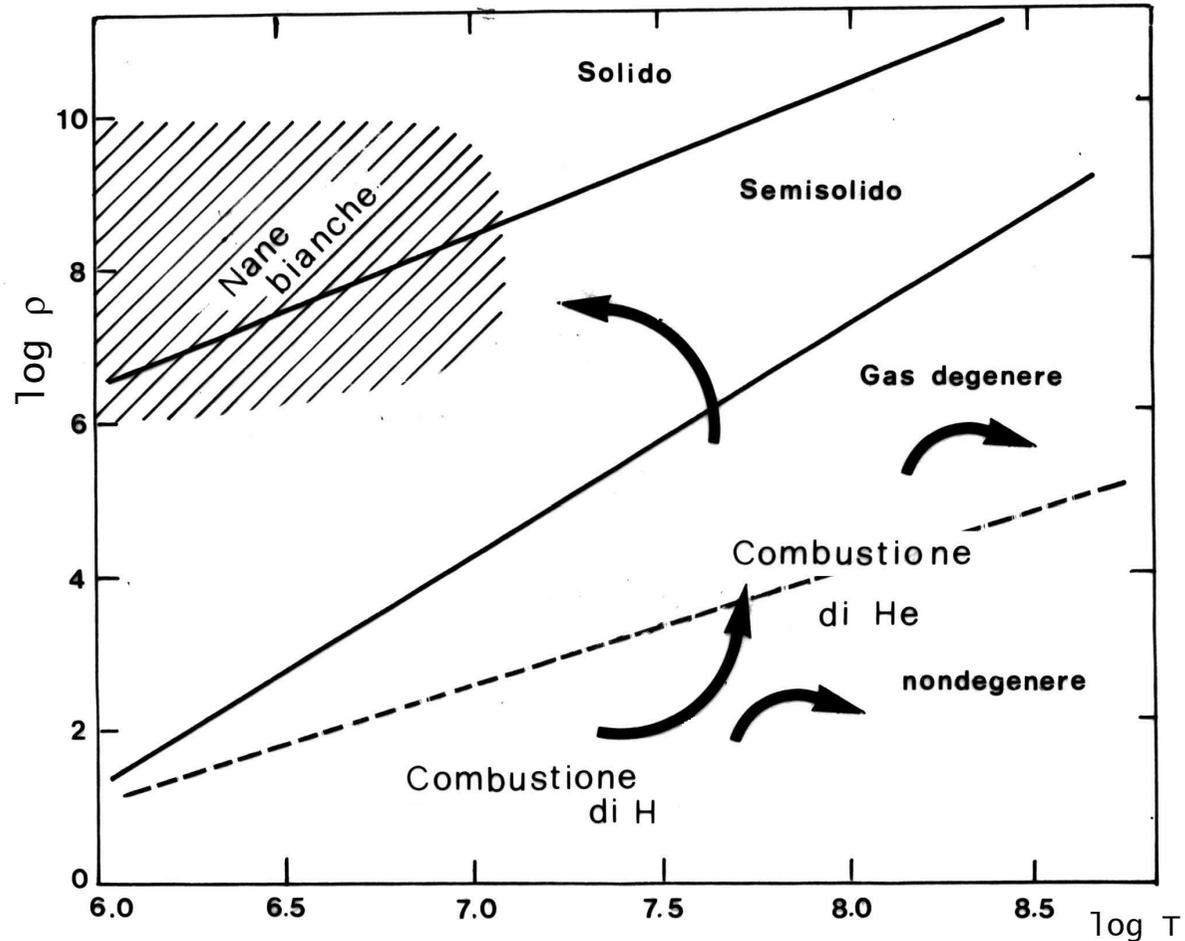
$$\lambda_e = \frac{\hbar}{p_e} \ll d \sim \left(\frac{\mu_e m_p}{\rho} \right)^{1/3} \rightarrow \frac{\hbar}{\sqrt{kTm_e}} \ll \left(\frac{\mu_e m_p}{\rho} \right)^{1/3}$$

Risolvendo rispetto alla densità ρ otteniamo effetti quantistici trascurabili se

$$\rho \ll \mu_e m_p \frac{(m_e kT)^{3/2}}{\hbar^3} \sim 10^{-10} T^{3/2} \text{ g/cm}^3$$

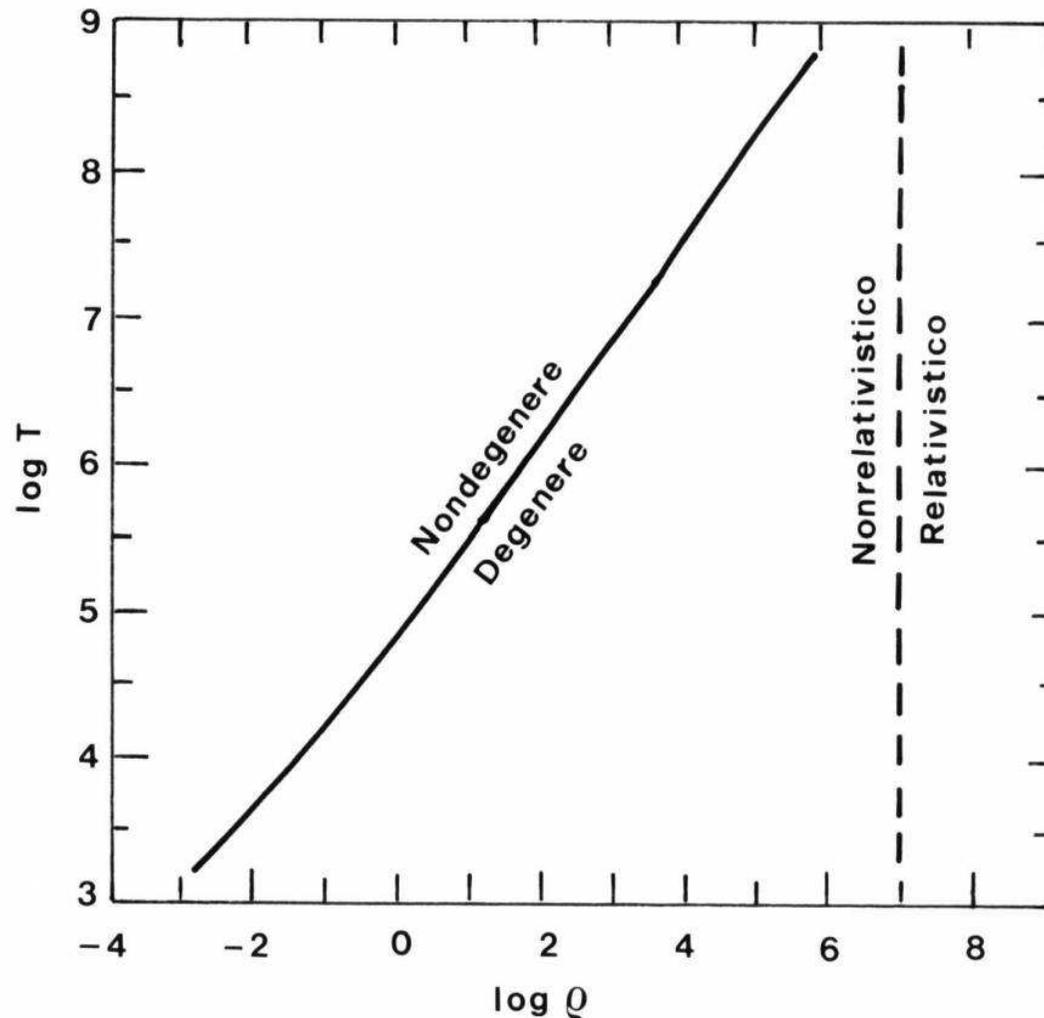
L'ultima condizione trovata risulta più stringente rispetto a quella calcolata per la depressione coulombiana.

DEPRESSIONE E DEGENERAZIONE



Mappatura schematica delle condizioni del plasma stellare al variare dei parametri temperatura-densità con schema delle traiettorie evolutive delle condizioni centrali di strutture stellari.

IL GAS DEGENERE



La linea del piano ($\log \rho$, $\log T$) lungo la quale la pressione di degenerazione eguaglia quella degli elettroni liberi. La linea a tratti segnala l'instaurarsi di degenerazione relativistica

IL GAS DEGENERE DI ELETTRONI - 1

Elettroni = fermioni di spin 1/2.

*La teoria degli elettroni è basata sulla statistica quantistica di particelle **indistinguibili**. Lo scambio fra due di queste particelle nella funzione d'onda (ψ) del sistema **può al massimo cambiarne il segno**.*

Se infatti le particelle sono davvero identiche non ci si può accorgere dello scambio \rightarrow la ψ al più varia di un fattore di fase complesso $e^{i\alpha}$ (perché il modulo quadro di ψ deve restare lo stesso). Avremo pertanto:

$$\psi \xrightarrow{\text{(scambio)}} \psi' = e^{i\alpha}\psi \xrightarrow{\text{(scambio)}} \psi'' = e^{2i\alpha}\psi$$

Ma $|\psi| = |\psi''|$, cosicché $|e^{2i\alpha}| = 1$ e quindi $e^{i\alpha} = \pm 1$. Il segno positivo

*corrisponde ai **BOSONI** (particelle a spin intero, come i fotoni), mentre quello negativo è caratteristico dei **FERMIONI** (particelle a spin semintero, come gli elettroni)*

IL GAS DEGENERE DI ELETTRONI - 2

Come tutti fermioni di spin 1/2 gli elettroni hanno solo **due** possibili autostati per lo spin ($\pm 1/2$).

Ciò significa che nello spazio delle fasi $\int d^3x d^3p$ ogni celletta di “volume” $(2\pi\hbar)^3$ può contenere al massimo due elettroni in autostati opposti. Come conseguenza, il gas degenere di elettroni avrà un contributo extra (positivo) di pressione che viene descritto dal cosiddetto “**impulso di Fermi**”, definito attraverso il numero di elettroni contenuti in un volume V dello spazio delle fasi alla temperatura $T = 0$ (kelvin!):

$$N = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^V d^3x \int_0^{p_F} d^3p = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} V \cdot \frac{4}{3} \pi p_F^3, \text{ da cui ricaviamo}$$

$p_F = (3\pi^2)^{\frac{1}{3}} \hbar \frac{N}{V}$. Fisicamente tutto questo si può interpretare come un'energia cinetica per unità di volume (ϵ) che gli elettroni possiedono anche quando la temperatura assoluta è zero.

IL GAS DEGENERE DI ELETTRONI - 3

Il calcolo di ε dipende dal regime (relativistico/non relativistico) in cui si trova la struttura. Si trova:

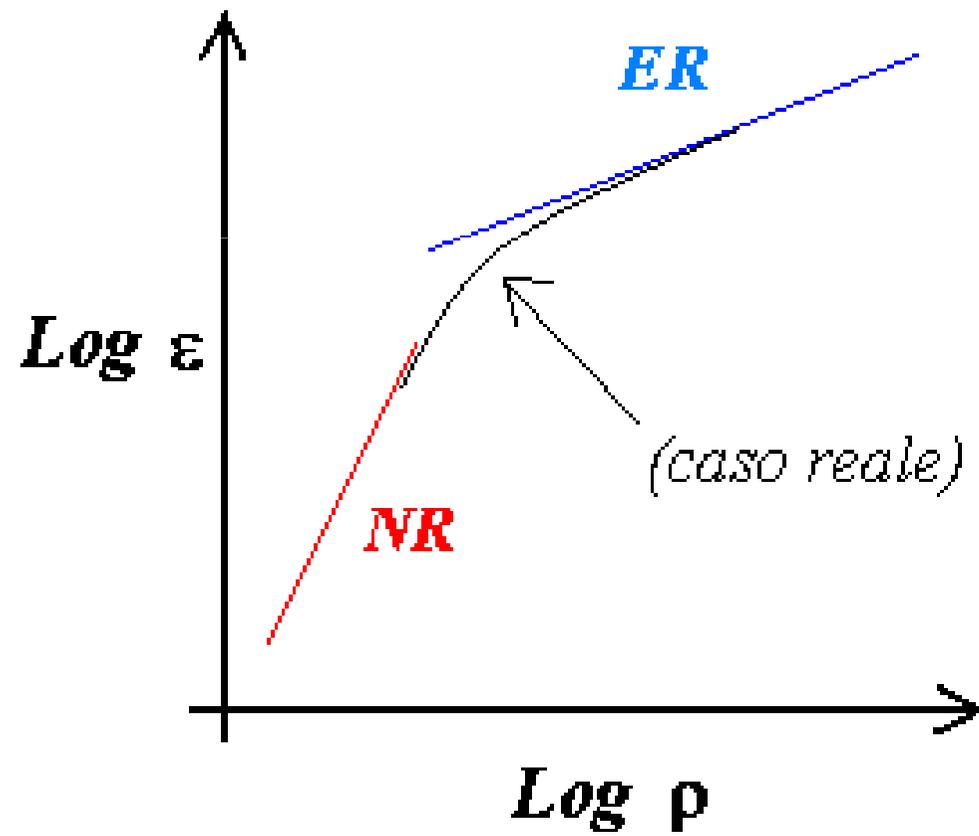
Regime NON RELATIVISTICO (NR) ($p \ll mc$): $\varepsilon_{NR} = cost \cdot \rho^{5/3}$

“ RELATIVISTICO ESTREMO (ER) ($p \gg mc$): $\varepsilon_{NR} = cost' \cdot \rho^{4/3}$

A parità di densità i due risultati sono dello stesso ordine di grandezza.

Per $T \neq 0$ il calcolo della pressione di degenerazione diventa troppo complesso per trattarlo in questa sede.

ENERGIA DI DEGENERAZIONE



MECCANISMI DI OPACITÀ PER IL PLASMA STELLARE

*I meccanismi di opacità estraggono fotoni dal flusso uscente, rendendolo più isotropo. Un'analisi – anche superficiale – di tali fenomeni deve quindi tener conto dei processi di **assorbimento** come di quelli di **diffusione**.*

Molto sinteticamente, i principali meccanismi di interazione fra radiazione e materia sono:

- Processi di **SCATTERING ELETTRONICO**, ovvero la diffusione dei fotoni ad opera di elettroni relativistici presenti nel plasma stellare*
- Processi **FREE-FREE** (f-f): assorbimento di un fotone da parte di un elettrone libero, in presenza del campo di un nucleo*
- Processi **BOUND-FREE** (b-f), o fotoionizzazione: assorbimento di un fotone da parte di un elettrone legato che diventa libero*
- Processi **BOUND-BOUND** (b-b): assorbimento di un fotone da parte di un elettrone legato che passa a un livello energetico superiore. Quest'ultimo processo è il maggiore responsabile della formazione di **righe di assorbimento**.*

LO SCATTERING ELETTRONICO

Nella formulazione più generale (relativistica) prende il nome di **effetto Compton**. Al limite non relativistico la trattazione, più semplice, fornisce un coefficiente di opacità k_{scatt} che dipende dalla sezione d'urto del processo σ_T :

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = 0,66 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 \quad (\text{SEZIONE D'URTO THOMSON})$$

(si noti che $\sigma_T \sim 1/m_e^2$, cioè la sezione d'urto varia con l'inverso del quadrato della massa \rightarrow lo scattering da ioni è **trascurabile**)

In conclusione si può scrivere:

$$k_{scatt} \sim \frac{\sigma_T}{2m_p} (1 + X) \text{ cm}^2/\text{g}$$

PROCESSI FREE-FREE

Il contributo di tali processi si può stimare con la

FORMULA DI KRAMERS:

$$k_{ff} \sim 3,7 \cdot 10^{22} g_{ff} (X+Y)(1+X) \frac{\rho}{T^{3,5}} \text{ cm}^2/\text{g}$$

dove g_{ff} prende il nome di fattore di Gaunt e vale ≈ 1

PROCESSI BOUND-FREE

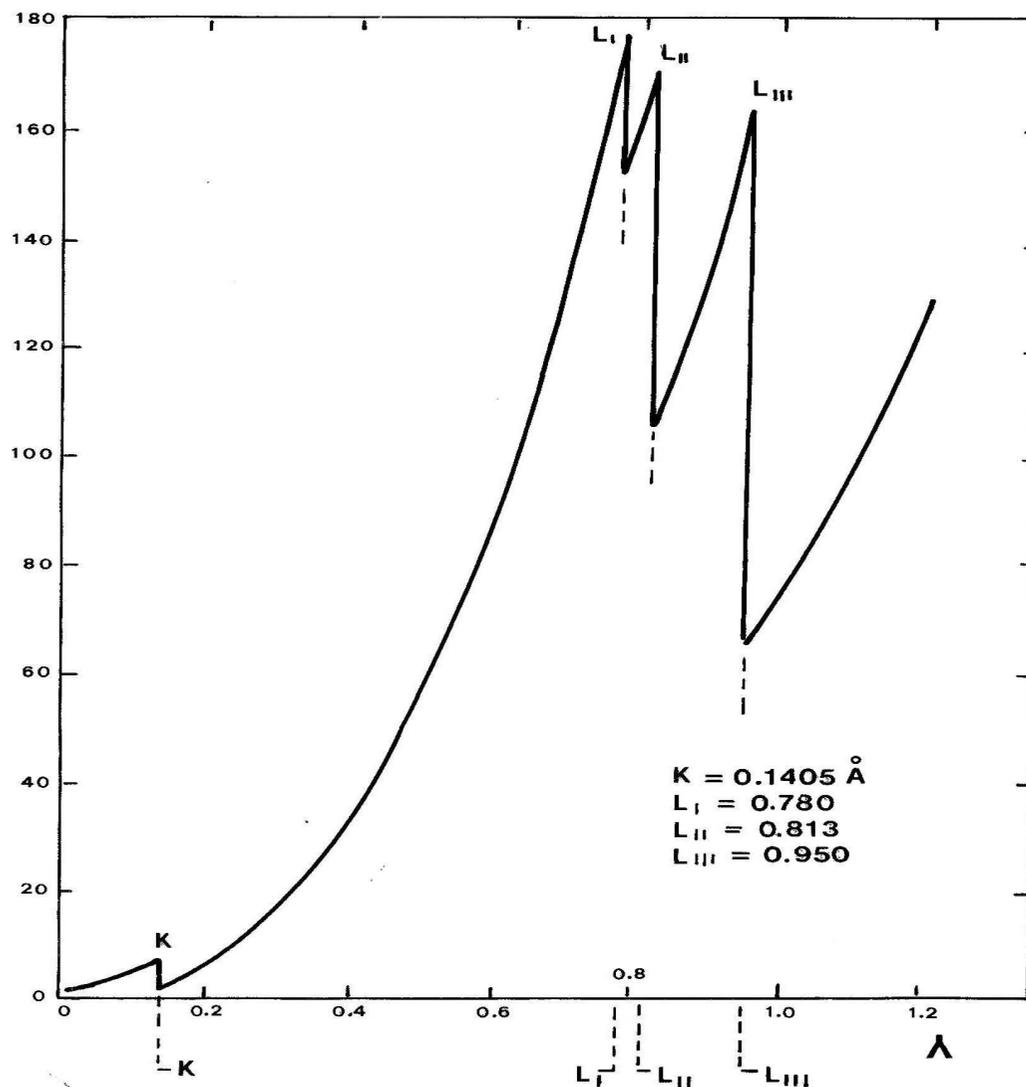
*Anche per tali processi esiste una **FORMULA DI KRAMERS**:*

$$k_{bf} \sim 4,3 \cdot 10^{25} g_{bf}^* \cdot Z(1+X) \frac{\rho}{T^{3,5}} \text{ cm}^2/\text{g}$$

e anche in questo caso g_{bf}^ è un fattore non troppo diverso da 1.*

Osserviamo che, se Z non è troppo piccolo, si ha $k_{bf} > k_{ff}$

L'effetto delle opacità si manifesta con caratteristici picchi di assorbimento nella distribuzione di lunghezza d'onda.



Assorbimento della radiazione al variare della lunghezza d'onda da parte di un atomo neutro di Pb. Le varie discontinuità corrispondono all'energia di ionizzazione dell'elettrone sull'orbita più interna (K) e degli elettroni nell'orbitale più esterno L.

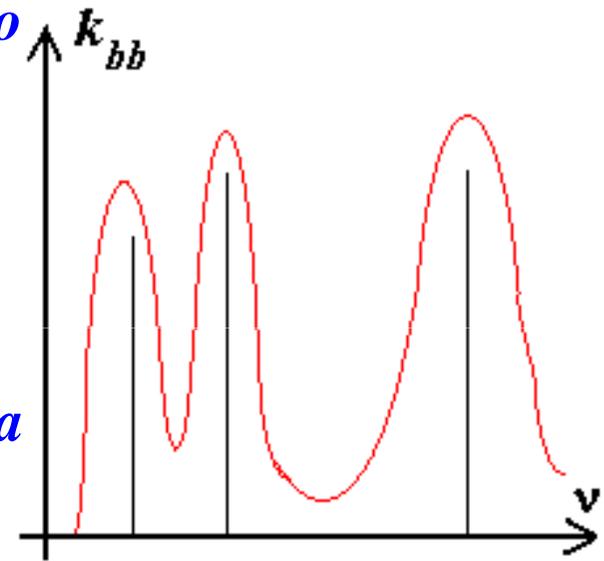
PROCESSI BOUND-BOUND E FORMAZIONE DI RIGHE

In prima approssimazione l'assorbimento di un fotone di energia $h\nu_0$ può aver luogo solo se un atomo (o uno ione) dell'atmosfera stellare contiene due livelli legati separati da un intervallo di energia $h\nu_0$. In tal caso l'opacità risultante k_{bb} avrebbe una forma costellata di delta di Dirac (righe nere).

Nei casi reali la situazione è un po' diversa e la k_{bb} ha un andamento meno patologico", anche se ancora abbastanza irregolare (curva qualitativa in rosso).

Ciò si traduce nella presenza di righe di assorbimento.

*Nella trattazione teorica si schematizza il sistema elettrone-atomo come un dipolo oscillante sotto l'effetto del campo elettromagnetico, con uno smorzamento dovuto alle perdite di energia per irraggiamento. Si può dimostrare che il profilo "naturale" della riga è **LORENTZIANO**.*



LE RIGHE DI ASSORBIMENTO

L'opacità risultante dalla somma di tutti i contributi degli oscillatori è ovviamente funzione della frequenza. Se sono presenti $n(\nu_0)$ oscillatori per unità di volume alla frequenza naturale ν_0 , la forma (lorenziana) della k sarà del tipo:

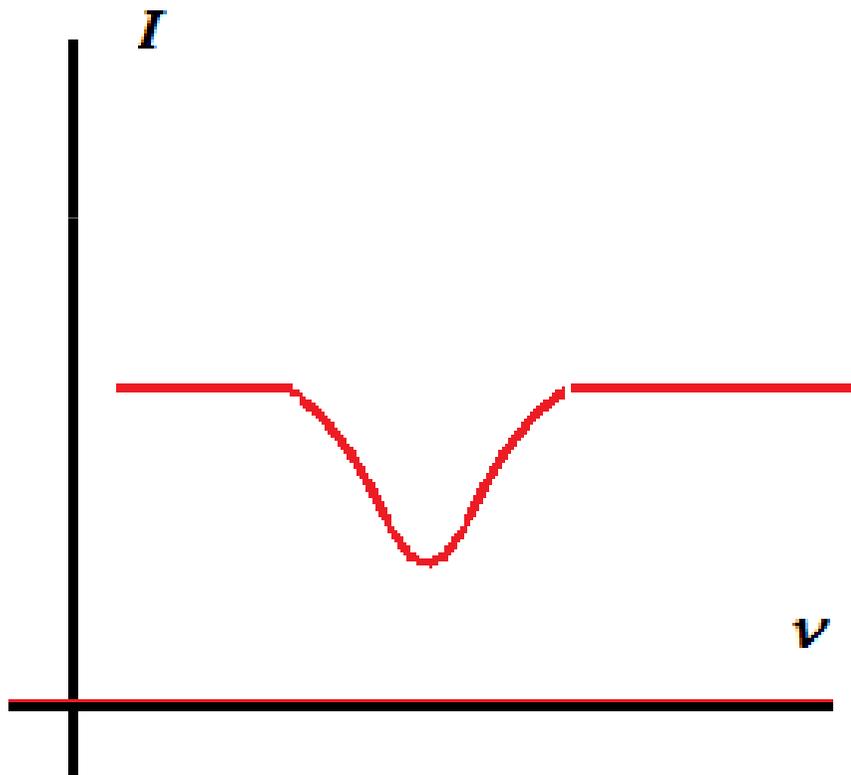
$$k_{bb}(\nu) = \frac{e^2 n(\nu_0)}{\rho m c} \cdot \frac{\gamma / 4\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\gamma / 4\pi\right)^2}$$

dove $\gamma = \frac{8\pi^2 e^2 \nu^2}{3mc^3}$ corrisponde al termine di smorzamento.

Il coefficiente di opacità bound-bound è il termine **dominante** vicino alle risonanze di riga: pertanto è il maggiore responsabile della presenza delle righe spettrali di assorbimento.

IL PROFILO DELLE RIGHE DI ASSORBIMENTO

*La curva lorentziana della riga è quasi sempre modificata da effetti perturbativi che spesso diventano preponderanti e ne **ALLARGANO** il profilo*



Tra i vari effetti di allargamento delle righe ricordiamo:

- Allargamento Doppler*
- Allargamento da pressione*
- Allargamento gravitazionale*