



Laurea triennale in Fisica  
a.a. 2010 - 2011

# CORSO DI ASTRONOMIA

LEZIONE 1 – 1 marzo 2011

Prof. Angelo Angeletti

# PROGRAMMA

Lezioni teoriche: 40 ore

Attività sperimentale: 12 ore

CFU = 6

# PROGRAMMA

## Lezioni teoriche

### Prima parte – Generalità (~ 9h)

- 1) Sistemi di riferimento astronomici e trasformazioni di coordinate
- 2) I movimenti della Terra e il tempo
- 3) I movimenti dei piani fondamentali
- 4) L'aberrazione della luce
- 5) La parallasse
- 6) L'atmosfera terrestre

### Seconda parte - Cenni di meccanica celeste (~ 9h)

- 1) Il problema dei due corpi
- 2) Determinazione di effemeridi e elementi orbitali
- 3) Cenni sulle perturbazioni
- 4) Eclissi e occultazioni

# PROGRAMMA

## Lezioni teoriche

Terza parte - Elementi di astrofisica stellare (prof. Bellesi) (~ 9h)

- 1) Statistica stellare
- 2) Struttura stellare
- 3) Evoluzione stellare

Quarta parte – Pianeti extrasolari (~ 4h)

- 1) Generalità
- 2) Metodo del transito

Quinta parte - Strumenti per l'astronomia (~ 9h)

- 1) Richiami di ottica geometrica
- 2) Richiami di ottica ondulatoria
- 3) I telescopi
- 4) I principali sensori utilizzati in astronomia

# PROGRAMMA

Attività di laboratorio  
(presso l'Osservatorio di Monte d'Aria)

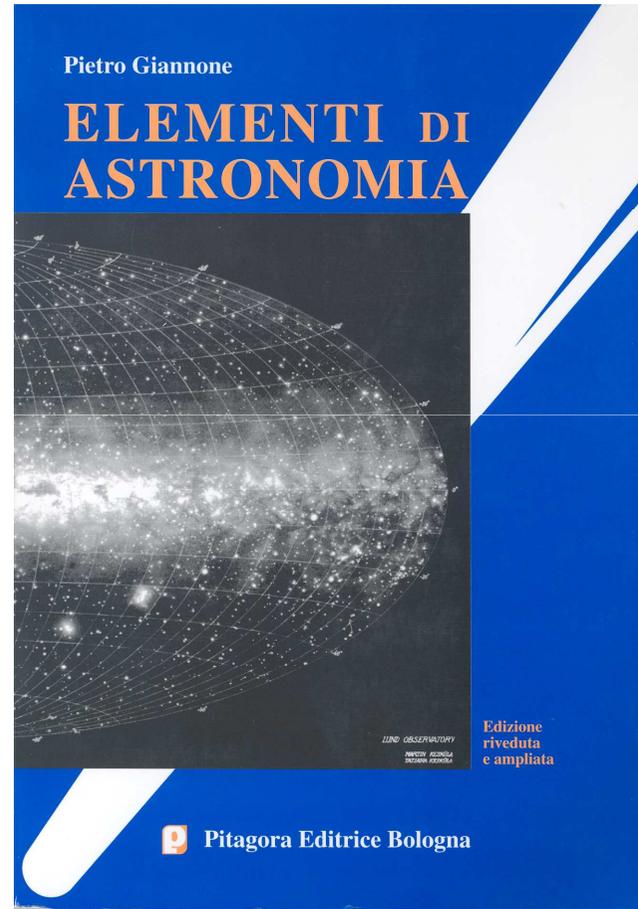
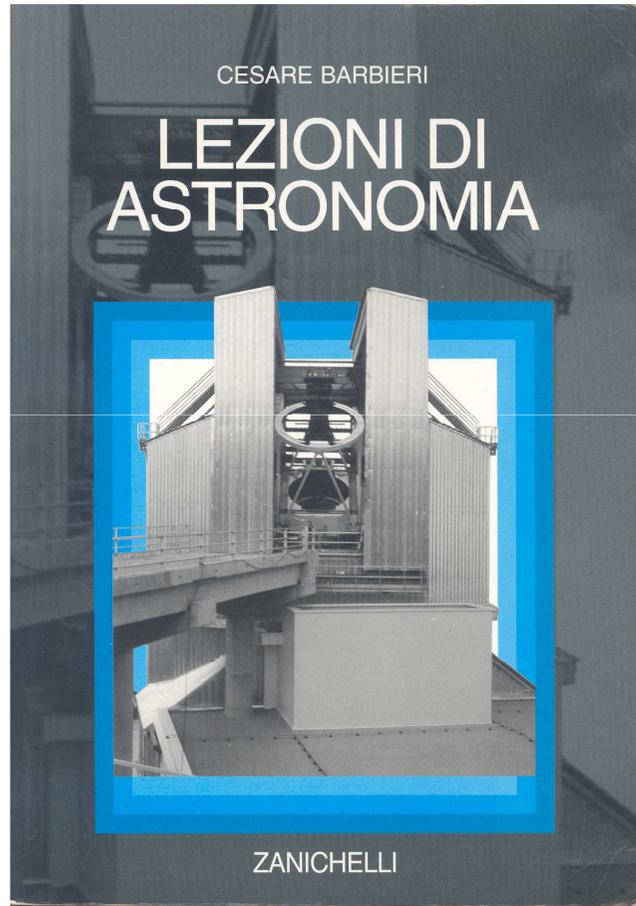
***Acquisizione della curva di luce del transito di un pianeta extrasolare e determinazione di alcuni parametri fisici del pianeta.***

Non meno di tre serate all'Osservatorio

1. Visita preliminare (~ 3h)
2. Preparazione per il transito (~ 3h)
3. Ripresa del transito (~ 6h)



# TESTI DI RIFERIMENTO PER LA PRIMA PARTE DEL PROGRAMMA



<http://www.df.unipi.it/~penco/Astronomia/>

# Astronomia

Dal greco *αστρον* (astro) e *νομος* (legge), è la scienza che studia le posizioni relative, il moto, la struttura e l'evoluzione degli astri.

Diverse discipline concorrono oggi allo studio dell'Universo.

- L'Astronomia di posizione o Astrometria (è la più antica)
  - La Meccanica Celeste
- (insieme costituiscono l'Astronomia fondamentale o classica).

Nella seconda metà del XIX secolo è nata l'Astronomia Moderna:

- L'Astrofisica (studia la fisica e l'evoluzione degli oggetti dell'Universo):
    - Astrofisica delle alte energie (studio dell'irraggiamento  $\gamma$ , X e ultravioletto)
    - Astrofisica delle basse energie (irraggiamento nel visibile, infrarosso e radio).
- Un'altra distinzione viene fatta tra:
- Cosmogonia che studia la formazione e l'evoluzione dei corpi celesti particolari (stelle, pianeti, galassie, ecc)
  - Cosmologia che cerca di spiegare la formazione e l'evoluzione dell'Universo considerato nella sua totalità.
- L'Astrochimica (si interessa della chimica extraterrestre)
  - La Bioastronomia o Esobiologia o Astrobiologia che studia la possibilità di vita nel cosmo.

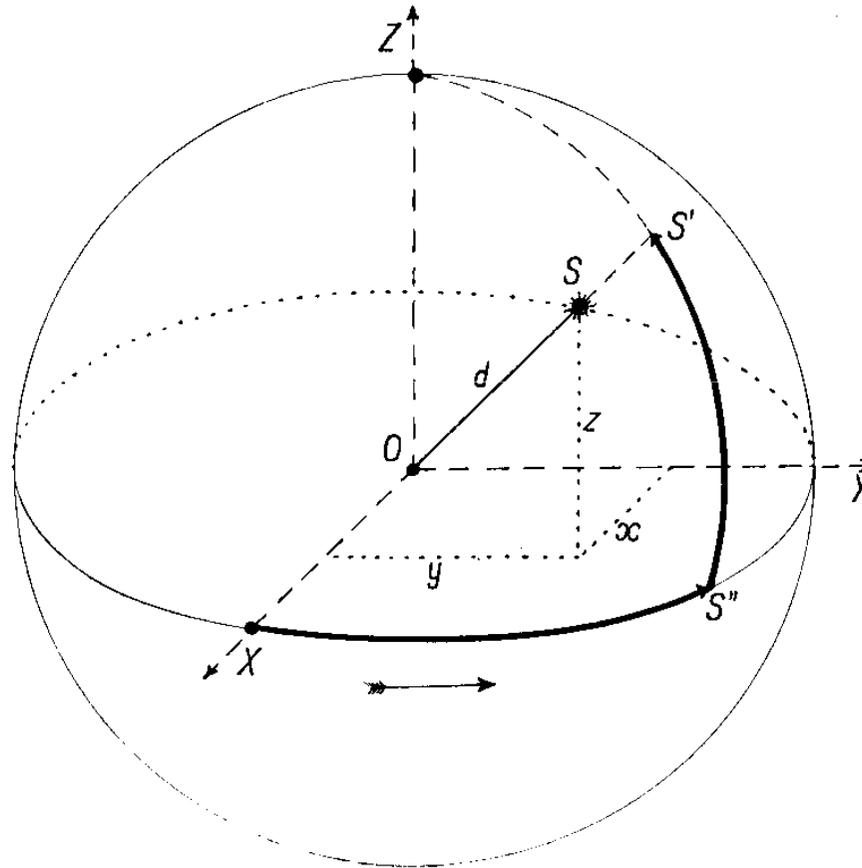
*Principio di uniformità della Natura*

LE LEGGI DELLA NATURA SONO LE  
STESSE IN TUTTE LE PARTI  
DELL'UNIVERSO

*Principio Copernicano*

LA TERRA NON OCCUPA UNA  
POSIZIONE SPECIALE  
NELL'UNIVERSO

# La sfera celeste



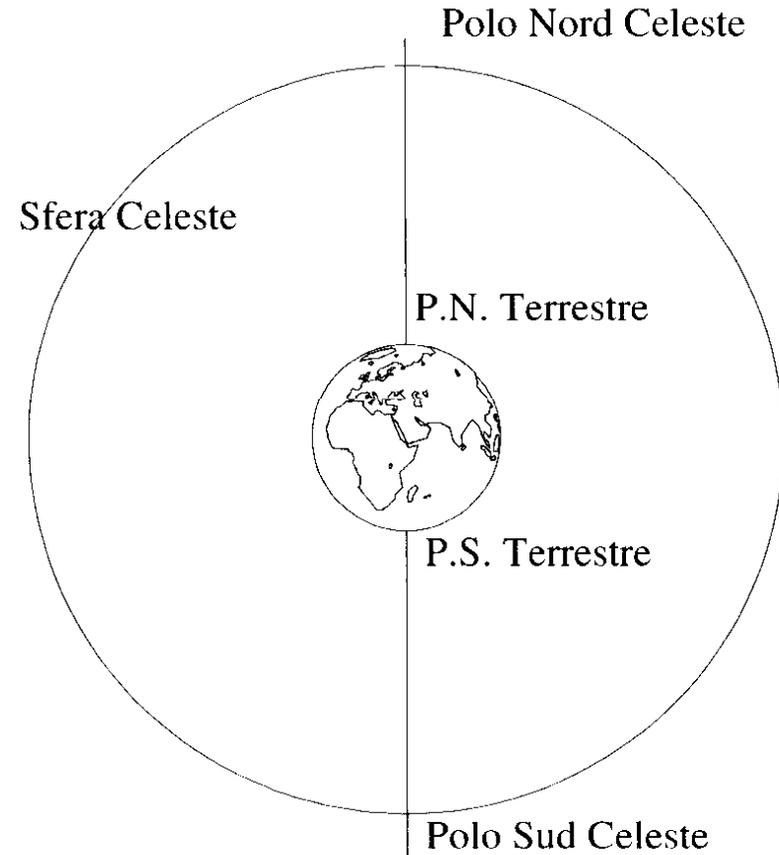
# La sfera celeste

***POLI CELESTI:*** punti fissi della volta celeste attorno ai quali sembra ruotare la volta celeste.

***ASSE DEL MONDO:*** retta che congiunge i poli celesti

***POLO NORD CELESTE:*** punto di rotazione della sfera celeste nell'emisfero nord

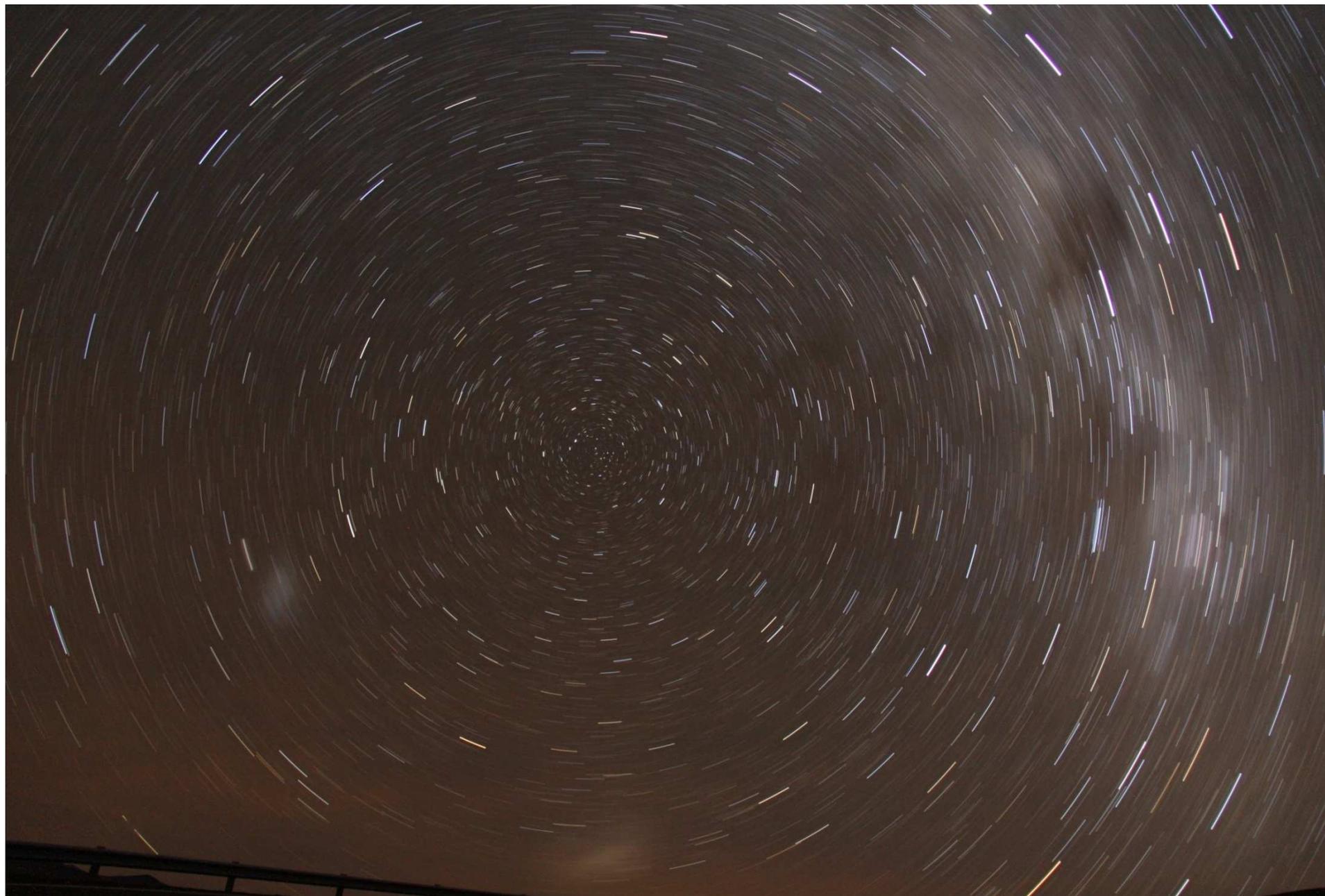
***POLO SUD CELESTE:*** punto di rotazione della sfera celeste nell'emisfero sud.



# Rotazione della volta celeste - Nord



# Rotazione della volta celeste - Sud



# Rotazione della volta celeste - Ovest



# Rotazione della volta celeste - Est



# La sfera celeste

**ORIZZONTE CELESTE:** proiezione dell'orizzonte dell'osservatore sulla sfera celeste.

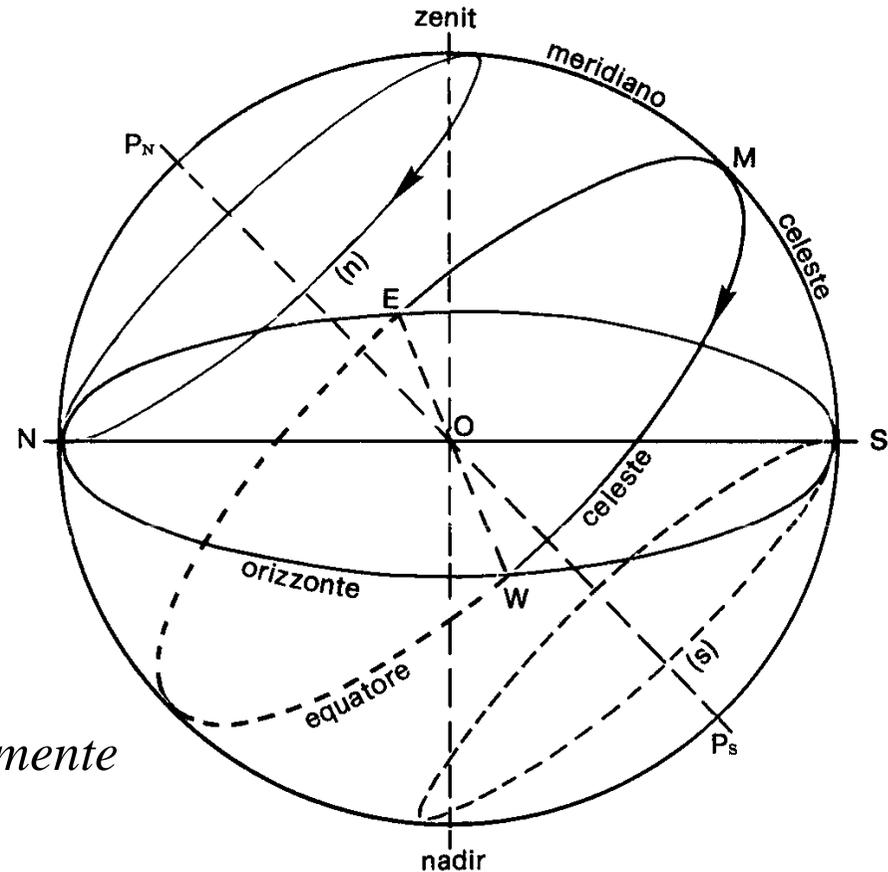
**VERTICALE ASTRONOMICA:** retta verticale per l'osservatore all'orizzonte celeste = direzione del filo a piombo.

**ZENIT:** punto della sfera celeste in cui la verticale celeste incontra la sfera celeste sopra l'osservatore.

**NADIR:** punto della sfera celeste diametralmente opposto allo Zenit.

**CERCHI DI ALTEZZA:** cerchi di intersezione di piani paralleli all'orizzonte celeste con la sfera celeste.

**CERCHI VERTICALI:** cerchi massimi della sfera celeste ottenuti dalla intersezione con piani verticali



# La sfera celeste

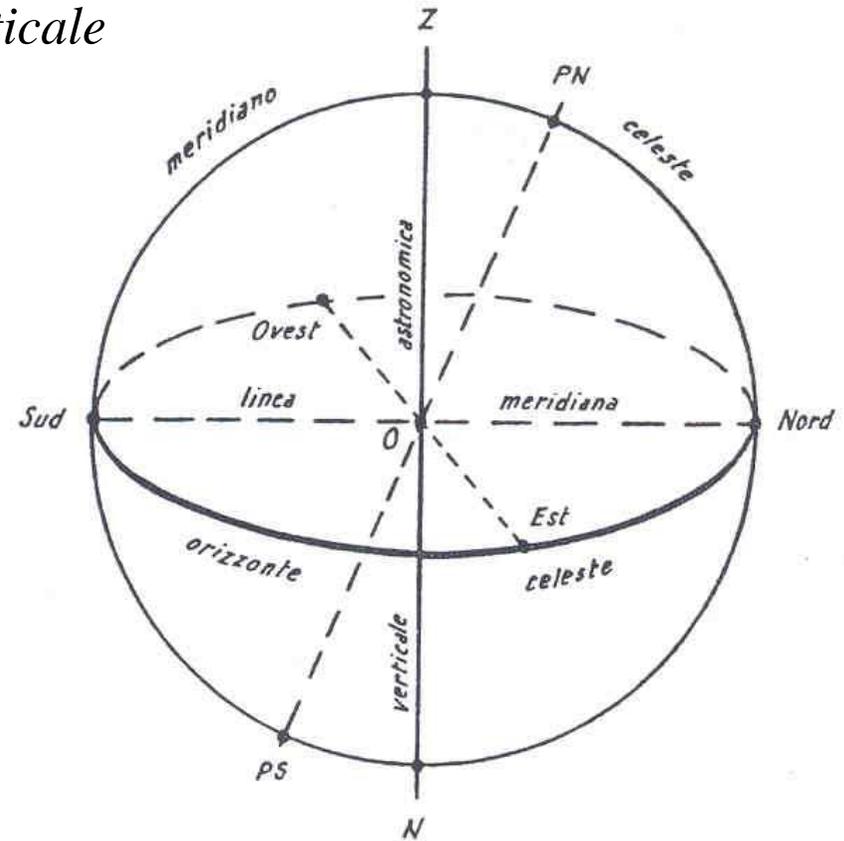
**PIANO MERIDIANO:** piano definito dalla verticale astronomica e dall'asse del mondo.

**MERIDIANO CELESTE:** circonferenza della sfera celeste definito dell'intersezione con il piano meridiano.

La sua intersezione con l'orizzonte celeste definisce il Nord (dalla parte del Polo Nord Celeste) e il Sud (dalla parte del Polo Sud Celeste)

**PRIMO VERTICALE:** piano definito dalla verticale e dalla normale per  $O$  al piano meridiano.

La sua intersezione con l'orizzonte celeste definisce l'Est e l'Ovest, disposti in senso orario da Nord verso Sud.



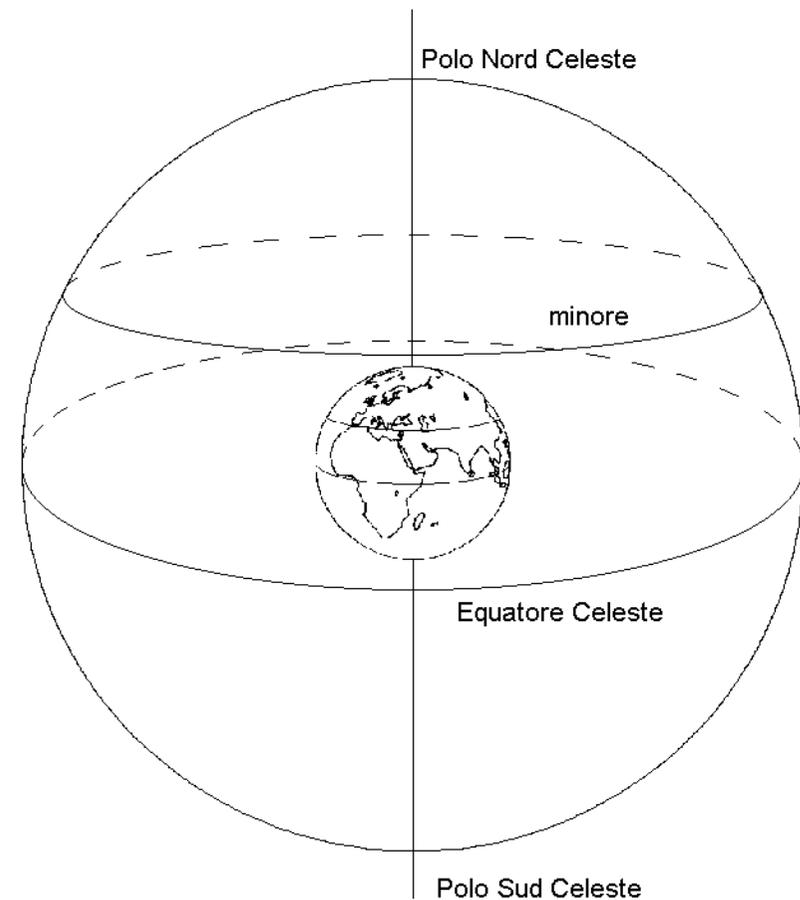
# La sfera celeste

**CERCHIO MASSIMO:** *intersezione di un piano passante per il centro con la sfera celeste.*

**CERCHI MINORI:** *cerchi determinati da piani non passanti per il centro.*

**EQUATORE CELESTE:** *proiezione dell'equatore terrestre sulla sfera celeste, ovvero intersezione del piano perpendicolare all'asse del mondo.*

**MEZZOCIELO:** *punto di intersezione dell'equatore celeste con il meridiano celeste*



# Le costellazioni

Le costellazioni sono raggruppamenti arbitrari di stelle, sulla sfera celeste, noti fin dall'antichità.

Oggi: ognuna delle 88 parti in cui la sfera celeste è convenzionalmente suddivisa allo scopo di mappare le stelle. Una costellazione "ufficiosa" si chiama **asterismo** (ad esempio il Grande Carro non è una costellazione ufficiale)

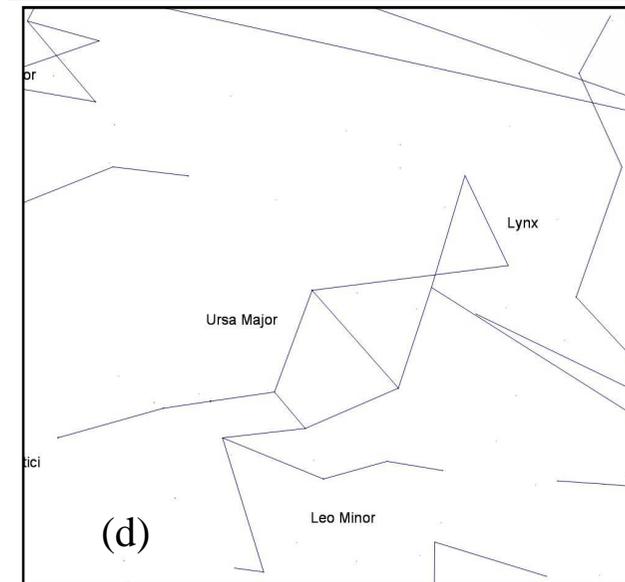
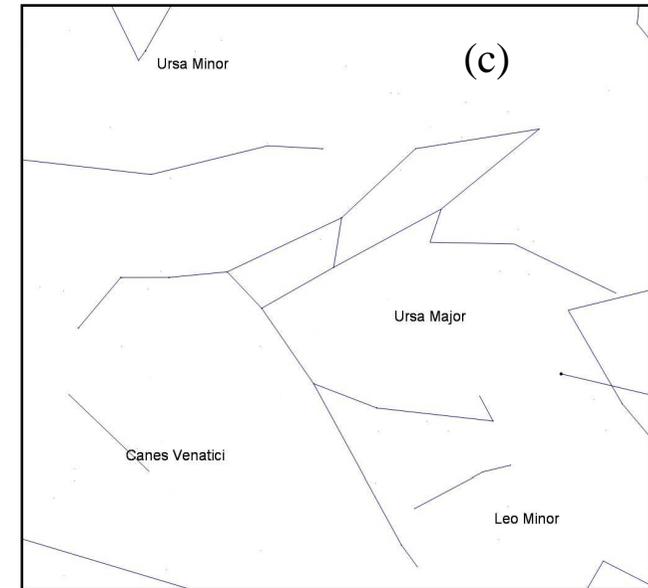
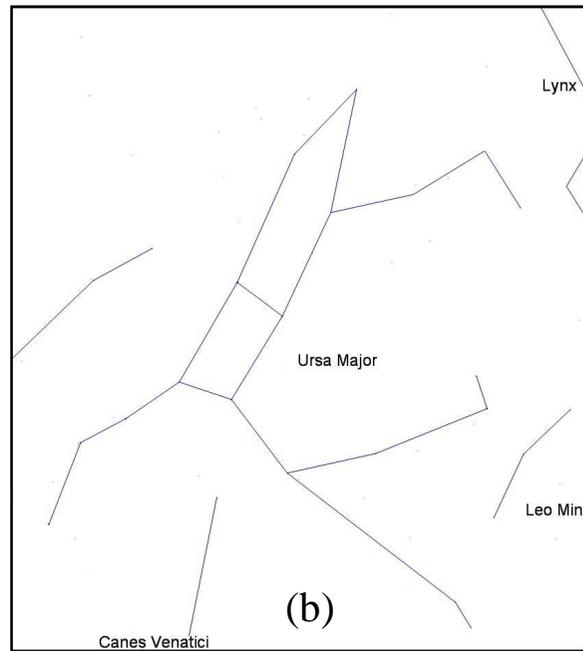
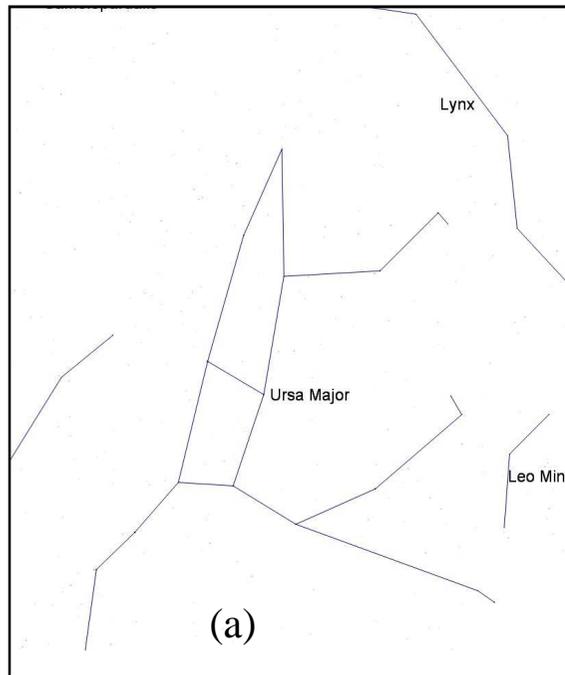
Sono delle entità esclusivamente prospettiche, a cui non si riconosce alcun reale significato, infatti:

nello spazio tridimensionale le stelle che di una stessa costellazione possono essere separate anche da distanze enormi,

due o più stelle che sulla sfera celeste appaiono lontane, nello spazio tridimensionale possono essere separate da distanze minori di quelle che le separano dalle altre stelle della propria costellazione,

# Le costellazioni

la forma della costellazione dipende  
dall'osservatore

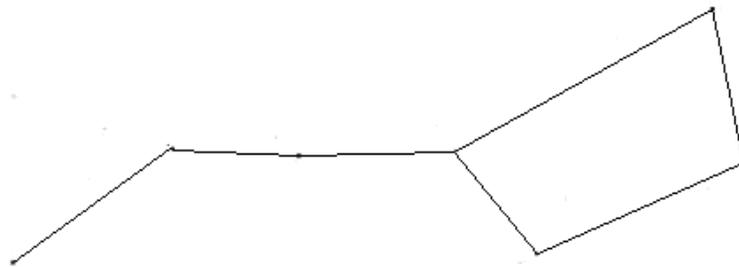


Orsa Maggiore: (a) dalla Terra, (b) da a Centauri, (c) da  
Sirio, (d) da Vega

# Le costellazioni

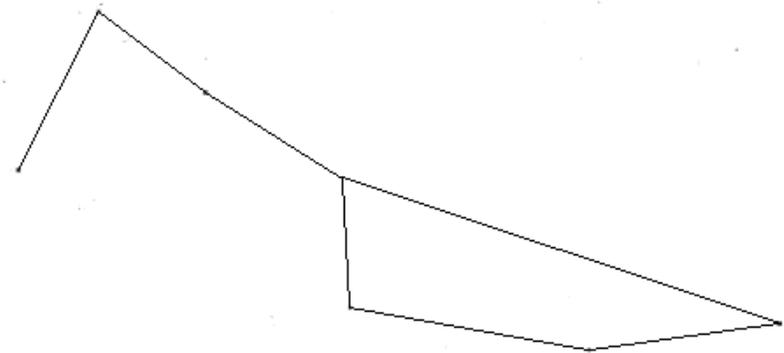
nel corso del tempo sono state definite costellazioni differenti, alcune sono state aggiunte, altre sono state unite tra di loro

nel corso del tempo, a causa del moto proprio delle stelle, le costellazioni cambiano.



Il Grande Carro oggi

Tra 100 000 anni



# Le costellazioni

L'IAU (International Astronomical Union) provvede all'assegnazione dei nomi delle stelle e degli altri corpi celesti.

La maggior parte delle stelle poco brillanti, e quasi tutte quelle non visibili ad occhio nudo, non hanno nome e per riferirsi ad esse si usano i numeri di catalogo.

Molte delle stelle più brillanti, o interessanti per altri motivi, hanno nomi propri. La maggior parte deriva dall'arabo, ma ci sono alcuni nomi derivati dal latino, dal greco e da altre fonti, tra cui anche l'inglese.

# Le costellazioni

Nel 1603 l'astronomo tedesco Johann Bayer (1572 – 7 marzo 1625), pubblicò il primo atlante stellare completo: Uranometria.

Introdusse un sistema di nomenclatura per le stelle più brillanti di ogni costellazione: una lettera dell'alfabeto greco, seguita dal nome latino della costellazione (per esempio Betelgeuse è alfa Orionis), a partire dalla stella più luminosa (al posto del nome della costellazione, quando si scrive si mette un'abbreviazione di tre lettere, per esempio a Ori è alfa Orionis).

Il sistema di Bayer è ancora oggi molto usato.

# Le costellazioni

Flamsteed (Denby, 19 agosto 1646 – Greenwich, 12 gennaio 1719) ideò un sistema per assegnare nomi alle stelle simile a quello di Bayer, ma che usa i numeri.

Ad ogni stella è assegnato un numero, più il genitivo latino del nome della costellazione in cui si trova.

Per ogni costellazione il conto ricomincia da 1.

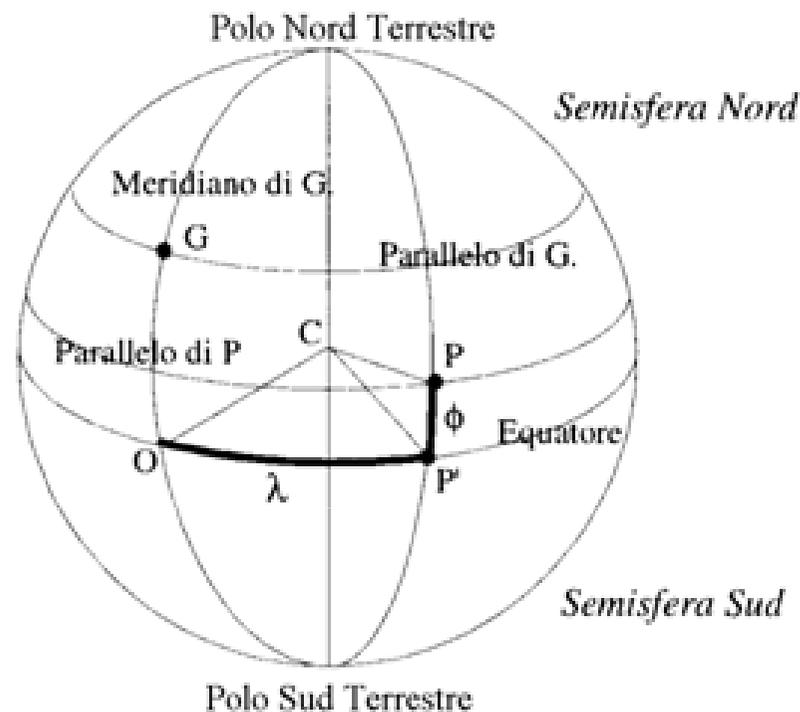
I numeri furono originariamente assegnati alle stelle in base alla loro posizione (in ordine crescente di Ascensione Retta in ogni costellazione), ma a causa degli effetti della precessione e dei moti propri stellari, alcune oggi sono in ordine sbagliato.

Esempi: 51 Pegasi (la prima stella intorno alla quale è stato riconosciuto un pianeta) e 61 Cygni (la prima stella di cui si è misurata la parallasse).

# Coordinate geografiche

Sulla sfera terrestre, siano N e S i poli Nord e Sud rispettivamente.

Definiamo **paralleli** tutti e soli i cerchi ottenuti dall'intersezione di piani paralleli all'Equatore con la sfera terrestre. Su usa il termine paralleli nord per i cerchi contenuti nella semisfera che contiene il polo Nord, e paralleli sud per quelli contenuti nell'emisfero Sud. Indichiamo i paralleli Nord anche premettendo +, e i paralleli Sud premettendo –



I **meridiani** sono tutti i cerchi massimi passanti per entrambi i Poli, li indicheremo con un numero a partire da un meridiano scelto come meridiano zero, positivo in un determinato verso di percorrenza, negativo nell'altro.

Per determinare la posizione di P sulla sfera è basta misurare l'angolo  $OCP'$ , indicato con  $\lambda$ , è la **longitudine** di P, e l'angolo  $P'CP$ , indicato con  $\phi$ , è la **latitudine** di P.

# Coordinate geografiche

Come meridiano fondamentale o **meridiano origine** si assume il meridiano passante per l'Osservatorio di Greenwich, esattamente quello che passa per il centro dell'antico strumento dei passaggi di Flamsteed.

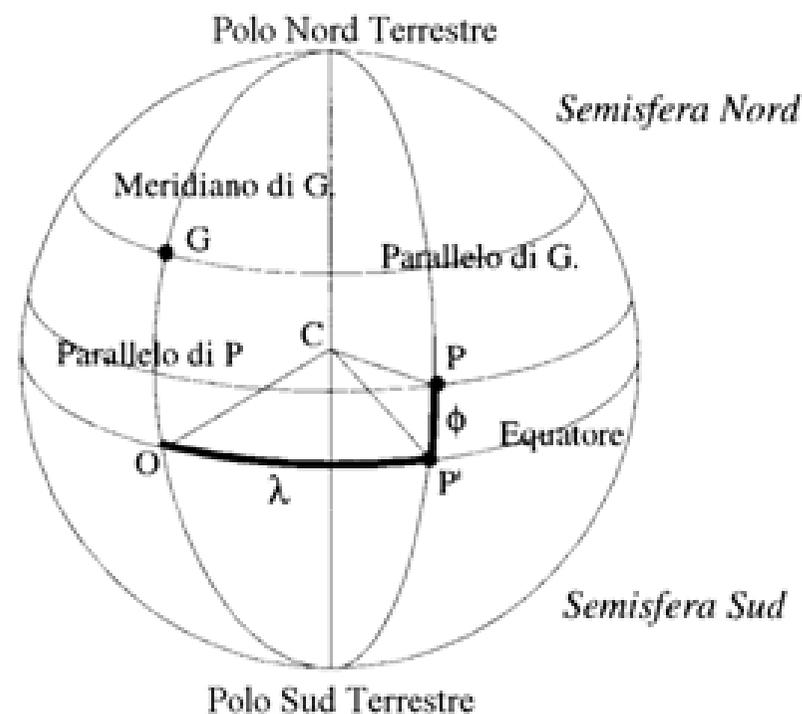
Prende il numero zero e viene comunemente detto **meridiano zero**.

La posizione di un punto sulla Terra sarà data da una coppia di coordinate  $\lambda$ ,  $\phi$  di questo punto.

Le latitudini vanno da  $+90^\circ$  a  $-90^\circ$ .

Le longitudini vanno da  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .

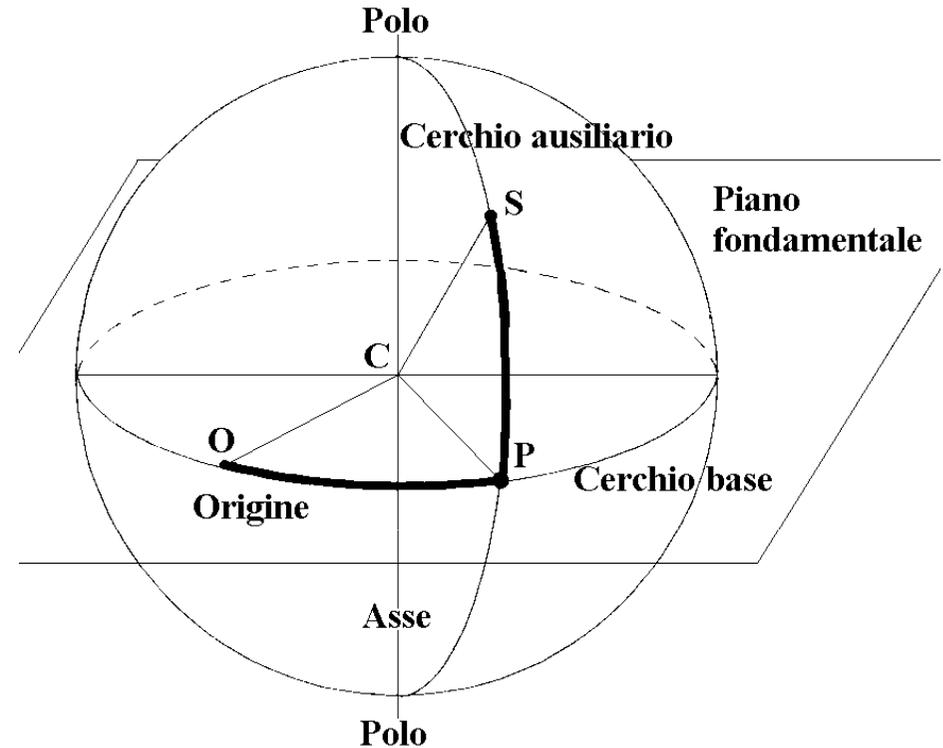
Per le longitudini a volte si utilizzano angoli da  $0$  a  $180^\circ$  nel verso antiorario e da  $0$  a  $-180^\circ$  nel verso orario, oppure le ore (ogni ora equivale a  $15^\circ$ , crescendo da Greenwich verso est)



# Coordinate celesti

Per determinare un sistema di riferimento sulla sfera:

- 1) Si sceglie un asse (che determina i poli, il piano fondamentale, il cerchio base e i cerchi ausiliari).
- 2) Sul cerchio base si sceglie l'origine O e un verso di percorrenza.
- 3) Dato un punto S sulla superficie sferica si traccia il cerchio ausiliario passante per esso che determina il punto P intersezione del cerchio ausiliario col cerchio base.
- 4) Dall'origine, sul cerchio base, verso P si determina l'ascissa sferica.
- 5) Da P, lungo il cerchio ausiliario, verso S si determina l'ordinata sferica.



Due tipi di sistemi di coordinate:  
*locali* e *assoluti* .

Locali: *sistema altazimutale* e *sistema orario*  
o *equatoriale locale* .

Assoluti: *sistema equatoriale assoluto*,  
*sistema eclitticale* e *sistema galattico*

# Coordinate celesti

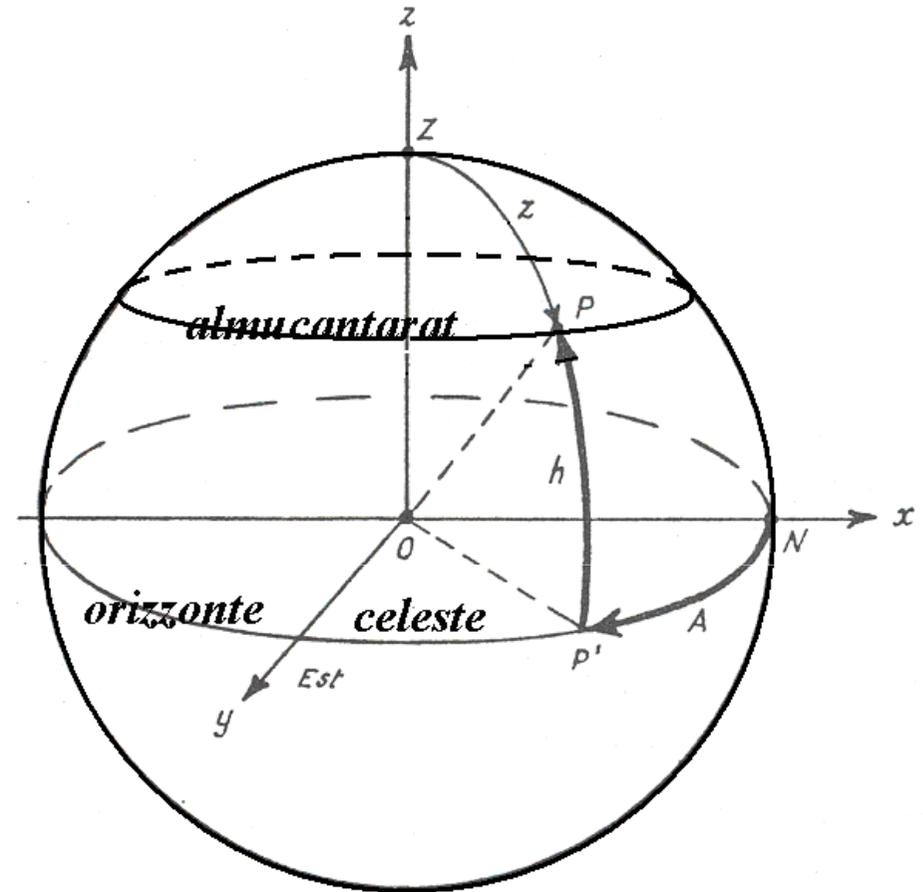
## SISTEMA ALTAZIMUTALE

Per indicare la posizione di un astro  $S$  occorrono le due coordinate: l'*altezza* ( $h$ ) e l'*azimut* ( $A$ ). L'altezza è l'arco di cerchio verticale compreso fra  $S$  ed il punto in cui tale cerchio taglia l'orizzonte; l'azimut è l'arco di orizzonte compreso fra il punto sud ed il punto in cui il meridiano taglia l'orizzonte.

L'altezza si conta da  $0^\circ$  (orizzonte astronomico) fino a  $+90^\circ$  (zenit) e fino a  $-90^\circ$  (nadir).

Le altezze negative indicano astri sotto l'orizzonte.

L'azimut va da  $0^\circ$  (punto nord) fino a  $360^\circ$  (che è nuovamente il punto nord) nel senso **Est, Sud, Ovest** che hanno rispettivamente azimut  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$ .



# Coordinate celesti

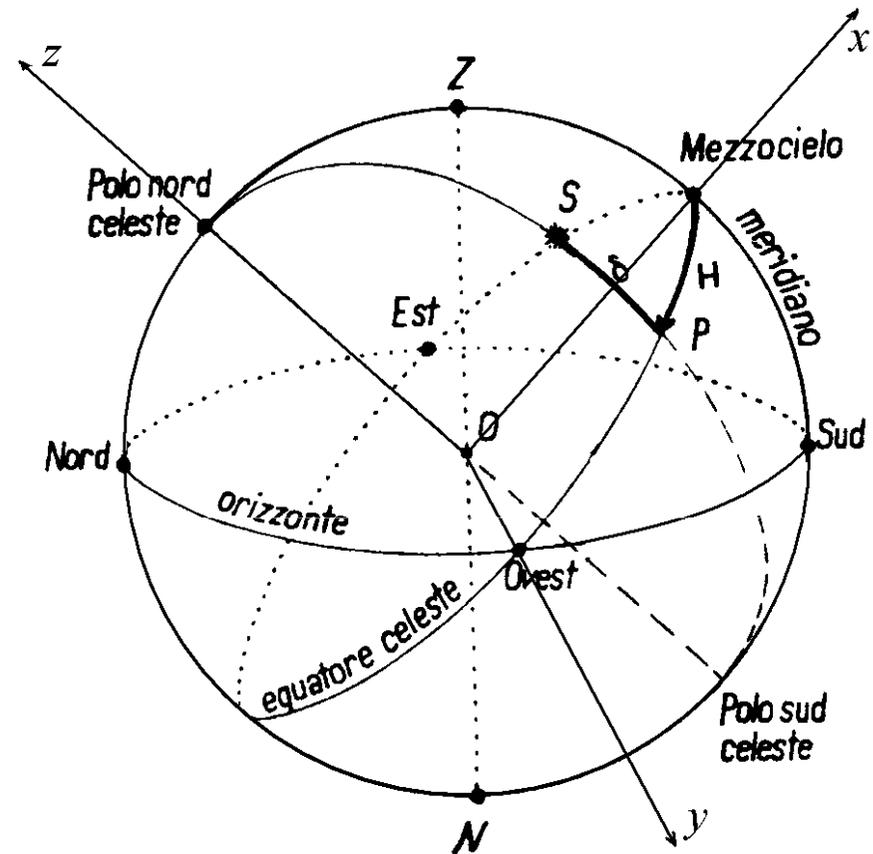
## SISTEMA ORARIO O EQUATORIALE LOCALE

Le coordinate di un astro  $S$  sono dette *declinazione* ( $\delta$ ) ed *angolo orario* ( $H$ ).

La declinazione è l'arco di cerchio compreso fra  $S$  e l'equatore; si misura in gradi dall'equatore (+ verso il polo nord, - verso il polo sud). Analogamente alla latitudine sulla Terra, la declinazione dei poli celesti nord e sud è rispettivamente  $+90^\circ$  e  $-90^\circ$ , e quella dell'equatore è  $0^\circ$ .

L'angolo orario si misura in gradi, da zero a  $360^\circ$ , in verso orario a partire dal mezzocielo.

Dato l'evidente legame con la rotazione della terra, l'angolo orario si misura anche in ore.

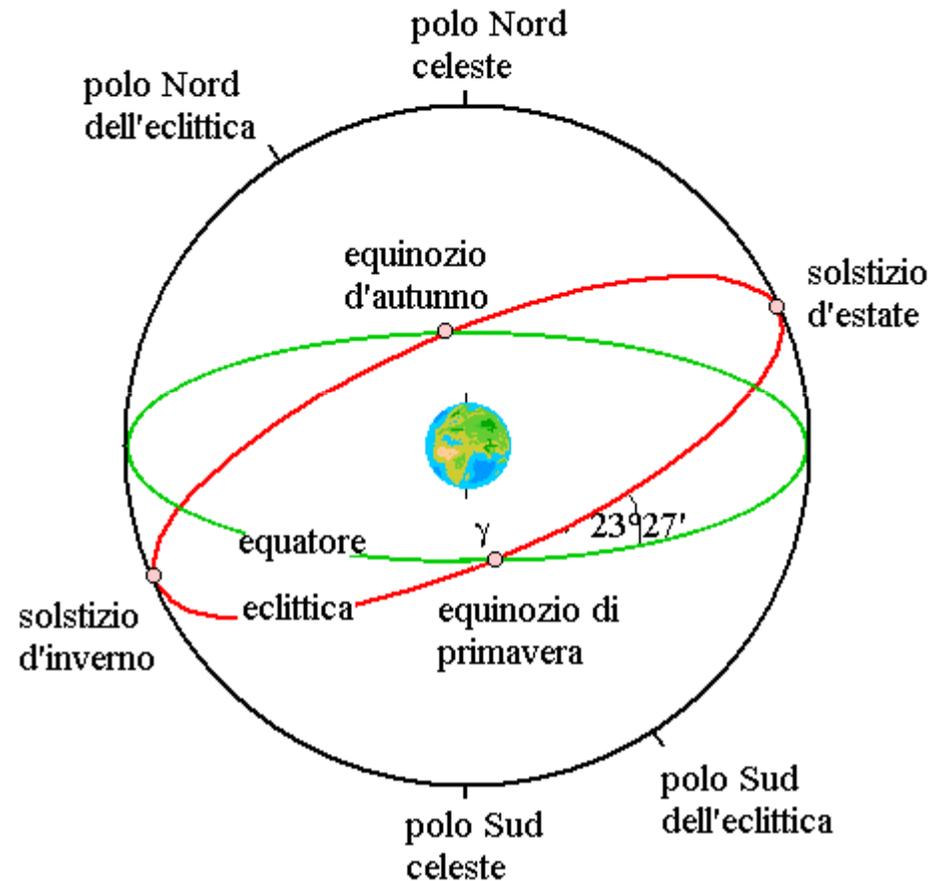


# Eclittica

Nel corso di un anno il Sole descrive apparentemente sulla sfera celeste un cerchio massimo che prende il nome di **eclittica** (dell'epoca).

Il moto del Sole appare avvenire lungo le dodici costellazioni dello zodiaco.

Il punto in cui l'eclittica interseca l'equatore celeste, nel verso ascendente si chiama *primo punto d'Ariete* o *punto vernale* o ancora *punto gamma  $\gamma$* .



# Coordinate celesti

## SISTEMA EQUATORIALE (ASSOLUTO)

Gli elementi di riferimento sono quelli già introdotti nel sistema di coordinate equatoriali locali, tuttavia la terna di assi cartesiani con origine in O ora ha l'asse x diretto verso un punto fisso della sfera celeste (il punto  $\gamma$ ) e la terna è ora levogira.

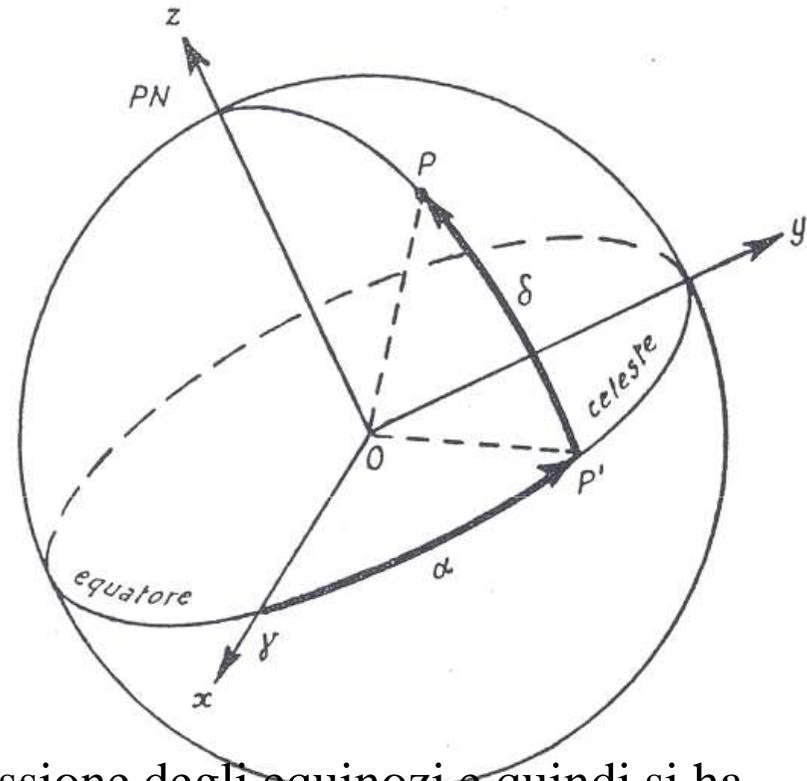
Il punto fisso è chiamato *primo punto d'Ariete* o *punto vernale* o ancora *punto gamma  $\gamma$* .

In realtà il punto  $\gamma$  non è fisso a causa della precessione degli equinozi e quindi si ha una variazione delle coordinate equatoriali.

È necessario far riferimento alla posizione di  $\gamma$  ad una data epoca.

Ogni punto P (poli esclusi) della sfera celeste rimane individuato dagli angoli  $\gamma\hat{O}P'$  e  $P'\hat{O}P$ , rispettivamente detti **ascensione retta  $\alpha$**  e **declinazione  $\delta$** .

L'ascensione retta si misura in verso antiorario (o diretto) in ore da zero a 24 h, la declinazione come già detto



# Coordinate celesti

## SISTEMA ECLITTICO

Nel sistema di coordinate eclittiche gli elementi di riferimento sono l'eclittica (dell'epoca) e la perpendicolare all'eclittica stessa.

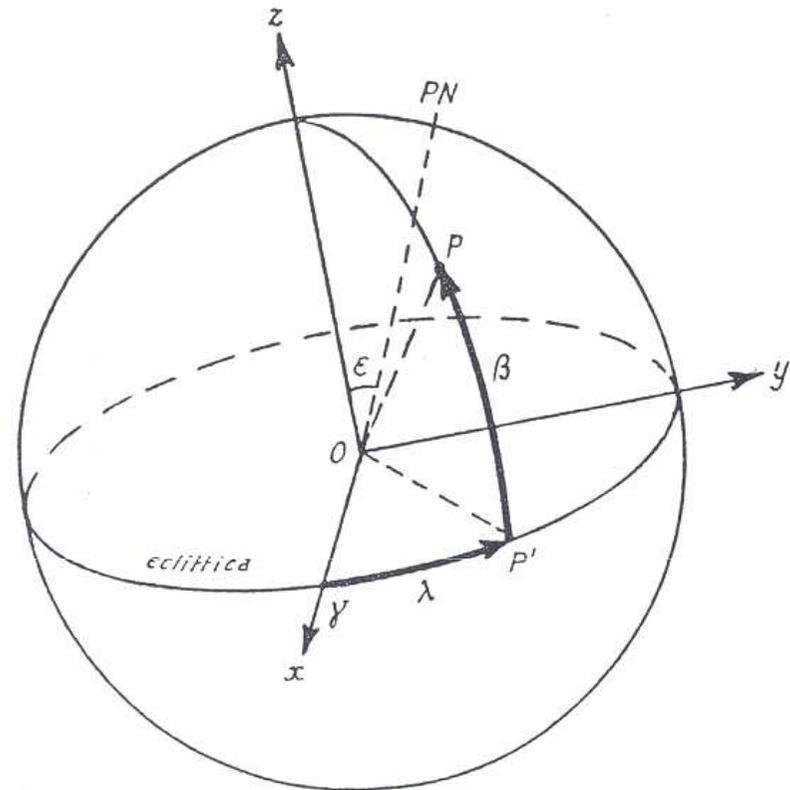
La terna cartesiana con origine in O è levogira con l'asse x diretto verso il punto  $\gamma$ .

Ogni punto P sulla sfera celeste (esclusi i poli dell'eclittica) è individuato dagli angoli  $\gamma\hat{O}P'$  e  $P'\hat{O}P$ , detti rispettivamente **longitudine eclittica**  $\lambda$  e **latitudine eclittica**  $\beta$  e misurati entrambi in gradi, il primo da zero a  $360^\circ$  (in verso antiorario) e il secondo da zero a  $\pm 90^\circ$  a seconda che P sia sopra o sotto l'eclittica.

Risulta che il polo Nord ha coordinate eclittiche  $\lambda = 90^\circ$  e  $\beta = 90^\circ - \varepsilon$ .

L'angolo  $\varepsilon$  ( $=23^\circ 27'$ ) è **obliquità dell'eclittica** e varia nel tempo, di conseguenza variano le coordinate eclittiche. Si deve far riferimento all'eclittica di una data epoca.

Il sistema è utile in tutti i problemi di astronomia planetaria poiché i pianeti si muovono attorno al Sole su orbite quasi complanari con l'eclittica.

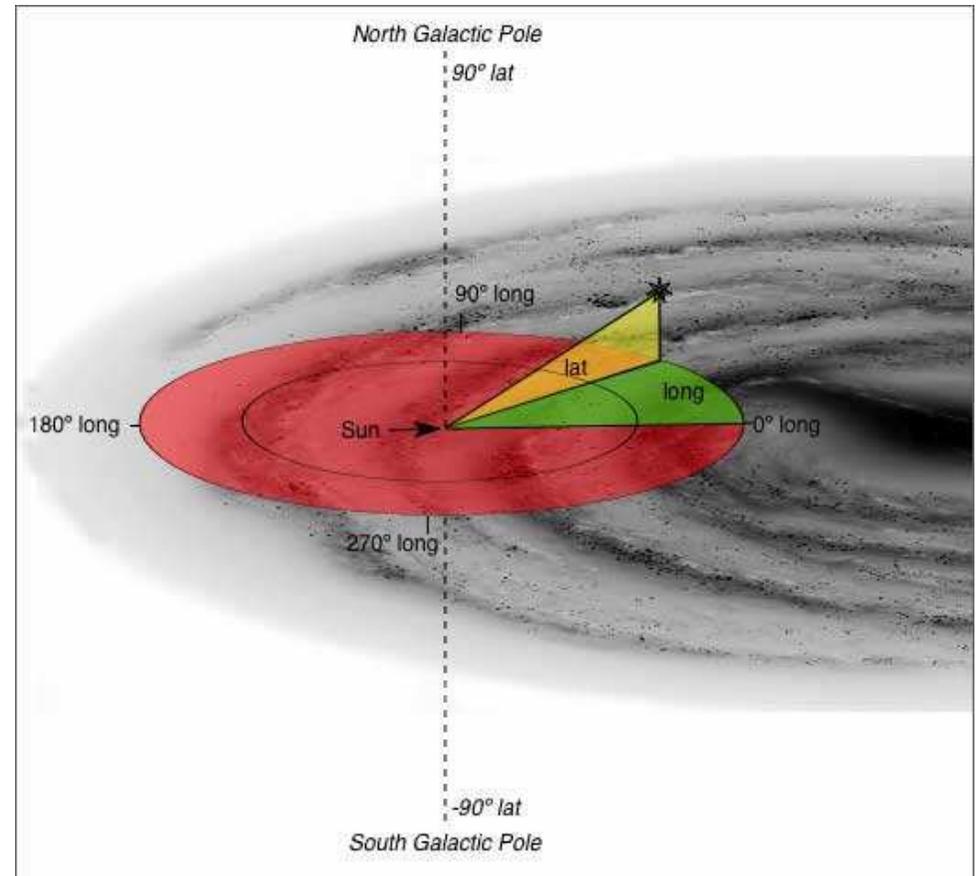


# Coordinate celesti

## SISTEMA GALATTICO

Gli elementi di riferimento sono il piano equatoriale della Galassia e la sua perpendicolare.

Questo piano fu definito in due tappe successive, dapprima mediante conteggi stellari, e successivamente come piano di massima emissività della riga 21 cm dell'Idrogeno neutro interstellare, adottato nel 1976.



# Coordinate celesti

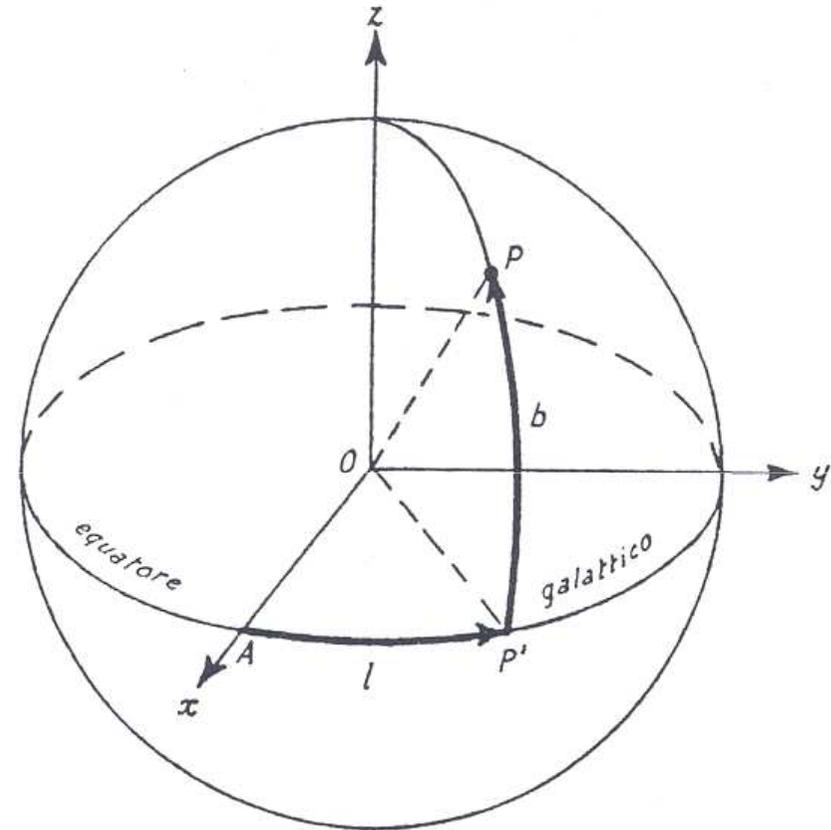
## SISTEMA GALATTICO

Il polo nord galattico è definito alle coordinate equatoriali

$\alpha = 12\text{h } 49\text{m}$  e  $\delta = 27^\circ 24'$  al 1950

e si trova nella costellazione della Coma.

La tema cartesiana di riferimento con origine nell'osservatore O è levogira con l'asse x orientato verso il centro galattico, che è localizzabile in prossimità della radiosorgente Sagittarius A e che ha coordinate  $\alpha = 17\text{h } 42\text{m},4$  e  $\delta = -28^\circ 55'$  (sempre al 1950)



# Coordinate celesti

## SISTEMA GALATTICO

Il sistema, riferito al 2000 ha il polo nord galattico a  $\alpha = 12\text{h } 51\text{m } 26,282\text{s}$  ,  $\delta = +27^\circ 07' 42,01''$ .

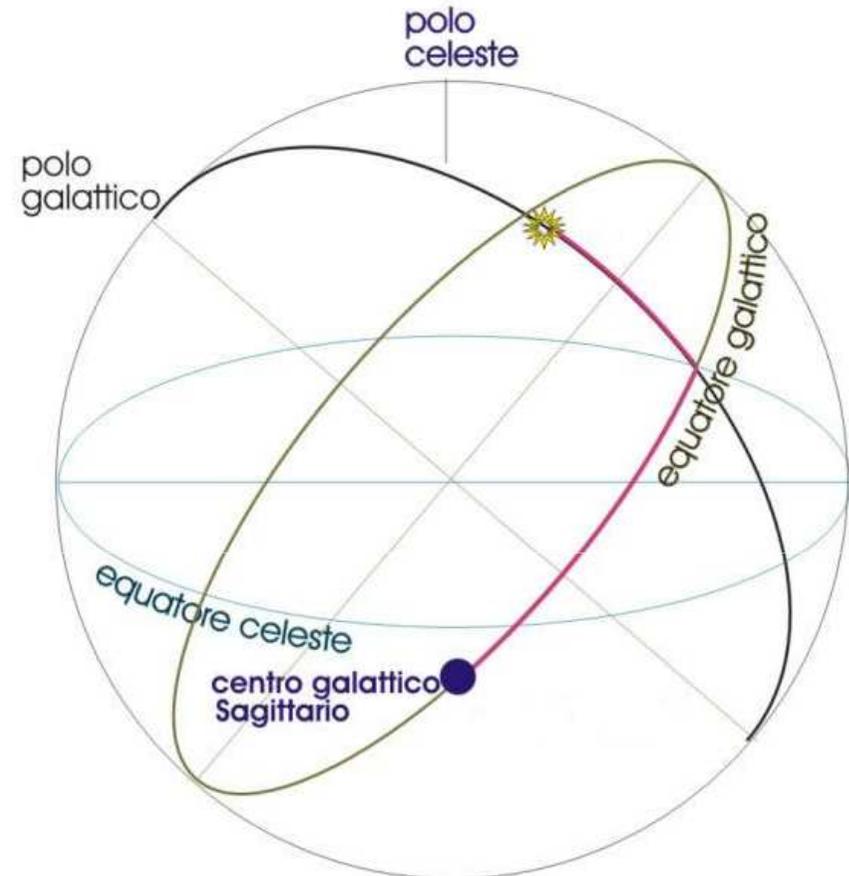
Il punto del cielo in cui sia latitudine che longitudine sono pari a 0 è  $\alpha = 17\text{h } 45\text{m } 37,224\text{s}$ ,  $\delta = -28^\circ 56' 10,23''$  (sempre al 2000).

Gli angoli  $A\hat{O}P'$  e  $P'\hat{O}P$ , che individuano il punto P sulla sfera celeste, sono nell'ordine la longitudine galattica l (elle) e la latitudine galattica b.

Entrambe si misurano in gradi, la prima da zero a  $360^\circ$  in verso antiorario, la seconda da zero a  $\pm 90^\circ$  a seconda che P sia sopra o sotto l'equatore galattico.

Il sistema è utilizzato per in tutti i problemi che coinvolgono la localizzazione di oggetti nella Galassia.

Il piano galattico è inclinato di  $62,3^\circ$  rispetto all'equatore celeste.



# Coordinate celesti

COORDINATE	Circonferenza fondamentale	Origine	Verso	Polo	Nomi	Simboli
Orizzontali (Altazimutali)	orizzonte	Nord	N→E	zenit	azimut altezza	A h
Orarie (Equatoriali Locali)	equatore	Mezzocielo superiore	retrogrado	Polo Nord	angolo orario declinazione	H, t $\delta$
Equatoriali (Assolute)	equatore	$\gamma$	diretto	Polo Nord	ascensione retta declinazione	$\alpha$ $\delta$
Eclittiche	eclittica	$\gamma$	diretto	Polo Nord eclittica	longitudine ecl. latitudine ecl.	$\lambda$ $\beta$
Galattiche	equatore galattico	definizione convenzionale	diretto	definizione convenzionale	longitudine gal. latitudine gal	l b

# Trasformazioni di coordinate celesti

Il problema delle trasformazioni di coordinate è essenziale in astronomia e può essere affrontato in due modi:

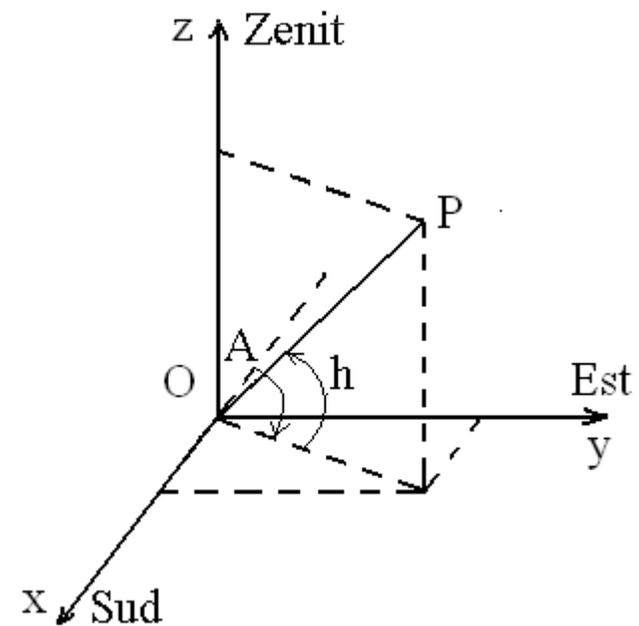
- attraverso vettori, traslazioni e rotazioni;
- attraverso la trigonometria sferica, cioè la trigonometria che si applica ai triangoli costruiti sulla superficie sferica.

# Trasformazioni di coordinate celesti

**Coordinate Altazimutali:**  $A, h$

Assi:  $x$  verso Sud,  $z$  verso lo Zenit quindi  $y$  verso Est (si noti che l'asse  $x$  punta in verso opposto all'origine degli azimut).

$$\begin{cases} x = -\cosh \cos A \\ y = \cosh \sin A \\ z = \sinh \end{cases}$$

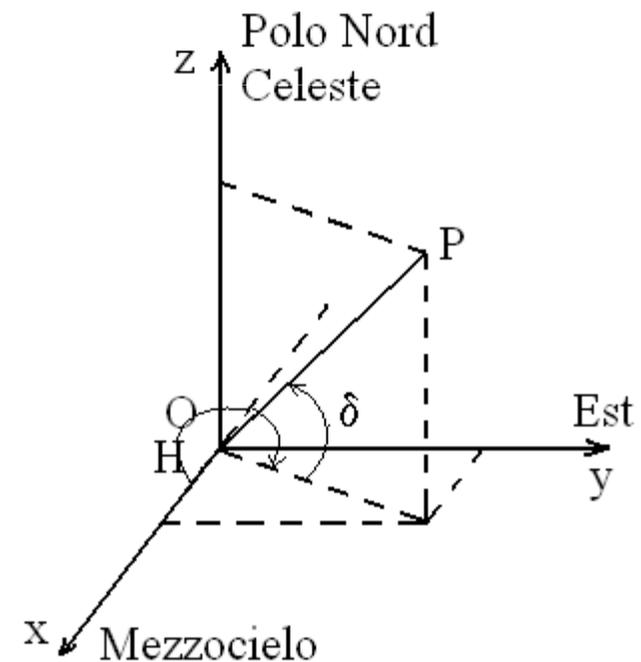


# Trasformazioni di coordinate celesti

**Coordinate Orarie:**  $H, \delta$

Assi:  $x$  verso il Mezzocielo superiore,  $z$  verso il Polo Nord Celeste quindi  $y$  verso Est.

$$\begin{cases} x = \cos \delta \cos H \\ y = -\cos \delta \sin H \\ z = \sin \delta \end{cases}$$

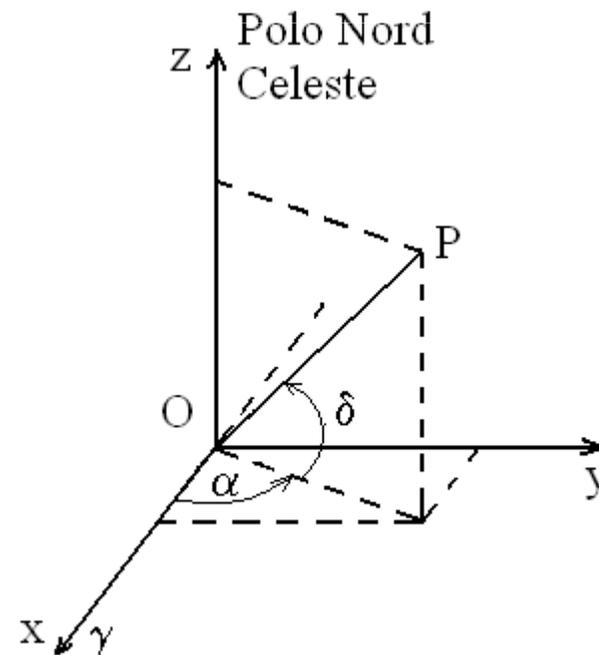


# Trasformazioni di coordinate celesti

**Coordinate Equatoriali:**  $\alpha$ ,  $\delta$

Assi: x verso  $\gamma$ , z verso il Polo Nord Celeste.

$$\begin{cases} x = \cos \delta \cos \alpha \\ y = \cos \delta \sin \alpha \\ z = \sin \delta \end{cases}$$

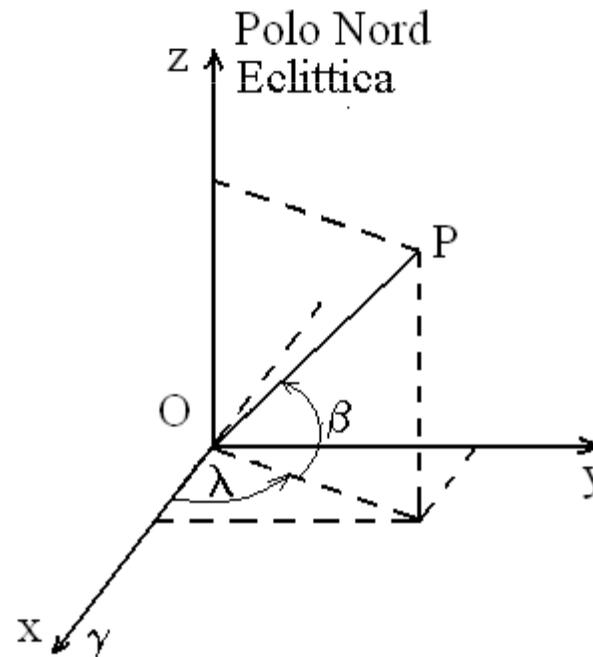


# Trasformazioni di coordinate celesti

**Coordinate Eclittiche:**  $\lambda, \beta$

Assi:  $x$  verso  $\gamma$ ,  $z$  verso il Polo Nord Eclittico.

$$\begin{cases} x = \cos \beta \cos \lambda \\ y = \cos \beta \sin \lambda \\ z = \sin \beta \end{cases}$$

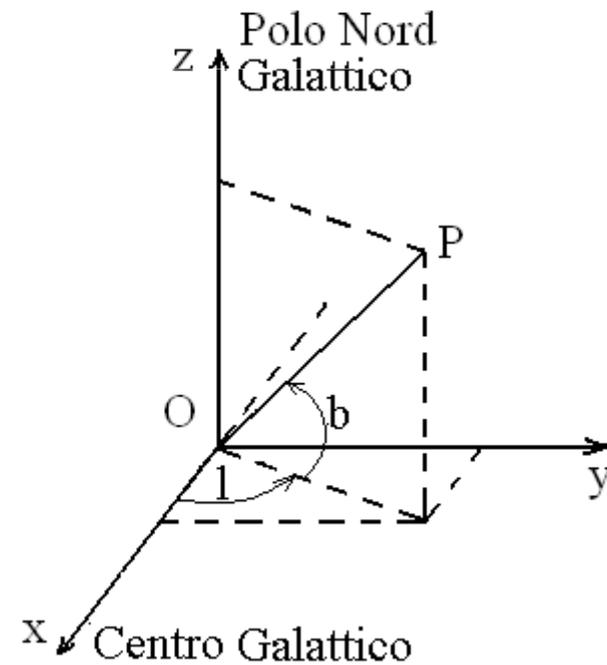


# Trasformazioni di coordinate celesti

**Coordinate Galattiche:**  $l, b$

Assi:  $x$  verso il centro della Galassia,  $z$  verso il Polo Nord Galattico.

$$\begin{cases} x = \cos b \cos l \\ y = \cos b \sin l \\ z = \sin b \end{cases}$$



# Traslazioni

Le traslazioni più frequenti sono la trasformazione di coordinate eliocentriche a geocentriche e quella di coordinate geocentriche a topocentriche e ovviamente quelle inverse.

Detti  $\mathbf{r}_e$  e  $\mathbf{r}_g$  i vettori che individuano la posizione di un oggetto nei due riferimenti eliocentrico e geocentrico rispettivamente, se  $\boldsymbol{\rho}$  descrive la posizione della Terra rispetto al Sole, la trasformazione sarà allora:

$$\mathbf{r}_e = \mathbf{r}_g + \boldsymbol{\rho}$$

In modo del tutto analogo si passa dal sistema geocentrico a quello topocentrico quando sia noto il vettore  $\boldsymbol{\rho}'$  che descrive la posizione della posizione della località rispetto al centro della Terra:

$$\mathbf{r}_g = \mathbf{r}_t + \boldsymbol{\rho}'$$

$\mathbf{r}_t$  dipende dal tempo a causa della rotazione terrestre, a meno che non si utilizzi un sistema locale, e il calcolo richiede la forma della Terra, delle coordinate geografiche del luogo e della sua altitudine.

# Rotazioni

In tutti i casi le rotazione possono essere descritte da matrice 3 x 3, ma non sempre è ovvio individuare l'asse e l'angolo di rotazione.

È però sempre possibile ridurre una trasformazione alla composizione di più trasformazioni successive e la trasformazione richiesta sarà data dal prodotto di quelle matrici.

In generale, dati due sistemi di riferimento (xyz) e (XYZ) aventi la stessa origine, per passare da uno all'altro si usano le relazioni

$$\left\{ \begin{array}{l} X = x \cos \widehat{xX} + y \cos \widehat{yX} + z \cos \widehat{zX} \\ Y = x \cos \widehat{xY} + y \cos \widehat{yY} + z \cos \widehat{zY} \\ Z = x \cos \widehat{xZ} + y \cos \widehat{yZ} + z \cos \widehat{zZ} \end{array} \right.$$

# Rotazioni

In forma matriciale

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{R} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \widehat{xX} & \cos \widehat{yX} & \cos \widehat{zX} \\ \cos \widehat{xY} & \cos \widehat{yY} & \cos \widehat{zY} \\ \cos \widehat{xZ} & \cos \widehat{yZ} & \cos \widehat{zZ} \end{pmatrix}$$



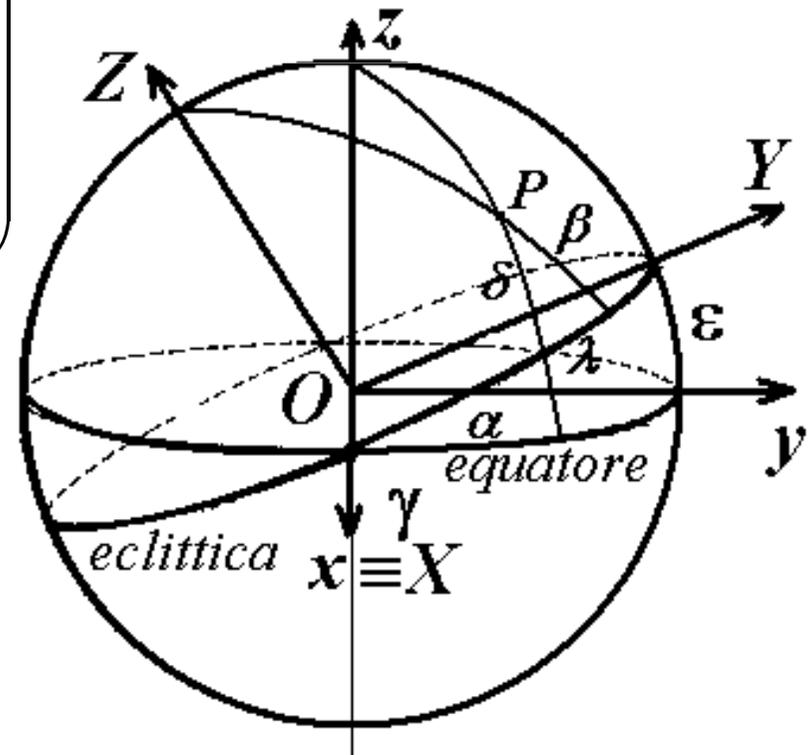


# Trasformazioni di coordinate celesti

## Da equatoriali a eclittiche

È una rotazione all'asse x di un angolo  $\varepsilon$  pari all'obliquità dell'eclittica.

$$\mathbf{R}_{CE} = \begin{pmatrix} \cos 0 & \cos \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{2} \\ \cos \frac{\pi}{2} & \cos \varepsilon & \cos \left( \frac{3\pi}{2} + \varepsilon \right) \\ \cos \frac{\pi}{2} & \cos \left( \frac{\pi}{2} + \varepsilon \right) & \cos \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & \text{sen} \varepsilon \\ 0 & -\text{sen} \varepsilon & \cos \varepsilon \end{pmatrix}$$



# Trasformazioni di coordinate celesti

Per ottenere le trasformazioni inverse, bisogna stare molto attenti al verso degli angoli, ma in sostanza basta porre.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{R}^{-1} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

È facile notare che la matrice di rotazione inversa è la trasposta di  $\mathbf{R}$ .

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{R}^T$$

ricordiamo che la matrice trasposta di una matrice data si ottiene scambiando le righe con le colonne