

Transiti e occultazioni

Joshua N. Winn

Massachusetts Institute of Technology

<http://it.dicos.com/enit/>

Quando abbiamo la fortuna di vedere un sistema esoplanetario quasi di taglio, la stella e pianeta periodicamente si eclissano a vicenda. Le osservazioni di eclissi (transiti ed occultazioni) forniscono una miniera di informazioni che non possono essere ottenute solamente dai dati della velocità radiale, come le dimensioni relative del pianeta e la sua stella, così come l'orientazione dell'orbita del pianeta relativa al piano celeste e quella rispetto all'asse di rotazione stellare. La dipendenza dalla lunghezza d'onda del segnale di eclissi dà indizi circa la temperatura e la composizione dell'atmosfera planetaria. Anomalie sui tempi previsti o altre proprietà delle eclissi possono tradire la presenza di altri pianeti o lune. La ricerca di eclissi è anche un mezzo produttivo di scoprire nuovi pianeti. Questo capitolo esamina la geometria di base e la fisica delle eclissi, e riassume le conoscenze che sono state acquisite attraverso le osservazioni delle eclissi, così come le informazioni che potrebbero essere acquisite in futuro.

1. INTRODUZIONE

Fin dall'antichità immemorabile, gli uomini hanno sognato una strada maestra per il successo, che conduca direttamente e facilmente a qualche obiettivo che potrebbe essere raggiunto in altro modo solo con un lungo approccio e con grande fatica. Innumerevoli volte, questo sogno si è rivelato un'illusione Tuttavia, vi sono vie di approccio al territorio sconosciuto che portano sorprendentemente lontano, e che ripagano generosamente coloro che li seguono. Probabilmente non c'è esempio migliore di questo delle eclissi dei corpi celesti. - Henry Norris Russell (1948)

Vaste distese di territori scientifici sono stati attraversati sfruttando le occasioni in cui un corpo celeste ne eclissa un altro. I tempi delle eclissi delle lune di Giove hanno dato la prima misura quantitativa della velocità della luce. Osservando il passaggio di Venere sul disco del Sole è stato possibile avere una stima molto accurata dell'unità astronomica. Lo studio delle eclissi di sole ha portato alla scoperta dell'elio, all'accertamento che la rotazione della Terra sta rallentando a causa di maree, e alla conferma della previsione di Einstein per la deflessione gravitazionale della luce. L'analisi delle stelle binarie ad eclisse – il soggetto che Russell aveva in mente – ha permesso una precisa comprensione della struttura e dell'evoluzione stellare. Proseguendo in questa tradizione, le eclissi sono la “strada maestra” della scienza esoplanetaria. Possiamo conoscere dettagli particolareggiati sui pianeti extrasolari e le loro stelle “madri” attraverso le osservazioni della loro luce combinata, senza la fatica di dover risolvere spazialmente il pianeta e la stella (vedi Figura 1). Questo capitolo mostra come le osservazioni delle eclissi vengano utilizzate per conoscere l'orbita del pianeta, la sua massa, il suo raggio, la sua temperatura e i costituenti dell'atmosfera, insieme ad altri dettagli che altrimenti rimangono nascosti. Questa conoscenza, a sua volta, dà indizi circa i processi di formazione dei pianeti e la loro evoluzione e fornisce un contesto più ampio per comprendere le proprietà del sistema solare.

Un'eclisse è l'oscuramento di un corpo celeste da parte di un altro. Quando i corpi hanno dimensioni molto diverse, il passaggio del corpo più piccolo di fronte al più grande viene detto transito e il passaggio del corpo più piccolo dietro il corpo più grande è una occultazione. Formalmente, i transiti sono casi in cui il disco completo del corpo più piccolo passa completamente all'interno di quello del corpo più grande, e le occultazioni si riferiscono all'occultamento completo del corpo più piccolo. Includeremo in questi termini anche quando i casi *radenti*, nei quali i corpi non si sovrappongono completamente. E' opportuno essere consapevoli del fatto che nella letteratura sugli esopianeti ci si riferisce spesso alle occultazioni come a delle eclissi

secondarie (un termine più generale, che non implica un rapporto di dimensioni estremo), o a neologismi quali transito secondario o anti-transito.

Questo capitolo è organizzato come segue. La sezione 2 descrive la geometria delle eclissi e fornisce le equazioni fondamentali, sulla base della discussione delle orbite kepleriane nel capitolo da Murray e Correia. I lettori alla ricerca di un trattamento più elementare che riguarda solo le orbite circolari possono iniziare leggendo Sackett (1999). La sezione 3 descrive molte applicazioni scientifiche dei dati delle eclissi, compresa la determinazione della massa e del raggio del pianeta. La sezione 4 è un testo introduttivo all'osservazione del declino apparente di luminosità stellare durante le eclissi (il segnale fotometrico). La sezione 5 passa in rassegna alcuni recenti risultati scientifici e la sezione 6 offre alcune riflessioni sulle prospettive future.

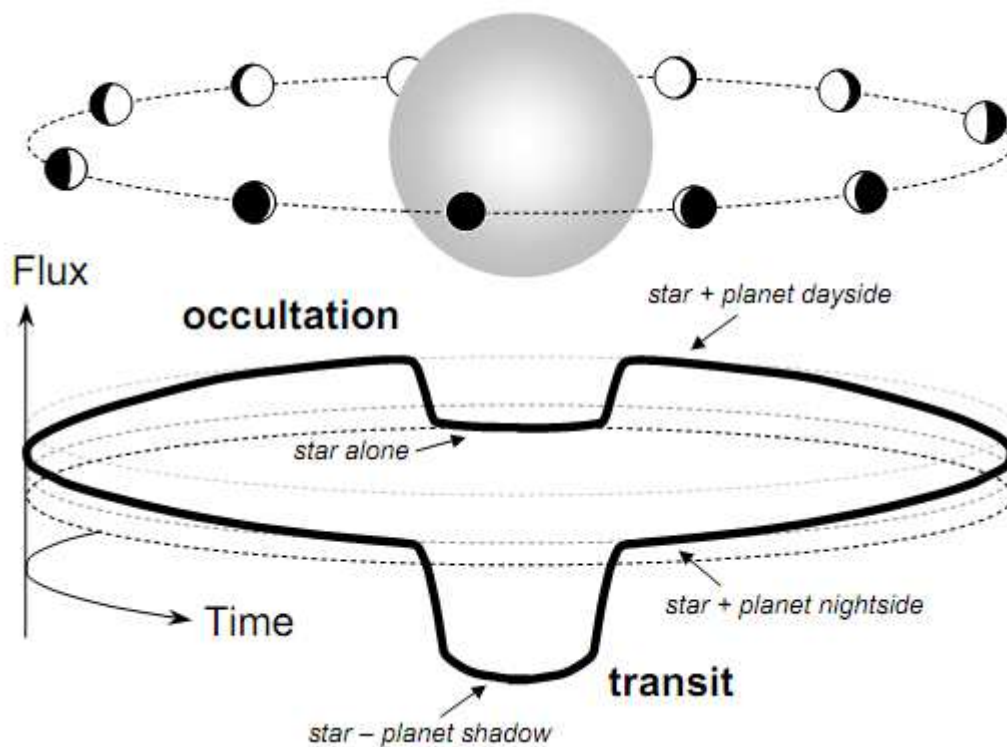


Fig. 1.- Illustrazione di transiti e occultazioni. Viene osservato solo il flusso combinato della stella e del pianeta. Durante un transito, il flusso diminuisce perché il pianeta blocca una frazione della luce della stella. Poi il flusso aumenta, quando il lato illuminato del pianeta entra in vista. Il flusso scende di nuovo quando il pianeta è occultato dalla stella.

2. FONDAMENTI SULLE ECLISSI

2.1 Geometria delle eclissi

Si consideri un pianeta di raggio R_p e di massa M_p che orbita intorno ad una stella di raggio R^* e massa M^* . Il rapporto R_p / R^* viene utilizzato con una frequenza tale da meritare un proprio simbolo, per il quale useremo k , in ossequio alla letteratura sulle eclissi delle stelle binarie. Come nel capitolo di Murray e Correia, abbiamo scelto un sistema di coordinate centrato sulla stella, con il cielo nel piano $X-Y$ e l'asse $+Z$ diretto verso l'osservatore (vedi Figura 2). Dal momento che l'orientamento della linea dei nodi rispetto al nord celeste (o qualsiasi altro asse definito esternamente) di solito è sconosciuta e di interesse limitato, si potrebbe allineare l'asse X con la

linea dei nodi; abbiamo posto il nodo discendente dell'orbita del pianeta lungo l'asse $+X$, ponendo $\Omega = 180^\circ$.

La distanza tra la stella e il pianeta è data dalla equazione (20) del capitolo di Murray e Correia:

$$(1) \quad r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos f}$$

dove a è il semiasse maggiore dell'orbita relativa e f è l'anomalia vera, una funzione implicita del tempo che dipende dall'eccentricità e e dal periodo orbitale P (vedi punto 3 del capitolo di Murray e Correia). Questa può essere risolta in coordinate cartesiane utilizzando le equazioni (53-55) del capitolo di Murray e Correia, con $\Omega = 180^\circ$:

$$(2) \quad X = -r \cos(\omega + f)$$

$$(3) \quad Y = -r \sin(\omega + f) \cos i$$

$$(4) \quad Z = r \sin(\omega + f) \sin i$$

Se le eclissi si verificano, ciò accade quando $r_{sky} = \sqrt{X^2 + Y^2}$ è un minimo locale. Utilizzando le equazioni (2-3),

$$(5) \quad r_{sky} = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos f} \sqrt{1 - \sin^2(\omega + f) \sin^2 i}$$

Minimizzare questa espressione conduce a lunghi calcoli algebrici (Kipping 2008). Comunque, un'ottima approssimazione che useremo nel corso di questo capitolo è che le eclissi siano centrate sulle congiunzioni, che sono definite dalla condizione $X = 0$ e possono essere inferiori (pianeta davanti) o superiore (stella davanti). Questo dà

$$(6) \quad f_{tra} = +\frac{\pi}{2} - \omega, \quad f_{occ} = -\frac{\pi}{2} - \omega$$

dove, qui e altrove in questo capitolo, "tra" si riferisce ai transiti e di "occ" alle occultazioni. Questa approssimazione è valida per tutti i casi ad eccezione delle orbite estremamente eccentriche e ravvicinate e con eclissi radenti.

Il parametro di impatto b è la proiezione sul piano celeste della distanza alla congiunzione, in unità del raggio della stella:

$$(7) \quad r_{tra} = \frac{a \cos i}{R^*} \left(\frac{1-e^2}{1+e \sin \omega} \right)$$

$$(8) \quad r_{occ} = \frac{a \cos i}{R^*} \left(\frac{1-e^2}{1-e \sin \omega} \right)$$

Nei casi più comuni $R^* \ll a$, il percorso del pianeta davanti (o dietro) il disco stellare è con buona approssimazione una linea retta tra i punti $X = \pm R^* \sqrt{1-b^2}$ ad $Y = bR^*$.

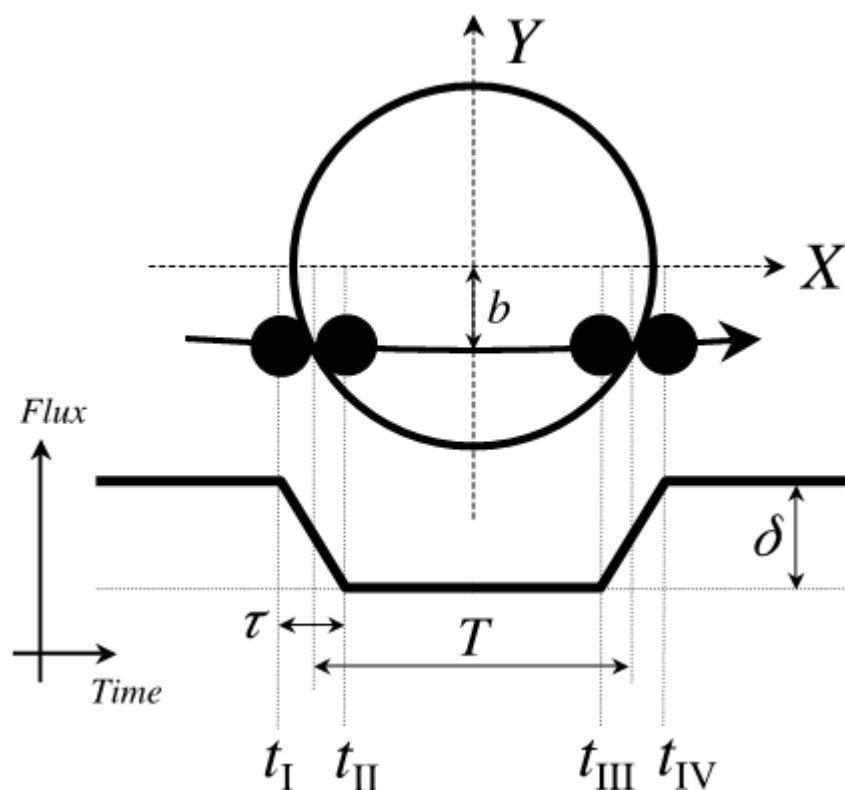


Fig. 2.- Illustrazione di un transito con il sistema di coordinate discusso nel paragrafo 2.1, i quattro punti di contatto e le quantità T e τ definite nella sezione 2.3, e la curva di luce idealizzata discussa nella sezione 2.4.

2.2 Probabilità di una eclisse

Le eclissi sono visibili solo da osservatori privilegiati che vedono l'orbita del pianeta quasi di taglio. Mentre il pianeta orbita intorno alla sua stella, la sua ombra descrive un cono che spazza una fascia sulla sfera celeste, come illustrato in figura 3. Un osservatore distante all'interno della zona d'ombra vedrà transiti. L'angolo di apertura del cono, Θ , soddisfa il requisito $\sin \Theta = \frac{R^* + R_P}{r}$ dove r è la distanza istantanea stella-pianeta. Questo cono è chiamato di penombra. C'è anche un cono interno, di antiombra, definito da $\sin \Theta = \frac{R^* - R_P}{r}$, all'interno del quale i transiti sono pieni (non radenti).

Una situazione comune è che e e ω siano noti e i è sconosciuta, come quando un pianeta è scoperto tramite il metodo Doppler (vedi capitolo di Lovis e Fischer), ma non sono disponibili informazioni sulle eclissi. Con riferimento alla figura 3, la longitudine celeste dell'osservatore è specificata da ω , ma la latitudine è sconosciuta. La probabilità di transito è calcolata come la frazione in ombra della linea di longitudine, o più semplicemente dalla condizione $|b| < 1 + k$, utilizzando le equazioni (7-8) e la consapevolezza che $\cos i$ è uniformemente distribuito per un osservatore disposto in modo casuale. Una logica simile vale per le occultazioni, conducendo ai risultati

$$(9) \quad p_{tra} = \left(\frac{R^* \pm R_p}{a} \right) \left(\frac{1 + e \sin \omega}{1 - e^2} \right)$$

$$(10) \quad p_{occ} = \left(\frac{R^* \pm R_p}{a} \right) \left(\frac{1 - e \sin \omega}{1 - e^2} \right)$$

in cui il segno + consente eclissi radenti ed il segno - le esclude. Vale la pena ricordare i risultati per il caso limite di $R_p \ll R^*$ ed $e = 0$:

$$(11) \quad p_{tra} = p_{occ} = \frac{R^*}{a} \approx 0.005 \left(\frac{R^*}{R_\odot} \right) \left(\frac{a}{1AU} \right)^{-1}.$$

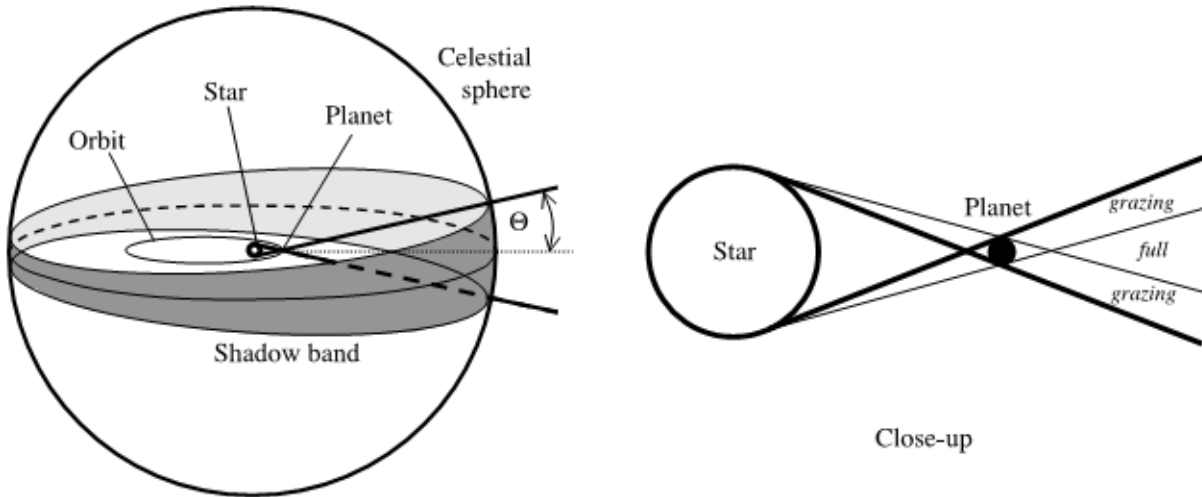


Fig. 3 – Il calcolo della probabilità di transito. A sinistra: i transiti sono visibili dagli osservatori all'interno della penombra del pianeta, un cono con angolo di apertura Θ , con $\sin \Theta = (R^* + R_p) / r$, dove r è la distanza istantanea stella-pianeta. A destra: primo piano che mostra la penombra (linee spesse), così come la antiombra (linee sottili) entro le quali i transiti sono pieni, al contrario di quelle radenti.

Per un'orbita circolare, i transiti e le occultazioni vanno sempre insieme, ma per un'orbita eccentrica, è possibile vedere i transiti senza occultazioni o viceversa.

In altre situazioni, si potrebbe voler emarginare su tutti i possibili valori di ω , come quando si cerca di prevedere il numero atteso di pianeti in transito in una rassegna (vedi punto 4.1) o per altri calcoli statistici. Qui, si può calcolare l'angolo solido di tutta la fascia d'ombra e dividere per 4π , o fare la media delle equazioni (9-10) su ω , ottenendo

$$(12) \quad p_{tra} = p_{occ} = \left(\frac{R^* \pm R_p}{a} \right) \left(\frac{1}{1 - e^2} \right)$$

Supponiate di voler trovare un pianeta in transito ad una particolare distanza orbitale attorno ad una stella di un determinato raggio. Se solo una frazione η delle stelle ha tali pianeti, dovete cercare almeno $N \approx (\eta \cdot p_{tra})^{-1}$ stelle prima di aspettarvi di trovare un pianeta in transito. E' necessario un campione di più di $200\eta^{-1}$ stelle come il Sole per trovare un pianeta in transito a 1 UA. I pianeti giganti che orbitano vicini alla propria stella hanno una distanza orbitale di circa 0,05

UA e $\eta \approx 0,01$ che dà $N > 10^3$ stelle. In pratica, molti altri fattori influenzano i requisiti della vostra indagine, come la precisione della misura, il tempo di campionamento e la necessità di un follow-up di osservazioni spettroscopiche (vedi Sezione 4.1).

2.3 Durata delle eclissi

In una eclisse non radente, i dischi planetario e stellare sono tangenti in quattro istanti di contatto nel periodo $t_I \dots t_{IV}$, illustrati nella Figura 2. (In una eclisse radente il secondo e terzo contatto non si verificano.) La durata totale è $T_{tot} = t_{IV} - t_I$, la durata della totalità è $T_{full} = t_{III} - t_{II}$, la durata di ingresso è $\tau_{ing} = t_{II} - t_I$ e quella dell'egresso (uscita) $\tau_{egr} = t_{IV} - t_{III}$.

Dato un insieme di parametri orbitali, i vari tempi di durata delle eclissi possono essere calcolati ponendo l'equazione (5) uguale a $R^* \pm R_p$ per trovare l'anomalia vera ai tempi di contatto, e poi integrare l'equazione (44) del capitolo da Murray e Correia, vale a dire,

$$(13) \quad t_{III} - t_{II} = \frac{P}{2\pi\sqrt{1-e^2}} \int_{f_{II}}^{f_{III}} \left[\frac{r(f)}{a} \right]^2 df$$

Per un'orbita circolare, alcuni risultati utili sono

$$(14) \quad T_{tot} = t_{IV} - t_I = \frac{P}{\pi} \sin^{-1} \left[\frac{R^* \sqrt{(1+k)^2 - b^2}}{a \sin i} \right]$$

$$(15) \quad T_{full} = t_{III} - t_{II} = \frac{P}{\pi} \sin^{-1} \left[\frac{R^* \sqrt{(1-k)^2 - b^2}}{a \sin i} \right]$$

Per le orbite eccentriche, buone approssimazioni si ottengono moltiplicando le equazioni (14) e (15) per

$$(16) \quad \frac{\dot{X}(f_c)[e=0]}{\dot{X}(f_c)} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{1 \pm e \sin \omega}$$

un fattore adimensionale per tenere conto della velocità alterata del pianeta in congiunzione. Qui, “+” si riferisce ai transiti e “-“ alle occultazioni. Si deve anche calcolare b utilizzando le equazioni dipendenti dall'eccentricità (7) e (8).

Per un'orbita eccentrica, τ_{ing} e τ_{egr} sono generalmente diversi, perché la velocità proiettata del pianeta varia tra ingresso e uscita. In pratica la differenza è lieve; al 1° ordine in R^*/a ed e ,

$$(17) \quad \frac{\tau_e - \tau_i}{\tau_e + \tau_i} \sim e \cos \left(\frac{R^*}{a} \right)^3 (1-b^2)^{3/2},$$

che è $< 10^{-2}e$ per un pianeta prossimo alla propria stella con $R^*/a = 0.2$, e ancora più piccolo per pianeti più lontani. Per questo motivo useremo un unico simbolo τ per rappresentare sia la durata

dell'ingresso sia la durata dell'uscita. Un altro valore importante è $T = T_{tot} - \tau$, l'intervallo tra i punti centrali di ingresso e di uscita (a volte indicati come tempi di contatto 1.5 e 3.5).

Nei limiti $e \rightarrow 0$, $R_p \ll R^* \ll a$ e $b \ll 1 - k$ (che esclude i casi di eclisse radente), i risultati sono notevolmente semplificati:

$$(18) \quad T \approx T_0 \sqrt{1 - b^2}, \quad \tau \approx \frac{T_0 k}{\sqrt{1 - b^2}}$$

dove T_0 è il tempo scala caratteristico

$$(19) \quad T_0 = \frac{R^* P}{\pi a} \approx 13 \text{hr} \left(\frac{P}{1 \text{yr}} \right)^{1/3} \left(\frac{\rho^*}{\rho_\odot} \right)^{-1/3}.$$

Per le orbite eccentriche, deve essere applicato il fattore aggiuntivo dato dalla equazione (16). Si noti che nel derivare l'equazione (19), abbiamo usato terza legge di Keplero e l'approssimazione $M_p \ll M^*$ per riscrivere l'espressione in termini della densità media della stella ρ^* . Questo suggerisce che le osservazioni delle eclissi diano una misura diretta di ρ^* , un punto che sarà reso più esplicito nella sezione 3.1.

2.4 Perdita di luce durante le eclissi

Il flusso combinato $F(t)$ di un pianeta e della stella è tracciato in Figura 1. Durante un transito, il flusso diminuisce poiché il pianeta blocca una frazione della luce della stella. Poi il flusso aumenta quando la faccia visibile del pianeta entra in vista. Il flusso scende di nuovo quando il pianeta è occultato dalla stella. Concettualmente si può dividere $F(t)$ come

$$(20) \quad F(t) = F^*(t) + F_p(t) - \begin{cases} k^2 \alpha_{tra}(t) F^*(t) & \text{transito} \\ 0 & \text{fuori dalle eclissi} \\ \alpha_{occ}(t) F_p(t) & \text{occultazione} \end{cases}$$

dove F^* e F_p sono i flussi dai dischi stellare e planetario, e le α sono funzioni dimensionali dell'ordine dell'unità dipendenti dalla zona di sovrapposizione tra il disco stellare e quello planetario. In generale F^* può variare nel tempo a causa di flares stellari, della rotazione dei punti e delle macchie della stella, della rotazione del rigonfiamento di marea sollevato dal pianeta, o per altri motivi, ma per semplicità di discussione lo prendiamo costante. In questo caso ci interessa solo il rapporto $f(t) = F(t)/F^*$. Se indichiamo con I_p e I^* l'intensità, mediata sul disco, del pianeta e della stella, rispettivamente, allora $F_p/F^* = k^2 I_p/I^*$ e

$$(21) \quad f(t) = 1 + k^2 \frac{I_p(t)}{I^*} - \begin{cases} k^2 \alpha_{tra}(t) & \text{transito} \\ 0 & \text{fuori dalle eclissi} \\ k^2 \frac{I_p(t)}{I^*} \alpha_{occ}(t) & \text{occultazione} \end{cases}$$

Le variazioni nel tempo di I_p sono causate dal cambiamento della frazione del disco planetario illuminata dalla stella (la sua *funzione di fase*), nonché da eventuali cambiamenti

nell'atmosfera planetaria. Fintanto che I_p può considerarsi costante l'arco di tempo relativamente breve di una singola eclisse, tutte le variazioni di tempo osservate sono dovute alle funzioni α . Come approssimazione di partenza le funzioni α sono trapezi, e $f(t)$ è specificato dalla profondità δ , dalla durata T , dalla durata dell'ingresso o dell'uscita τ , e dal tempo di congiunzione t_c , come mostrato nella Figura 2. Per i transiti la perdita massima di luce è

$$(22) \quad \delta_{tra} \approx k^2 \left[1 - \frac{I_p(t_{tra})}{I^*} \right]$$

e, nel caso usuale quando la luce dal lato notturno del pianeta è trascurabile, $\delta_{tra} \approx k^2$. Per le occultazioni,

$$(23) \quad \delta_{occ} \approx k^2 \frac{I_p(t_{occ})}{I^*}$$

Nell'approssimazione trapezoidale la variazione del flusso in ingresso e in uscita è lineare nel tempo. In realtà questo non è vero, anche a causa del moto non uniforme dei dischi stellari e planetari. Cosa ancora più importante, anche con moto uniforme l'area di sovrapposizione tra i dischi non è una funzione lineare del tempo [vedi equazione (1) di Mandel e Agol (2002)]. Inoltre, il fondo della curva di luce di un transito non è piatta perché i dischi stellari reali non hanno intensità uniforme, come verrà spiegato nella sezione successiva.

2.5 Oscuramento del bordo

I dischi stellari reali sono più brillanti al centro e più deboli sul bordo, un fenomeno noto come oscuramento del bordo (*limb darkening*). Questo fa sì che la diminuzione del flusso durante il transito sia maggiore di k^2 quando il pianeta si trova vicino al centro della stella e minore di k^2 quando il pianeta è vicino al bordo. L'effetto sulla curva di luce è di arrotondare il fondo e offuscare i punti del 2° e 3° contatto, come mostrato nella Figura 4. L'oscuramento del bordo è una conseguenza delle variazioni di temperatura e di opacità con l'altezza nell'atmosfera stellare. La linea di vista segue un percorso altamente obliquo nell'atmosfera stellare, e quindi una profondità ottica unitaria è raggiunta a una quota più elevata, dove la temperatura è più bassa e la radiazione è meno intensa. Il conseguente profilo di intensità $I(X, Y)$ è spesso descritto con una formula di raccordo del tipo

$$(24) \quad I \propto 1 - u_1(1 - \mu) - u_2(1 - \mu)^2$$

dove $\mu = \sqrt{1 - X^2 - Y^2}$ e $\{u_1, u_2\}$ sono dei coefficienti costanti che possono essere calcolati dai modelli di atmosfera stellare o misurati da una curva di luce di un transito sufficientemente precisa. La decisione di utilizzare una funzione quadratica nell'equazione (24) o un'altra delle varie leggi di oscuramento del bordo (meglio descritte come formule di raccordo) è abbastanza arbitrario. Claret (2004) fornisce una raccolta di coefficienti teorici, e auspica una legge a quattro parametri. Southworth (2008) indaga i risultati di un fit dello stesso set di dati con diversi leggi di oscuramento del bordo. Mandel e Agol (2002) danno espressioni accurate di $\alpha_{tra}(t)$ per alcune leggi di oscuramento del bordo, e Giménez (2006) mostra come calcolare $\alpha_{tra}(t)$ per una legge arbitraria basata su un lavoro precedente di Kopal (1979).

Utilizzando uno di questi metodi per calcolare il flusso di un disco oscurato al bordo e con una ostruzione circolare, di solito è possibile modellare curve di luce reali del transito entro gli errori di misura (vedere paragrafo 4.3). In linea di principio, i calcoli di curve di luce dell'occultazione dovrebbero tenere in considerazione l'oscuramento del bordo planetario, anche se la precisione dei dati attuali non giustifica questo livello di dettaglio. Allo stesso modo, in casi eccezionali può essere necessario consentire differenze dalle forme circolari, dovute alle maree o alla deformazione causata dalla rotazione (si veda Sezione 6). I creatori di modelli di stelle binarie a eclisse da tempo devono tener conto di questi ed altri piccoli effetti (Kallrath & Milone 2009, Hilditch 2001).

Più in generale, la perdita di luminosità dipende dall'intensità della zona particolare della fotosfera che è nascosta dal pianeta. Il pianeta offre una scansione raster dell'intensità stellare attraverso la corda del transito. In questo modo, macchie di stelle e plages possono essere rilevati attraverso le anomalie di flusso che si osservano quando il pianeta le ricopre. (Un esempio è riportato nel riquadro in alto a destra della figura 8.) Anche i punti che non sono lungo la corda di transito possono produrre effetti osservabili, causando variazioni in F^* e quindi causando una variazione di δ_{tra} da transito a transito.

3. SCIENZA DALLE ECLISSI

3.1 Determinazione delle dimensioni assolute

Il motivo principale per osservare transiti è quello di determinare la massa e il raggio del pianeta. Idealmente si vuol conoscere la massa in chilogrammi e il raggio in chilometri, per consentire la modellazione fisica e fare confronti con i pianeti del sistema solare. Questo è impossibile solo con la curva di luce di un transito. La curva di luce rivela il rapporto dei raggi pianeta/stella

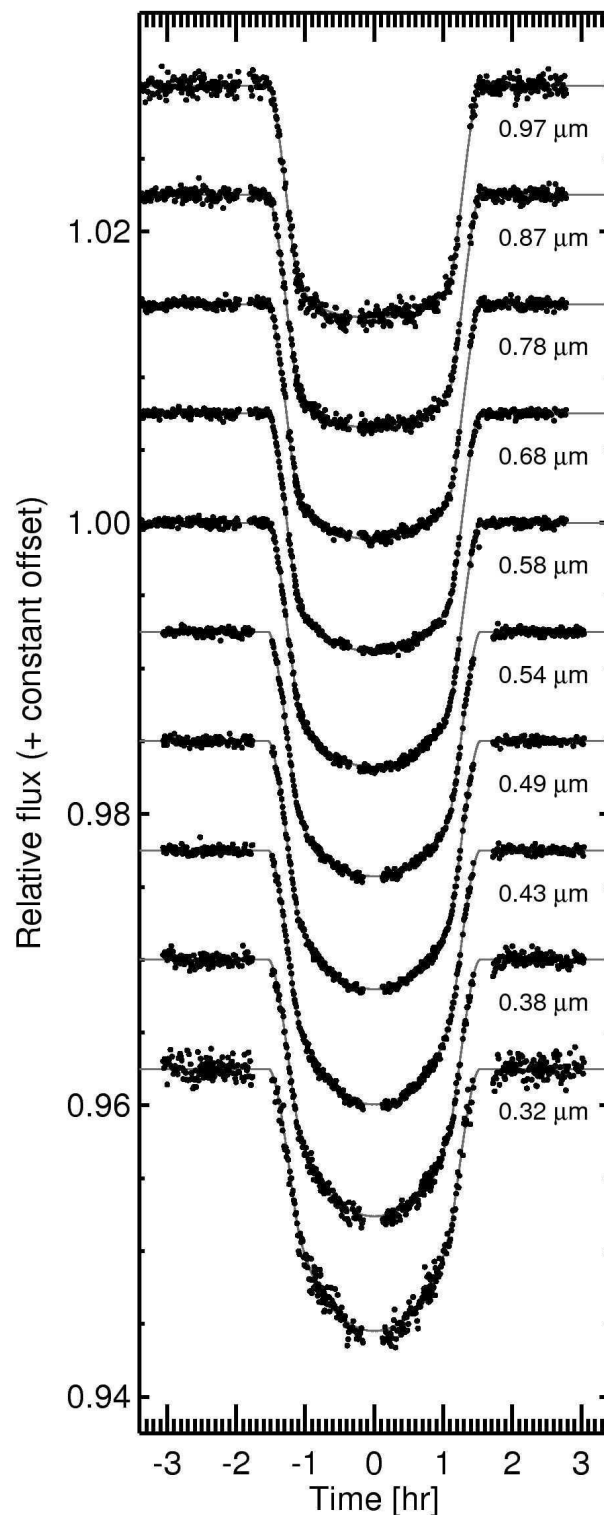


Fig. 4 - I transiti del pianeta gigante HD 209458b osservati a lunghezze d'onda che vanno da 0,32 micron (in basso) a 0,97 micron (in alto). A piccole lunghezze d'onda l'oscuramento del bordo della stella è più pronunciato, e la parte inferiore della curva di luce è più arrotondata. I dati sono stati raccolti con l'Hubble Space Telescope da Knutson et al. (2007a).

$k = R_p/R^* \approx \sqrt{\delta}$, ma non il raggio planetario, e non dice nulla circa la massa planetaria. Per avere la massa planetaria, in aggiunta alla curva di luce c'è bisogno dell'orbita di velocità radiale della stella ospite, in particolare la semiampiezza di velocità K^* . Utilizzando l'equazione (66) del capitolo di Murray e Correia, e la terza legge di Keplero, possiamo scrivere

$$(25) \quad \frac{M_p}{(M_p + M^*)^{2/3}} = \frac{K^* \sqrt{1-e^2}}{\sin i} \left(\frac{P}{2\pi G} \right)^{1/3}.$$

L'osservazione dei transiti assicura $\sin i \approx 1$, ed elimina la consueta degenerazione $M_p \sin i$. Tuttavia, la massa planetaria ancora non può essere determinata in modo indipendente della massa stellare. Nel consueto limite $M_p \ll M^*$, i dati permettono di determinare $M_p/M^{*2/3}$ ma non M_p .

Per determinare le dimensioni assolute del pianeta, si deve aggiungere la fotometria di transito e l'orbita di velocità radiale con alcune informazioni esterne sulla stella. A seconda della stella, le informazioni disponibili possono includere la luminosità, il tipo spettrale e proprietà fotometriche ricavate spettroscopicamente (temperatura efficace, gravità superficiale e metallicità). Un tipico approccio è quello di ricercare coerenza tra tali dati e i modelli di evoluzione stellare, che riguardano le proprietà osservabili fino alla massa stellare, il raggio, la composizione, e l'età. In casi particolari può anche essere possibile individuare le proprietà stellari tramite interferometria (Baines et al. 2009), astrosismologia (Stello et al. 2009), o un'eclisse della stella compagna.

Oltre δ , la curva di luce del transito offre le osservabili T_{tot} e T_{full} (o T e τ), che possono essere usati per determinare il parametro di impatto b e il raggio stellare in scala R^*/a . Per i transiti stellari non radenti, nel limite $R_p \ll R^* \ll a$, si possono invertire le equazioni (14-15) per ottenere le formule approssimate.

$$(26) \quad b^2 = \frac{(1-\sqrt{\delta})^2 - (T_{full}/T_{tot})^2 (1+\sqrt{\delta})^2}{1 - (T_{full}/T_{tot})^2}$$

$$(27) \quad \frac{R^*}{a} = \frac{\pi}{2\delta^{1/4}} \frac{\sqrt{T_{tot}^2 - T_{full}^2}}{P} \left(\frac{1+e \sin \omega}{\sqrt{1-e^2}} \right).$$

Se inoltre risulta $\tau \ll T$, come nel caso di piccoli pianeti con traiettorie non radenti, i risultati possono essere ulteriormente semplificati a:

$$(28) \quad b^2 = 1 - \sqrt{\delta} \frac{T}{\tau}$$

$$(29) \quad \frac{R^*}{a} = \frac{\pi}{\delta^{1/4}} \frac{\sqrt{T\tau}}{P} \left(\frac{1+e \sin \omega}{\sqrt{1-e^2}} \right).$$

L'inclinazione dell'orbita i si può ottenere utilizzando la formula (7). Queste approssimazioni sono utili per i calcoli teorici e per farsi un'idea di come i parametri di sistema influenzino la curva di luce osservabile. Per esempio, R^*/a controlla il prodotto di T e τ , mentre b controlla il loro rapporto. Tuttavia, come accennato in precedenza, per il fit di dati reali si ha la necessità di un modello realistico per l'oscuramento del bordo, legato ad un modello kepleriano dell'orbita.

I rapporti adimensionali R^*/a e R_p/a sono importanti per vari motivi:

(i) fissano la scala delle interazioni mareali tra la stella e il pianeta.

(ii) R_p/a determina quale frazione della luminosità stellare incide sul pianeta, come discusso nella Sezione 3.4.

(iii) R^*/a può essere usato per determinare una particolare combinazione della densità stellare media ρ^* e della densità media planetaria ρ_p :

$$(30) \quad \rho^* + k^3 \rho_p = \frac{3\pi}{GP^2} \left(\frac{a}{R^*} \right)^3.$$

Questa può essere derivata dalla terza legge di Keplero (Seager & Mallen-Ornelas 2003). Poiché k^3 è in genere piccolo, il secondo termine sul lato sinistro dell'equazione (30) è spesso trascurabile e ρ^* può essere determinata solamente dalla fotometria del transito.

Questo metodo per stimare ρ^* ha dimostrato di essere un'utile diagnostica nelle rassegne di fotometria dei transiti: un vero segnale di transito dovrebbe produrre un valore di ρ^* che sia coerente con le aspettative per una stella di quella luminosità e tipo spettrale. Inoltre, una volta che è disponibile una curva di luce precisa, ρ^* è un ulteriore vincolo sulle proprietà stellari.

È interessante notare che è possibile ricavare la gravità superficiale planetaria $g_p = GM_p/R_p^2$ indipendentemente dalle proprietà della stella:

$$(31) \quad g_p = \frac{2\pi}{P} \frac{\sqrt{1-e^2} K^*}{(R_p/a)^2 \sin i}$$

Questa equazione è (66) del capitolo di Murray e Correia e dalla terza legge di Keplero (Southworth et al. 2007).

In breve, un'accurata fotometria del transito e una misura della velocità Doppler conducono a precisi valori della densità stellare media ρ^* e della gravità superficiale planetaria g_p . Tuttavia, gli errori in M_p e R_p sono in ultima analisi limitati dalle incertezze delle proprietà stellari.

3.2 Tempi delle eclissi

Il periodo orbitale P può essere determinato per mezzo di una sequenza di transiti, o una sequenza di occultazioni, e fittando con la funzione lineare

$$(32) \quad t_c[n] = t_c[0] + nP$$

Dove $t_c[n]$ è il momento della congiunzione dell'ennesimo evento. I tempi devono essere prima corretti per tener conto del moto orbitale della Terra e delle conseguenti variazioni nel tempo impiegato dalla luce per arrivare. Quando si confrontano i tempi di transito e di occultamento, si deve ulteriormente correggere per il tempo di viaggio della luce attraverso la linea di vista del diametro dell'orbita planetaria. Finché non c'è ambiguità in n , l'errore in P varia inversamente al numero totale delle eclissi tra le osservazioni, permettendo di ottenere una straordinaria precisione in P .

Se l'orbita non segue un'ellisse fissa – a causa di forze prodotte da altri corpi celesti, rigonfiamenti mareali o di rotazione, relatività generale, o altri effetti non-kepleriani – allora ci potranno essere variazioni nel intervallo tra transiti successivi, così come nell'intervallo tra i transiti e le occultazioni e la forma della curva di luce del transito. Queste variazioni possono essere graduali modifiche dei parametri a causa della precessione (Miralda-Escudé 2002), o variazioni di breve termine a causa di altri pianeti (Holman & Murray 2005, Agol et al. 2005) o lune (Kipping

2009). Gli effetti possono essere particolarmente grandi per i corpi in orbite risonanti con il pianeta in transito. Monitorando i transiti si potrebbe sperare di rilevare tali corpi, come discusso nel capitolo di Fabrycky.

Quando sono visibili sia i transiti sia le occultazioni, è disponibile un potente vincolo sulla forma dell'orbita. Per un'orbita circolare, tali eventi sono separati nel tempo da $P/2$, ma più in generale l'intervallo di tempo dipende da e e da ω . Al primo ordine in e , integrando dt/df tra le congiunzioni si ha:

$$(33) \quad \Delta t_c \approx \frac{P}{2} \left[1 + \frac{4}{\pi} e \cos \omega \right]$$

In questo caso, la tempistica dei transiti e le occultazioni dà una stima di $e \cos \omega$. Allo stesso modo la durata relativa del transito e dell'occultazione dipende dal parametro complementare $e \sin \omega$:

$$(34) \quad \frac{T_{tra}}{T_{occ}} \approx 1 + e \sin \omega$$

Sterne (1940) e De Kort (1954) danno risultati esatti per e e i arbitrari. Poiché l'incertezza su $\Delta t_c/P$ è in genere inferiore a quella su T_{tra}/T_{occ} (di un fattore P/T), i dati dell'eclisse vincolano $e \cos \omega$ maggiormente di $e \sin \omega$.

I limiti risultanti su e sono spesso assai utili. Ad esempio, i pianeti con orbite eccentriche ravvicinate sono riscaldati internamente dall'attrito che accompagna le distorsioni mareali (dipendenti dal tempo) del pianeta. Vincoli empirici sulla e aiutano a comprendere la struttura termica dei pianeti ravvicinati. Per i pianeti più lontani, i limiti sulla e sono utili per l'analisi statistica delle orbite esoplanetarie. Come descritto nel capitolo di Cumming e nella Parte V del presente volume, la distribuzione delle eccentricità osservate per orbite planetarie è un indizio circa i processi di formazione dei pianeti e la successiva evoluzione orbitale.

Le misurazioni di t_{tra} , t_{occ} e P basate sulle eclissi sono quasi sempre più precise di quelle basate su dati orbitali astrometrici o spettroscopici. I risultati basati sulle eclissi possono notevolmente migliorare l'analisi di tali altri dati. Ad esempio, la curva tipica della velocità radiale ha 6 parametri, ma se t_{tra} , t_{occ} e P sono noti dalle eclissi, il numero di parametri liberi è effettivamente ridotto a 3, aumentando di conseguenza la precisione ottenibile sugli altri 3 parametri.

3.3 Spettroscopia di trasmissione

Abbiamo implicitamente assunto che la silhouette planetaria abbia un bordo netto, ma in realtà esso è sfocato. Per i pianeti giganti gassosi la superficie non è ben definita e anche pianeti con superfici solide possono avere atmosfere di spessore rilevante. Durante un transito, una piccola parte della luce stellare sarà filtrata attraverso l'atmosfera superiore del pianeta, dove è solo in parte assorbita. L'assorbimento dipende dalla lunghezza d'onda a causa delle proprietà di scattering degli atomi e delle molecole presenti nell'atmosfera del pianeta. Alla lunghezza d'onda di una forte transizione atomica o molecolare, l'atmosfera è più opaca, e la silhouette effettiva del pianeta è più grande. Ciò ci fa sperare di poter misurare lo spettro di trasmissione dell'alta atmosfera del pianeta e quindi di acquisire la conoscenza della sua composizione.

Per calcolare il segnale atteso si deve seguire il trasferimento radiativo della luce stellare incidente lungo una traiettoria radente attraverso gli strati dell'atmosfera del pianeta. Il calcolo è piuttosto complicato (vedi, ad esempio, Seager & Sasselov 2000, Brown 2001) ma l'ordine di grandezza dell'effetto è facilmente apprezzato. Per una transizione forte, la dimensione effettiva del pianeta cresce di qualche altezza di scala atmosferica H , dove

$$(35) \quad H = \frac{k_B T}{\mu_m g}$$

e T è la temperatura, μ_m è la massa molecolare media, g è l'accelerazione gravitazionale locale, e k_B la costante di Boltzmann. Definendo R_p come il raggio entro il quale il pianeta è otticamente opaco in tutte le lunghezze d'onda, l'assorbimento extra dovuto al guscio di atmosfera otticamente sottile fa sì che la profondità del transito aumenti di

$$(36) \quad \Delta\delta = \frac{\pi(R_p + N_H H)^2}{\pi R_*^2} - \frac{\pi R_p^2}{\pi R_*^2} \approx 2N_H \delta \left(\frac{H}{R_p} \right)$$

dove N_H , il numero delle altezze di scala, è dell'ordine dell'unità. Il segnale è più facilmente rilevabile per pianeti con grandi H : bassa gravità superficiale, basso peso molecolare medio, e temperatura elevata. Per un "Giove caldo" intorno a una stella simile al Sole ($\delta = 0.01$, $T \approx 1300$ K, $g \approx 25$ m s⁻², $\mu_m = 2$ uma), il segnale è $\Delta\delta \sim 10^{-4}$. Per un pianeta simile alla Terra intorno ad una stella simile al Sole ($\delta = 10^{-4}$, $T \approx 273$ K, $g \approx 10$ m s⁻², $\mu_m = 28$ uma) il segnale è $\Delta\delta \sim 10^{-6}$.

Il segnale può essere rilevato dall'osservazione di una curva di luce del transito a varie lunghezze d'onda, utilizzando diversi filtri o uno spettrografo. Si adatta quindi un modello di curva di luce con estinzione sul bordo alla serie temporale ottenuta per ciascuna lunghezza d'onda, richiedendo obbligatoriamente accordo nei parametri orbitali e permettendo un valore specifico di δ per ogni lunghezza d'onda. Le conseguenti variazioni di $\delta(\lambda)$ dovrebbero essere dell'ordine di grandezza dato dall'equazione (36). La cosa migliore è raccogliere tutti i dati nello stesso tempo, poiché la variabilità intrinseca di una stella è anche cromatica.

3.4 Spettroscopia di occultazione

Come discusso nella sezione 2.4, quando il pianeta è completamente nascosto il calo luce stellare diminuisce di una frazione $\delta_{occ} = k^2 I_p / I_*$, dove k è il rapporto tra il raggio del pianeta e quello della stella e I_p / I_* è il rapporto tra le intensità mediate sui dischi. Le osservazioni da un'occultazione all'altra rivelano la luminosità relativa del disco planetario, se k è già noto dalle osservazioni dei transiti. La radiazione planetaria nasce da due sorgenti: l'irraggiamento termico e la luce riflessa della stella. Poiché il pianeta è più freddo della stella, la componente termica si evidenzia a lunghezze d'onda maggiori rispetto alla componente riflessa.

Per il momento supponiamo che il pianeta abbia luminosità uniforme, e che la lunghezza d'onda di osservazione sia abbastanza lunga da far dominare l'emissione termica. Approssimando il pianeta e la stella come corpi neri,

$$(37) \quad \delta_{occ}(\lambda) = k^2 \frac{B_\lambda(T_p)}{B_\lambda(T_*)} \rightarrow k^2 \frac{T_p}{T_*}$$

dove $B_\lambda(T)$ è la funzione di Planck,

$$(38) \quad B_\lambda(T) \equiv \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(\lambda k_B T)} - 1} \rightarrow \frac{2k_B T}{\lambda^3}$$

in cui T è la temperatura, λ la lunghezza d'onda, h la costante di Planck e c la velocità della luce. I casi estremi sono per il limite di Rayleigh–Jeans $\lambda \gg hc/(k_B T)$. Il decremento δ_{occ} che si osserva con un determinato strumento si ottiene integrando l'equazione (37) sulla banda passante.

Anche quando la radiazione planetaria non è descritta dalla legge di Planck, si può definire una temperatura di brillantezza $T_b(\lambda)$ come la temperatura del corpo nero equivalente che avrebbe portato al valore osservato di $\delta_{occ}(\lambda)$. La temperatura di brillantezza a volte è un modo conveniente per descrivere la dipendenza dell'intensità dalla lunghezza d'onda anche quando non è di origine termica.

Vi possono essere deviazioni rispetto allo spettro visibile di un corpo nero che si manifestano nelle caratteristiche spettrali, distinguibili nella variazione della temperatura di luminosità con la lunghezza d'onda. In contrasto con la spettroscopia di trasmissione, che si riferisce alla luce della stella che sfiora il bordo del pianeta (terminatore), qui ci si riferisce allo spettro di emissione del pianeta mediato sul disco visibile del lato illuminato. La spettroscopia di occultazione e di transito in tal modo forniscono informazioni diverse e complementari sull'atmosfera del pianeta.

E' possibile misurare lo spettro di riflettanza del lato visibile del pianeta osservando a lunghezze d'onda più corte, o sottraendo accuratamente l'emissione termica. La profondità dell'occultazione dovuta solamente alla luce riflessa è

$$(39) \quad \delta_{occ}(\lambda) = A_\lambda \left(\frac{R_p}{a} \right)^2$$

dove A_λ è l'*albedo geometrica*, definita come il flusso riflesso dal pianeta quando è in opposizione (fase piena), diviso per il flusso che avrebbe una superficie piana perfettamente diffondente e con la stessa superficie della sezione del pianeta. Una delle maggiori incertezze nei modelli di atmosfera è l'esistenza, la prevalenza e la composizione di nuvole. Dal momento che le nubi possono produrre grandi variazioni di albedo, la spettroscopia di riflettanza può aiutare a comprendere il ruolo delle nubi in una atmosfera esoplanetaria.